

# Инженерная геометрия и компьютерная графика

УДК 621.9.04:004.94

DOI: 10.14529/build210207

## ВЛИЯНИЕ ФУНКЦИИ МОДИФИКАЦИИ ИСХОДНОГО ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ПРОФИЛЯ НА ФОРМУ ПРОИЗВОДЯЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ЗУБОРЕЗНОГО ИНСТРУМЕНТА

**С.А. Рязанов, М.К. Решетников**

*Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.,  
г. Саратов, Россия*

Показаны аналитические зависимости, которые являются результатом исследования и позволяют описать трехмерную геометрическую компьютерную кинематическую модель процесса формообразования прототипа зуборезного инструмента – «червячная фреза». Представленная компьютерная модель учитывает как геометрические характеристики проектируемого червячного зацепления, так и технологические особенности его изготовления. В статье показана равнозначность полученных аналитических зависимостей процесса формообразования компьютерной геометрической модели рабочей поверхности, описывающих производящие поверхности червячной фрезы, и эквивалентного ей реального зуборезного инструмента, что позволяет формировать его виртуальный цифровой эквивалент. Получение виртуального прототипа зуборезного инструмента позволяет снизить расходы на проектирование нового зубчатого зацепления. Получены аналитические зависимости для описания виртуального цифрового прототипа производящей поверхности зуборезного инструмента «червячная фреза» с возможностью внесения профильной модификации для улучшения контакта рабочих поверхностей цилиндрического червяка и червячного колеса. Применение преднамеренной профильной модификации дает возможность внесения в компьютерную модель зуборезного инструмента профильного отвода сечения его производящей поверхности от исходного прямолинейного профиля, что повлечет за собой модификацию формообразуемой рабочей поверхности полученного изделия и в итоге приведет к улучшению характеристик зоны контакта червячной зубчатой передачи. Применение цифрового прототипа модифицированной производящей поверхности позволяет получать виртуальное изделие, используемое в зубчатой передаче, и дает возможность исследовать работу червячной передачи в целом.

*Ключевые слова: червячная фреза, червячная передача, компьютерное моделирование, геометрическое моделирование, кинематическое моделирование, имитационное моделирование, взаимное пересечение поверхностей, зубообработка.*

### Введение

Пространственные винтовые зубчатые передачи, в частности червячные передачи с цилиндрическим червяком, широко применяются в большинстве современных машин и машиностроительных изделиях [1–3]. Цилиндрические червячные передачи широко используются в конструкциях различного металлообрабатывающего оборудования (нажимные механизмы прокатных станов, прессы и т. д.), в подъемно-транспортных машинах. Они находят широкое применение в приводах и кинематических цепях различного станочного оборудования [4, 5], т. е. там, где требуется высокая кинематическая точность (делительные устройства станков, механизмы наладки и т. д.)

В цилиндрической червячной передаче – цилиндрический червяк или его винтовая поверхность может быть получена различными технологическими способами, но как бы ни происходило

формообразование рабочих поверхностей элементов червяка, червячное колесо должно быть формообразовано зуборезным инструментом, производящая поверхность которого совпадает с боковой поверхностью витка сопрягаемого червяка [6, 7]. Вследствие этого рабочая поверхность зуба цилиндрического червячного колеса даже при неортогональном расположении осей вращения червячного колеса и сопрягаемого червяка будет являться огибающей однопараметрического семейства поверхностей, что и дает линейный контакт между рабочими поверхностями червяка и червячного колеса. Наличие линейного контакта позволяет передавать большую нагрузку от ведущего червяка на ведомое червячное колесо.

Для качественного изготовления червячного колеса необходимо выполнить проектирование и изготовление точного зуборезного инструмента – червячной фрезы [8, 9], формообразующая (рабо-

чая) поверхность которой должна быть эквивалентна рабочей поверхности цилиндрического червяка [10].

Одна из важнейших задач, которая встает при проектировании нового червячного зубчатого зацепления – это проблема заклинивания между контактирующими поверхностями цилиндрического червяка и цилиндрического червячного колеса. Исключение этой проблемы может быть достигнуто путем отвода профилей контактирующих поверхностей вдоль линии контакта внутрь контактируемых элементов червячного зацепления. А если учитывать, что на технические характеристики работы контактирующих поверхностей проектируемой червячной передачи влияют любые нарушения ее геометрических параметров, то главной задачей при изготовлении элементов червячного зацепления является точное определение наладочных параметров применяемого зубообрабатывающего оборудования, которое будет использоваться для формообразования червяка и червячного колеса.

В настоящее время происходит устаревание парка зубообрабатывающего оборудования, применяемого для изготовления элементов червячных передач, т. е. его физический износ, который влечет за собой неизбежное снижения точности кинематических цепей и как следствие снижение точности изготавливаемой продукции. Поэтому для сохранения и улучшения качества выпускаемых червячных передач на достаточно высоком уровне необходимо еще при расчете геометрических параметров червячного зацепления использовать преднамеренную модификацию контактирующих поверхностей, которая позволит уменьшить чувствительность элементов червячной передачи к погрешностям изготовления и их монтажа.

