

Инженерная геометрия и компьютерная графика

УДК 514.182.7

DOI: 10.14529/build210109

СОПРЯЖЕНИЕ КАРКАСНО-КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ СПЛАЙНАМИ ЧЕТВЕРТОЙ СТЕПЕНИ

А.А. Чекалин, М.К. Решетников, В.В. Шпилев

*Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.,
г. Саратов, Россия*

Гладкое сопряжение двух поверхностей – важная и сложная задача геометрического моделирования объектов сложной формы. Существует несколько методик конструирования сопрягающей поверхности. Одним из недостатков существующих методов является отсутствие универсальности. В каждой конкретной задаче приходится выбирать тот или иной метод. Задача усложняется, если придется сопрягать три и более поверхности. Предлагается для сопряжения поверхностей использовать интегродифференциальный сплайн четвертой степени и каркасно-кинематическую поверхность на его основе. Кратко рассматривается алгоритм построения сопряжения. Интегродифференциальный сплайн четвертой степени имеет дополнительные коэффициенты – параметры, предоставляющие возможность управлять формой сопрягающей поверхности, однако не является более сложным при вычислении по сравнению с традиционными кубическими сплайнами. По сравнению с другими методами конструирования сопряжения является более универсальным.

Ключевые слова: составная поверхность, кривая, геометрическая форма, сопряжение, гладкая поверхность.

Введение

В инженерной геометрии объекты можно разделить на следующие типы: примитивы, тела сложной формы, тела сложной структуры, тела сложной структуры и формы. Поверхности – тела, поверхности которых описываются единым уравнением: простые многогранники, шары, цилиндры и конусы вращения. В технике в чистом виде примитивы встречаются редко. Чаще всего они являются компонентами тел сложной структуры. Это основная масса деталей современной техники. Примерами могут служить болт, ступенчатый или коленчатый вал и т. п. Тела сложной формы имеют сложную криволинейную поверхность, получаемую, как правило, методами интерполяции полиномами или иногда другими функциями. Тела сложной структуры и формы состоят из нескольких тел сложной формы. Поверхности этих тел должны быть, как правило, гладко состыкованы [1]. Гладкое соединение таких поверхностей – важная и трудоемкая задача инженерной геометрии [2–4]. Примером являются зализы – поверхности сопряжения поверхностей агрегатов летательных аппаратов (мотогандола – пилон – крыло, крыло – фюзеляж и т. п.) [5, 6] и подобные им поверхности в судостроении [7, 8] и автомобилестроении.

Существует несколько способов конструирования сопрягающей поверхности [8–12]. Не существует универсального метода. Выбор метода за-

висит в первую очередь от сопрягаемых поверхностей [1, 13, 14]. Если сопрягающиеся поверхности имеют разнородные структуры, зализ удобно конструировать как огибающую семейства сфер переменного радиуса, касательных к двум сопрягаемым поверхностям одновременно [15, 16]. При этом линия касания сферы и заданных поверхностей формирует отсек сопрягаемой поверхности. Если поверхности сопрягаются по заданным кромкам и их структуры одинаковы (например, кусочно-гладкие поверхности с одинаковым количеством кусков вдоль кромок), то поверхности можно соединить сопрягающей той же структуры.

К сопрягающей, как правило, предъявляются те же требования, что и к исходным поверхностям – гладкость, плавность, отсутствие перегибов, ограничение на минимальный радиус и др. [17, 18]. Если полученная поверхность не удовлетворяет каким-то требованиям, необходимо внести изменения. Удобство метода конструирования кроме всего прочего заключается в том, чтобы вносить эти изменения локально, на определенных участках, без значительных изменений остальной поверхности и по возможности без пересчета поверхности [2, 3].

Основная часть

Предлагается использовать в качестве сопрягающей кинематическую поверхность зависимых сечений с направляющими, кромками сопрягаемых поверхностей и интегродифференциальным

сплайном четвертой степени в качестве образующей [19–21].

Звено сплайна описывается уравнением в векторной форме

$$\vec{V}(u) = \vec{V}_1\varphi_1(u) + \vec{V}_2\varphi_2(u) + (\vec{V}_1'\varphi_3(u) + \vec{V}_2'\varphi_4(u))h + \vec{I}\varphi_5(u)/h, \quad (1)$$

где $h = \frac{|\vec{V}_1 + \vec{V}_2|}{2}$, $\varphi_1(u) = (1+5u)(1-3u)(1-u)^2$,

$\varphi_2(u) = (3u-2)(6-5u)u^2$,

$\varphi_3(u) = u(2-5u)(1-u)^2/2$,

$\varphi_4(u) = (1-u)(3-5u)u^2/2$, $\varphi_5(u) = 30u^2(1-u)^2$,

где \vec{V}_1 и \vec{V}_2 – радиус-векторы начала и конца дуги, $\varphi_i(u)$ – базисные функции, параметр $u \in [0,1]$. Вектор \vec{I}_i характеризует прогиб кривой (рис. 1).

