УДК 004.021 DOI: 10.14529/build210309

КИНЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГРУППОВОГО ПРЕСЛЕДОВАНИЯ ДЛЯ МНОЖЕСТВ ЦЕЛЕЙ МЕТОДОМ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО СБЛИЖЕНИЯ

А.А. Дубанов, А.Э. Севээн
Бурятский государственный университет им. Доржи Банзарова, г. Улан-Удэ, Россия

В данной работе приводится кинематическая модель группового преследования для множеств целей методом параллельного сближения. Модель основывается на том, что преследователи стараются придерживаться заранее спроектированных траекторий. Основным отличием предполагаемой модели является наложение ограничений на кривизну траекторий преследователей, что является характерным для объектов, не имеющих возможности изменять направление скорости мгновенно. Начальные направления скоростей преследователей имеют произвольный характер, что вносит изменения в известный метод параллельного сближения. В рассматриваемой геометрической модели цели достигаются преследователями одновременно. Это происходит из-за изменения длин прогнозируемых траекторий таким образом, чтобы синхронизировать время достижения цели. Изменение длин прогнозируемых траекторий происходит за счет увеличения радиуса кривизны на первоначальном участке траектории. Была разработана программа, в которой два преследователя с первоначальными произвольными направлениями скоростей начинают преследовать цель, движущуюся прямолинейно с постоянной скоростью, а также была написана программа преследования группой из трех преследователей группы из двух целей. Достижение целей происходит одновременно. Важным вопросом в представленной модели является распределение преследователей по целям. В тестовой программе распределение производилось вручную.

Ключевые слова: преследование, цель, преследователь, траектория, достижение, синхронизация.

Введение

Характерной особенностью метода параллельного сближения на плоскости [1–3] является то, что скорость преследователя P_i в некоторый момент времени направлена в точку на окружности Аполлония. На рис. 1 это точка K_i, а точка T_i – положение цели в данный момент времени.

Итерационная схема метода параллельного сближения представлена на рис. 1. Координаты преследователя P_i будут рассчитываться таким образом:

$$P_{i+1} = P_i + V_P \cdot \frac{P_i K_i}{|P_i K_i|} \cdot \Delta T, T_{i+1} =$$
$$= T_i + V_T \cdot \frac{T_i K_i}{|T_i K_i|} \cdot \Delta T,$$

где ΔT – дискретный временной промежуток.

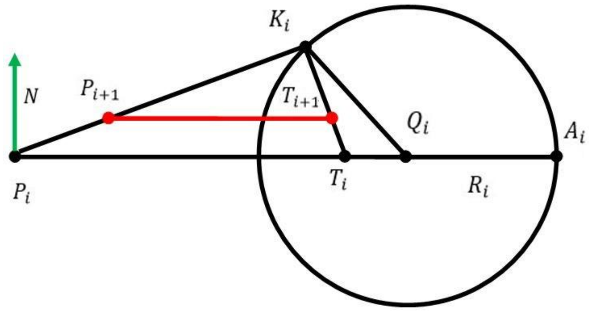

Рис. 1. Метод параллельного преследования

Радиус R_i и центр окружности Аполлония Q_i рассчитываются следующим образом:

$$R_i = \frac{V_T^2}{V_P^2 - V_T^2} \cdot |T_i - P_i|, Q_i =$$
$$= T_i + \frac{V_T^2}{V_P^2 - V_T^2} \cdot (T_i - P_i).$$

Координаты точки K_i являются решением системы уравнений относительно параметра t:

$$\begin{cases} (K_i - Q_i)^2 = R_i^2 \\ K_i = T_i + V_T \cdot \frac{T_{i+1} - T_i}{|T_{i+1} - T_i|} \cdot t \end{cases}.$$

1. Постановка задачи

Целью данной статьи является разработка математических моделей одновременного достижения группы преследователей группы целей на основе модифицированного метода параллельного сближения.

Из описания метода параллельного сближения видно, что начальная скорость преследователя не может иметь произвольного направления.