### Описание метода, применяемого для преднамеренной модификации сопряженных поверхностей

Возможность заклинивания червячной передачи приводит к необходимости использовать механизм отвода кромок, контактирующих поверхностей, червяка и червячного колеса от их точного профиля, который получается при использовании зуборезного инструмента с исходным прямолинейным профилем. Этот механизм называется отводом профиля, или преднамеренной модификацией рабочей поверхности, которая чаще всего выполняется внутрь контактирующего тела. На рис. 1 показаны рабочие поверхности зуборезного инструмента.

Теоретическая рабочая поверхность – это поверхность, которая получается при использовании для формообразования производящей поверхности зуборезного инструмента с исходным (прямолинейным) профилем, а технологическая рабочая поверхность (модифицированная) получается при использовании для формообразования модифицированного профиля производящей поверхности зуборезного инструмента.

Точка  $P$  на рис. 1 называется полюсом зацепления. Это точка, в которой теоретическая и технологические поверхности имеют общую касательную плоскость и в которой должно выполняться равенство:

$$i = i_{\text{теор}} = i_{\text{техн}},$$

где  $i$  – передаточное число червячной передачи;  $i_{\text{теор}}$  – теоретическое передаточное число (точной) боковой поверхности;  $i_{\text{техн}}$  – технологическое передаточное число (реальной) боковой поверхности.

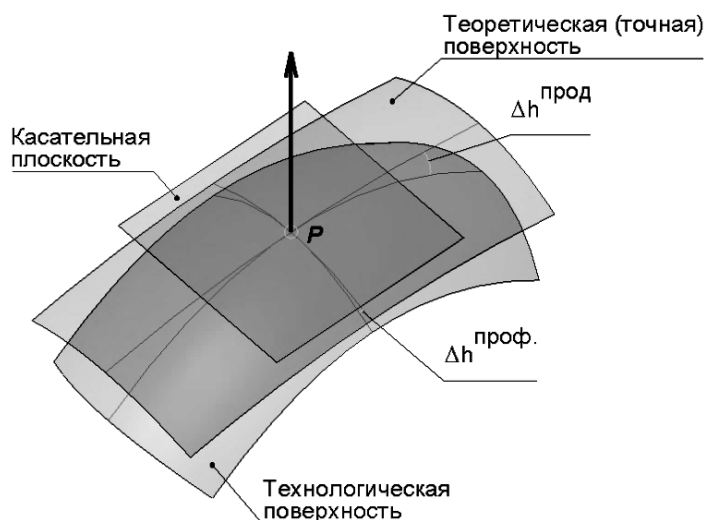


Рис. 1. Боковая производящая поверхность:  $\Delta h^{\text{прод}}$  и  $\Delta h^{\text{проф}}$  – величины продольного и профильного отклонения поверхностей

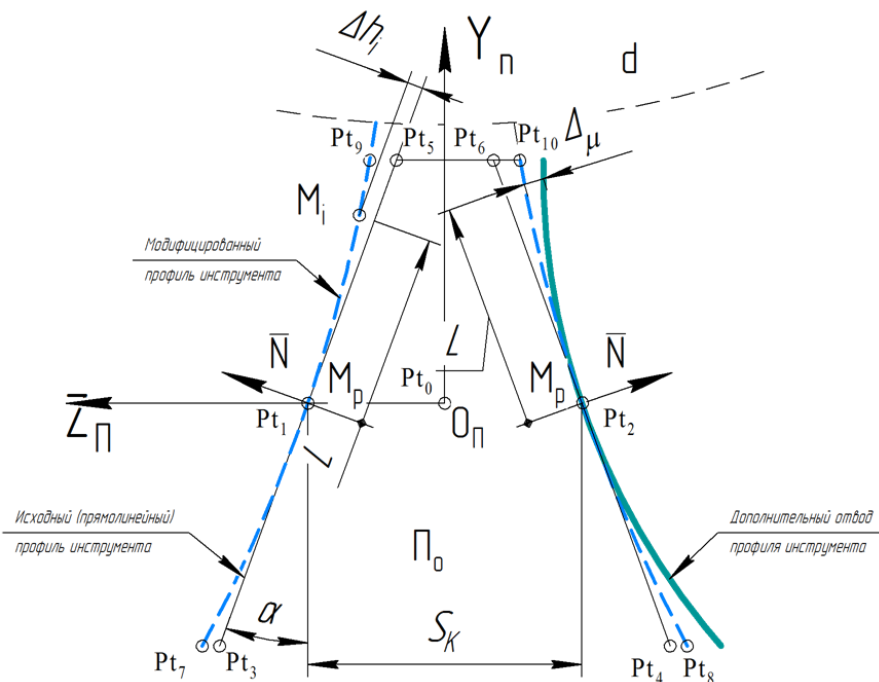


Рис. 2. Исходный осевой профиль обобщенной производящей поверхности

Для формообразования модифицированной производящей поверхности зуборезного инструмента необходимо выполнить преднамеренный отвод исходного (прямолинейного) профиля его рабочей поверхности [11], т. е. получить его модифицированный профиль производящей поверхности  $\Pi_0$  (рис. 2).

