

Научная статья
УДК 624.04:539.3:534
DOI: 10.14529/build260101

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕТРОВОЙ НАГРУЗКИ ПРИ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ДЫМОВОЙ ТРУБЫ

А.Н. Потапов^{1✉}, С.Б. Шматков², А.А. Михайлов¹

¹ Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия

² ООО «Спецвысотстройпроект», Челябинск, Россия

✉ potapovan@susu.ru

Аннотация. Анализ колебаний дымовых труб при действии пульсационной составляющей ветровой нагрузки основан на использовании численных методик с учетом проведения аэродинамических модельных испытаний. При этом параметры ветрового воздействия обычно моделируют с помощью эксперимента в аэродинамической трубе в однородном потоке для регулярного режима с квадратичным законом подъемной силы во времени. В статье приведены результаты аналитического подхода к моделированию пульсационной составляющей ветровой нагрузки в виде периодических знакопеременных импульсов квадратичной зависимости. Разрешающие уравнения реакции расчетной модели железобетонной дымовой трубы (РМДТ), представляемой дискретной диссипативной системой (ДДС), получены в рамках теории временного анализа. Эффект рассеяния энергии учтен с помощью модели непропорционального демпфирования. Представлен анализ поперечных колебаний РМДТ при резонансном вихревом возбуждении. Рассмотрены варианты периодичности ветровых пульсаций, соответствующие трем низшим частотам собственных колебаний ДДС, и дана оценка точности решения динамической задачи.

Ключевые слова: дымовая труба, пульсационная составляющая, динамическая реакция, перемещение, колебание, восстанавливающая сила

Для цитирования. Потапов А.Н., Шматков С.Б., Михайлов А.А. Моделирование ветровой нагрузки при аэродинамической неустойчивости дымовой трубы // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». 2026. Т. 26, № 1. С. 5–17. DOI: 10.14529/build260101

Original article
DOI: 10.14529/build260101

MODELING WIND LOADS FOR AERODYNAMIC INSTABILITY OF A CHIMNEY

A.N. Potapov^{1✉}, S.B. Shmatkov², A.A. Mikhailov¹

¹ South Ural State University, Chelyabinsk, Russia

² Spetsvysotstroyproekt LLC, Chelyabinsk, Russia

✉ potapov.alni@gmail.com

Abstract. The analysis of chimney oscillations under the influence of the pulsating component of wind load is based on the use of numerical methods, combined with aerodynamic model testing. Wind exposure parameters are commonly modeled using wind tunnel experiments in a uniform flow for a regular regime characterized by a quadratic time dependence of the lift force. This article presents the results of an analytical approach to modeling the pulsating component of wind load in the form of periodic alternating impulses with a quadratic dependence. The resolving equations for the response of the reinforced concrete chimney computational model (RCCM), represented by a discrete dissipative system (DDS), are derived using time-dependent analysis theory. The energy dissipation effect is taken into account using a non-proportional damping model. An analysis of the transverse oscillations of the RCCM under resonant

vortex-induced excitation is conducted. Variations in the periodicity of wind pulsations corresponding to the three lowest natural frequencies of the DDS are considered, and the accuracy of the solution of the dynamic problem is evaluated.

Keywords: chimney, pulsation component, dynamic response, displacement, oscillation, restoring force

For citation. Potapov A.N., Shmatkov S.B., Mikhailov A.A. Modeling wind loads for aerodynamic instability of a chimney. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Construction Engineering and Architecture*. 2026;26(1):5–17. (in Russ.). DOI: 10.14529/build260101

Обзор литературы

Современные расчеты высотных сооружений на действие пульсационной составляющей ветровой нагрузки основаны на результатах модельных и натурных экспериментальных исследований, проводимых с середины прошлого века и получивших признание научного сообщества: A.G. Davenport [1], М.Ф. Барштейн [2], Э. Симиу, Р. Сканлан [3], B.J. Vickery, R.I. Basu [4], J.P. Den-Hartog [5]. На базе этих исследований появились инженерные методы оценки возникновения аэроупругой неустойчивости, содержащиеся в работах [6–10] и рекомендациях [11–13]. Характеристика ветровых режимов приведена в современных нормах России [14] и ряда зарубежных стран (Еврокод [15], нормы США и Австралии [16, 17]).

В рекомендациях [12] отмечено, что «пульсационная составляющая ветровой нагрузки рассматривается как случайная функция времени и координаты x с известными энергетическим спектром и корреляционной пространственной функцией. Следовательно, задача о вынужденных колебаниях сооружений при этом воздействии может быть решена только статистически». Предлагаемый аппарат должен включать численный динамический анализ с использованием соответствующих методик расчета и программных комплексов, с учетом проведения аэродинамических модельных испытаний. Предложены следующие упрощения:

- действие пульсационной составляющей сведено к квазистатическим силам, определяемым для каждой собственной формы, без учета возможных резонансных эффектов (следовательно, реакция сооружения – перемещения, силы инерции и т. д. – также имеет статический характер);

- распределение пульсационной составляющей принято подобным распределению средней составляющей основной ветровой нагрузки;

- для каждой собственной частоты сооружения введен коэффициент динамичности, причем для сооружений башенного типа низшие собственные формы описываются квадратной параболой.

В [18] применен полуэмпирический метод прогнозирования реакции дымовой трубы при ее поперечных колебаниях, вызванных вихревыми срывами. Приведено сравнение результатов по изгибающему моменту в основании дымовой трубы с кодом ACI-307-2008.