В данной статье хотим реализовать метод, близкий к методу параллельного сближения. На начальном этапе решения рассмотрим двух преследователей P_1, P_2, скорости которых V_1, V_2 направлены произвольно (рис. 2). Цель T движется прямолинейно и равномерно.

Радиус кривизны не может быть меньше определенной величины. Поэтому мы формируем однопараметрические множества составных линий, являющихся аналогом линии визирования (P_iT_i) (см. рис. 1). В данном случае это будут составные линии, соединяющие точки P_1, P_2 с точкой T (см. рис. 2), состоящие из сегмента дуги и прямолинейного отрезка.

Если мы добавим еще одну цель и еще одного преследователя (рис. 3), то в этом случае эталоном выбирается преследователь, имеющий наибольшее время достижения своей цели при предварительном расчете.

На рис. 3 видно, как преследователи P_1, P_2 преследуют цель T_1, а преследователь P_3 преследует цель T_2. Нами написана тестовая программа, где преследователи P_2 и P_3 изменяют радиус кривизны прогнозируемых траекторий, подстраиваясь под время достижения преследователем P_1 цели T_1.

2. Метод решения

Для решения поставленной задачи мы должны смоделировать для каждого из преследователей составную кривую (рис. 4).

Так как в нашей модели существуют ограничения на кривизну траектории, то наш преследователь P в прогнозируемой траектории (см. рис. 4) пройдет по дуге $\widetilde{PP_t}$, потом выйдет на прямолинейный участок $[P_tT]$ до цели T.

Радиус кривизны r окружности (C, r) в нашей модели считается заданным и может изменяться только в сторону увеличения.

Центр C окружности (C, r) удовлетворяет системе уравнений:

$$|C - P| = r$$
$$V \cdot (C - P) = 0^{\cdot}$$

В локальной системе координат (H_1, H_2) с центром в точке C уравнение дуги $\widetilde{PP_t}$ будет

$$L_{circle}(\alpha)^* = r \cdot \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \\ sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \end{bmatrix},$$

где α принимает значения от 0 до $\arccos\left(\frac{(P-C)\cdot(P_t-C)}{|P-C|\cdot|P_t-C|}\right)$.