Модифицированный осевой профиль  $\Pi_0$  можно задать отводом  $\Delta\mu_i$  от исходного прямолинейного профиля производящей поверхности в направлении нормали  $\bar{N}$  в средней расчетной точке профиля  $M_p$ . Внесение преднамеренной профильной модификации рабочей поверхности зуборезного инструмента возможно как в табличной форме, так и аналитически в виде функции  $\Delta\mu_i = f(L)$ .

Рассмотрим формирование модифицированного осевого сечения рабочей поверхности зуборезного инструмента при помощи квадратичной функции [12–14]:

$$\Delta\mu = (\mu \cdot L^2) / 2, \tag{1}$$

где  $\Delta\mu$  – величина отвода от линейного осевого сечения в текущей точке линейного профиля;  $\mu$  – коэффициент, который позволяет влиять на кривизну модифицированного сечения производящей поверхности зуборезного инструмента;  $L$  – величина, которая задает шаг вдоль исходного сечения теоретической производящей поверхности зуборезного инструмента.

Для выполнения расчета координат точек, задающих модифицированный профиль зуборезного инструмента, необходимо определить длины левого и правого исходных профилей производящей поверхности (рис. 3).

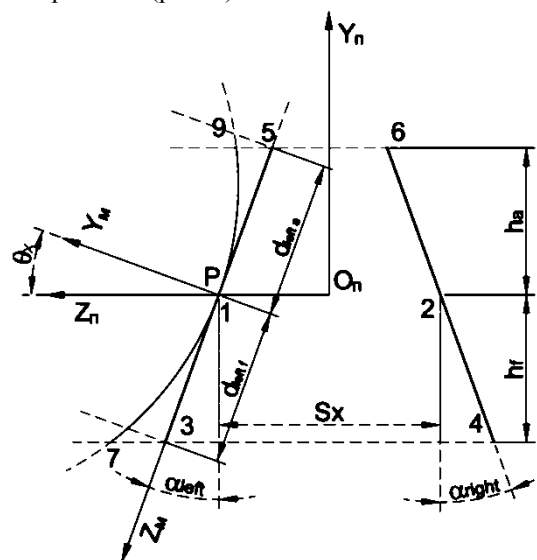


Рис. 3. Аналитическая модель модифицированного осевого сечения зуборезного инструмента

На рис. 3 точки 3 и 4 задают пересечение исходного теоретического профиля производящей поверхности зуборезного инструмента с воображаемой линией, которая задает величину расстояния  $h_f$  до впадины рабочей поверхности.

Величина  $h_f$  показывает расстояние до делительной окружности. Точки 5 и 6 задают высоту вершин рабочей поверхности на расстоянии  $h_a$  от делительной окружности. Точки 7 и 9 задают пересечение модифицированного профиля производящей поверхности с воображаемой линией впадины и высотой рабочей поверхности соответственно.

Расстояние между точками 1 и 5, 1 и 3, 3 и 5 (рис. 3) в системе координат  $Y_M O_M Z_M$  модифицированного профиля производящей поверхности определяется по формулам:

$$dist_{1_5} = \sqrt{h_a^2 \cdot (t g^2(\alpha_{left}) + 1)} = \frac{h_a}{\cos(\alpha_{left})}, \quad (2)$$

$$dist_{1_3} = \sqrt{h_f^2 \cdot (t g^2(\alpha_{left}) + 1)} = \frac{h_f}{\cos(\alpha_{left})}. \quad (3)$$

Следовательно, полное расстояние (4) между точкой 3 (выражение (2)) и точкой 5 (выражение (3)) рассчитывается по формуле:

$$dist_{3_5} = \sqrt{h_f^2 \cdot (t g^2(\alpha_{left}) + 1)} + \sqrt{h_a^2 \cdot (t g^2(\alpha_{left}) + 1)} = \frac{h_f}{\cos(\alpha_{left})} + \frac{h_a}{\cos(\alpha_{left})}. \quad (4)$$

Аналогично вычисляются расстояния между точками 2 и 4 (выражение (5)), 2 и 6 (выражение (6)):

$$dist_{2_4} = \sqrt{h_f^2 \cdot (t g^2(\alpha_{right}) + 1)} = \frac{h_f}{\cos(\alpha_{right})}, \quad (5)$$

$$dist_{2_6} = \sqrt{h_a^2 \cdot (t g^2(\alpha_{right}) + 1)} = \frac{h_a}{\cos(\alpha_{right})}. \quad (6)$$

Следовательно, полное расстояние между точками 4 и 6 рассчитывается по формуле:

$$dist_{4_6} = \sqrt{h_f^2 \cdot (t g^2(\alpha_{right}) + 1)} + \sqrt{h_a^2 \cdot (t g^2(\alpha_{right}) + 1)} = \frac{h_f}{\cos(\alpha_{right})} + \frac{h_a}{\cos(\alpha_{right})},$$

где  $h_a$  и  $h_f$  – высота головки и ножки исходного профиля производящей поверхности зуборезного инструмента соответственно.