В [19, 20] рассмотрено моделирование аэроупругих сил при поперечных вихревых колебаниях с целью построения удобной модели для прогно-

зирования колебаний конструкций с круглым поперечным сечением. Предложена новая модель аэродинамического демпфирования, которая применена к модели вихревого возбуждения B.J. Vickery и R.I. Basu [4] для прогнозирования амплитуды колебаний конструкции и основана на экспериментах в аэродинамической трубе при вынужденных колебаниях консольной балки. Исследована квадратная составляющая силы как функция амплитуды колебаний в режиме захвата с помощью экспериментов в аэродинамической трубе. Приведены результаты экспериментальных исследований [20] по изучению аэродинамического демпфирования на модели вихревого возбуждения с заранее принятой связью между нагрузкой и реакцией. Дано сравнение значений параметров аэродинамического демпфирования, полученных с помощью различных экспериментальных методов. Результаты получены в аэродинамической трубе в субкритическом диапазоне чисел Рейнольдса в однородном потоке с низкой турбулентностью для степенного закона и регулярным профилем, который обычно моделируется при анализе условий сильного ветра.

Проводятся исследования аэроупругой реакции при проектной ветровой нагрузке в аэродинамической трубе [21] для железобетонных дымовых труб с последующими сравнениями результатов с кодами для железобетонных дымовых труб ACI 307-08 (2013). В [22, 23] представлена серия опытов по снижению вихревой вибрации в железобетонных дымовых трубах с использованием пассивных устройств с помощью демпферов с настроенной массой при компьютерном моделировании в ANSYS, учитывающим анализ ветровых нагрузок и динамической реакции на основе индийских кодов (IS 875, часть III, 2015) [22] и в системе MATLAB [23].

Материалы и методы

Рассматриваются аэродинамические колебания РМДТ на действие пульсационной составляющей ветровой нагрузки. Сооружение моделируется дискретной расчетной схемой. Высота H дымовой трубы разбивается на n равных частей, где n – число степеней свободы модели, и выделяется k -й элементарный усеченный кольцевой конус высотой $h = H/n$ (заштрихованный участок вертикальной проекции на рис. 1а) с внешним диаметром D_k , расположенным на уровне половины высоты конуса. На рис. 1б показаны элементарные кольцевые конусы и цилиндр. Моделирование расчетной модели вы-

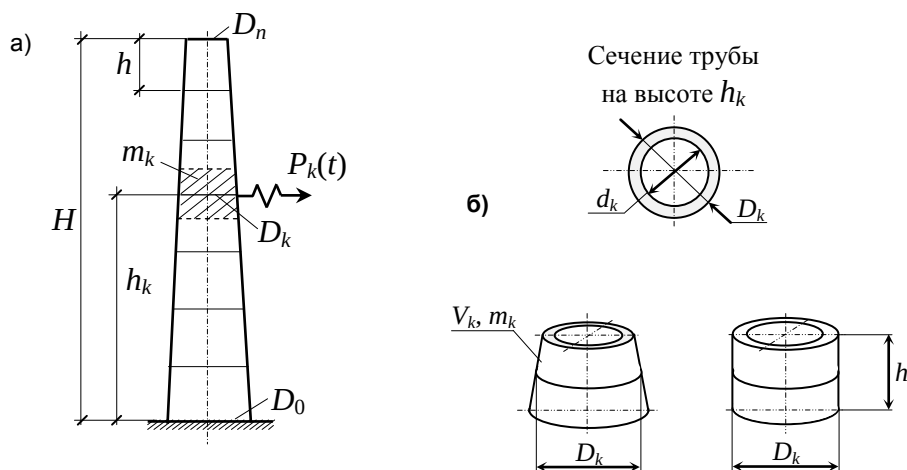


Рис. 1. Расчетная модель дымовой трубы: а – общий вид; б – k -й элемент дымовой трубы в виде усеченных кольцевых конуса (слева) и цилиндра (справа)

полняется с помощью кольцевых цилиндров, диаметры D_k и d_k которых соответствуют диаметрам кольцевых конусов на высоте h_k . Такая замена кольцевых конусов на соответствующие кольцевые цилиндры позволяет в более упрощенном варианте строить матрицы масс и жесткости дискретной модели.

Построение матрицы масс M . Внешний и внутренний диаметры k -го элемента модели на высоте h_k соответственно составляют

$$D_k = D_0 - \frac{k}{n}(D_0 - D_n); d_k = d_0 - \frac{k}{n}(d_0 - d_n),$$

тогда объем и масса k -го элемента расчетной модели будут равны

$$V_k = \frac{\pi}{4}(D_k^2 - d_k^2) \cdot h, \quad m_k = 1.4V_k \rho,$$

где ρ – объемный вес материала (бетона) дымовой трубы.

Помимо собственного веса бетона в дымовых трубах в обязательном порядке используется футеровочный материал (обычно керамический или кислотоупорный кирпич или легкий бетон) для защиты

внутренней поверхности трубы от излишнего нагрева и различных химических воздействий. Масса футеровки может достигать 40–50 % массы бетона трубы. В расчете принят коэффициент 1,4 для массы материала дымовой трубы с учетом футеровки. Отсюда матрица масс имеет вид

$$M = \text{diag}(m_1, \dots, m_n).$$

Построение матрицы жесткости K . Матрица жесткости получена при использовании методов строительной механики через матрицу податливости $L = (\delta_{kj})$, для вычисления которой строятся единичные эпюры изгибающих моментов в расчетной схеме в виде консольного стержня (рис. 2).