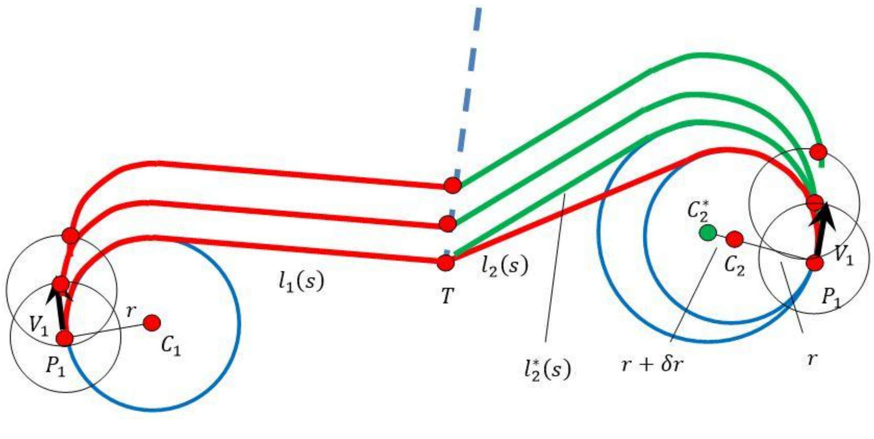

Рис. 2. Преследование одной цели двумя преследователями

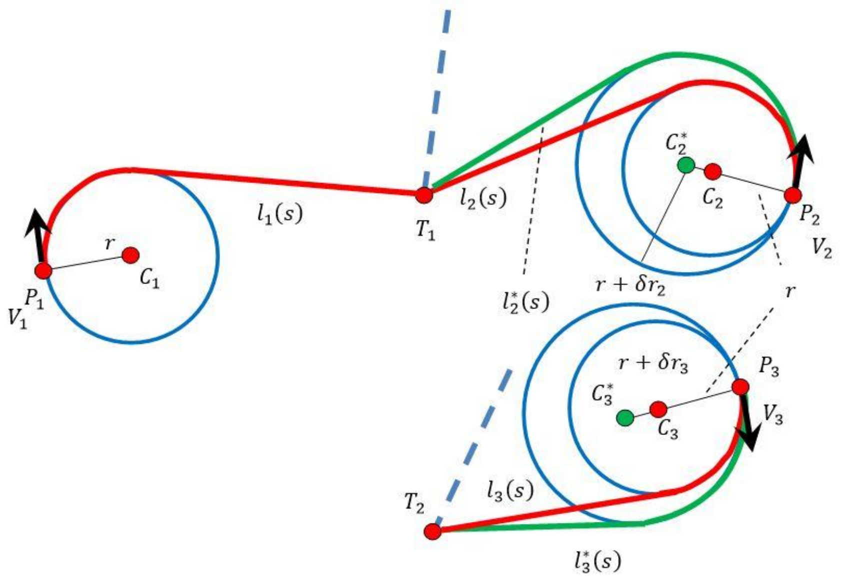

Рис. 3. Групповое преследование группы целей

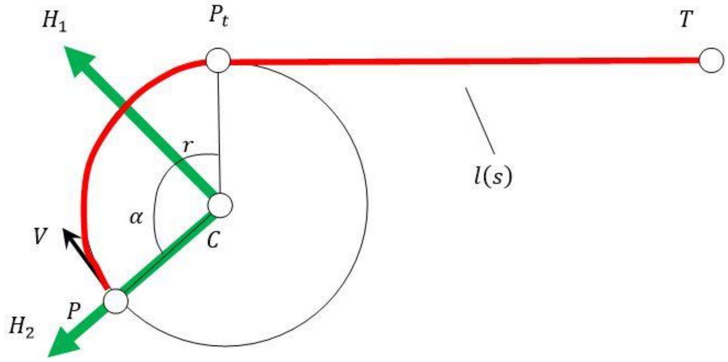

Рис. 4. Моделирование множества параллельных линий

Базисные векторы (H_1, H_2) равны:

$$H_1 = \frac{V}{|V|}, H_2 = \frac{P - C}{|P - C|}.$$

Перевод в мировую систему координат линии $L_{circle}\,(\alpha)$ будет таким:

$$L_{circle}\,(\alpha) = \begin{bmatrix} L_{circle}\,(\alpha)^* \cdot E_1^* \\ L_{circle}\,(\alpha)^* \cdot E_2^* \end{bmatrix} + C,$$

$$E_1^* = \begin{bmatrix} E_1 \cdot H_1 \\ E_1 \cdot H_2 \end{bmatrix}, E_2^* = \begin{bmatrix} E_2 \cdot H_1 \\ E_2 \cdot H_2 \end{bmatrix},$$

E_1, E_2 – базисные векторы МСК.

Уравнение для прямолинейного участка $[P_t T]$ представим в виде

$$L_{line}\,(\varepsilon) = (1 - \varepsilon) \cdot P_t + \varepsilon \cdot T.$$

Полученные сегменты линий $L_{circle}\,(\alpha)$ и $L_{line}\,(\varepsilon)$ необходимо объединить в одну составную линию и выполнить параметризацию от длины дуги.

В тестовой программе, написанной по материалам статьи, мы получили объединенные массивы координат $\{X_i, Y_i\}, i \in 0..N$ нашей составной кривой. Введем формальный параметр τ, который непрерывно пробегает значения от 0 до N. После процедуры кубической сплайн-интерполяции получим непрерывные координатные функции $X(\tau)$ и $Y(\tau)$ от параметра τ.

Из уравнения для полного дифференциала длины дуги $ds^2 = dX^2 + dY^2$ мы получим дифференциальное уравнение первого порядка для дальнейшей передачи во встроенные решатели задачи Коши:

$$D(\tau, s) = \frac{d\tau}{ds} = \frac{1}{\sqrt{\frac{dX}{d\tau}^2 + \frac{dY}{d\tau}^2}}, \tau(0) = 0.$$

Таким образом, нами получены зависимости $X(s)$ и $Y(s)$ от параметра длины дуги. Если параметр длины удовлетворяет соотношению $s = V \cdot t$, где t – это реальное время, то мы получим зависимости $X(t)$ и $Y(t)$, которые являются координатными функциями базовой линии $l(t)$.