Для вычисления координат крайних точек модифицированного осевого сечения производящей поверхности зуборезного инструмента необходимо получить уравнения прямых, которые проходят через точки 3-7 и 5-9 для левого и точки 4-8 и 6-10 правого модифицированных профилей производящей поверхности в системе координат для левого и правого профиля соответственно (рис. 3).

Эти уравнения будут выглядеть следующим образом:

$$y_{left_{37}}^M = \frac{\cos(\alpha_{left})}{\sin(\alpha_{left})} \cdot z^M - \frac{h_f}{\sin(\alpha_{left})}, \quad (7)$$

$$y_{left_{59}}^M = -\frac{\cos(\alpha_{left})}{\sin(\alpha_{left})} \cdot z^M + \frac{h_a}{\sin(\alpha_{left})}, \quad (8)$$

$$y_{right_{48}}^M = \frac{\cos(\alpha_{right})}{\sin(\alpha_{right})} \cdot z^M - \frac{h_f}{\sin(\alpha_{right})}, \quad (9)$$

$$y_{right_{6_{10}}}^M = -\frac{\cos(\alpha_{right})}{\sin(\alpha_{right})} \cdot z^M + \frac{h_a}{\sin(\alpha_{right})}. \quad (10)$$

Совместно решая каждое из уравнений (7)–(10) и уравнение (1), которое задает функцию преднамеренной модификации исходного прямолинейного сечения рабочей поверхности зуборезного инструмента, можно определить координаты крайних точек 7–10 модифицированного профиля производящей поверхности в системе координат модифицированного профиля  $Y_M O_M Z_M$ :

$$y_7^M = -\frac{1}{2} \cdot \frac{-\cos(\alpha_{left}) + \sqrt{\cos^2(\alpha_{left}) - 4 \cdot \sin(\alpha_{left}) \cdot \mu \cdot h_f}}{\sin(\alpha_{left}) \cdot \mu}; \quad (11)$$

$$y_9^M = \frac{1}{2} \cdot \frac{-\cos(\alpha_{left}) + \sqrt{\cos^2(\alpha_{left}) + 4 \cdot \sin(\alpha_{left}) \cdot \mu \cdot h_a}}{\sin(\alpha_{left}) \cdot \mu}; \quad (12)$$

$$y_8^M = \frac{1}{2} \cdot \frac{\cos(\alpha_{right}) - \sqrt{\cos^2(\alpha_{right}) - 4 \cdot \sin(\alpha_{right}) \cdot \mu \cdot h_f}}{\sin(\alpha_{right}) \cdot \mu}; \quad (13)$$

$$y_{10}^M = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\cos(\alpha_{right}) - \sqrt{\cos^2(\alpha_{right}) + 4 \cdot \sin(\alpha_{right}) \cdot \mu \cdot h_a}}{\sin(\alpha_{right}) \cdot \mu}. \quad (14)$$

Уравнения (11)–(14) позволяют определить координаты крайних точек 7, 9, 8 и 10 для модифицированного профиля производящей поверхности, заданного уравнением в квадратичной форме (1).

Аналогично выполним внесение преднамеренного отвода рабочей поверхности зуборезного инструмента при помощи уравнения окружности, которое зададим в виде выражения:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2, \quad (15)$$

где  $x$  и  $y$  – координаты точки, которая принадлежит модифицированному производящему профилю зуборезного инструмента;  $a$  и  $b$  – координаты центра окружности;  $r$  – радиус окружности.

Для вычисления координат точек модифицированного профиля производящей поверхности зуборезного инструмента запишем уравнение окружности (15) в виде функции  $y(x)$ :

$$y(x) = b - \sqrt{-a^2 + 2ax + r^2 - x^2}. \quad (16)$$

Решая совместно каждое из уравнений (7)–(10) и уравнение (16), определим выражения, которые задают координаты крайних точек 7–10 модифицированного профиля производящей поверхности в подвижной системе координат:

$$y_7^M = -\frac{\sqrt{-b^2 + r^2} \cdot \sin(\alpha_{left}) - a \cdot \sin(\alpha_{left}) - h_f}{\cos(\alpha_{left})}; \quad (17)$$

$$y_9^M = -\frac{\sqrt{-b^2 + r^2} \cdot \sin(\alpha_{left}) + a \cdot \sin(\alpha_{left}) - h_a}{\cos(\alpha_{left})}; \quad (18)$$

$$y_8^M = -\frac{\sqrt{-b^2 + r^2} \cdot \sin(\alpha_{right}) - a \cdot \sin(\alpha_{right}) - h_f}{\cos(\alpha_{right})}; \quad (19)$$

$$y_{10}^M = -\frac{\sqrt{-b^2 + r^2} \cdot \sin(\alpha_{right}) + a \cdot \sin(\alpha_{right}) - h_a}{\cos(\alpha_{right})}. \quad (20)$$

Матричное выражение для перехода от системы координат левого профиля производящей поверхности  $Y_M O_M Z_M$  в систему координат  $S_{oII}$  ( $O_{II} x_{II} y_{II} z_{II}$ ) записывается в виде:

$$M_{M\_left} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_x) & -\sin(\theta_x) & 0 \\ 0 & \sin(\theta_x) & \cos(\theta_x) & \Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad (21)$$

где  $\theta_x$  – угол поворота неподвижной системы координат, в которой выполняется расчет координат точек принадлежащих левому модифицированному профилю производящей поверхности;  $\Delta z$  – смещение системы координат модифицированного профиля,  $\Delta z = s/2$ .