Перемещения δ_{kj} определяются по формуле (при $k \geq j, j = 1, 2, \dots, k$)

$$\delta_{kj} = \frac{16h^3}{3E\pi} \left\{ \sum_{q=1}^{k-1} \frac{12(k-q)(j-q)+1}{D_q^4 - d_q^4} + \frac{3(k-j)+1}{2(D_j^4 - d_j^4)} \right\},$$

где E – модуль упругости бетона, $D_i = D_0 - \frac{i}{n}(D_0 - D_n)$ ($i = j, k, q$). При $j > k$, в силу симметрии матрицы

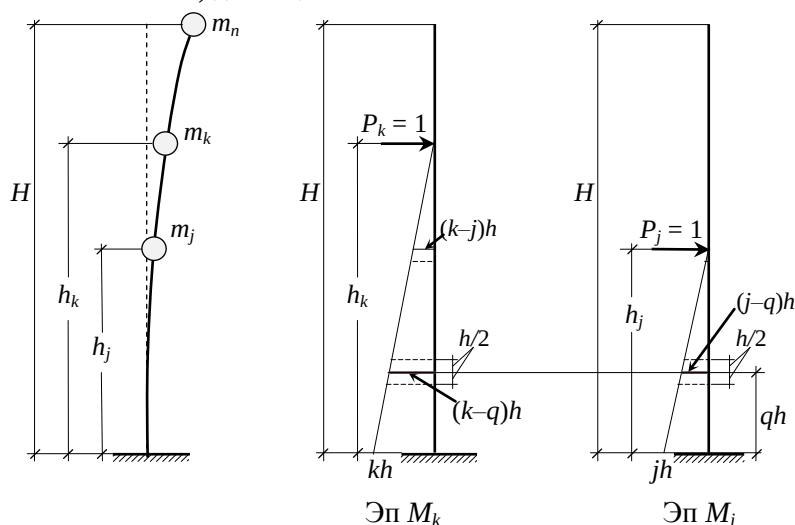


Рис. 2. Единичные эпюры моментов в консольном стержне

податливости, перемещения $\delta_{jk} = \delta_{kj}$. В результате, записывая операцию обращения L , получаем матрицу жесткости $K = L^{-1}$.

Построение матрицы демпфирования C . Расчетная модель конструкции представлена дискретной диссипативной системой (ДДС), при колебаниях которой эффект рассеяния энергии учитывается по теории упруговязкого сопротивления с помощью модели непропорционального демпфирования [24]:

$$C = \alpha(KT + TK)/2 + (1 - \alpha)MV, \quad (1)$$

где $T = \text{diag}(\Delta t_1, \dots, \Delta t_n)$, $\Delta t_n = \gamma \sqrt{\frac{m_k}{r_{kk}}}$, $V = \text{diag}(v_1, \dots,$

$v_n)$, $v_k = \gamma \sqrt{\frac{r_{kk}}{m_k}}$, α – коэффициент связи весовых

долей при диссипации энергии. Первое слагаемое в формуле выражает влияние сил внутреннего трения, вызванных наличием потенциальной энергии, второе – влияние сил внешнего сопротивления, которое обусловлено кинетической энергией движения масс.

При регулярном ветровом режиме с постоянной скоростью ветра, согласно экспериментальным данным [25], на турбулентном участке спектра Van der Hoven средняя продолжительность одной пульсации соответствует периодичности, равной $T = 60$ с. При этом порывы пульсаций ветра находятся в диапазоне от нескольких минут и до одной секунды [26]. Из этого следует, что периодичность пульсаций может во много раз превышать периоды низших форм собственных колебаний высотных сооружений, так как частоты ниже сотых долей Гц в конструкциях недопустимы из-за их большой гибкости.

Для пульсационной составляющей нагрузки характерны попеременные срывы вихрей, происходящие с боковой поверхности цилиндрических тел. Этот процесс протекает в несколько этапов: в области чисел Рейнольдса $Re \in [50, 150]$ попеременные отрывы вихрей имеют ламинарный характер, на интервале $Re \in [150, 300]$ за трубой появляется зона турбулентности, а после $Re > 300$ отрыв вихрей становится периодическим [25].

Появление периодических пульсаций вызывает движение дымовой трубы поперек потока ветра. В этом случае для моделирования пульсационной составляющей ветровой нагрузки можно использовать уравнения динамической реакции при действии знакопеременяющихся периодических импульсов с квадратичной или иной зависимостью.

