

# Инженерная геометрия и компьютерная графика. Цифровая поддержка жизненного цикла изделий

УДК 004.925.8: 004.942

DOI: 10.14529/build220406

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ МЕМБРАННОГО ПОКРЫТИЯ С ПОДКРЕПЛЯЮЩИМ ЭЛЕМЕНТОМ

**Е.В. Конопацкий<sup>1</sup>, В.А. Шпиньков<sup>2</sup>, А.А. Бездитный<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет, г. Нижний Новгород, Россия

<sup>2</sup> Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, г. Макеевка, Донецкая Народная Республика

<sup>3</sup> Севастопольский филиал РЭУ им. Г.В. Плеханова, г. Севастополь, Россия

В работе на примере моделирования напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек мембранных покрытий с подкрепляющим элементом рассмотрен подход к многомерной аппроксимации, прототипом которого послужил метод наименьших квадратов. Отличительной особенностью предложенного подхода является отсутствие необходимости составления и решения системы линейных алгебраических уравнений для определения полиномиальных коэффициентов аппроксимирующей функции. Вместо этого для минимизации суммы квадратичных отклонений между исходными данными и расчётными используются быстродействующие численные алгоритмы поиска экстремальных значений, реализованные в программном пакете MS Excel в виде функции «Поиск решения». В результате моделирования получаются уравнения, содержащие натуральные значения факторов. А в случае использования нелинейных координатных сеток или нормирования можно легко перейти к натуральным значениям факторов путём замены переменных. Из полученных результатов видно, что предложенный подход к аппроксимации многомерных экспериментальных данных является в достаточной степени гибким и эффективным инструментом, но вместе с тем обладает недостатками, присущими классическому методу наименьших квадратов в части возникновения незапланированных осцилляций между узловыми точками аппроксимации. Поэтому в работе приведен пример использования геометрической теории многомерной интерполяции для решения тех же задач моделирования, но с использованием геометрических интерполянтов. Как видно из результатов, в конкретном случае модели, полученные на основе геометрической теории многомерной интерполяции, наиболее точно отображают характер протекания процесса и потому являются более предпочтительными по отношению к моделям, полученным с помощью двумерной аппроксимации. Вместе с тем аппроксимационные модели получены в виде явных функций, а интерполяционные – в параметрическом виде.

*Ключевые слова: математическая модель, двумерная аппроксимация, двумерная интерполяция, геометрический интерполюнт, цилиндрическая оболочка, напряжённо-деформированное состояние, подкрепляющий элемент*

### Введение

На сегодняшний момент развитие строительства большепролетных мембранных покрытий остается актуальным в связи со значительным числом возводимых объектов спортивного, социально-культурного и общественного назначения [1–4]. Ввиду этого вопрос надежности проектируемых конструкций, а в особенности мембранно-

го покрытия, включающегося в совместную работу при поперечном изгибе с подкрепляющими элементами постели, остаётся актуальным. Проектируемые сегодня конструкции отличаются значительным разнообразием геометрии поверхности: плоские, положительной, отрицательной, нулевой гауссовой кривизны, первоначально плоские или с заданной стрелой провисания и т. п. Одной из осо-

бенностей работы таких конструкций является не в полной мере исследованный вопрос в части совместного взаимодействия тонкостенной мембранной оболочки и подкрепляющего элемента конструкции под действием поперечной нагрузки. Теоретические исследования и внедрение конструктивных решений для большепролетных мембранных конструкций изложены в работах [5–8].

С учётом исследований [9, 10] закономерности изменения напряжений, возникающие в тонкостенной мембране и подкрепляющем элементе жёсткости под действием поперечной нагрузки, определяются коэффициентами  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ , которые характеризуют степень влияния подкрепляющего элемента на его совместную работу с мембранной оболочкой. В результате были получены экспериментальные данные, представленные в [11]. При этом возникает задача анализа, оптимизации и обобщения полученных экспериментальных данных для последующей разработки методики расчёта напряжённо-деформированного состояния тонкостенных оболочек с различной кривизной поверхности.

**Постановка задачи.** Разработать математические модели для коэффициентов  $k_i = f_i(x_1, x_2)$ , характеризующих напряженно-деформированное состояние мембранных покрытий с различной кривизной поверхности, где  $x_1$  – функция жесткостных характеристик, а  $x_2$  – кривизна поверхности тонкостенной оболочки.

### Метод

Базовыми инструментами математического моделирования для обработки и анализа экспериментальных данных являются интерполяция и аппроксимация. При этом наибольшее распространение в инженерной практике получил аппроксимационный метод наименьших квадратов [12–14], который лежит в основе регрессионного анализа и заключается в минимизации суммы квадратичных отклонений между исходными данными и расчётными:

$$\sum_{i=1}^n (z_i - \hat{z}_i)^2 \rightarrow \min.$$

где  $z_i$  – исходные значения экспериментальных данных;  $\hat{z}_i$  – расчётные значения, полученные в результате аппроксимации.

