

## МОДЕЛЬ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАЩИТНИКОВ В ЗАДАЧЕ ГРУППОВОГО ПРЕСЛЕДОВАНИЯ

**А.А. Дубанов**<sup>1</sup>, [alandubanov@mail.ru](mailto:alandubanov@mail.ru)

**П.В. Мотошкин**<sup>2</sup>, [mpv\\_mpv@mail.ru](mailto:mpv_mpv@mail.ru)

<sup>1</sup> Бурятский государственный университет имени Д. Банзарова, Улан-Удэ, Россия

<sup>2</sup> Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления, Улан-Удэ, Россия

**Аннотация.** В настоящей статье рассматривается компьютерная модель квазидискретной игры группового преследования, в которой присутствуют преследователи, цели и защитники. В модели статьи задачей преследователей является достижение статических целей. Достижение одной цели возможно несколькими преследователями в разное время. Задачей защитников является поражение преследователей. Выигрышем для преследователей можно считать достижение хотя бы одним из преследователей своей цели. Выигрышем для защитников можно считать поражение всех целей. Для защитников количество преследователей не является определенным. В модели статьи формируется единая среда обнаружения преследователей. Преследователь считается обнаруженным, если входит в данную область. Назначение обнаруженному преследователю защитника цели производится по нескольким оптимизационным критериям. Защитник может назначаться из предполагаемого времени достижения. В одной из реализаций модели это минимальное время из выборки для данного защитника. Как вариант фактора оптимизации защитник для преследователя может выбираться по минимальному расстоянию до него. В статье также рассматриваются варианты локализаций защитников в одной точке.

**Ключевые слова:** преследователь, цель, защитник, погоня, траектория, модель

**Благодарности.** Работа выполнена при поддержке гранта Бурятского государственного университета им. Д. Банзарова № 24-03-02 «Создание среды интерактивного моделирования антагонистических квазидискретных дифференциальных игр преследования, уклонения и защиты»

**Для цитирования.** Дубанов А.А., Мотошкин П.В. Модель автоматизированного распределения защитников в задаче группового преследования // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». 2024. Т. 24, № 1. С. 78–84. DOI: 10.14529/build240110

Original article  
DOI: 10.14529/build240110

## A MODEL OF AUTOMATED DISTRIBUTION OF DEFENDERS IN GROUP PURSUIT

**A.A. Dubanov**<sup>1</sup>, [alandubanov@mail.ru](mailto:alandubanov@mail.ru)

**P.V. Motoshkin**<sup>2</sup>, [mpv\\_mpv@mail.ru](mailto:mpv_mpv@mail.ru)

<sup>1</sup> Banzarov Buryat State University, Ulan Ude, Russia

<sup>2</sup> East Siberia State University of Technology and Management, Ulan Ude, Russia

**Abstract.** The article discusses a model of a quasi-discrete computer game of group behavior. It consists of pursuers, targets and defenders. In this model independent pursuers are achieving static goals. Several pursuers can achieve one goal at different times. The task of the defenders is to defeat the pursuers. A win for the pursuers can be defined as at least one of the pursuers reaching their goal. A win for the defenders is the defeat of all targets. For defenders, the number of pursuers is not certain. This model has a single pursuer detection environment. A pursuer is considered detected if he enters this area. The assignment of a target defender to a detected pursuer is performed according to several optimization criteria. The defender can be assigned from the estimated time to reach. In one implementation of the model, this is the minimum time from the sample for a given defender. As a variant of the optimization factor, the defender for a pursuer can be selected based on the minimum distance to the pursuer. The paper also considers variants of localization of defenders in one point.

**Keywords:** pursuer, target, defender, pursuit, trajectory, model

**Acknowledgments.** The work was funded by grant #24-03-02 “Creating an environment for the interactive modeling of antagonistic quasi-discrete pursuit-evasion-defense differential games” given by Banzarov Buryat State University.