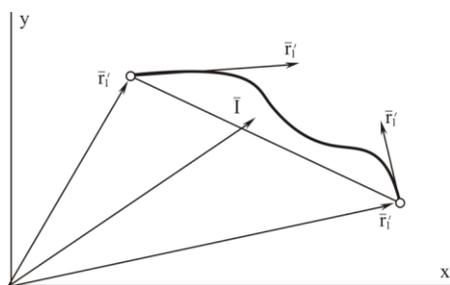


Рис. 1. Дуга кривой четвертого порядка

Он указывает на центр массы неплоского сечения, ограниченного дугой и хордой. Векторы \vec{V}_1' и \vec{V}_2' – касательные. Таким образом, дуга задается пятью параметрами, а не четырьмя, как обычный кубический сплайн. Пятый параметр – вектор \vec{I}_i задает полноту кривой и послужит для локальной модификации кривой и далее поверхности.

У обычного кубического сплайна нет коэффициентов для локального изменения формы одного участка составной кривой. Составная кривая строится путем расчета первых производных во внутренних узлах сплайна из условия непрерывности вторых производных в этих узлах сплайна при заданных краевых условиях. Если изменить касательную в одном из внутренних узлов, то изменятся два примыкающих участка. Также на границах участка нарушается второй порядок гладкости, то есть вторая производная терпит разрыв в трех узлах (рис. 2).

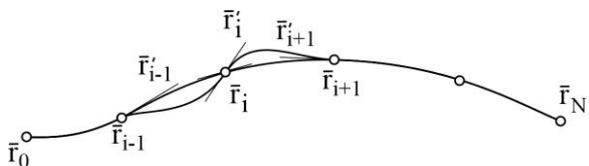


Рис. 2. Изменение формы кривой касательной на внутреннем узле кубического сплайна

Если понадобится соединить две кривые одной единственной дугой кубического сплайна, необходимыми исходными данными такой задачи являются координаты соединяемых концов дуг и значения первых производных на этих концах. Составная кривая имеет первый порядок гладкости. Имеется возможность ограниченного управления формой кривой. Для этого нужно изменить длины касательных векторов, не изменяя их направления (рис. 3).

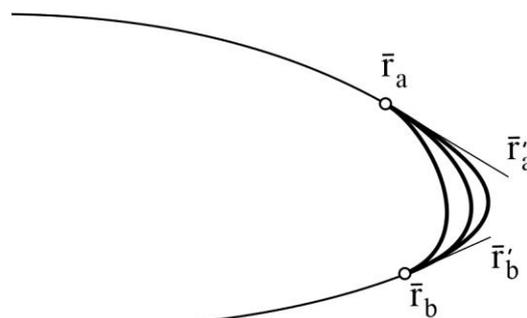


Рис. 3. Соединение двух кривых дугой кубического сплайна

Предлагается более удобный способ конструирования замыкающей кривой с возможностью управления ее формой.

Пусть заданы две дуги разных кривых линий. Требуется соединить конечные точки кривых сплайном четвертой степени. Потребуется радиус-векторы концов дуг \vec{r}'_a и \vec{r}'_b , а также вектора касательных на концах дуг \vec{r}'_a и \vec{r}'_b . Для построения сопрягающей дуги потребуется вектор-интеграл I . Первые четыре коэффициента $\vec{r}_a, \vec{r}_b, \vec{r}'_a$ и \vec{r}'_b заданы. Вектор I , определяющий полноту дуги, не задан. Это величина переменная и подбирается в итерационном режиме. Но на начальном этапе конструирования ему надо задать начальное значение. Будем считать, что концы дуг \vec{r}'_a и \vec{r}'_b соединяются одним звеном кубического сплайна – вектор-функции $\vec{V}_2(u)$ с компонентами:

$$\vec{V}_2(u) = \begin{cases} S_2^x(u), \\ S_2^y(u), \\ S_2^z(u). \end{cases}$$

Интегрируем скалярные сплайн-функции по u и получаем компоненты вектор-интеграла

$$\vec{I}_a^b = \begin{cases} I_x = \int_a^b S_3^x(u)du = (S_a^x + S_b^x) \frac{h}{2} + (S_a'^x + S_b'^x) \frac{h^2}{12}; \\ I_y = \int_a^b S_3^y(u)du = (S_a^y + S_b^y) \frac{h}{2} + (S_a'^y + S_b'^y) \frac{h^2}{12}; \\ I_z = \int_a^b S_3^z(u)du = (S_a^z + S_b^z) \frac{h}{2} + (S_a'^z + S_b'^z) \frac{h^2}{12}. \end{cases}, \quad (2)$$