Составную линию, которая соединяет преследователя и цель, в момент начала преследования назовем базовой линией.

Для того чтобы выделить линию, соответствующую положению цели $T(t)$, необходимо к базовому уравнению линии $l(t)$ прибавить вектор $T(t) - T(0)$ (см. рис. 2).

Пусть наш преследователь P имеет модуль скорости V_P. В нашей задаче в момент t_i рассчитаны координаты точек преследователя P_i и цели T_i, а также рассчитано уравнение линии прогнозируемого движения $l_i(s)$.

В момент времени t_{i+1} находим координаты цели T_{i+1}. Тогда линия параллельного сдвига $l_{i+1}(s)$ вычисляется так:

$$l_{i+1}(s) = l_i(s) + (T_{i+1} - T_i).$$

Точка следующего шага преследователя P_{i+1} есть точка пересечения линии $l_{i+1}(s)$ и окружности радиуса $V_P \cdot (t_{i+1} - t_i)$ с центром в точке P_i (рис. 5).

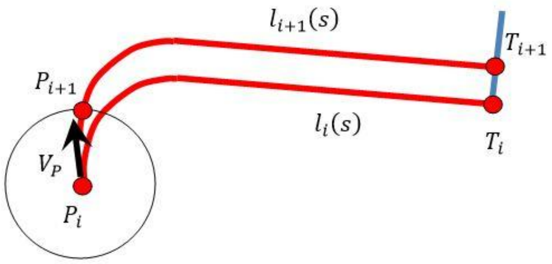

Рис. 5. Расчет следующего шага преследователя

В тестовой программе рассчитываются сначала ориентировочные промежутки времени достижения преследователями своих целей, потом выбирается наибольший в качестве эталонного. Затем в цикле делаются малые приращения радиуса допустимой кривизны базовых траекторий δr (см. рис. 2, 3) до тех пор, пока не произойдет выравнивание значений временных промежутков.

По материалам статьи разработана тестовая программа [4], в которой два преследователя с первоначальными произвольными направлениями скоростей начинают преследовать цель, движущуюся прямолинейно с постоянной скоростью.

На рис. 6 представлен первый кадр работы программы. Он дополнен ссылкой на анимированное изображение [5].

Отметим, что с текстом программы можно ознакомиться на сайте автора [6]. В своей работе мы опирались на результаты, полученные в работах [7–10]. Также были приняты во внимание работы [11–14].

Авторами была написана программа преследования группой из трех преследователей группы из двух целей. Достижение целей происходит одновременно.

На рис. 7 представлен первый кадр анимированного изображения [15] модели одновременного достижения цели. На ресурсе [16] размещено анимированное изображение, где показан итерационный процесс преследования без прогнозируемых линий движения траекторий преследователей.