**For citation.** Dubanov A.A., Motoshkin P.V. A model of automated distribution of defenders in group pursuit. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Construction Engineering and Architecture.* 2024;24(1):78–84. (in Russ.). DOI: 10.14529/build240110

**Введение**

Рассмотрим начальную ситуацию, когда  $M$  преследователей  $P_i, i \in [1 \dots M]$  начинают двигаться к  $N$  статическим целям  $T_j, j \in [1 \dots N]$ . Будем считать, что распределение преследователей по целям уже произведено. Процесс автоматизированного распределения рассматривался в работах [1, 2]. Преследователи  $P_i$  начинают движение в различное время  $t_i, i \in [1 \dots M]$ . Из  $K$  мест локализации защитников  $D_k, k \in [1 \dots K]$  защитники начинают движение к преследователям  $P_i$ , как только они войдут в область обнаружения защитников. Область обнаружения для мест локализации  $D_k, k \in [1 \dots K]$  является интегрированной для каждого из защитников. Другими словами, любой объект, входящий в область обнаружения, становится видимым для всех защитников.

Отдельного рассмотрения требует вопрос, когда из одного места локализации начинают движение несколько защитников в плане выбора оптимизирующего фактора.

В работах [3–5] рассматривались основные положения теории игр, и в работах [6, 7] – вопросы наведения на цель, в работах [8–12] – подходы к групповому поведению как преследователей, так и целей.

**1. Формирование начальных положений участников**

Будем считать, что каждому из мест локализации защитников  $D_k, k = [1 \dots K]$  соответствует свой радиус обнаружения  $r_k$ . Тогда для любого вектора  $X$  пространства  $\mathbb{R}^2$  или  $\mathbb{R}^3$  формируется

$$L_k(X) = \begin{cases} 1, & \text{if } |X - D_k| \leq r_k \\ 0, & \text{if } |X - D_k| > r_k \end{cases}$$

для мест локализации защитников  $D_k$ .

Тогда единая область обнаружения  $L(X)$  будет представлять собой совокупность всех локальных областей обнаружения  $L_k(X)$ :  $L(X) = \bigcup_{k=1}^K L_k(X)$ .

На рис. 1 приведен пример начального расположения преследователей, целей и защитников. Также на рис. 1 отображена единая область обнаружения.

Пусть расчетный период занимает промежуток  $t = [0 \dots t_{fin}]$ . Время начала движения каждого преследователя  $P_i$  составляет  $t_i, i \in [1 \dots M]$ . Для модуля скорости каждого из преследователей можно составить функцию, для иллюстрации раздельного запуска:  $v_i(t, X) \cdot \delta(t, t_i)$ , где  $\delta(t, t_i) = \begin{cases} 0, & \text{if } t < t_i \\ 1, & \text{if } t \geq t_i \end{cases}$ .

В примерах статьи модуль скорости преследователей является постоянным  $v_i(t, X) = v_i$ .

Таким образом, для каждого преследователя  $P_i$  можно предложить итерационную схему:  $\vec{P}_{i,i^*} = \vec{P}_{i,i^*-1} + v_i \cdot \delta(t, t_i) \cdot \vec{u}_i$ , где  $\vec{P}_{i,i^*}$  – положение  $P_i$  преследователя на  $i^*$  шаге итерации, а  $\vec{u}_i$  – единичный управляющий вектор. Хотя в моделях, рассмотренных в статье, движение преследователей является равномерным и прямолинейным, расчет управляющего вектора должен браться из библиотеки на основании того, какой стратегии преследования придерживается данный участник.