В соответствии с методом наименьших квадратов минимизация целевой функции в виде суммы квадратов регрессионных остатков  $\sum_{i=1}^n (z_i - \hat{z}_i)^2$

происходит методами математического анализа. В общем случае задача минимизации решается методом математического анализа функции многих переменных, который подразумевает определение частных производных с последующим со-

ставлением и решением системы алгебраических уравнений. Однако, как следует из того же математического анализа, в случае с функцией многих переменных исследование на экстремумы (в нашем случае – минимум) необходимо проводить не только внутри, но и с учётом границ исследуемой области, что в значительной степени усложняет как математическое описание, так и программную реализацию такого решения. Исходя из этого в работе предлагается использовать быстродействующие численные алгоритмы поиска экстремальных значений, реализованные в программном пакете MS Excel в виде функции «Поиск решения», по аналогии с [15].

Традиционно критерием адекватности полученных моделей, свидетельствующих о степени их соответствия исходным экспериментальным данным, служит коэффициент детерминации  $R^2$ , который определяется следующей зависимостью:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (z_i - \hat{z}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2},$$

где  $\bar{z}$  – среднеарифметическое значение исходных экспериментальных данных.

Коэффициент детерминации  $R^2$  для модели принимает значения от 0 до 1. Считается, что чем ближе значение  $R^2$  к 1, тем сильнее зависимость, а при  $R^2 = 1$  достигается функциональная зависимость между аппроксимирующей функцией и исходными данными.

Тогда получается, что максимальное значение коэффициента детерминации  $R^2$  на интервале от 0 до 1 достигается при минимальных значениях суммы квадратов регрессионных остатков  $\sum_{i=1}^n (z_i - \hat{z}_i)^2$ . Исходя из вышеизложенного, предлагается в качестве целевой функции использовать непосредственно коэффициент детерминации  $R^2$ , но находить при этом его максимум с помощью функции «Поиск решения» на интервале значений от 0 до 1.

Для первых двух функций  $k_1 = f_1(x_1, x_2)$  и  $k_2 = f_2(x_1, x_2)$  используются исходные данные непосредственно из таблицы. Чтобы увеличить точность итоговой модели по отношению к исходным данным, применительно к факторам  $x_1$  и  $x_2$ , определяющих функцию  $k_3 = f_3(x_1, x_2)$ , было использовано нормирование, т. е. каждое отдельное значение было поделено на максимальное. В результате получим следующие значения факторов для построения модели  $k_3 = f_3(x_1, x_2)$  (см. таблицу).

Нормированные значения факторов для построения модели  $k_3 = f_3(x_1, x_2)$

$x_1$		$x_2$	
Натуральные значения фактора	Нормированные значения фактора	Натуральные значения фактора	Нормированные значения фактора
8,89	1,00	0	0
1,11	0,13	0,008	0,259
0,33	0,04	0,011	0,345
–	–	0,016	0,515
–	–	0,032	1

Обратное вычисление натуральных значений факторов осуществляется с помощью следующих формул:

$$x_1 = \frac{x_{1H}}{8,89}, \quad x_2 \approx \frac{x_{2H}}{0,032}, \quad (1)$$

где  $x_{1H}$  и  $x_{2H}$  – нормированные значения факторов  $x_1$  и  $x_2$ .

В результате проведения вычислительных экспериментов были подобраны следующие аппроксимирующие функции, обеспечивающие высокие значения коэффициента детерминации:

$$\begin{aligned} k_1 &= a_1 x_1^2 x_2 + b_1 x_1^2 + c_1 x_1 x_2 + d_1 x_1 + e_1 x_2 + f_1, \\ k_2 &= a_2 x_1^2 + b_2 x_1 x_2 + c_2 x_1 + d_2 x_2 + e_2, \\ k_3 &= a_3 x_{2H}^6 x_{1H} + b_3 x_{2H}^6 + c_3 x_{2H}^5 x_{1H} + d_3 x_{2H}^5 + e_3 x_{2H}^4 x_{1H} + f_3 x_{2H}^4 + \\ &+ g_3 x_{2H}^3 x_{1H} + h_3 x_{2H}^3 + i_3 x_{2H}^2 x_{1H} + j_3 x_{2H}^2 + k_3 x_{1H} x_{2H} + l_3 x_{2H} + m_3. \end{aligned} \quad (2)$$

Для реализации метода наименьших квадратов были использованы возможности табличного процессора MS Excel. При этом с помощью команды «Поиск решения» были найдены значения полиномиальных коэффициентов, обеспечивающие для каждой модели максимальные значения коэффициента детерминации на интервале от 0 до 1.