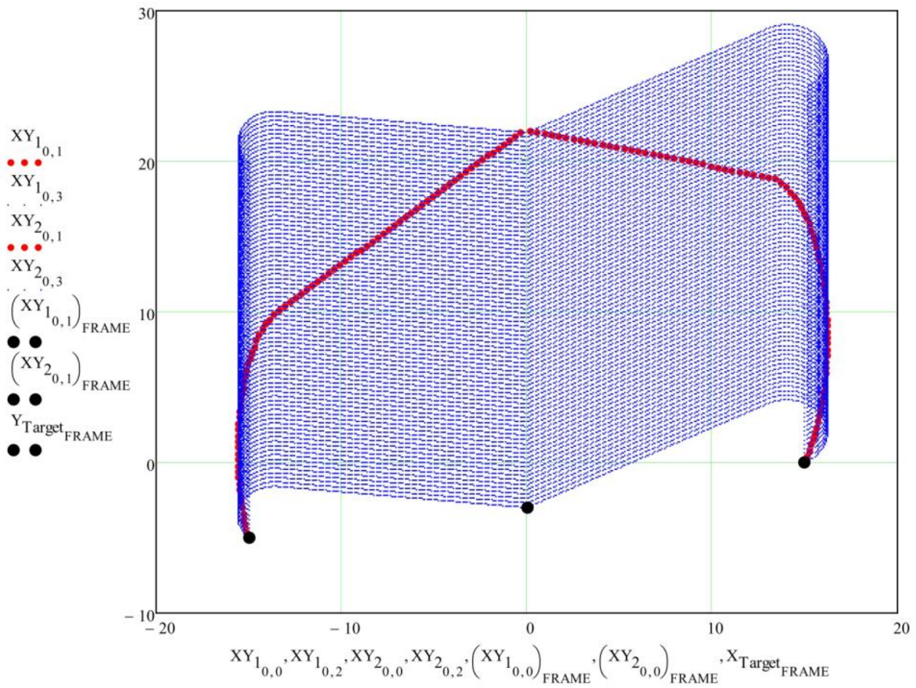

Рис. 6. Преследование одной цели двумя преследователями

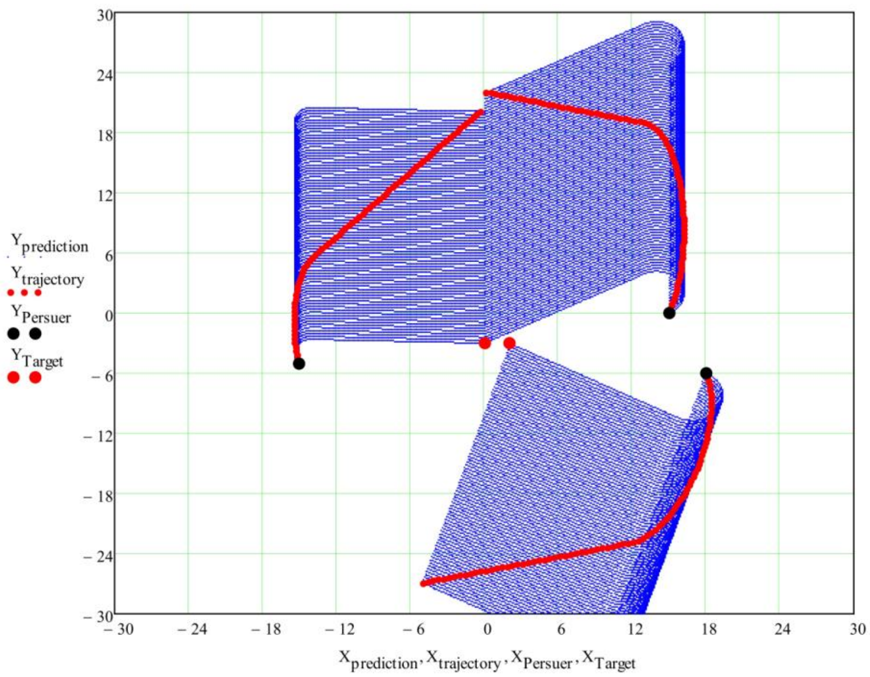

Рис. 7. Преследование двух целей группой из трех преследователей

3. Научная новизна

Изложенная в статье математическая модель задачи преследования предполагает, что траектории преследователей в определенный момент времени рассчитываются так, как будто цели движутся прямолинейно и равномерно. Но ничего не мешает нам сделать расчеты прогнозируемых траекторий для иных направлений движения целей, с иными скоростями.

Основным в предлагаемой модели является наложение ограничений на кривизну траекторий преследователей, что характерно для объектов, не имеющих возможности изменять направление скорости мгновенно.

Выводы

Важным вопросом в представленной модели является распределение преследователей по целям. В тестовой программе распределение производилось вручную. Хотелось бы иметь автоматизированное распределение по целям, без участия оператора. Основным в разработанной модели является расчет и модификация базовых линий для синхронизации с максимальным временем достижения одного из преследователей своей цели.

Были разработаны алгоритмы достижения группы целей группой преследователей одновременно.

Если получится произвести моделирование процесса одновременного достижения целей, то мы сможем изменить модель, где достижение целей будет происходить по таймеру.