Рис. 1 дополнен анимированным изображением [13]. Кроме того, на этом анимированном изо-

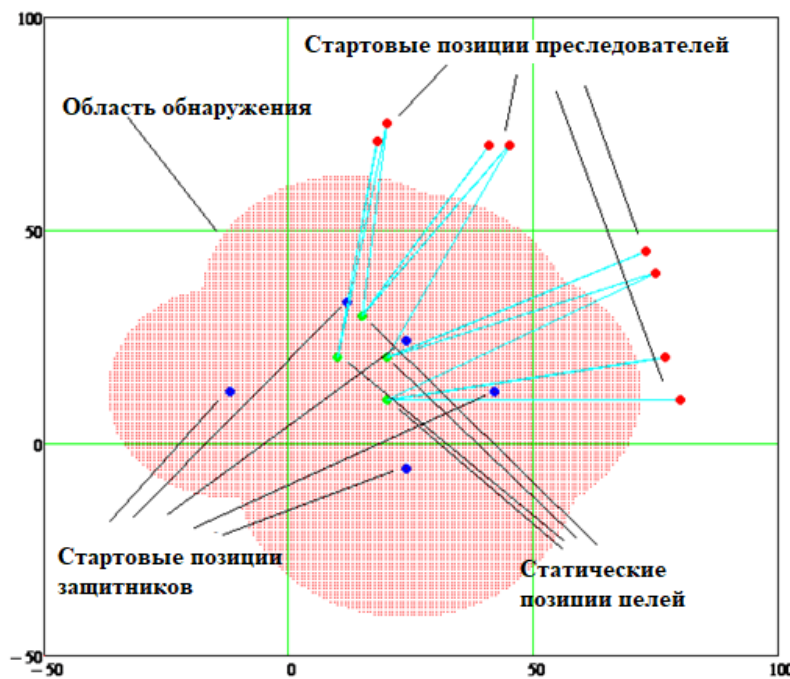


Рис. 1. Начальные положения преследователей, целей и защитников

бражении можно посмотреть, как рассчитываются расстояния от каждого из мест локации защитников  $D_k$  до каждого из обнаруженных преследователей  $P_i$ . Напомним, что, входя в область обнаружения, преследователь становится заметным для всех защитников.

## 2. Моделирование поведения защитников

Пусть время входа в зону обнаружения  $L(X)$  для каждого из преследователей  $P_i$  характеризуется временем  $t_i^*$ . Для всех защитников в местах локаций  $D_k$ , можно предложить следующую итерационную схему:

$$\vec{D}_{i,k,k^*} = \vec{D}_{i,k,k^*-1} + v_k \cdot \delta(t, t_i^*) \cdot \vec{w}_{i,k,k^*}, \quad (1)$$

где  $\vec{D}_{i,k,k^*}$  – радиус-вектор положения  $k$ -го защитника, стремящегося к  $i$ -му преследователю на  $k^*$ -м шаге итераций,

$v_k$  – модуль скорости равномерного движения  $k$ -го защитника,

$$\delta(t, t_i^*) = \begin{cases} 0, & \text{if } t < t_i^* \\ 1, & \text{if } t \geq t_i^* \end{cases} \text{ время входа в зону}$$

$L(X)$  преследователя  $P_i$ ,

$\vec{w}_{i,k,k^*}$  – единичный управляющий вектор  $k$ -го защитника, стремящегося к  $i$ -му преследователю на  $k^*$ -м шаге итераций. Рассчитывается по обращению к библиотеке расчета траекторий для выбора метода преследования. В моделях статьи рассматривается метод погони.

Итерационная схема 1 позволяет при существовании достижения преследователя рассчитать с заданной степенью точности время его достижения. А именно, рассчитывается количество итераций до сближения с преследователем.

При сближении с  $i$ -м преследователем защитников из локаций  $D_k, k \in [1 \dots K]$  рассчитываются предполагаемые значения времени  $\{\tau_{i,k}\}, k \in [1 \dots K]$  достижения  $i$ -го преследователя защитниками из всех локаций  $D_k$ . Из множества значений  $\{\tau_{i,k}\}$  следует выбрать минимальное значение  $\tau_i^* = \min_k \{\tau_{i,k}\}$ .