В данной статье в рамках временного анализа [27] изложен подход к определению реакции РМДТ при ее аэродинамической неустойчивости, вызванной действием пульсационной составляющей ветровой нагрузки, моделируемой в однородном потоке знакопеременными периодическими импульсами квадратичной формы с регулярным профилем ветра. Задача колебаний расчетной мо-

дели описывается обыкновенным дифференциальным уравнением (ОДУ) движения (2), начальными условиями (3) и характеристическим матричным квадратичным уравнением (МКУ) (4):

$$M\ddot{Y}(t) + C\dot{Y}(t) + KY(t) = P(t), \quad (2)$$

$$Y(t_0) = Y_0, \quad \dot{Y}(t_0) = \dot{Y}_0, \quad (3)$$

$$MS^2 + CS + K = 0, \quad (4)$$

где $M = \text{diag}(m_1, \dots, m_n)$, C , K – матрицы масс, демпфирования и жесткости; $Y(t)$, $P(t)$ – векторы перемещений и внешних нагрузок; $S \in M_n(\mathbb{C})$ – матрица внутренних динамических параметров РМДТ – решение МКУ (4); n – число степеней свободы. Левую часть ОДУ составляют: $I(t) = -M\ddot{Y}(t)$, $F(t) = C\dot{Y}(t)$, $R(t) = KY(t)$ – соответственно инерционные, диссипативные и восстанавливающие силы.

Система уравнений динамической реакции имеет следующий вид [27]:

$$\left. \begin{aligned} Y(t) &= 2\text{Re}\{Z(t)\}, \quad \dot{Y}(t) = 2\text{Re}\{SZ(t)\}, \\ Z(t) &= Z^0(t) + Z^P(t), \\ Z^0(t) &= \Phi(t-t_0)U^{-1}M[-\bar{S}Y_0 + \dot{Y}], \\ Z^P(t) &= U^{-1} \int_{t_0}^t \Phi(t-\tau)^T P(\tau) d\tau, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где $U = U^T$ – характеристика решения S , для которой выполняются свойства симметрии $U^{-1}\Phi(t-\tau)^T = \Phi(t-\tau)U^{-1}$ (фундаментальная матрица $\Phi(t-\tau) = e^{S(t-\tau)}$ осуществляет связь однородного ОДУ (2) с характеристическим МКУ (4)).

Для решения этой задачи приведен вывод уравнений динамической реакции от действия импульсов параболической формы вначале для случая одиночного импульса, затем для группы знакопеременных периодических импульсов.

Действие одиночного импульса параболической формы. Вектор внешних воздействий имеет следующий вид (рис. 3):

$$P(t) = f(t)P_0,$$

где $f(t)$ – квадратичная скалярная функция

$$f(t) = 4[(t-t_0)/t_a - (t-t_0)^2/t_a^2], \quad (6)$$

$t_a = t_1 - t_0$ – разность, соответствующая продолжительности действия нагрузки; P_0 – вектор амплитуд.

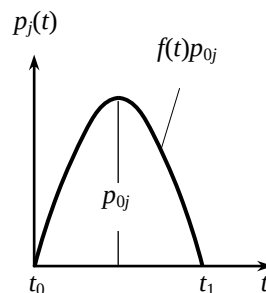


Рис. 3. Парабол-ический закон действия нагрузки в j -м узле

Представим функцию $f(t)$ в виде

$$f(t) = 4(\xi t^2 + \xi_1 t + \xi_2),$$

$$\text{где } \xi = -\frac{1}{t_a^2}; \quad \xi_1 = \frac{t_0 + t_1}{t_a^2}; \quad \xi_2 = -\frac{t_0 t_1}{t_a^2}.$$

После подстановки $P(t)$ в уравнение реакции вынужденных колебаний $Z^P(t)$ в (5) и учета свойств симметрии матрицы U запишем

$$Z^P(t) = 4\{[\xi_2 I_1(t) + \xi_1 I_2(t) + \xi I_3(t)]U^{-1}\}P_0,$$

где вспомогательные интегралы имеют вид:

$$I_1(t) = \int_{t_0}^t \Phi(t-\tau)d\tau, \quad I_2(t) = \int_{t_0}^t \Phi(t-\tau)\tau d\tau, \quad I_3(t) = \int_{t_0}^t \Phi(t-\tau)\tau^2 d\tau.$$

Выполнив интегрирование по частям в последних двух интегралах, получим

$$I_1(t) = [\Phi(t-t_0) - E]S^{-1},$$

$$I_2(t) = [\Phi(t-t_0)t_0 - Et]S^{-1} + [\Phi(t-t_0) - E]S^{-2},$$

$$I_3(t) = \{\Phi(t-t_0)[S^2 t_0^2 + 2St_0 + 2E] - [S^2 t^2 + 2St + 2E]\}S^{-3}.$$

Объединив в выражении вектора $Z^P(t)$ все три интеграла, находим

$$Z^P(t) = 4\{[\Phi(t-t_0)(\xi(S^2 t_0^2 + 2St_0 + 2E) + \xi_1(S^2 t_0 + S) + \xi_2 S^2) - \\ - \langle \xi(S^2 t^2 + 2St + 2E) + \xi_1(S^2 t + S) + \xi_2 S^2 \rangle]S^{-3}U^{-1}\}P_0.$$