При создании и разработке алгоритмов были проанализированы и использованы при написании программ ресурсы [17–20].

Источник финансирования. Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке инновационного гранта Бурятского государственного университета в 2021 году «Управление четырехзвенным манипулятором по сигналам, полученным с нейроинтерфейса».

Научный руководитель А.А. Дубанов.

Литература

1. Айзекс, Р. Дифференциальные игры / Р. Айзекс. – М.: Мир, 1967. – 480 с.

2. Понтрягин, Л.С. Линейная дифференциальная игра убегания / Л.С. Понтрягин // Тр. МИАН СССР. – 1971. – Т. 112. – С. 30–63.

3. Красовский, Н.Н. Позиционные дифференциальные игры / Н.Н. Красовский, А.И. Субботин. – М.: Наука, 1974. – 456 с.

4. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020665641. Кинематическая модель метода параллельного сближения.

5. https://www.youtube.com/watch?v=aC4PuXTgVS0&feature=youtu.be. Раздел «Групповое преследование одиночной цели»

6. http://dubanov.exponenta.ru. Раздел «Групповое преследование с различными стратегиями одиночной цели»

7. Желнин, Ю.Н. Линеаризованная задача преследования и уклонения на плоскости / Ю.Н. Желнин // Ученые записки ЦАГИ. – 1977. – № 3. – Т. 8. – С. 88–98.

8. Бурдаков, С.В. Алгоритмы управлением движения мобильным роботом в задаче преследования / С.В. Бурдаков, П.А. Сизов // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Информатика. Телекоммуникации. Управление. – 2014. – № 6 (210). – С. 49–58.

9. Симакова, Э.Н. Об одной дифференциальной игре преследования / Э.Н. Симакова // Автоматика и телемеханика. – 1967. – № 2. – С. 5–14.

10. Алгоритм следования прогнозируемым траекториям в задаче преследования. – http://dubanov.exponenta.ru (дата обращения: 22.07.2019)

11. Вагин, Д.А. Задача преследования жестко скоординированных убегающих / Д.А. Вагин, Н.Н. Петров // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2001. – № 5. – С. 75–79.

12. Банников, А.С. Некоторые нестационарные задачи группового преследования / А.С. Банников // Известия Института математики и информатики УдГУ. – 2013. – Вып. 1 (41). – С. 3–46.

13. Банников, А.С. Нестационарная задача группового преследования / А.С. Банников // Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского. Лобачевские чтения-2006. Материалы Пятой молодежной научной школы-конференции / научные редакторы: А.М. Елизаров, С.Р. Насыров, В.В. Шурыгин (мл.). – 2006. – С. 26–28.

14. Изместьев, И.В. Задача преследования маломаневренных объектов с терминальным множеством в форме кольца / И.В. Изместьев, В.И. Ухоботов // Итоги науки и техники. Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры. – 2018. – Т. 148. – С. 25–31.

15. Результаты моделирования одновременного достижения двух целей тремя преследователями с визуализацией сети линий прогнозируемых траекторий. – https://www.youtube.com/watch?v=NNJDJOJT34I (дата обращения: 22.03.2021)

16. Результаты моделирования одновременного достижения двух целей тремя преследователями без визуализации сети линий прогнозируемых траекторий. – https://www.youtube.com/watch?v=tdbgoNoby3A (дата обращения: 23.03.2021).

17. Константинов, Р.В. О квазилинейной дифференциальной игре с простой динамикой при наличии фазового ограничения / Р.В. Константинов // Математические заметки. – 2001. – Т. 69, вып. 4. – С. 581–590.

18. Панкратова, Я.Б. Решение кооперативной дифференциальной игры группового преследования / Я.Б. Панкратова // Дискретный анализ и исследование операций. – 2010. – Т. 17, № 2. – С. 57–78.

19. Петросян, Л.А. Теория Игр / Л.А. Петросян, Н.А. Зенкевич, Е.В. Шевкопляс. – Изд-во «БХВ-Петербург», 2012. – 424 с.

20. Петросян, Л.А. Преследование на плоскости / Л.А. Петросян, Б.Б. Рихсиев. Изд-во «Наука», 1991. – 94 с.