В результате получены следующие математические модели в виде полиномиальных зависимостей:

$$\begin{aligned} k_1 &= 2,55x_1^2 x_2 - 0,046x_1^2 + 3,057x_1 x_2 + 0,801x_1 + 2,925x_2 + 0,789; \\ k_2 &= 0,058x_1^2 - 0,009x_1 x_2 - 0,633x_1 + 0,02x_2 + 1,502; \\ k_3 &= 258,033x_{2H}^6 x_{1H} + 546,743x_{2H}^6 - 3,064x_{2H}^5 x_{1H} - 0,754x_{2H}^5 - \\ &- 260,239x_{2H}^4 x_{1H} - 543,407x_{2H}^4 - 258,591x_{2H}^3 x_{1H} - 551,504x_{2H}^3 + \\ &+ 340,309x_{2H}^2 x_{1H} + 686,824x_{2H}^2 - 74,744x_{1H} x_{2H} - 107,228x_{2H} + 6,672. \end{aligned}$$

Для всех трёх моделей коэффициенты детерминации варьируются в пределах  $R^2 = 0,997...0,999$ .

Поскольку общая дисперсия  $\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2$  является величиной постоянной, аналогичный результат можно получить, если минимизировать непосредственно сумму квадратов регрессионных остатков  $\sum_{i=1}^n (z_i - \hat{z}_i)^2$ . Однако в этом случае решение нужно искать на всём интервале значений, который для каждой отдельной функции будет различным. Поэтому предпочтительней использовать коэффициент детерминации  $R^2$ , значения которого всегда находятся в интервале от 0 до 1.

### Результаты и обсуждения

Полученные в результате моделирования коэффициенты детерминации говорят об очень высокой достоверности математических моделей. Однако чтобы убедиться в этом наглядно, выполним графическую визуализацию полученных моделей (рис. 1).

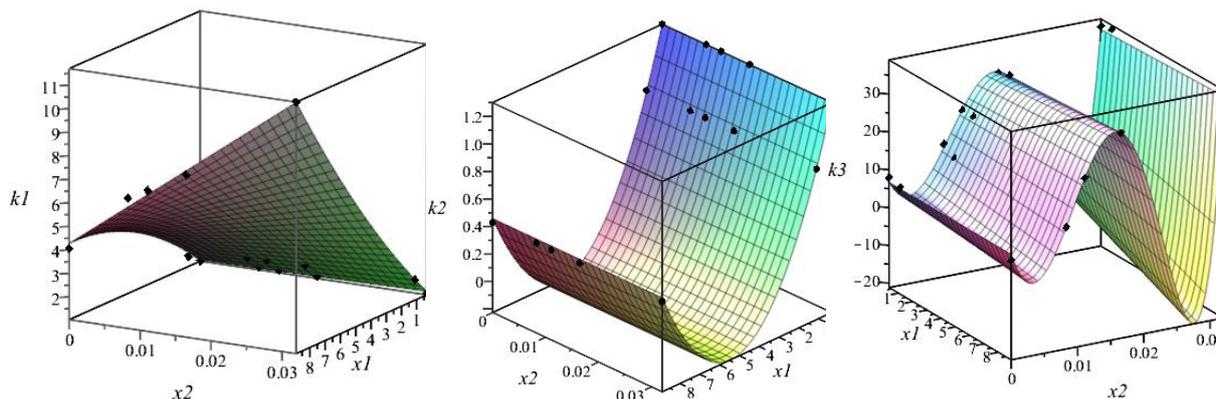


Рис. 1. Графическая визуализация математических моделей, полученных с помощью двумерной аппроксимации

Визуализация первой модели подтверждает достоверность модели по отношению к исходным данным. А вторая и третья модели, как видно из рис. 1, несмотря на высокие значения коэффициента детерминации, склонны к незапланированным осцилляциям, которые никак нельзя обосновать, исходя из условий протекания исследуемого процесса. В частности, коэффициенты  $k_2$  и  $k_3$  не могут быть отрицательными. Исходя из этого, для второй и третьей модели необходим поиск других решений.

Эту же задачу можно решить с использованием геометрической теории многомерной интерполяции [16–19], которая предусматривает использование геометрических интерполянтов для моделирования многофакторных процессов и явлений. Под геометрическим интерполянтом понимается геометрический

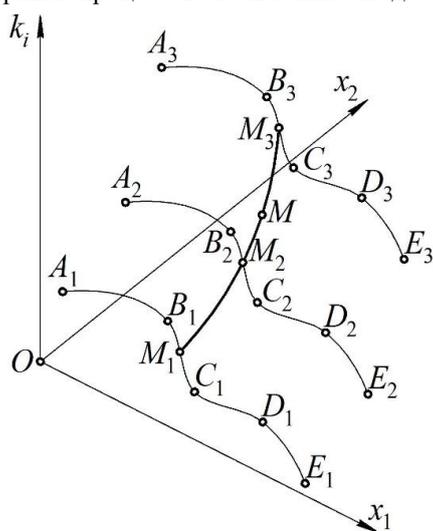


Рис. 2. Геометрическая схема моделирования напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек мембранных покрытий с помощью двумерной интерполяции

объект, проходящий через наперед заданные точки [20], координаты которых соответствуют исходным экспериментальным данным. Для построения геометрических интерполянтов необходимо разработать геометрическую схему и описать её аналитически с помощью дуг кривых, проходящих через наперед заданные точки. Аналитическое описание геометрических интерполянтов выполняется с помощью математического аппарата «Точечное исчисление» [21–23].