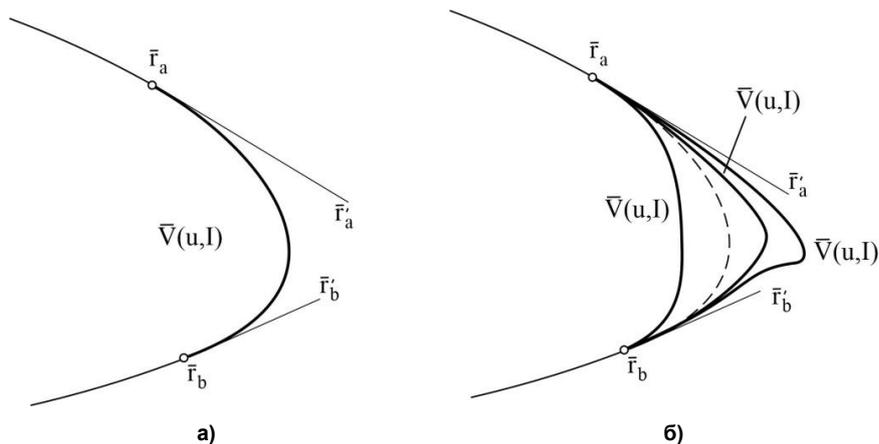


Рис. 4. Зависимость формы кривой от интегрального коэффициента

где $S_a^x, S_b^x, S_a^y, S_b^y, S_a^z, S_b^z$ – координаты конечных точек, $S_a'^x, S_b'^x, S_a'^y, S_b'^y, S_a'^z, S_b'^z$ – компоненты касательных векторов, h – параметр сплайна. Он оказывает некоторое влияние на форму сплайна. Его нужно задать приблизительно из расчета

$$h = \sqrt{(S_a^x - S_b^x)^2 + (S_a^y - S_b^y)^2 + (S_a^z - S_b^z)^2}. \quad (3)$$

Строим сплайн (рис. 4а)

$$\bar{V}(u) = \bar{r}_a \varphi_1(u) + \bar{r}_b \varphi_2(u) + (\bar{r}'_a \varphi_3(u) + \bar{r}'_b \varphi_4(u))h + \bar{I} \varphi_5(u)/h. \quad (4)$$

Далее, оперируя вектором \bar{I} , можно изменять форму кривой (рис. 4б).

Пусть даны два куска одной или разных поверхностей. Пусть задача состоит в том, чтобы гладко соединить их по границам некоторой сопрягающей поверхностью. Для сопряжения рассматриваемым способом нужны линии на поверхности – границы кусков. Также должны быть заданы на этих линиях вектора, касательные к поверхности в направлении, топологически перпендикулярном границам a и b (рис. 5).

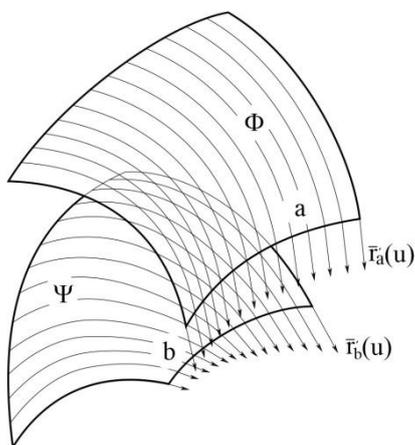


Рис. 5. Исходные данные для задачи сопряжения поверхностей

Сопрягающая поверхность строится как кинематическая поверхность с двумя направляющими. Образующей будет являться сплайн (4). Для построения поверхности необходимо задать взаимнооднозначное соответствие между двумя направляющими (если его еще нет), например, приведением обеих направляющих к одному параметру v . Все пять векторов, задающих образующую, теперь будут являться функцией от v . Первые четыре вектора задаются простым приравнением

$$\begin{cases} \bar{V}_1(v) = \bar{r}_a(v), \\ \bar{V}_2(v) = \bar{r}_b(v), \\ \bar{V}'_1(v) = \frac{\partial}{\partial u} \bar{\Phi}(uv), \\ \bar{V}'_2(v) = \frac{\partial}{\partial u} \bar{\Psi}(uv), \end{cases} \quad (5)$$

Интегральный параметр $\bar{I}(u)$ изначально задается как (2). К каждому скалярному компоненту вектор-функции $\bar{I}(v)$ добавим корректирующий элемент $\Delta I_x(v)$, $\Delta I_y(v)$ и $\Delta I_z(v)$ соответственно.