Координаты точек, принадлежащих сечению производящей поверхности зуборезного инструмента, зададим в виде матричного выражения:

$$\bar{R}_M^{(SoII)} = [x_M \quad y_M \quad z_M \quad 1]^T, \quad (22)$$

где  $x_M$ ,  $y_M$ ,  $z_M$  – координаты точки сечения в системе координат модифицированного профиля  $Y_M O_M Z_M$  по каждой из осей;

Для получения уравнений в координатной форме выполним умножение матриц (21) и (22):

$$\begin{cases} R_{MX}^{(Su)} = x_m; \\ R_{MY}^{(Su)} = y_m \cdot \cos(\theta_x) - z_m \cdot \sin(\theta_x); \\ R_{MZ}^{(Su)} = y_m \cdot \sin(\theta_x) + z_m \cdot \cos(\theta_x) + \Delta z. \end{cases} \quad (23)$$

Подставляя в систему уравнений (23) уравнение (1), получаем систему уравнений для модифицированной левой производящей поверхности зуборезного инструмента при помощи уравнения параболы:

$$\begin{cases} R_{mX}^{(Su)} = 0; \\ R_{mY}^{(Su)} = \mu \cdot z^2 \cdot \cos(\theta_x) - z \cdot \sin(\theta_x); \\ R_{mY}^{(Su)} = \mu \cdot z^2 \cdot \sin(\theta_x) + z \cos(\theta_x) + \Delta z. \end{cases} \quad (24)$$

Подставив в систему уравнений (23) уравнение (16), получаем систему уравнений для модифицированной левой производящей поверхности зуборезного инструмента при помощи уравнения окружности:

$$\begin{cases} R_{mX}^{(Su)} = 0; \\ R_{mY}^{(Su)} = \cos(\theta_x) \cdot \left( a + \sqrt{-b^2 + r^2} \right) - z \cdot \sin(\theta_x); \\ R_{mY}^{(Su)} = \sin(\theta_x) \cdot \left( a + \sqrt{-b^2 + r^2} \right) + z \cos(\theta_x) + \Delta z. \end{cases} \quad (25)$$

Аналогично, можно получить матрицу для перехода от системы координат правого модифицированного профиля производящей поверхности в систему координат  $S_{оп} (O_{пп}x_{пп}y_{пп}z_{пп})$ :

$$M_{m\_right} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_x) & \sin(\theta_x) & 0 \\ 0 & \sin(\theta_x) & -\cos(\theta_x) & -\Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Умножая матрицы (26) и (22), получаем матрицу преобразования координат для правого модифицированного профиля заданной квадратичной формой:

$$\begin{cases} R_{mX}^{(Su)} = x_m; \\ R_{mY}^{(Su)} = y_m \cdot \cos(\theta_x) + z_m \cdot \sin(\theta_x); \\ R_{mY}^{(Su)} = y_m \cdot \sin(\theta_x) - z_m \cdot \cos(\theta_x) - \Delta z. \end{cases} \quad (27)$$

Подставив в формулу (27) уравнение, модифицирующее профиль (1), получаем параметрическую форму модифицированной правой производящей поверхности:

$$\begin{cases} R_{mX}^{(Su)} = x_m; \\ R_{mY}^{(Su)} = \mu \cdot z^2 \cdot \cos(\theta_x) + z \cdot \sin(\theta_x); \\ R_{mY}^{(Su)} = \mu \cdot z^2 \cdot \sin(\theta_x) - z \cos(\theta_x) - \Delta z. \end{cases} \quad (28)$$

Выполнив расчеты координат точек модифицированного профиля зуборезного инструмента [15–17] по формулам (24) и (28), получаем осевое сечение модифицированной производящей поверхности (рис. 4) для левого и правого профилей производящей поверхности соответственно.

Подставив в формулу (27) уравнение (16), получаем параметрическую форму модифицированной правой производящей поверхности зуборезного инструмента:

$$\begin{cases} R_{mX}^{(Su)} = 0; \\ R_{mY}^{(Su)} = \cos(\theta_x) \cdot \left( a + \sqrt{-b^2 + r^2} \right) + z \cdot \sin(\theta_x); \\ R_{mY}^{(Su)} = \sin(\theta_x) \cdot \left( a + \sqrt{-b^2 + r^2} \right) - z \cdot \cos(\theta_x) - \Delta z. \end{cases} \quad (29)$$

## Основные результаты и их анализ

В табл. 1 показаны рассчитанные координаты точек осевого сечения модифицированной производящей поверхности зуборезного инструмента при помощи функции, описывающей параболу, (1), а в табл. 2, с помощью функции, описывающей окружность, (16).