Подставляя в правую часть $Z^P(t)$ коэффициенты ξ , ξ_1 и ξ_2 и группируя слагаемые вокруг степеней матрицы S , приходим к системе уравнений реакции (5):

$$\left. \begin{aligned} Y(t) &= 2\text{Re}\{Z(t)\}, \quad \dot{Y}(t) = 2\text{Re}\{SZ(t)\}, \\ Z(t) &= \{[\Phi(t-t_0)\langle S\dot{f}(t_0) + E\ddot{f}(t_0) \rangle - \langle S^2 f(t) + S\dot{f}(t) + E\ddot{f}(t) \rangle](US^3)^{-1}\}P_0, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где $f(t)$, $\dot{f}(t)$, $\ddot{f}(t)$ – функция нагрузки (6) и ее производные по времени

$$\dot{f}(t) = 4[1/t_a - 2(t-t_0)/t_a^2], \quad \ddot{f}(t) = -8/t_a^2,$$

$$\dot{f}(t_0) = 4/t_a, \quad \ddot{f}(t_0) = -8/t_a^2.$$

При $t > t_1$ ДДС совершает свободные колебания под действием начальных условий (векторы Y_0 , $\dot{Y}_0$). Уравнения реакции свободных колебаний $Z^0(t)$ следуют из (5) при замене t_0 на t_1 при назначении векторов Y_0 , $\dot{Y}_0$ на основе уравнений (7) в конце предыдущего интервала времени при $t = t_1$:

$$Y_0 = Y(t_1) = 2\text{Re}\{Z(t_1)\}, \quad \dot{Y}_0 = \dot{Y}(t_1) = 2\text{Re}\{SZ(t_1)\}.$$

$$Z(t_1) = \{[\Phi(t_1-t_0)\langle S\dot{f}(t_0) + E\ddot{f}(t_0) \rangle - \langle S\dot{f}(t_1) + E\ddot{f}(t_1) \rangle](US^3)^{-1}\}P_0,$$

$$\dot{f}(t_1) = -\dot{f}(t_0), \quad \ddot{f}(t_1) = \ddot{f}(t_0).$$

Вывод уравнений динамической реакции от действия знакопеременных периодических импульсов. Для этого в (7), согласно рис. 4, для вектор-функции $Z(t)$ выполняются замены: на интервале времени $t \in [t_{2i-2}, t_{2i-1}]$ – замена t_0 на t_{2i-2} , на интервале $t \in [t_{2i-1}, t_{2i}]$ – t_0 на t_{2i-1} со сменой знака $Z(t)$ на противоположный.

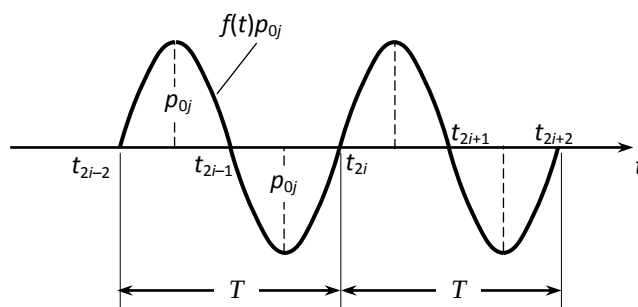


Рис. 4. Параметры квадратичной нагрузки в j -м узле системы

В результате этих преобразований система уравнений динамической реакции от действия периодических знакопеременных параболических импульсов на интервале времени $t \in [t_{2i-2}, t_{2i}]$ принимает вид:

$$\left. \begin{aligned} Y(t) &= 2\text{Re} \{Z(t)\}, \dot{Y}(t) = 2\text{Re} \{SZ(t)\}, Z(t) = Z^0(t) + Z^P(t), \\ \text{при } t \in [t_{2i-2}, t_{2i-1}]: Z^P(t) &= 4\{[\Phi(t-t_{2i-2})\langle S\dot{f}(t_{2i-2}) + E\ddot{f}(t_{2i-2}) \rangle - \\ &\quad - \langle S^2f(t) + S\dot{f}(t) + E\ddot{f}(t) \rangle](US^3)^{-1}\}P_0; \\ \text{при } t \in [t_{2i-1}, t_{2i}]: Z^P(t) &= -4\{[\Phi(t-t_{2i-1})\langle S\dot{f}(t_{2i-1}) + E\ddot{f}(t_{2i-1}) \rangle - \\ &\quad - \langle S^2f(t) + S\dot{f}(t) + E\ddot{f}(t) \rangle](US^3)^{-1}\}P_0, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где $f(t)$, $\dot{f}(t)$, $\ddot{f}(t)$ на интервале $t \in [t_{2i-2}, t_{2i-1}]$ равны:

$$\begin{aligned} f(t) &= 4[(t-t_{2i-2})/t_a - (t-t_{2i-2})^2/t_a^2], & \dot{f}(t) &= 4[1/t_a - 2(t-t_{2i-2})/t_a^2], \\ \dot{f}(t_{2i-2}) &= 4/t_a, & \ddot{f}(t) &= \ddot{f}(t_{2i-2}) = -8/t_a^2, & t_a &= t_{2i-1} - t_{2i-2}; \end{aligned}$$

на интервале $t \in [t_{2i-1}, t_{2i}]$ равны:

$$\begin{aligned} f(t) &= -4[(t-t_{2i-1})/t_a - (t-t_{2i-1})^2/t_a^2], & \dot{f}(t) &= -4[1/t_a - 2(t-t_{2i-1})/t_a^2], \\ \dot{f}(t_{2i-1}) &= -4/t_a, & \ddot{f}(t) &= \ddot{f}(t_{2i-1}) = 8/t_a^2, & t_a &= t_{2i} - t_{2i-1}. \end{aligned}$$

При переходе через временную точку t_{2i-1} выражения реакции вынужденных колебаний $Z^P(t)$ в (8) необходимо связать между собой с помощью начальных условий. Для этого в уравнении реакции свободных колебаний (5) $Z^0(t)$ следует заменить t_0 на t_{2i-1} , назначив векторы начальных условий $Y_0 = Y(t_{2i-1})$, $\dot{Y}_0 = \dot{Y}(t_{2i-1})$ на основе (8) в конце интервала времени $t \in [t_{2i-2}, t_{2i-1}]$ при $t = t_{2i-1}$.