Окончательно

$$\bar{I}_a^b = \begin{cases} I_x = (S_a^x(v) + S_b^x(v)) \frac{h}{2} + (S_a'^x(v) + S_b'^x(v)) \frac{h^2}{12} + \Delta I_x(v); \\ I_y = (S_a^y(v) + S_b^y(v)) \frac{h}{2} + (S_a'^y(v) + S_b'^y(v)) \frac{h^2}{12} + \Delta I_y(v); \\ I_z = (S_a^z(v) + S_b^z(v)) \frac{h}{2} + (S_a'^z(v) + S_b'^z(v)) \frac{h^2}{12} + \Delta I_z(v). \end{cases} \quad (6)$$

Корректирующие компоненты выделим в отдельную функцию

$$\Delta \bar{I}_b^a(v) = \begin{cases} \Delta I_x(v), \\ \Delta I_y(v), \\ \Delta I_z(v). \end{cases} \quad (7)$$

Окончательно поверхность имеет вид (рис. 6а):

$$\bar{W}(u) = \bar{r}_a(v) \varphi_1(u) + \bar{r}_b(v) \varphi_2(u) + (\bar{r}'_a(v) \varphi_3(u) + \bar{r}'_b(v) \varphi_4(u))h + (\bar{I}(v) + \Delta I(v)) \varphi_5(u)/h. \quad (8)$$

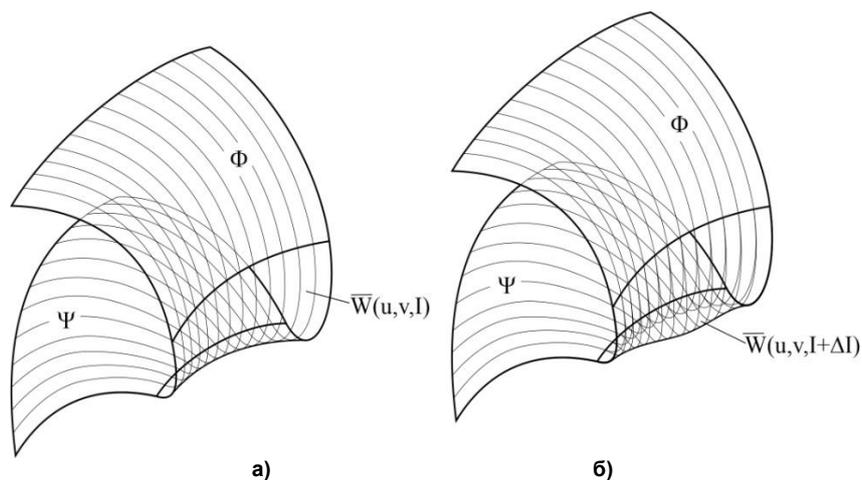


Рис. 6. Окончательный вид сопрягающихся поверхностей

В системе автоматизированного проектирования, изменяя эту функцию, можно интерактивно управлять формой сопрягающей поверхности (рис. 6б). Можно задать ее единым уравнением или заменить кусочно-гладкой функцией, например сплайном.

Рассмотрим другой пример. Пусть конструируется тело сложной структуры, содержащей две поверхности сложной формы. Поверхность Φ типа «обтекатель» задается семейством параллельных сечений и интерполируется бикубическим сплайном. Поверхность Ψ задана аналогичным образом. Причем сечения двух поверхностей расположены попарно в одних плоскостях так, чтобы можно было два сечения разных поверхностей, расположенные в одной плоскости гладко состыковать в единую линию объединенной поверхности (рис. 7).

Наметим линию касания на a на поверхности Φ и такую же линию b на поверхности Ψ . Строим интегродифференциальный сплайн (4) для каждой пары сечений (рис. 8).

$$\bar{V}_i(u) = \bar{r}_{ai}\varphi_1(u) + \bar{r}_{bi}\varphi_2(u) + (\bar{r}'_{ai}\varphi_3(u) + \bar{r}'_{bi}\varphi_4(u))h + \bar{I}_i\varphi_5(u)/h, \quad i = 0, \dots, N. \quad (9)$$