Выполняя расчеты координат точек профиля при помощи системы уравнений (29), получаем осевое сечение модифицированной производящей поверхности (рис. 5) при помощи уравнения окружности.

Внесение профильной модификации рабочей поверхности зуборезного инструмента позволяет получить виртуальный эквивалент поверхности модифицированного зуборезного инструмента. Анализ кривизны рабочих поверхностей при помощи разных функций ее модификации (рис. 5), позволяющих выполнить модификацию исходного прямолинейного сечения производящей поверхности, показывает, что для симметричного относительно полюса зацепления отвода профиля от его прямолинейного сечения производящей поверхности можно использовать квадратичную зависимость, представленную выражением (1). Расчет координат точек отвода профиля от прямолинейного при помощи выражения (15) можно использовать в случаях, если требуется разный по величине отвод на ножке и головке производящей поверхности.

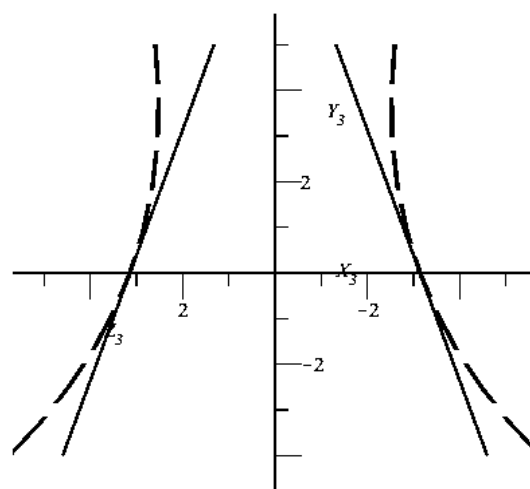


Рис. 4. Модифицированный осевой профиль обобщенной производящей поверхности

Таблица 1

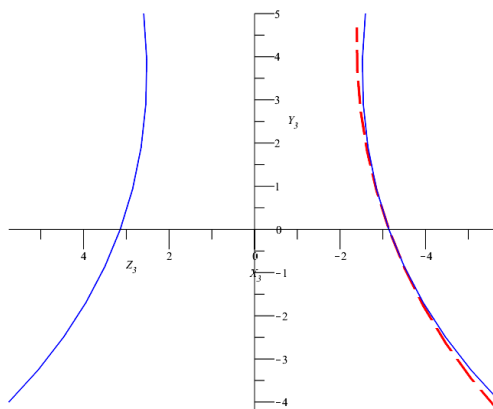
Координаты точек модифицированного осевого сечения производящей поверхности,  
полученной при помощи квадратичной функции

№ п/п	$Z_M$ , мм	$Y_M$ , мм	$Y_{II}$ , мм	$Z_{II}$ , мм
1	-4,886370042	1,193830610	4,999999988	2,592189489
2	-3,909096034	0,764051590	3,934669732	2,522576711
3	-2,931822025	0,429779019	2,902004605	2,542710639
4	-1,954548017	0,191012898	1,902004608	2,652591272
5	-0,9772740080	0,047753224	9346697386	2,852218611
6	0,0000000000	0,000000000	0,000000000	3,141592654
7	0,9300501734	0,043249666	-8591690281	3,500329939
8	1,860100347	0,172998665	-1,688753542	3,940350009
9	2,790150520	0,389246996	-2,488753542	4,461652863
10	3,720200694	0,691994660	-3,259169029	5,064238503
11	4,650250867	1,081241656	-4,000000000	5,748106926

Таблица 2

Координаты точек модифицированного осевого сечения производящей поверхности,  
полученной при помощи функции, описывающей окружность

№ п/п	$Z_M$ , мм	$Y_M$ , мм	$Y_{II}$ , мм	$Z_{II}$ , мм
1	-4,886370042	0,427725530	-4,445395125	-5,214760158
2	-3,909096034	0,272987630	-3,579981430	-4,735106700
3	-2,931822025	0,153227720	-2,702604556	-4,288321800
4	-1,954548017	0,067997900	-1,813417698	-3,873984571
5	-0,9772740080	0,016984050	-0,912528287	-3,491799836
6	0,0000000000	0,000000000	0,000000000	-3,141592654
7	0,9300501734	0,015381860	0,879222191	-2,837950981
8	1,860100347	0,061578050	1,768983503	-2,563265307
9	2,790150520	0,138741140	2,669336120	-2,317679000
10	3,720200694	0,247128280	3,580367991	-2,101433702
11	4,650250867	0,387105490	4,502204301	-1,914873360

Рис. 5. Влияние алгоритма модификации на отвод  
производящего контура рабочей поверхности  
зуборезного инструмента

### Заключение

Создание эффективных методов описания геометрических элементов машиностроительных изделий с привлечением современных средств компьютерного геометрического моделирования позволяет значительно сократить сроки и повысить точность их изготовления.