Анализ колебаний расчетной модели

Анализ колебаний на действие пульсационной составляющей проводится для железобетонной дымовой трубы $H = 180$ м котельного цеха АО «СЗ» (Республика Крым, г. Красноперекоск) (рис. 5). Дымовая труба построена по типовому проекту ТРН 5574, разработанному в 1972 г. ВНИПИ «Теплопроект» (г. Москва), введена в эксплуатацию в 1989 г.



Рис. 5. Внешний вид дымовой трубы
в г. Красноперекоске (Республика Крым)

Параметры дымовой трубы: нижние диаметры трубы (наружный диаметр $D_0 = 16,5$ м, внутренний диаметр $d_0 = 15,3$ м), верхние диаметры на отметке высотой 180 м (наружный диаметр $D_n = 7$ м, внутренний диаметр $d_n = 6$ м). Модуль упругости и плотность бетона соответственно равны $E = 2,8 \cdot 10^4$ МПа, $\rho = 2,5$ т/м³.

Согласно [14] приняты: нормативное значение ветрового давления $w_0 = 0,38$ кПа (3-й ветровой р-н), аэродинамический коэффициент $c = 0,9$, коэффициент пространственной корреляции $\nu = 0,64$, логарифмический декремент колебаний $\delta = 0,15$. Коэффициенты, учитывающие изменение ветрового давления $k(z_e)$ и пульсацию ветра $\zeta(z_e)$ (тип местности А), определяющие нормативные значения средней w_m и пульсационной w_p составляющих ветровой нагрузки на высоте $i \cdot h$ ($i = 0, 1, \dots, n$) РМДТ, аппроксимируются кривыми квадратичного вида:

$$X(z_e)^2 + (b/a)X(z_e) + (c/a - i \cdot h/a) = 0 \\ (X(z_e) \in [k(z_e), \zeta(z_e)]).$$

Для $k(z_e)$ коэффициенты аппроксимации a, b, c составили:

при $z_e \in [0 \ 120]$ м: $a = 40, b = -30, c = 0$;

при $z_e \in [120 \ 180]$ м: $a = 48, b = -44, c = 6$;

для $\zeta(z_e)$ коэффициенты аппроксимации равны:

при $z_e \in [0 \ 120]$ м: $a = 961,225; b = -1658,684, c = 715,396$;

при $z_e \in [120 \ 180]$ м: $a = 1320,261; b = -2236,732, c = 947,333$.

Рассмотрены различные режимы пульсационной составляющей по периодичности ветровой нагрузки, совпадающей с периодом собственных колебаний первых трех частот расчетной модели: $\omega_i = 0,363; 1,184; 2,134$ рад/с ($i = 1, 2, 3$). (9)

В соответствии с рекомендациями [12] критические скорости ветра (м/с), при которых происходит резонансное вихревое возбуждение (ветровой резонанс), определяются для каждой частоты собственных колебаний по формуле

$$V_{cr,i} = f_i D_k / St,$$

где $f_i = \omega_i / \pi = [0,0576; 0,1884; 0,3396]$ Гц; $St = 0,2$ – число Струхала; D_k – диаметр дымовой трубы. На высоте $z_{эк} = 0,8H$ диаметр $D_k = D_0 - (D_0 - D_n) \cdot 80/100 = 8,9$ м. Отсюда критическая скорость ветра для каждой частоты составит

$$V_{cr,i} = [2,563; 8,384; 15,112] \text{ м/с } (i = 1, 2, 3).$$

Резонансное вихревое возбуждение не возникает в том случае, если критическая скорость ветра больше максимальной скорости ветра $V_{\max}(z_{эк})$ на уровне $z_{эк} = 0,8H$. Максимальная скорость ветра определяется по формуле [14]

$$V_{\max}(z_{эк}) = 1,5 \sqrt{w_0 k(z_{эк})} = 43,4 \text{ м/с} > V_{cr,i}$$

где $w_0 = 380$ Па, $k(z_{эк}) = 2,2$ [14, табл. 11.2].

Из анализа следует, что резонансное вихревое возбуждение возникает при колебаниях ДТ по первым трем собственным формам.

Результаты, анализ

Рассмотрены примеры аэродинамической неустойчивости РМДТ при действии пульсационной составляющей ветровой нагрузки, моделируемой периодическими импульсами с квадратичной зависимостью (рис. 4).

Параметры реакции РМДТ получены при периодичности T пульсаций ветра, равной периодам собственных колебаний, соответствующим первым трем низшим частотам (9) расчетной модели для числа степеней свободы – $n = 100$. Число учитываемых в расчете групп периодических знакопеременных импульсов (см. рис. 4) равно 10. При числе шагов на длине периодичности T , принятым равным 240, общее число шагов итераций при вычислении реакции системы равно $k = 2401$.

Учет модели непропорционального демпфирования (1) проводился для трех вариантов весового коэффициента ($\alpha = 0,9; 0,95; 0,98$). Для сравнения результатов использовалась модель пропорционального демпфирования А.И. Цейтлина

$$C = \gamma M \sqrt{M^{-1} K},$$

где $\gamma = \frac{\delta}{\pi}$ – коэффициент потерь ($\delta = 0,15$), и, кроме того, рассматривался вариант колебаний системы без учета сил трения (при $C = 0$).