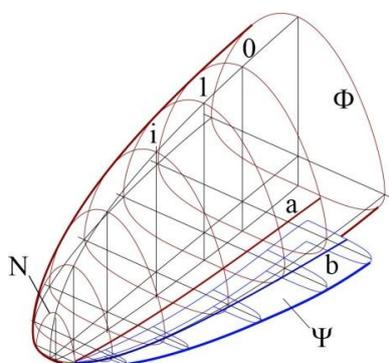


Рис. 7. Комбинируемая поверхность, заданная бикубическими сплайнами

Теперь приводим параметры линий a и b к единому параметру v и интерполируем пять коэффициентов сплайна (4). Практически полученная поверхность является неоднородным (гетерогенным) сплайном, состоящим из кубических сплайнов в направлении v и единственного звена сплайна четвертой степени в направлении u :

$$\bar{W}_i = \varphi(u)G\psi^T(v), \quad (10)$$

где

$$G = \begin{pmatrix} \bar{V}_{ai} & \bar{V}_{bi} & \frac{\partial \bar{V}_{ai}}{\partial u} & \frac{\partial \bar{V}_{bi}}{\partial u} & \bar{I}_i \\ \bar{V}_{ai+1} & \bar{V}_{bi+1} & \frac{\partial \bar{V}_{ai+1}}{\partial u} & \frac{\partial \bar{V}_{bi+1}}{\partial u} & \bar{I}_{i+1} \\ \frac{\partial \bar{V}_{ai}}{\partial v} & \frac{\partial \bar{V}_{bi}}{\partial v} & \frac{\partial^2 \bar{V}_{ai}}{\partial u \partial v} & \frac{\partial^2 \bar{V}_{bi}}{\partial u \partial v} & \frac{\partial \bar{I}_i}{\partial v} \\ \frac{\partial \bar{V}_{ai+1}}{\partial v} & \frac{\partial \bar{V}_{bi+1}}{\partial v} & \frac{\partial^2 \bar{V}_{ai+1}}{\partial u \partial v} & \frac{\partial^2 \bar{V}_{bi+1}}{\partial u \partial v} & \frac{\partial \bar{I}_{i+1}}{\partial v} \\ \frac{\partial \bar{V}_{ai}}{\partial v} & \frac{\partial \bar{V}_{bi}}{\partial v} & \frac{\partial^2 \bar{V}_{ai}}{\partial u \partial v} & \frac{\partial^2 \bar{V}_{bi}}{\partial u \partial v} & \frac{\partial \bar{I}_i}{\partial v} \end{pmatrix},$$

$i = 0, \dots, N-1$, $\varphi(u)$ – матрица весовых функций четвертой степени (1), $\psi(u)$ – матрица аналогичных весовых функций кубического сплайна. Последний столбец в матрице (10) представляет со-

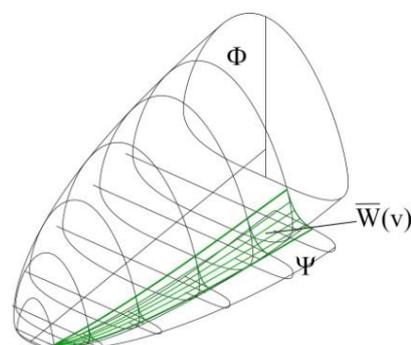
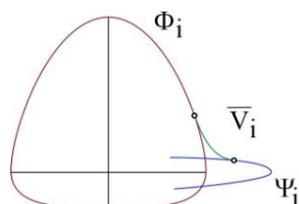


Рис. 8. Гладкая стыковка поверхностей

бой сплайн, интерполирующий узловые значения \bar{T}_i , $i = 0, \dots, N$. При помощи этой функции можно изменять форму сопрягающей поверхности.

Выводы

Предложенный алгоритм представляет собой удобный инструмент для решения важнейшей задачи инженерной геометрии – конструирования сопрягающей поверхности промышленных изделий геометрически сложной структуры и формы. Метод прост и удобен, использует минимальное число входных параметров. Алгоритм легко программируется. При воспроизведении на компьютере метод нагляден. При небольшой дальнейшей доработке рассмотренным инструментом можно дополнить существующие системы автоматизированного проектирования для решения указанных и некоторых других задач.