Дубанов Александр Анатольевич, кандидат технических наук, доцент кафедры геометрии и методики преподавания математики Института математики и информатики, Бурятский государственный университет им. Доржи Банзарова (Улан-Удэ), alandubanov@mail.ru

Севээн Ай-Кыс Эрес-ооловна, магистрант 2-го курса Института математики и информатики, Бурятский государственный университет им. Доржи Банзарова (Улан-Удэ), aikys.seveen@mail.ru

Поступила в редакцию 13 апреля 2021 г.

DOI: 10.14529/build210309

KINEMATIC MODEL OF GROUP PURSUIT FOR MULTIPLE TARGETS USING THE METHOD OF PARALLEL CONVERGENCE

A.A. Dubanov, *alandubanov@mail.ru*
A.E. Seveen, *aikys.seveen@mail.ru*
Banzarov Buryat State University, Ulan-Ude, Russian Federation

In this paper, a kinematic model of group pursuit for multiple targets using the method of parallel convergence is considered. The model is based on the fact that the pursuers try to adhere to pre-designed trajectories. The main difference of the proposed model is that the curvature of the trajectories of the pursuers is imposed with restrictions, which is typical for objects not having the ability to change the direction of speed instantly. The initial directions of the pursuers' speeds are arbitrary, what introduces changes to the well-known method of parallel convergence. In the considered geometric model, the targets are reached by the pursuers simultaneously. This is due to the change in the lengths of the predicted trajectories in such a way as to synchronize the time to reach the target. The change in the lengths of the predicted trajectories occurs due to an increase in the radius of the curvature in the initial segment of the trajectory. A program, in which two pursuers with initial arbitrary directions of speeds begin to pursue a target moving in a straight line at a constant speed, and also a program, where a group of three pursuers pursuit a group of two targets, have been developed. The targets are reached simultaneously. An important issue in the presented model is the distribution of pursuers as per targets. In the test program, the distribution was done manually.

Keywords: pursuit, target*, pursuer, trajectory, reaching, synchronization.*

References

1. Ayzeks R. *Differentsial'nyye igry* [Differential Games]. Moscow, Mir Publ., 1967. 480 p.
2. Pontryagin L.S. [Linear Differential Game of Evasion]. *Tr. MIAN SSSR* [Proceedings of the Mathematical Institute V.A. Steklov Academy of Sciences of the USSR.], 1971, vol. 112, pp. 30–63. (in Russ.)
3. Krasovskiy N.N., Subbotin A.I. *Pozitsionnyye differentsial'nyye igry* [Positional Differential Games]. Moscow, Nauka Publ., 1974. 456 p.
4. *Svidetel'stvo o gosudarstvennoy registratsii programmy dlya EVM no. 2020665641. Kinematicheskaya model' metoda parallel'nogo sblizheniya.* [Certificate of state registration of the computer program No. 2020665641. Kinematic model of the parallel approach method].
5. [Video, group pursuit of a single goal]. https://www.youtube.com/watch?v= aC4PuXTgVS0&feature=youtu.be
6. [Group pursuit with different strategies for a single goal]. http://dubanov.exponenta.ru
7. Zhelnin Yu.N. [Linearized Pursuit and Evasion Problem on a Plane]. *Uchenyye zapiski TsAGI* [Scientific Notes of TSAGI], 1977, no. 3, vol. 8, pp. 88–98. (in Russ.)
8. Burdakov S.V., Sizov P.A. [Algorithms for Motion Control by a Mobile Robot in the Pursuit Problem]. *Nauchno-tekhnicheskiye vedomosti Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo politekhnicheskogo universiteta. Informatika. Telekommunikatsii. Upravleniye* [Scientific and Technical Bulletin of the Saint Petersburg State Polytechnic University. Computer Science. Telecommunications. Management], 2014, no. 6 (210), pp. 49–58. (in Russ.)

9. Simakova E.N. [On one Differential Game of Pursuit]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automatics and Telemechanics], 1967, no. 2, pp. 5–14. (in Russ.)