Геометрическая схема моделирования напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек мембранных покрытий с подкрепляющим элементом (рис. 2) представляет собой геометрический алгоритм построения поверхности отклика, проходящей через 15 наперед заданных точек. Он включает определение опорных линий  $\overline{A_1B_1C_1D_1E_1}$ ,  $\overline{A_2B_2C_2D_2E_2}$ ,  $\overline{A_3B_3C_3D_3E_3}$  и образующей линии  $\overline{M_1M_2M_3}$  геометрического интерполянта.

На основании геометрической схемы (см. рис. 2) разработан вычислительный алгоритм аналитического определения искомой поверхности отклика, который включает 3 однотипных точечных уравнения для определения каждой из направляющих линий:

$$M_j = A_j \left( \bar{u}^4 - \frac{13}{3} \bar{u}^3 u + \frac{13}{3} \bar{u}^2 u^2 - \bar{u} u^3 \right) + B_j \left( 16 \bar{u}^3 u - \frac{64}{3} \bar{u}^2 u^2 + \frac{16}{3} \bar{u} u^3 \right) + C_j \left( -12 \bar{u}^3 u + 40 \bar{u}^2 u^2 - 12 \bar{u} u^3 \right) + D_j \left( \frac{16}{3} \bar{u}^3 u - \frac{64}{3} \bar{u}^2 u^2 + 16 \bar{u} u^3 \right) + E_j \left( -\bar{u}^3 u + \frac{13}{3} \bar{u}^2 u^2 - \frac{13}{3} \bar{u} u^3 + u^4 \right),$$

где  $u$  – текущий параметр точечного уравнения, который изменяется от 0 до 1;  $\bar{u} = 1 - u$  – дополнение параметра  $u$  до 1;  $1 \leq j \leq 3$ .

Далее следует определение образующей линии поверхности отклика:

$$M = \bar{v}(\bar{v} - 0,15v)M_1 + 8,842v\bar{v}M_2 + v(v - 6,692\bar{v})M_3,$$

где  $v$  – текущий параметр точечного уравнения, который изменяется от 0 до 1;

$\bar{v} = 1 - v$  – дополнение параметра  $v$  до 1.

Обратим внимание, что разработанная геометрическая схема и полученный на её основе вычислительный алгоритм являются одинаковыми для всех трёх моделей  $k_1$ ,  $k_2$  и  $k_3$ , но с разными исходными данными. Это даёт возможность посредством покоординатного расчёта получить 3 отдельные модели, которые аналитически определяются с помощью 3 различных систем параметрических уравнений. Чтобы не перегружать статью, приведём систему параметрических уравнений только для первой модели:

$$\begin{cases} x_1 = 2,927v^2 - 11,492v + 8,894 \\ x_2 = -0,006u^4 + 0,096u^3 - 0,113u^2 + 0,056u \\ k_1 = (16,278v^2 - 16,492v - 1,067)u^4 + (-15,863v^2 - 9,31v + 28,373)u^3 + \\ + (1,267v^2 + 33,066v - 37,213)u^2 + (3,582v^2 - 20,109v + 17,547)u - \\ - 0,231v^2 - 2,799v + 4,06. \end{cases}$$

Выполним визуализацию геометрических моделей для сравнения интерполяционных моделей с аппроксимационными (рис. 3).

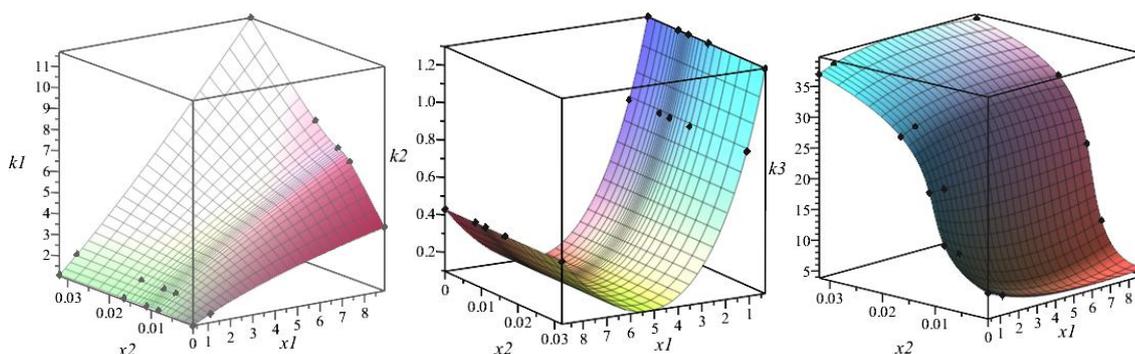


Рис. 3. Визуализация геометрических моделей, полученных с помощью двумерной интерполяции

Из рис. 3 видно, что в данном конкретном случае модели, полученные на основе геометрической теории многомерной интерполяции, наиболее точно отображают характер протекания процесса и потому являются более предпочтительными по отношению к моделям, полученным с помощью двумерной аппроксимации. Вместе с тем аппроксимационные модели получены в виде функций, заданных в явном виде, в то время как интерполяционные модели, полученные на основе точечных уравнений и вычислительных алгоритмов на их основе, представлены в параметрическом виде, что затрудняет их дальнейшее использование в инженерной практике.