На рис. 2 показан пример, иллюстрирующий подход того, что как только преследователь зашел в область обнаружения, то к нему устремляется защитник, имеющий минимальное время достижения. Рис. 2 дополнен анимированным изображением [14], иллюстрирующим автоматическое назначение преследователю защитника из соображений минимального времени достижения.

Рассмотрим вариант автоматического назначения защитника преследователю из соображений минимального начального расстояния [15].

При сближении с  $i$ -м преследователем защитников из локаций  $D_k, k \in [1 \dots K]$  рассчитываются начальные расстояния  $\{s_{i,k} = |\vec{P}_i - \vec{D}_k|\}, k \in [1 \dots K]$ . Из множества значений  $\{s_{i,k}\}$  следует выбрать минимальное значение  $s_i^* = \min_k \{s_{i,k}\}$ . Анимированное изображение [15] показывает результаты такого моделирования.

## 3. Учет ограничений по количеству запускаемых защитников

Применительно к учету ограничений по количеству запускаемых защитников из мест локаций  $D_k, k \in [1 \dots K]$  с числом ограничения  $\text{lim}_T$  (макси-

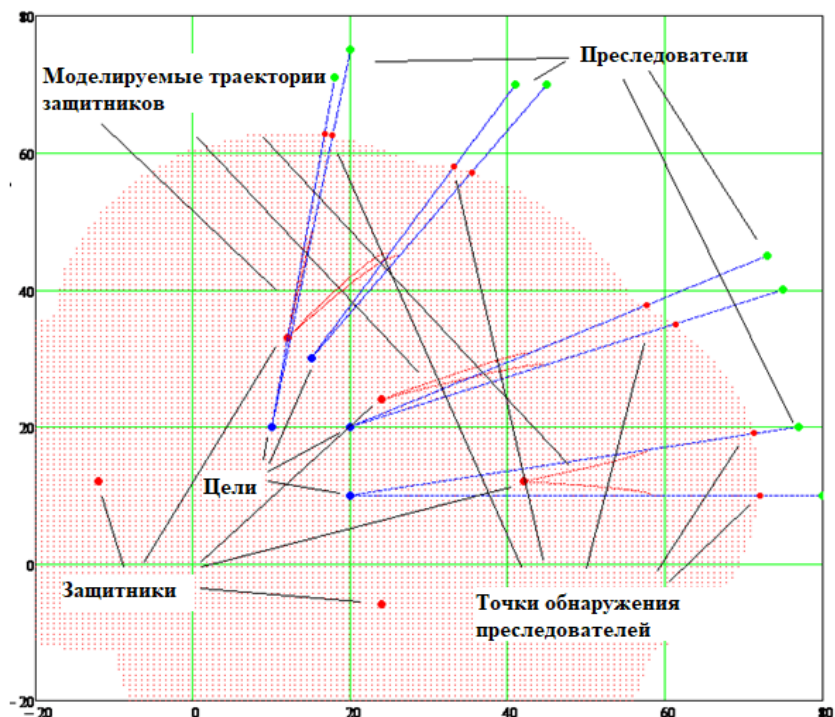


Рис. 2. Распределение защитников по времени преследователей

мально возможное число запускаемых защитников из данной локации) представлены модели на рис. 4, 5.

Для примера рассмотрен случай распределения защитников с минимальным временем достижения преследователя. Рассмотрим матрицу  $T_{t,opt}$  расчета времени достижения, в которой индекс защитника расположен по строкам, а индекс преследователя по столбцам (рис. 3а). На рис. 3в показан результат автоматического распределения защитников по преследователям. Защитник назначается, как только преследователь входит в зону обнаружения, из расчетов времен достижения

данного преследователя. На рис. 3г показан результат сортировки матрицы распределения для числа  $lim_T$ . На рис. 3б показана подматрица с нераспределенными преследователями по столбцам и возможными преследователями по строкам.

После проведения минимизации по столбцам данной подматрицы получается окончательное распределение защитников по преследователям (рис. 3 г).