10. *Algoritm sledovaniya prognoziruyemym trayektoriyam v zadache presledovaniya* [Algorithm for Following Predicted Trajectories in the Pursuit Problem]. Available at: http://dubanov.exponenta.ru (accessed 22.07.2019)

11. Vagin D.A., Petrov N.N. [The task of chasing rigidly coordinated escapees]. *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya* [Izvestiya RAS. Theory and control systems]. 2001, no. 5, pp. 75–79.

12. Bannikov A.C. [Some non-stationary problems of group pursuit, proceedings Of the Institute of mathematics and computer science of UdSU], *Izvestiya Instituta matematiki i informatiki UdGU* [Some non-stationary problems of group pursuit, proceedings Of the Institute of mathematics and computer science of UdSU]. 2013. Issue 1 (41), pp. 3–46.

13. Bannikov A.S. Non-Stationary task of group pursuit. *Trudy Matematicheskogo tsentra imeni N.I. Lobachevskogo* [Proceedings of the Lobachevsky Mathematical center]. Kazan: Publishing house of the Kazan mathematical society. 2006, vol. 34, pp. 26–28.

14. Izmest'yev I.V., Ukhobotov V.I. [The problem of chasing low-maneuverable objects with a terminal set in the form of a ring]. *Materialy mezhdunarodnoy konferentsii "Geometricheskiye metody v teorii upravleniya i matematicheskoy fizike: differentsial'nyye uravneniya, integriruyemost', kachestvennaya teoriya"* Ryazan', *15–18 sentyabrya 2016 g., Itogi nauki i tekhn. Ser. Sovrem. mat. i eye pril. Temat. obz.* [Proceedings of the international conference "Geometric methods in control theory and mathematical physics: differential equations, integrability, qualitative theory" Ryazan, September 15–18, 2016, Results of science and technology. Ser. Sovrem. Mat. and its ADJ. Temat. obz., 148, VINITI RAN, Moscow, 2018. pp. 25–31.

15. Rezul'taty modelirovaniya odnovremennogo dostizheniya dvukh tseley tremya presledovatelyami s vizualizatsiyey seti liniy prognoziruyemykh trayektoriy [Simulation results of simultaneous achievement of two goals by three pursuers with visualization of a network of lines of predicted trajectories]. URL: https://www.youtube.com/wat·sh?v=NNJDJOJT34I (accessed 22.03.2021)

16. *Rezul'taty modelirovaniya odnovremennogo dostizheniya dvukh tseley tremya presledovatelyami bez vizualizatsii seti liniy prognoziruyemykh trayektoriy* [The results of simulating the simultaneous achievement of two goals by three pursuers without visualizing a network of lines of predicted trajectories]. URL: https://www.youtube.com/wat·sh?v=tdbgoNoby3A (accessed 23.03.2021)

17. Konstantinov R.V. [On a quasi-linear differential game with simple dynamics in the presence of a phase constraint]. *Matematicheskiye zametki* [Mathematical notes]. 2001. Vol. 69, issue 4, pp. 581–590.

18. Pankratova Ya.B. [Solution of a cooperative differential game of group pursuit]. *Diskretnyy analiz i issledovaniye operatsiy* [Discrete analysis and operations research]. 2010, vol. 17, no. 2, pp. 57–78.

19. Petrosyan L.A., Zenkevich N.A., Shevkoplyas E.V. Teoriya Igr [Game Theory]. SPb., 2012. 424 p.

20. Petrosyan L.A., Rikhsiyev B.B. Presledovaniye na ploskosti [Pursuit on the plane]. Nauka Publ., 1991.

Received 13 April 2021

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Дубанов, А.А. Кинематическая модель группового преследования для множеств целей методом параллельного сближения / А.А. Дубанов, А.Э. Севээн // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». – 2021. – Т. 21, № 3. – С. 70–76. DOI: 10.14529/build210309

FOR CITATION

Dubanov A.A., Seveen A.E. Kinematic Model of Group Pursuit for Multiple Targets Using The Method of Parallel Convergence. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Construction Engineering and Architecture*. 2021, vol. 21, no. 3, pp. 70–76. (in Russ.). DOI: 10.14529/build210309