### Выводы

Описанный в работе подход по реализации метода наименьших квадратов с помощью поиска решений в табличном процессоре MS Excel является в достаточной степени гибким и эффективным инструментом. Его преимуществами являются простота реализации, возможность использования натуральных значений факторов и возможность обобщения на многомерное пространство, что расширяет существующий инструментарий моделирования многофакторных процессов и явлений. Но также он обладает недостатками, присущими классическому методу наименьших квадратов в части возникновения незапланированных осцилляций между узловыми точками аппроксимации. Поэтому в работе для конкретных моделей реализована двумерная интерполяция на основе геометрической теории многомерной интерполяции, которая показала более качественные результаты не только по отношению к исходным данным, но и по отношению к характеру протекания процесса, что позволило избежать незапланированных осцилляций, которые были ярко выражены на аппроксимационных моделях напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек мембранных покрытий с подкрепляющим элементом.

## Литература

1. Муцанов, В.Ф. Мембранные системы большепролетных покрытий с конструктивным предварительным напряжением / В.Ф. Муцанов, А.Н. Оржеховский, Д.С. Коровкина // *Вестник Донбасской национальной академии строительства и архитектуры*. – 2019. – № 4(138). – С. 38–43.
2. Ларионов, И.В. Основные достоинства применения мембранных пространственных конструкций покрытия / И.В. Ларионов // *Поколение будущего: взгляд молодых ученых – 2021: сборник научных статей 10-й Международной молодежной научной конференции, Курск, 11–12 ноября 2021 г.* – Курск: Юго-Западный государственный университет, 2021. – С. 210–212.
3. Веселов, В.В. Анализ обрушения каркаса при демонтаже покрытия спортивно-концертного комплекса «Петербургский» / В.В. Веселов // *Обследование зданий и сооружений: проблемы и пути их решения: материалы XI науч.-практ. конф., Санкт-Петербург, 18–19 ноября 2021 г.* – СПб.: СПбПУ, 2021. – С. 5–13.
4. Исследование живучести мембранного покрытия большепролетного сооружения / Г.М. Кравченко, Е.В. Труфанова, Ю.М. Боженкова, Д.А. Сулопаров // *Строительство и архитектура*. – 2019. – Т. 7, № 2. – С. 10–14. DOI: 10.29039/article\_5d4c0a3c3ff755.70793988.
5. Еремеев, П.Г. Пространственные тонколистовые металлические конструкции покрытий / П.Г. Еремеев. – М.: Изд-во Ассоц. строит. вузов, 2006. – 560 с.
6. Расчет и проектирование пространственных металлических конструкций / Е.В. Горохов, В.Ф. Муцанов, Я.В. Назим, И.В. Роменский. – Макеевка: ДонНАСА, 2012. – 560 с.
7. Конструкции стационарных покрытий над трибунами стадионов / Е.В. Горохов, В.Ф. Муцанов, Р.И. Кинаш и др. – Макеевка, 2008. – 404 с.
8. Моисеенко, М.О. Алгоритм расчета пластин с начальным прогибом с учетом податливости контура / М.О. Моисеенко, О.Н. Попов // *Научный альманах*. – 2017. – № 12-2(38). – С. 43–50.
9. Муцанов, В.Ф. Учет совместной работы тонколистовой мембраны с подкрепляющими элементами стабилизирующей системы / В.Ф. Муцанов, В.А. Шпиньков // *Металлические конструкции*. – 2016. – Т. 22, № 2. – С. 79–89.
10. Муцанов, В.Ф. Уточнённая оценка совместной работы тонколистовой мембранной обшивки с подкрепляющим элементом / В.Ф. Муцанов, В.А. Шпиньков // *Металлические конструкции*. – 2018. – Т. 24, № 3. – С. 133–141.
11. Особенности совместной работы подкрепляющего элемента с пологой цилиндрической безмоментной оболочкой при действии поперечной нагрузки / В.Ф. Муцанов, Е.В. Конопацкий, В.А. Шпиньков, А.А. Крысько // *Металлические конструкции*. – 2021. – Т. 27, № 2. – С. 97–118.
12. Голованчиков, А.Б. Аппроксимация экспериментальных данных методом наименьших квадратов и методом наименьших относительных квадратов / А.Б. Голованчиков, К.Д. Минь, Н.В. Шибитова // *Энерго- и ресурсосбережение: промышленность и транспорт*. – 2019. – № 1(26). – С. 42–44.
13. Герасимов, С.А. Метод наименьших квадратов и метод площадей: что и когда лучше? / С.А. Герасимов // *Учебная физика*. – 2021. – № 3. – С. 20–25.
14. Конопацкий, Е.В. Геометрический смысл метода наименьших квадратов / Е.В. Конопацкий // *Вестник компьютерных и информационных технологий*. – 2019. – № 9(183). – С. 11–18. DOI: 10.14489/vkit.2019.09.pp.011-018.
15. Konopatskiy, E.V. Study of high-strength steel fiber concrete strength characteristics under the influence of elevated temperatures using mathematical modeling methods / E.V. Konopatskiy, S.N. Mashalier, A.A. Bezdityni // *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*. – 687 (2019). – P. 022040. DOI: 10.1088/1757-899X/687/2/022040.
16. Конопацкий, Е.В. Геометрическая теория многомерной интерполяции / Е.В. Конопацкий // *Автоматизация и моделирование в проектировании и управлении, 2020*. – № 1(7). – С. 9–16. DOI: 10.30987/2658-6436-2020-1-9-16.
17. Konopatskiy, E.V. Geometric modeling of multifactor processes and phenomena by the multidimensional parabolic interpolation method / E.V. Konopatskiy, A.A. Bezdityni // *Journal of Physics: Conference Series: XIII International Scientific and Technical Conference “Applied Mechanics and Systems Dynamics”, Omsk, 05–07 November 2019*. – Omsk: Institute of Physics Publishing, 2020. – P. 012063. DOI: 10.1088/1742-6596/1441/1/012063.
18. Конопацкий, Е.В. Принципы построения компьютерных моделей многофакторных процессов и явлений методом многомерной интерполяции / Е.В. Конопацкий // *Программная инженерия: методы и технологии разработки информационно-вычислительных систем (ПНИВС-2018): сб. науч. тр. II Междунар. науч.-практ. конф., Донецк, 14–15 ноября 2018 года*. – Донецк: ДонНТУ, 2018. – С. 309–318.
19. Конопацкий, Е.В. Подход к построению геометрических моделей многофакторных процессов и явлений многомерной интерполяции / Е.В. Конопацкий // *Программная инженерия*. – 2019. – Т. 10, № 2. – С. 77–86. DOI: 10.17587/prin.10.77-86.
20. Геометрическое моделирование адаптивных алгебраических кривых, проходящих через наперед заданные точки / Е.В. Конопацкий, И.В. Селезнев, О.А. Чернышева [и др.] // *Вестник компьютерных и информационных технологий*. – 2021. – Т. 18. – № 9(207). – С. 26–34. DOI: 10.14489/vkit.2021.09.pp.026-034.