На рис. 4 показан пример распределения защитников по преследователям по минимальному времени достижения с ограничениями по количе-

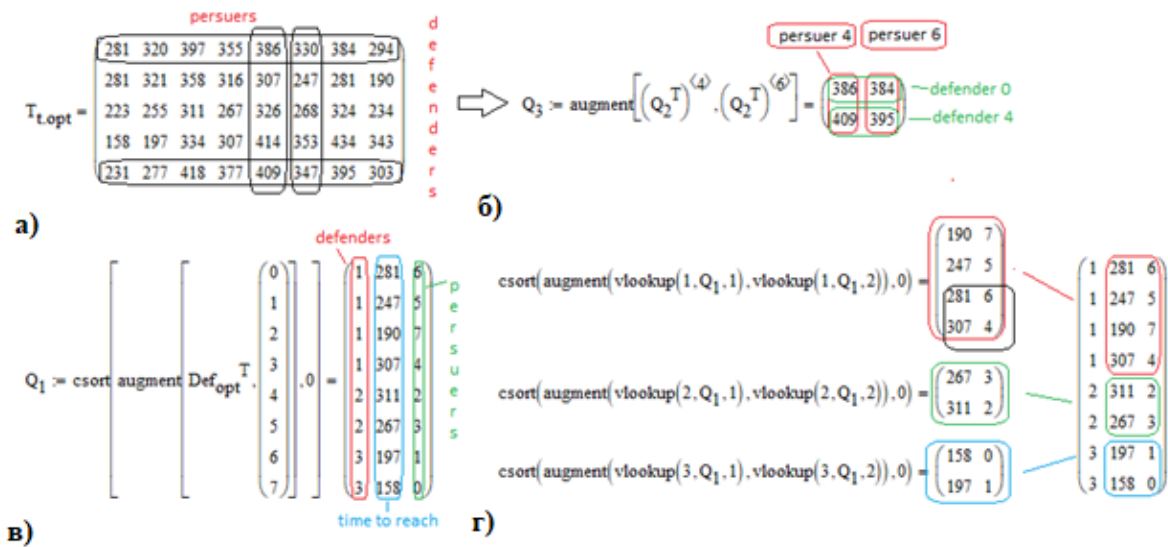


Рис. 3. Результат расчета распределения по времени с ограничением  $lim_T = 2$

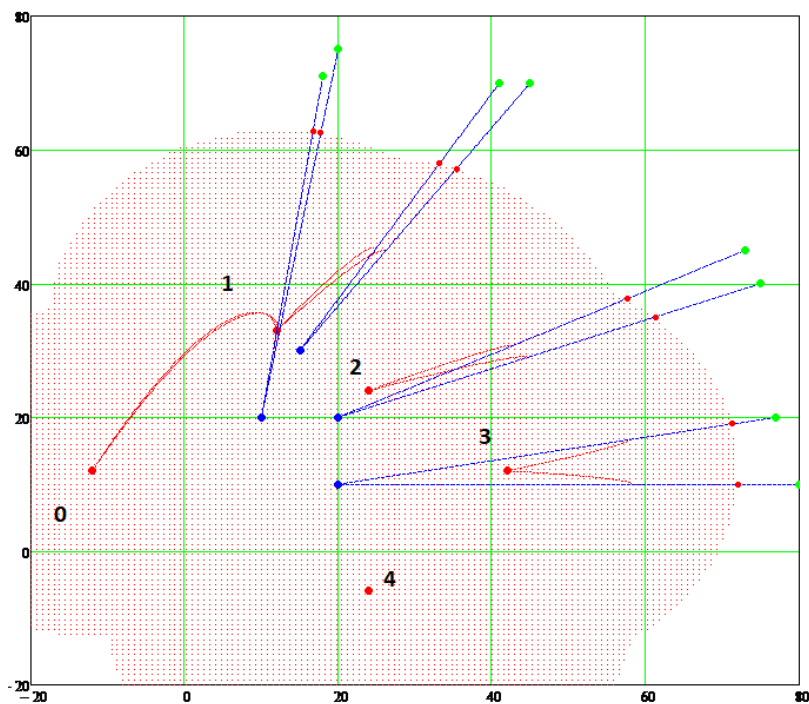


Рис. 4. Пример распределения по времени с ограничением  $lim_T = 2$

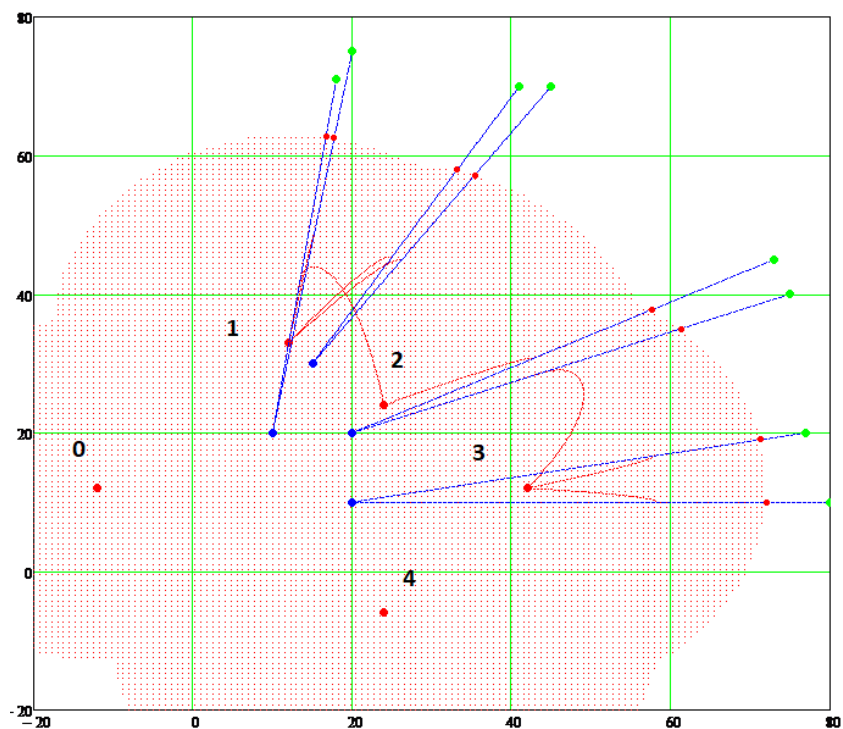


Рис. 5. Пример распределения по расстоянию с ограничением  $\lim_T = 3$

ству запусков из одной локации. Рис. 4 дополнен анимированным изображением [16].

На рис. 5 показан результат распределения защитников по преследователям с момента их обнаружения с ограничением по количеству запусков из одной локации. В качестве оптимизирующего фактора применяется значение минимального расстояния до преследователя.

Рис. 5 дополнен анимированным изображением [17], где можно будет посмотреть итерационный процесс группового преследования.

#### Выводы

Рис. 3 описывает детерминированную обстановку для защитников по числу преследова-

телей, их начальным координатам, целям, которые они преследуют, и их скоростные характеристики. Данный пример приведен только для иллюстрации того, как изменяется характер автоматического распределения защитников по преследователям.

При создании антагонистической модели противоборства защитников против преследователей алгоритм для защитников может не включать в себя полное описание стороны преследователей. В модели, описанной в статье, подразумевается, что преследователю, только что вошедшему в зону обнаружения, назначается защитник в соответствии с оптимизирующим фактором.