На рис. 6. показаны осциллограммы перемещений, ускорений и восстанавливающих при периодичности знакопеременных параболических импульсов $T = 17,355$ с, соответствующих основному тону колебаний $\omega_1 = 0,363$ рад/с. На фрагменте осциллограммы перемещений максимальное значение амплитуды для диссипативных систем в пределах первой пульсации не превышает 1,4 м.

Для консервативной системы значения амплитуд параметров реакции на всех осциллограммах значительно превышают соответствующие параметры с учетом демпфирования.

На рис. 7 даны осциллограммы перемещений, скоростей и сил инерции при периодичности импульсов $T = 5,305$ с, соответствующих частоте ω_2 (2-я форма собственных колебаний). На рис. 8 приведены осциллограммы перемещений и невязки ОДУ (2) при периодичности импульсов $T = 2,944$ с, соответствующих частоте ω_3 (3-я форма собственных колебаний).

Осциллограммы перемещений, построенные для периодичности знакопеременных импульсов, совпадающей со вторым и третьим периодами собственных колебаний модели, содержат основной тон ω_1 , более заметный при $T = 2,944$ с, на который накладываются обертоны ω_2 (см. рис. 7), ω_3 (рис. 8). В целом амплитуды параметров реакции также возрастают с течением времени, что свидетельствует о явлении резонанса РМДТ на 2-й и 3-й формах собственных колебаний. Однако эти амплитуды значительно слабее амплитуд, полученных при $T = 17,355$ с (см. рис. 6), как по абсолютной величине,

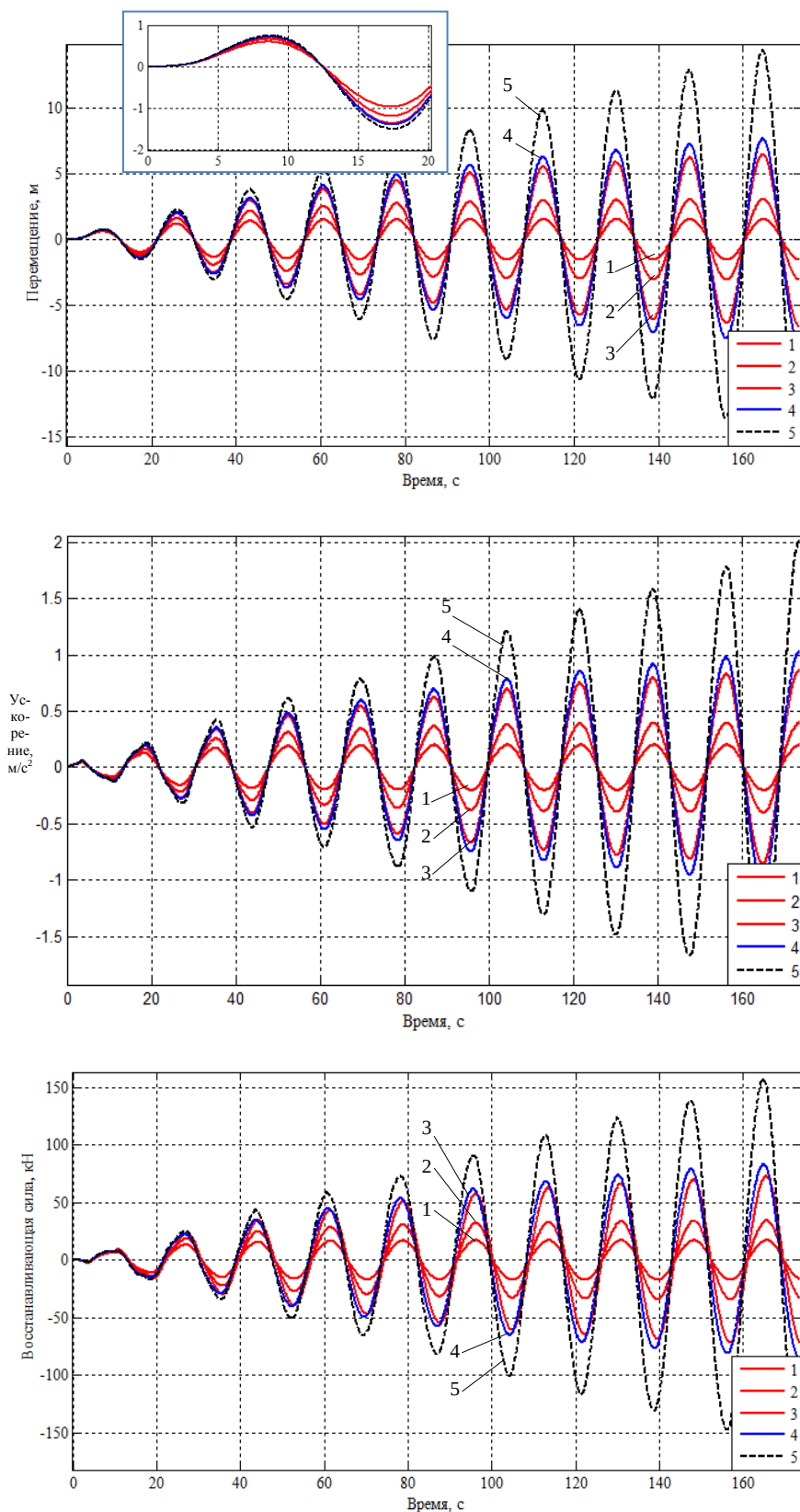


Рис. 6. Осциллограммы перемещений, ускорений и восстанавливающих сил РМДТ при периодичности знакопеременных импульсов $T = 17,355$ с для:
1–3 – модели демпфирования (1) при α (1 – 0,9, 2 – 0,95, 3 – 0,98);
4 – модели Цейтлина; 5 – консервативной системы

так и по интенсивности нарастания, при этом амплитуды колебаний, вызванные резонансом на 3-й собственной форме (см. рис. 8), меньше амплитуд, соответствующих 2-й форме колебаний (см. рис. 7).