Литература

1. Рыжов, Н.Н. Прикладная геометрия поверхностей / Н.Н. Рыжов, И.П. Гершман, В.А. Осипов // Труды Московского научно-методического семинара по начертательной геометрии и инженерной графике. – М.: Московский авиационный институт, 1972. – Вып. 242. – С. 57–91.
2. Голованов, Н.Н. Геометрическое моделирование / Н.Н. Голованов. – М.: Изд-во физико-математической литературы, 2012. – 472 с.
3. Фокс, А. Вычислительная геометрия. Применение в проектировании и на производстве / А. Фокс, М. Пратт. – М.: Мир, 1982. – 304 с.
4. Шикин, Е.В. Кривые и поверхности на экране компьютера / Е.В. Шикин, Л.И. Плис. – Диалог-МИФИ, 1996. – 240 с.
5. Осипов, В.А. САПР и инженерно-геометрические задачи авиационной техники / В.А. Осипов // Изв. высш. учебн. заведений. Авиационная техника. – 1980. – № 2. – С. 119–122.
6. Осипов, В.А. Аналитическое описание аэродинамических поверхностей методом специального контура. 3 кн.: Машинное проектирование, увязка и воспроизведение сложных деталей в авиационной технике / В.А. Осипов, С.И. Лелюшенко, Ф.К. Чистяков. – Иркутск, 1976. – С. 68–70.
7. Готман, А.Ш. Проектирование обводов судов с развешивающейся обшивкой / А.Ш. Готман. – Л.: Судостроение, 1979. – 192 с.
8. Рецнов, М.Н. Математическая модель судовой поверхности / М.Н. Рецнов. – Л.: Судостроение, 1977. – 32 с.
9. Павлов, А.В. Конструирование некоторых сопрягающих поверхностей / А.В. Павлов // Прикладная геометрия и инженерная графика. – Киев, 1965. – Вып. 1. – С. 110–118.
10. Иванов, Г.С. Конструирование технических поверхностей (Математическое моделирование на основе нелинейных преобразований) / Г.С. Иванов. – М.: Машиностроение, 1987. – 192 с.
11. Короткий, В.А. Компьютерное моделирование кинематических поверхностей / В.А. Короткий, Е.А. Усманова, Л.И. Храмова // Геометрия и графика. – 2016. – Т. 3, № 4. – С. 19–26. DOI: 10.12737/17347.
12. Сальков, А.В. Сопряжение поверхностей второго порядка канальной поверхностью постоянного или переменного радиуса: дис. ... канд. техн. наук / А.В. Сальков. – Рига, 1969. – 194 с.
13. Кривошапенко, С.Н. Энциклопедия аналитических поверхностей / С.Н. Кривошапенко, В.Н. Иванов. – М.: Либроком, 2010. – 560 с.
14. Ницын, А.Ю. Конструирование точечного каркаса поверхности общего вида по заданным граничным условиям / А.Ю. Ницын // Вестник Национального технического университета Харьковский политехнический институт. Серия «Информатика и моделирование». – 2007 – № 39. – С. 132–140.
15. Тевлин, А.М. Методы аналитического задания однопараметрического множества сфер, касающихся двух заданных поверхностей / А.М. Тевлин, К.Р. Фазылов. – М.: Моск. авиац. ин-т., 1995. – 23 с. – Деп. в ВИНТИ 13.06.95 №1718-В95.
16. Фазылов, К.Р. Основы конструирования циклических поверхностей сопряжения и их применение в решении технических задач: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01 / К.Р. Фазылов. – М., 1996. – 20 с.
17. Журавлев, Д.А. Машинное проектирование оболочки отсека летательного аппарата / Д.А. Журавлев, О.Д. Марченко // Машинное проектирование, увязка и воспроизведение сложных деталей в авиационной технике. – Иркутск, 1977. – С. 142–157.
18. Гирн, А.Г. Критерии выбора способа конструирования обвода / А.Г. Гирн // Автоматизация технологической подготовки производства на базе систем автоматизации проектирования. – Омск, 1980. – С. 97–101.
19. Чекалин, А.А. Моделирование поверхностей сложной формы на основе интегродифференциальных сплайнов: автореф. дис. ... канд. техн. наук. 05.01.01 / А.А. Чекалин. – М., 1998. – 23 с.
20. Чекалин, А.А. Параметры управления формой зависимых сечений каркасно-кинематической поверхности / А.А. Чекалин, Ю.А. Зайцев // Информационные средства и технологии: тр. XVIII междунар. науч.-техн. конф., г. Москва, 19–21 окт. 2010 г.: в 3 т. – М.: МЭИ, 2010. – Т. 3. – С. 118–123.
21. Чекалин, А.А. Моделирование кусочно-гладкой поверхности двумерным сплайном различных степеней / А.А. Чекалин, М.К. Решетников, Ю.А. Зайцев // Научно-методические проблемы графической подготовки в техническом вузе на современном этапе: материалы науч.-метод. конф., посвящ. 80-летию АГТУ, г. Астрахань, 15–17 сент. 2010 г. – Астрахань: АГТУ, 2010. – С. 200–206.

Чекалин Андрей Александрович, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Инженерная геометрия и основы САПР», Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А., Chekaliny@mail.ru

Решетников Михаил Константинович, доктор технических наук, заведующий кафедрой «Инженерная геометрия и основы САПР», Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А., Reshmk@rambler.ru

Шпилев Василий Владимирович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Инженерная геометрия и основы САПР», Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А., vasya-Shpilev@rambler.ru

Поступила в редакцию 15 декабря 2020 г.