21. Балюба, И.Г. Конструктивная геометрия многообразий в точечном исчислении: дис. ... д-ра техн. наук: 05.01.01 / И.Г. Балюба. – Макеевка: МИСИ, 1995. – 227 с.

22. Балюба, И.Г. Точечное исчисление / И.Г. Балюба, Е.В. Конопацкий, А.И. Бумага. – Макеевка: Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, 2020. – 244 с.

23. Балюба, И.Г. Точечное исчисление. Историческая справка и основополагающие определе-

ния / И.Г. Балюба, Е.В. Конопацкий // Физико-техническая информатика (СРТ2020): материалы 8-й Междунар. конф., Пуцино, Московская обл., 9–13 ноября 2020 года. – Нижний Новгород: Автономная некоммерческая организация в области информационных технологий «Научно-исследовательский центр физико-технической информатики», 2020. – С. 321–327. DOI: 10.30987/conferencearticle\_5fd755c0adb1d9.27038265.

**Конопацкий Евгений Викторович**, доктор технических наук, профессор кафедры инженерной геометрии, компьютерной графики и автоматизированного проектирования, Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет (Нижний Новгород), e.v.konopatskiy@mail.ru.

**Шпиньков Владимир Александрович**, ассистент кафедры теоретической и прикладной механики, Донбасская национальная академия строительства и архитектуры (Макеевка), licvova@gmail.com.

**Бездитный Андрей Александрович**, кандидат технических наук, доцент кафедры экономики, финансов и учета, Севастопольский филиал РЭУ им. Г.В. Плеханова (Севастополь), bezdytniy@gmail.com.

Поступила в редакцию 21 июня 2022 г.

DOI: 10.14529/build220406

## MATHEMATICAL MODELING OF CYLINDRICAL SHELL STRESS-DEFORMED STATE OF MEMBRANE COATING WITH A REINFORCING ELEMENT

E.V. Konopatskiy<sup>1</sup>, e.v.konopatskiy@mail.ru

V.A. Shpinkov<sup>2</sup>, licvova@gmail.com

A.A. Bezdytniy<sup>3</sup>, bezdytniy@gmail.com

<sup>1</sup> Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering, Nizhny Novgorod, Russia

<sup>2</sup> Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture, Makeyevka, Donetsk People's Republic

<sup>3</sup> Sevastopol branch of the Plekhanov Russian University of Economics, Sevastopol, Russia