#### Список литературы

1. Дубанов А.А. Модель согласованного группового преследования с распределением по целям // Вестник кибернетики. 2023. Т. 22, № 2. С. 21–29. DOI: 10.35266/1999-7604-2023-2-21-29
2. Дубанов А.А. Методы применения матриц при создании моделей группового преследования // Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don). 2023. Т. 23, № 2. С. 191–202. DOI: 10.23947/2687-1653-2023-23-2-191-202
3. Айзекс Р. Дифференциальные игры. М.: Мир, 1967. 479 с.
4. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 456 с.
5. Петросян Л.А. Дифференциальные игры преследования. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1977. 224 с.
6. Хачумов М.В. Решение задачи следования за целью автономным летательным аппаратом // Искусственный интеллект и принятие решений. 2015. № 2. С. 45–52.
7. Хачумов М. В. Задачи группового преследования цели в условиях возмущений // Искусственный интеллект и принятие решений. 2016. № 2. С. 46–54.
8. Банников А.С. Некоторые нестационарные задачи группового преследования // Известия Института математики и информатики УдГУ. 2013. Вып. 1 (41). С. 3–46.

9. Абрамянц Т.Г., Маслов Е.П., Яхно В.П. Уклонение групповой цели в трехмерном пространстве // Автоматика и телемеханика. 2008. № 5. С. 1–14
10. Гусятников П.Б. Убегание одного нелинейного объекта от нескольких более инертных преследователей // Дифференциальные уравнения. 1976. Т. 12, № 2. С. 1316–1324.
11. Гусятников П.Б. Дифференциальная игра убегания  $m$  лиц // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1978. № 6. С. 22–32.
12. Гусятников П.Б. Дифференциальная игра убегания // Кибернетика. 1978. № 4. С. 72–77.
13. Видео, начальные положения преследователей, целей и защитников [Электронный ресурс]. URL: <https://youtu.be/rFj6qvaCp4A> (дата обращения: 15.10.2023)
14. Видео, оптимизация по времени достижения [Электронный ресурс]. URL: [https://youtu.be/gk9\\_1kfipuQ](https://youtu.be/gk9_1kfipuQ) (дата обращения: 15.10.2023)
15. Видео, оптимизация по минимальному начальному расстоянию между преследователем и защитником [Электронный ресурс]. URL: <https://youtu.be/-euOwashxU> (дата обращения: 15.10.2023)
16. Видео, оптимизация по времени с ограничением на количество пусков отдельного защитника [Электронный ресурс]. URL: <https://youtu.be/Z-EA8Us6nJ8> (дата обращения: 15.10.2023)
17. Видео, оптимизация по расстоянию до хищника с ограничением по количеству пусков [Электронный ресурс]. URL: [https://youtu.be/GjR1o\\_NC2G8](https://youtu.be/GjR1o_NC2G8) (дата обращения: 15.10.2023)