DOI: 10.14529/build210109

CONJUGATION OF FRAME-KINEMATIC SURFACES BY FOURTH DEGREE SPLINES

A.A. Chekalin, chekaliny@mail.ru

M.K. Reshetnikov, reshmk@rambler.ru

V.V. Shpilev, vasya-shpilev@rambler.ru

Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Saratov, Russian Federation

Smooth conjugation of two surfaces is the most important and difficult task of geometric modeling of complex-shaped objects. There are several approaches and methods for designing a conjugation surface. One of the disadvantages of the existing methods is the lack of versatility. In each specific task you have to choose one or another method. It becomes more complicated when you have to mate three or more surfaces. The authors offer the use of an integro-differential spline of the fourth degree and a frame-kinematic surface based on it for mating surfaces. The article also briefly describes the algorithm for constructing the conjugation. An integro-differential spline of the fourth degree has additional coefficients that are the parameters that provide the ability to control the shape of the mating surface; however, it is not more difficult to be calculated than the traditional cubic splines. And the research concludes that in comparison with other methods of constructing, conjugation is a more multi-purpose one.

Keywords: compound surface, curve line, geometric shape, conjugation, smooth surface.

References

1. Ryzhov N.N., Gershman I.P., Osipov V.A. [Applied Surface Geometry]. *Trudy Moskovskogo nauchno-metodicheskogo seminar po nachertatel'noy geometrii i inzhenernoy grafike. Trudy Moskovskogo aviatsionnogo instituta imeni S. Ordzhonikidze* [Proceedings of the Moscow Scientific and Methodological Seminar on Descriptive Geometry and Engineering Graphics. Proceedings of the Ordzhonikidze Moscow Aviation Institute]. Moscow, MAI Publ., 1972, vol. 3, iss. 242, pp. 57–91. (in Russ.)

2. Golovanov N.N. *Geometricheskoye modelirovaniye* [Geometrical Modeling]. Moscow, Publishing House of Physical and Mathematical Literature, 2012. 472 p.

3. Foks A., Pratt M. *Vychislitel'naya geometriya. Primeneniye v proyektirovanii i na proizvodstve* [Computing Geometry in Design and Production]. Moscow, Mir Publ., 1982. 304 p.

4. Shishkin E.V., Plis L.I. *Krivyye i poverkhnosti na ekrane komp'yutera* [Curves and Surfaces for Computer Screen]. Moscow, Dialog-MIFI Publ., 1996. 240 p.

5. Osipov V.A. [CAD and Engineering and Geometric Problems of Aviation Technology]. *Izv. vyssh. uchebn. zavedeniy. Aviat. Tekhnika* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Aviation Technology], 1980, no. 2, pp. 119–122. (in Russ.)

6. Osipov V.A., Lelyushenko S.I., Chistyakov F.K. [Analytical Description Of Aerodynamic Surfaces Using the Special Contour Method]. *Mashinnoye proyektirovaniye, uvyazka i vosproizvedeniye slozhnykh detaley v aviatroyenii* [Machine Design, Linking and Reproduction of Complex Parts in Aircraft Construction]. Irkutsk, Irkutsk Polytechnic Institute Publ., 1976, vol. 3, pp. 68–70.

7. Gotman A.Sh. *Proyektirovaniye obvodov sudov s razvertvyayushchey obshivkoy* [Design of Ship Hull Lines with Expandable Skin]. Leningrad, Sudostroyeniye Publ., 1979. 192 p.