This work considers an approach to multidimensional approximation with regard to modeling the stress-strain state of cylindrical shells of membrane coatings with a reinforcing element. The proposed approach is characterized by the absence of the need to compose and solve a system of linear algebraic equations, in order to determine the polynomial coefficients of the approximating function. Instead, in order to minimize the sum of squared deviations between the initial data and those calculated, high-speed numerical algorithms to define extreme values are used. They were obtained in the MS Excel software package in the form of the “Find solution” function. The proposed approach to the approximation of multidimensional experimental data is a flexible and effective tool. Nevertheless, it has certain disadvantages inherent in the classical least square method in terms of the occurrence of unplanned oscillations between the nodal points of the approximation. Therefore, this paper provides an example of the use of geometric theory of multidimensional interpolation, in order to solve the same modeling problems, but using geometric interpolants. As can be seen from the results, in a specific case, the models obtained on the basis of the geometric theory of multidimensional interpolation most accurately reflect the nature of the process. In this regard, they are more preferable in relation to models obtained using the two-dimensional approximation. Approximation models are obtained in the form of explicit functions, and interpolation models are obtained in parametric form.

*Keywords:* mathematical model, two-dimensional approximation, two-dimensional interpolation, geometric interpolant, cylindrical shell, stress-strain state, a reinforcing element

## References

1. Mushchanov V.F., Orzhekhovskiy A.N., Korovkina D.S. [Long-Span Membrane Coating Systems with Constructive Prestress]. *Proceeding of the Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture*, 2019, no. 4(138), pp. 38–43. (in Russ.)
2. Larionov I.V. [Main Advantages of Using Membrane Spatial Roof Structures]. *Pokolenie budushchego: vzglyad molodykh uchenykh - 2021: sbornik nauchnykh statey 10-y Mezhdunarodnoy molodezhnoy nauchnoy konferentsii* [Generation of the Future: the View of Young Scientists – 2021: Collection of Scientific Articles of the 10th International Youth Scientific Conference] Kursk, 2021, pp. 210–212.
3. Veselov V.V. [Analysis of the Collapse of the Frame During the Dismantling of the Covering of the Sports and Concert Complex “Peterburgskiy”]. *Obsledovanie zdaniy i sooruzheniy: problemy i puti ikh resheniya: Materialy XI nauchno-prakticheskoy konferentsii* [Inspection of Buildings and Structures: Problems and Ways of Their Solution: Proceedings of the XI Scientific-Practical Conference] St. Petersburg, 2021, pp. 5–13. (in Russ.)
4. Kravchenko G.M., Trufanova E.V., Bozhenkova Yu.M., Susloparov D.A. [Study of a Durability of the Membrane Layer of a Long-Span Superstructure]. *Construction and Architecture*, 2019, vol. 7, no. 2, pp. 10–14. (in Russ.). DOI: 10.29039/article\_5d4c0a3c3ff755.70793988.
5. Eremeev P.G. *Prostranstvennyye tonkolistovyye metallicheskie konstruksii pokrytiy* [Spatial Thin-Sheet Metal Structures of Coatings]. Moscow, Association of Construction Universities Publ., 2006. 560 p.
6. Gorokhov E.V., Mushchanov V.F., Nazim Ya.V., Romenskiy I.V. *Raschet i proektirovanie prostranstvennykh metallicheskikh konstruksiy* [Calculation and Design of Spatial Metal Structures]. Makeevka, DonNACEA Publ., 2012. 560 p.
7. Gorokhov E.V., Mushchanov V.F., Kinash R.I., Shimanovskiy A.V., Lebedich I.N. *Konstruksii statsionarnykh pokrytiy nad tribunami stadionov* [Constructions of stationary coverings over stadium stands]. Makeevka, 2008. 404 p.
8. Moiseenko M.O., Popov O.N. [Algorithm for Calculating Plates with Initial Deflection Taking into Account the Compliance of the Contour] *Science Almanac*, 2017, no. 12-2(38), pp. 43–50. (in Russ.). DOI: 10.17117/na.2017.12.02.043
9. Mushchanov V.F., Shpinkov V.A. [Accounting of Joint Work of Thin-Sheet Membranes with Fastening of the Stabilizer System] *Metal constructions*, 2016, vol. 22, no. 2, pp. 79–89. (in Russ.)
10. Mushchanov V.F., Shpinkov V.A. [Updated Assessment of Joint Work of Thin-Sheet Membrane Coating with a Reinforcing Element] *Metal constructions*, 2018, vol. 24, no. 3, pp. 133–141. (in Russ.)
11. Mushchanov V.F., Konopatskiy E.V., Shpinkov V.A., Krysko A.A. [Features of the Joint Operation of the Reinforcing Element with a Flat Cylindrical Momentary Shell Under the Action of a Transverse Load] *Metal constructions*, 2021, vol. 27, no. 2, pp. 97–118. (in Russ.)
12. Golovanchikov A.B., Minh C.D., Shbitova N.V. [The Approximation of Experimental Data Using the Least Squares Method and the Least Relative Squares Method] *Energo- i resursosberezhenie: promyshlennost' i transport* [Energy and Resource Saving: Industry and Transport], 2019, no. 1(26), pp. 42–44. (in Russ.)
13. Gerasimov S.A. [Least-square method and area-method: what's better?]. *Educational Physics*, 2021, no. 3, pp. 20–25. (in Russ.)
14. Konopatskiy E.V. [Geometric meaning of least squares method]. *Vestnik komp'yuternykh i informatsionnykh tekhnologiy* [Herald of Computer and Information Technologies], 2019, no. 9(183), pp. 11–18. (in Russ.). DOI: 10.14489/vkit.2019.09.pp.011-018.
15. Konopatskiy, E.V., Mashtaler S.N., Bezditnyi A.A. [Study of high-strength steel fiber concrete strength characteristics under the influence of elevated temperatures using mathematical modeling methods] *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, 2019, no. 687, 022040. DOI: 10.1088/1757-899X/687/2/022040.
16. Konopatskiy E.V. [Geometric Theory of Multidimensional Interpolation]. *Avtomatizatsiya i modelirovanie v proektirovanii i upravlenii* [Automation and Modeling in Design and Management], 2020, no. 1(7), pp. 9–16. (in Russ.). DOI: 10.30987/2658-6436-2020-1-9-16.
17. Konopatskiy E.V., Bezditnyi A.A. [Geometric modeling of multifactor processes and phenomena by the multidimensional parabolic interpolation method] *Journal of Physics: Conference Series: XIII International Scientific and Technical Conference “Applied Mechanics and Systems Dynamics”*, Omsk, Institute of Physics Publishing, 2020, 012063. DOI: 10.1088/1742-6596/1441/1/012063.
18. Konopatskiy E.V. [Principles the Construction of Computer Models of Multifactor Processes and Phenomena's by Multidimensional Interpolation] *Programmnaya inzheneriya: metody i tekhnologii razrabotki informatsionno-vychislitel'nykh sistem (PIIVS-2018): Sbornik nauchnykh trudov II Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii* [Software Engineering: Methods and Technologies of Information and Computer Systems Development: Collected Papers], Donetsk, DonNTU, 2018, pp. 309–318. (in Russ.)
19. Konopatskiy E.V. [Approach to the Construction of Geometric Models of Multifactor Processes and Phenomena by the Method of Multidimensional Interpolation] *Programmnaya inzheneriya* [Software Engineering], 2019, vol. 10, no. 2, pp. 77–86. (in Russ.). DOI 10.17587/prin.10.77-86.