### References

1. Dubanov A.A. A model of cooperated group pursuit with distribution by targets. *Proceedings in Cybernetics*. 2023;22(2):21–29. (in Russ.) DOI 10.35266/1999-7604-2023-2-21-29
2. Dubanov A.A. Methods for Applying Matrices when Creating Models of Group Pursuit. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2023;23(2):191–202. (in Russ.). DOI: 10.23947/2687-1653-2023-23-2-191-202
3. Isaacs R. *Differential games*. N.-Y.: John Wiley and Sons; 1965.
4. Krasovskiy N.N., Subbotin A.I. *Pozitsionnye differentsial'nye igry* [Positional Differential Games]. Moscow: Nauka Publ., 1974. 456 p. (in Russ.)
5. Petrosyan L.A. *Differentsial'nye igry presledovaniya* [Differential pursuit games]. Leningrad: LSU Publishing House; 1977. 224 p. (in Russ.)
6. Khachumov M.V. Solving the problem of following the target with an autonomous aircraft. *Artificial intelligence and decision-making*. 2015;2:45–52. (in Russ.)
7. Khachumov M.V. Tasks of group pursuit of a target in conditions of disturbances. *Artificial intelligence and decision-making*. 2016;2:46–54. (in Russ.)
8. Bannikov A.C. [Some Nonstationary Group Pursuit Problems]. *Izvestiya Instituta matematiki i informatiki UdGU* [Proceedings of the Institute of Mathematics and Informatics at Udmurt State University]. 2013;1(41):3–46. (in Russ.)
9. Abramyants T.G., Maslov E.P., Yakhno V.P. Evasion of multiple target in three-dimensional space. *Automation and Remote Control*. 2008;5:1–14 (in Russ.)
10. Gusyatinikov P.B. [Escape of One Non-Linear Object from Several More Inert Pursuers]. *Differentsial'nyye uravneniya* [Differential Equations]. 1976;12(2):1316–1324. (in Russ.)
11. Gusyatinikov P.B. [Differential Escape Game  $M$  Persons]. *Izv. AN SSSR. Tekhnicheskaya kibernetika* [Proceedings of the Academy of Sciences of the USSR. Technical Cybernetics]. 1978;6:22–32. (in Russ.)
12. Gusyatinikov P.B. [Differential Runaway Game]. *Kibernetika* [Cybernetics]. 1978;4:72–77. (in Russ.)
13. *Video, nachal'nye polozheniya presledovateley, tseley i zashchitnikov* [Video, initial positions of pursuers, targets and defenders] [Elektronnyy resurs]. Available at: <https://youtu.be/rFj6qvaCp4A> (accessed 15.10.2023).
14. *Video, optimizatsiya po vremeni dostizheniya* [Video, optimization by time to reach] [Elektronnyy resurs]. Available at: [https://youtu.be/gk9\\_1kfipuQ](https://youtu.be/gk9_1kfipuQ) (accessed 15.10.2023).
15. *Video, optimizatsiya po minimal'nomu nachal'nomu rasstoyaniyu mezhdru presledovatelem i zashchitnikom* [Video, optimization for the minimum initial distance between the pursuer and the defender] [Elektronnyy resurs]. Available at: <https://youtu.be/-euOwashxU> (accessed 15.10.2023).
16. *Video, optimizatsiya po vremeni s ogranicheniem na kolichestvo puskov otdel'nogo zashchitnika* [Video, time optimization with a limit on the number of starts of an individual defender] [Elektronnyy resurs]. Available at: <https://youtu.be/Z-EA8Us6nJ8> (accessed 15.10.2023).
17. *Video, optimizatsiya po rasstoyaniyu do khishchnika s ogranicheniem po kolichestvu puskov*. [Video, optimization for distance to a predator with a limitation on the number of launches]. [Elektronnyy resurs]. Available at: [https://youtu.be/GjR1o\\_NC2G8](https://youtu.be/GjR1o_NC2G8) (accessed 15.10.2023).

***Информация об авторах:***

**Дубанов Александр Анатольевич**, кандидат технических наук, доцент кафедры «Геометрия и методика преподавания математики», Институт математики и информатики, Бурятский государственный университет им. Доржи Банзарова, Улан-Удэ, Россия; [alandubanov@mail.ru](mailto:alandubanov@mail.ru)

**Мотошкин Петр Владимирович**, кандидат технических наук, доцент кафедры «Инженерная и компьютерная графика», Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления, Улан-Удэ, Россия; [mpv\\_mpv@mail.ru](mailto:mpv_mpv@mail.ru)

***Information about the authors:***

**Aleksandr A. Dubanov**, Candidate of Sciences in Engineering, Associate Professor, Department of Geometry and Methods of Teaching Mathematics, Institute of Mathematics and Computer Science, Banzarov Buryat State University, Ulan Ude, Russia; [alandubanov@mail.ru](mailto:alandubanov@mail.ru)

**Pyotr V. Motoshkin**, Candidate of Sciences in Engineering, Associate Professor, Department of Engineering and Computer Graphics, East Siberia State University of Technology and Management, Ulan Ude, Russia; [mpv\\_mpv@mail.ru](mailto:mpv_mpv@mail.ru)

***Статья поступила в редакцию 07.11.2023, принята к публикации 14.11.2023.***

***The article was submitted 07.11.2023; approved after reviewing 14.11.2023.***