8. Retsnov M.N. *Matematicheskaya model' sudovoy poverkhnosti* [Mathematical Model of the Ship's Surface]. Leningrad, Sudostroyeniye Publ., 1977. 32 p.
9. Pavlov A.V. [Constructing Some Mating Surfaces]. *Prikladnaya geometriya i inzhenernaya grafika* [Applied Geometry and Engineering Graphics]. Kiev, 1965, iss. 1, vol., 5, pp. 110–118. (in Russ.)
10. Ivanov G.S. *Konstruirovaniye tekhnicheskikh poverkhnostey (Matematicheskoye modelirovaniye na osnove nelineynykh preobrazovaniy)* [Technical Surface's Construction (Mathematic Modeling on Based Nonlinear Transformation)] Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1987. 192 p.
11. Korotkiy V.A., Usmanova E.A., Khramova L.I. [Computer Simulation of Kinematic Surfaces]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics], 2015, vol. 3, no. 4, pp. 19–26. (in Russ.) DOI: 10.12737/17347.
12. Sal'kov A.V. *Sopryazheniye poverkhnostey vtorogo poryadka kanalovoy poverkhnost'yu postoyannogo ili peremennogo radiusa. Dis. kand. tekhn. nauk* [Interfacing Surfaces of the Second Order of a Canal Surface of Constant or Variable Radius. Cand. sci. diss.]. Riga, 1969. 194 p.
13. Krivoshapenko S.N., Ivanov V.N. *Entsiklopediya analiticheskikh poverkhnostey* [Encyclopedia of Analytical Surfaces]. Moscow, Librokom Publ., 2010. 560 p.
14. Nitsyn A.Yu. [Construction of a Dot Skelton of a General Type Surface in the Given Boundary Conditions]. *Vestnik Natsional'nogo tekhnicheskogo universiteta Khar'kovskiy politekhnicheskiiy institut. Seriya "Informatika i modelirovaniye"* [Proceeding of the National Technical University "Kharkov Polytechnic Institute". Informatics and Modeling], 2007, no. 39, pp. 132–140. (in Russ.)
15. Tevlin A.M., Fazylov K.R. *Metody analiticheskogo zadaniya odnparametricheskogo mnozhestva sfer, kasayushchikhsya dvukh zadannykh poverkhnostey* [Methods for Analytical Definition of a One-Parameter Set of Spheres Touching Two Given Surfaces]. Moscow, MAI Publ., 1995. 23 p.
16. Fazylov K.R. *Osnovy konstruirovaniya tsiklicheskh poverkhnostey sopryazheniya i ikh primeneniye v reshenii tekhnicheskikh zadach. Avtoref. kand. diss.* [Method of Constructing Cyclic Surfaces and their Application for Solving Technical Problems. Abstract of cand. sci. diss.]. Moscow, 1996, 20 p.
17. Zhuravlev D.A., Marchenko O.D. [Aircraft Compartment Machine Design]. *Mashinnoye proyektirovaniye, uvyazka i vosproizvedeniye slozhnykh detaley v aviastroyenii* [Machine Design, Linking and Reproduction of Complex Parts in Aircraft Construction]. Irkutsk, 1977, vol. 5, pp. 142–157. (in Russ.)
18. Girn A.G. [Criteria for Choosing a Path Design Method]. *Avtomatizatsiya tekhnologicheskoy podgotovki proizvodstva na baze sistem avtomatizatsii proektirvaniya* [Automation of Technological Preparation of Production Based on Automation Systems for Shutting Down]. Omsk, 1980, vol. 5, pp. 97–101.
19. Chekalin A.A. *Modelirovaniye poverkhnostey slozhnoy formy na osnove integrodifferentsial'nykh splaynov. Avtoref. kand. diss.* [Modeling Complex Surfaces Based on Integro-Differential Splines. Abstract of cand. sci. diss.]. Moscow, 1998, 23 p.
20. Chekalin A.A., Zaytsev Yu.A. [Parameters for Controlling the Shape of the Dependent Sections of the Frame-Kinematic Surface]. *Informatsionnyye sredstva i tekhnologii: tr. XVIII mezhdunar. nauch.-tekhn. konf., g. Moskva, 19–21 okt. 2010 g.* [Information Means and Technologies: XVIII Intern. Scientific and Technical Conf.]. Moscow, 2010, vol. 3, pp. 118–123. (in Russ.)
21. Chekalin A.A., Reshetnikov M.K., Zaytsev Yu.A. [Modeling a Piecewise-Smooth Surface with a Two-Dimensional Spline of Various Degrees]. *Nauchno-metodicheskiye problemy graficheskoy podgotovki v tekhnicheskoy vuzе na sovremennom etape: materialy nauch.-metod. konf., posvyashch. 80-letiyu AGTU, g. Astrakhan', 15–17 sent. 2010 g.* [Scientific and Methodological Problems of Graphic Training in a Technical University at the Present Stage: Materials Scientific Method. Conf. Dedicated 80th Anniversary of AGTU]. Astrakhan', AGTU Publ., 2010, pp. 200–206. (in Russ.)

Received 15 December 2020

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Чекалин, А.А. Сопряжение каркасно-кинематических поверхностей сплайнами четвертой степени / А.А. Чекалин, М.К. Решетников, В.В. Шпилев // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». – 2021. – Т. 21, № 1. – С. 68–74. DOI: 10.14529/build210109

FOR CITATION

Chekalin A.A., Reshetnikov M.K., Shpilev V.V. Conjugation of Frame-kinematic Surfaces by Fourth Degree Splines. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Construction Engineering and Architecture*. 2021, vol. 21, no. 1, pp. 68–74. (in Russ.). DOI: 10.14529/build210109