Внесение преднамеренного профильного отвода производящей поверхности от исходного прямолинейного профиля влечет за собой модификацию сопряженной рабочей поверхности полученного изделия, что в итоге приведет к улучшению рабочих характеристик в зоне контакта червячной передачи. Применение цифрового про-

тотипа модифицированной производящей поверхности позволяет выполнять получение виртуального изделия, используемого в зубчатой передаче.

### Литература

1. ГОСТ 18498–89. Передачи червячные. Термины, определения и обозначения. – М.: Изд-во стандартов, 1989. – 86 с.
2. ГОСТ 19036–81 Передачи червячные цилиндрические. Исходный червяк и исходный производящий червяк. – М.: Изд-во стандартов, 1981. – 4 с.
3. ГОСТ 19650–97 Передачи червячные цилиндрические. Расчет геометрических параметров. – М.: Стандартинформ, 2005. – 10 с.
4. Лаашнев, С.И. Расчет и конструирование металлорежущих инструментов с применением ЭВМ / С.И. Лаашнев. – М.: Машиностроение, 1975. – 392 с.
5. Лаашнев, С.И. Формообразование зубчатых деталей режущими и червячными инструментами / С.И. Лаашнев. – М.: Машиностроение, 1971. – 216 с.
6. Литвин, Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений / Ф.Л. Литвин. – М.: Наука, 1968. – 584 с.
7. Сандлер, А.И. Производство червячных передач / А.И. Сандлер, С.А. Лагутин, А.В. Верховский; под общ. ред. С.А. Лагутина. – М.: Машиностроение, 2008. – 272 с.
8. Волков, А.Э. Компьютерное моделирование процессов формообразования поверхностей резанием / А.Э. Волков // IV Международный конгресс:

Конструкторско-технологическая информатика 2000: в 2 т. – М.: СТАНКИН, 2000. – Т. 1. – С. 122–126.

9. Голованов, Н.Н. Геометрическое моделирование: учебник / Н.Н. Голованов. – М.: Изд-во Физико-математической литературы, 2002. – 472 с.
10. Wildhaber, E. A new look at wormgear hobbing / E. Wildhaber // American Machinist. – 1954, June 21. – P. 149–152.
11. Вейц, В.Л. Геометрия зацепления зубчатых передач / В.Л. Вейц, А.М. Волженская, Н.И. Колчин. – Л.: Машиностроение, 1978. – 136 с.
12. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / Д.В. Беклемишев. – М.: Высш. шк., 1998. – 320 с.
13. Ильин, В.А. Аналитическая геометрия: учебник для вузов / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – М.: Наука, 1999. – 224 с.
14. Мухелишвили, Н.И. Курс аналитической геометрии: учебник / Н.И. Мухелишвили. – М.: Высшая школа, 1967. – 655 с.
15. Дьяконов, В.П. Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании / В.П. Дьяконов. – М.: СОЛОН-Пресс, 2006. – 720 с.
16. Maple Programm Guide / L. Bernardi, P. Chin, P. DeMarco, K. Geddes. – Maplesoft, 1996–2014. – 664 p.
17. Maple user manual. Maplesoft, 1996–2014. – 540 p.

**Рязанов Сергей Анатольевич**, кандидат технических наук, доцент кафедры «Инженерная геометрия и основы САПР», Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А. (Саратов), despro@mail.ru

**Решетников Михаил Константинович**, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Инженерная геометрия и основы САПР», Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А. (Саратов), graphic@sstu.ru

Поступила в редакцию 25 января 2021 г.

DOI: 10.14529/build210207

## INFLUENCE OF THE FUNCTION OF MODIFICATION OF THE INITIAL LINE PROFILE ON THE SHAPE OF THE GENERATING SURFACE OF A GEAR CUTTING TOOL

S.A. Ryazanov, despro@mail.ru

M.K. Reshetnikov, graphic@sstu.ru

Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Saratov, Russian Federation

Analytical dependencies, which are the result of the research, are shown; they allow to describe a three-dimensional geometric computer kinematic model of the process of shaping a prototype of a gear cutting tool – a hob cutter. The presented computer model takes into account both the geometric characteristics of the worm gear being designed and the technological characteristics of its manufacturing. The article shows the equivalence of the obtained analytical dependencies of the process of shaping



a computer geometric model of the working surface, which describe the generating surfaces of a hob cutter and an equivalent real gear cutting tool, what makes it possible to form its virtual digital equivalent. Obtaining a virtual prototype of a gear cutting tool allows to reduce the cost of designing of a new worm gear. Analytical dependencies for describing a virtual digital prototype of the generating surface of a hob-cutter gear cutting tool are obtained, with the possibility of introducing a profile modification in order to improve the contact of the working surfaces of a cylindrical worm and a worm wheel. The use of a deliberate profile modification makes it possible to introduce into the computer model of a gear cutting tool a profile retraction of the section of its generating surface from the original rectilinear profile, which will entail a modification of the formed working surface of the resulting product and, as a result, will lead to an improvement in the characteristics of the contact zone of the worm gear. The use of a digital prototype of a modified generating surface allows to create a virtual product used in a gear train and makes it possible to study the operation of a worm gear as a whole.