20. Konopatskiy E.V., Seleznev I.V., Chernysheva O.A., Lagunova M.V., Bezdityny A.A. [Geometric Modeling of Adaptive Algebraic Curves Passing Through Predetermined Points] *Vestnik komp'yuternykh i informatsionnykh tekhnologiy* [Herald of Computer and Information Technologies], 2021, vol. 18, no. 9(207), pp. 26–34. (in Russ.). DOI: 10.14489/vkit.2021.09.pp.026-034.

21. Balyuba I.G. *Konstruktivnaya geometriya mnogoobraziy v tochechnom ischislenii: dis. dokt. tekhn. nauk* [Constructive geometry of manifolds in point calculus. Doct. sci. diss.] Makeevka, 1995. 227 p.

22. Balyuba I.G., Konopatskiy E.V., Bumaga A.I. *Tochechnoye ischisleniye* [Point Calculus]. Makeyevka, Donbasskaya natsional'naya akademiya stroitel'stva i arkhitektury Publ., 2020. 244 p.

23. Balyuba I.G., Konopatskiy E.V. [Point Calculus. Historical Background and Basic Definitions]. *Fiziko-tehnicheskaya informatika (CPT2020): Materialy 8-y Mezhdunarodnoy konferentsii, Pushchino, Moskovskaya obl., 09–13 noyabrya 2020 goda. Nizhniy Novgorod: Avtonomnaya nekommercheskaya organizatsiya v oblasti informatsionnykh tekhnologiy "Nauchno-issledovatel'skiy tsentr fiziko-tehnicheskoy informatiki"* [Physics and Technology Informatics (CPT2020): Proceedings of the 8th International Conference], 2020, pp. 321–327. (in Russ.). DOI: 10.30987/conferencearticle\_5fd755c0adb1d9.27038265.

Received 15 June 2022

---

#### ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Конопацкий, Е.В. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния цилиндрической оболочки мембранного покрытия с подкрепляющим элементом / Е.В. Конопацкий, В.А. Шпиньков, А.А. Бездитный // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». – 2022. – Т. 22, № 4. – С. 57–65. DOI: 10.14529/build220406

#### FOR CITATION

Konopatskiy E.V., Shpinkov V.A., Bezdityni A.A. Mathematical modeling of cylindrical shell stress-deformed state of membrane coating with a reinforcing element. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Construction Engineering and Architecture*. 2022, vol. 22, no. 4, pp. 57–65. (in Russ.). DOI: 10.14529/build220406