*Keywords:* hob cutter, worm gear, computer modeling, geometric modeling, kinematic modeling, simulation modeling, mutual intersection of surfaces, gear processing.

### References

1. GOST 18498-89. *Peredachi chervyachnyye. Terminy, opredeleniya i oboznacheniya* [State Standard 18498-89. Worm Gear Pairs. Terms, Definitions and Symbols]. Moscow, Standartinform Publ., 1989. 86 p.
2. GOST 19036-81. *Peredachi chervyachnyye tsilindricheskiye. Iskhodnyy chervyak i iskhodnyy proizvodnyy chervyak* [State Standard 19036-81. Method of measurement. Worm-Gearing Cylindrical. The Original Worm and the Source Producing a Worm]. Moscow, Standartinform Publ., 1981. 4 p. (in Russ.)
3. GOST 19650-97 *Peredachi chervyachnyye tsilindricheskiye. Raschet geometricheskikh parametrov* [State Standard 19650-97. Worm-Gearing Cylindrical. The Calculation of Geometrical Parameters]. Moscow, Standartinform Publ., 2005. 10 p. (in Russ.)
4. Lashnev S. I. *Raschet i konstruirovaniye metallozhushchikh instrumentov s primeneniye EVM* [Calculation and Design of Metal-Cutting Tools Using Computers]. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1975. 392 p.
5. Lashnev S.I. *Formoobrazovaniye zubchatykh detaley reyechnymi i chervyachnymi instrumentami* [Shaping the Rack Gear Parts and Tools Worm] Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1971. 216 p.
6. Litvin F.L. *Teoriya zubchatykh zatseplenyi* [Theory of Gearing]. Moscow, Nauka Publ., 1968. 584 p.
7. Sandler A.I., Lagutin S.A. (Ed.), Verkhovskiy A.V. *Proizvodstvo chervyachnykh peredach* [Production of Worm Gears]. Moscow. Mashinostroyeniye Publ., 2008. 272 p.
8. Volkov A.E. [Computer Simulation of Forming Cutting Surfaces]. *IV Mezhdunarodnyy kongress: Konstruktorsko-tehnologicheskaya informatika 2000: v 2 t* [IV International Congress: Design and Technology Informatics]. Moscow, STANKIN Publ., 2000, vol. 1, pp. 122–126. (in Russ.)
9. Golovanov N.N. *Geometricheskoye modelirovaniye: uchebnik* [Geometric Modeling: Textbook]. Moscow, Fiziko-matematicheskoy literatury Publ., 2002. 472 p.
10. Wildhaber E. [A New Look at Wormgear Hobbing]. *American Machinist*, 1954, June 21, p. 149–152.
11. Veyts V.L., Volzhenskaya A.M., Kolchin N.I. *Geometriya zatsepleniya zubchatykh peredach* [Geometry of Gearing of Gears]. Leningrad, Mashinostroyeniye Publ., 1978. 136 p.
12. Beklemishev D.V. *Kurs analiticheskoy geometrii i lineynoy algebrы: uchebnik* [The Course of Analytic Geometry and Linear Algebra: a Textbook]. Moscow, Vysshaya Shkola Publ., 1998. 320 p.
13. Il'in V.A., Poznyak E.G. *Analiticheskaya geometriya: uchebnik dlya vuzov* [Analytical Geometry: a Textbook for Universities]. Moscow, Nauka Publ., 1999. 224 p.
14. Muskhelishvili N.I. *Kurs analiticheskoy geometrii: uchebnik* [The Course of Analytic Geometry: a Textbook]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1967. 655 p.
15. D'yakonov V.P. *Maple 9.5/10 v matematike, fizike i obrazovanii* [Maple 9.5 / 10 in Mathematics, Physics and Education]. Moscow, SOLON-Press Publ., 2006. 720 p.
16. Bernardi L., Chin P., DeMarco P., Geddes K. [Maple Programm Guide]. Maplesoft, 1996-2014, 664 p.
17. [Maple user manual]. Maplesoft, 1996–2014, 540 p.

Received 25 January 2021

### ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Рязанов, С.А. Влияние функции модификации исходного прямолинейного профиля на форму производящей поверхности зуборезного инструмента / С.А. Рязанов, М.К. Решетников // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». – 2021. – Т. 21, № 2. – С. 69–77. DOI: 10.14529/build210207

### FOR CITATION

Ryazanov S.A., Reshetnikov M.K. Influence of the Function of Modification of the Initial Line Profile on the Shape of the Generating Surface of a Gear Cutting Tool. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Construction Engineering and Architecture*. 2021, vol. 21, no. 2, pp. 69–77. (in Russ.). DOI: 10.14529/build210207