На рис. 8 приведены осциллограммы функциональной невязки $\Delta_k(t)$ неоднородного ОДУ (2) для узла расчетной модели дымовой трубы

при $k = 100$, свидетельствующие о высокой точности построенного решения: $\varepsilon < \text{abs}(6 \cdot 10^{-11})$ кН. Функция-невязка имеет вид $\Delta_k(t) = \varphi_k(t) - P_k(t)$ и представляет разность между суммарными силами левой части $\varphi_k(t) = -I_k(t) + F_k(t) + R_k(t)$, построенными в ходе анализа, и заданными силами правой части ОДУ (2) в k -м узле.

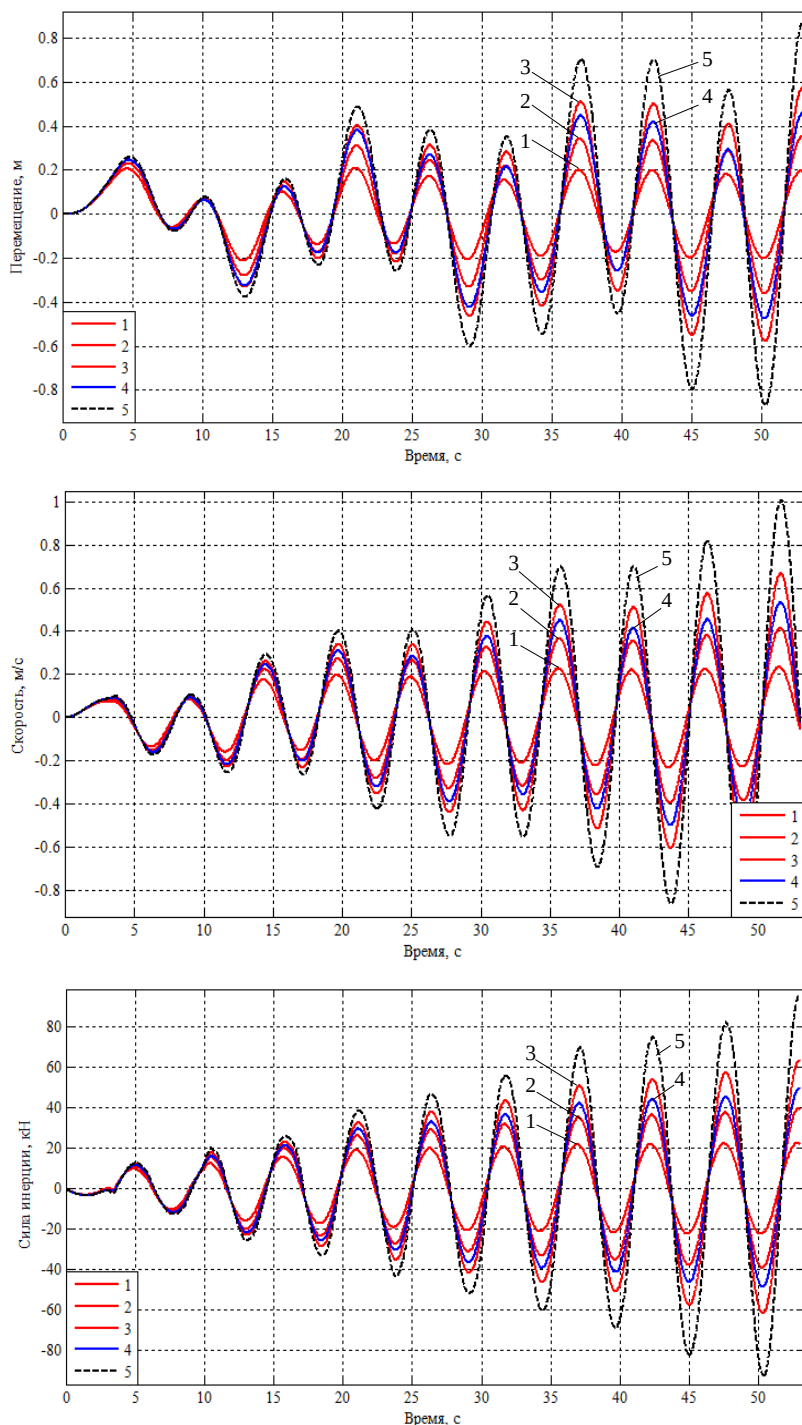


Рис. 7. Осциллограммы перемещений, скоростей и сил инерции при периодичности знакопеременных треугольных импульсов $T = 5,305$ с для: 1–3 – модели демпфирования (1) при α (1 – 0,9, 2 – 0,95, 3 – 0,98); 4 – модели Цейтлина; 5 – консервативной системы

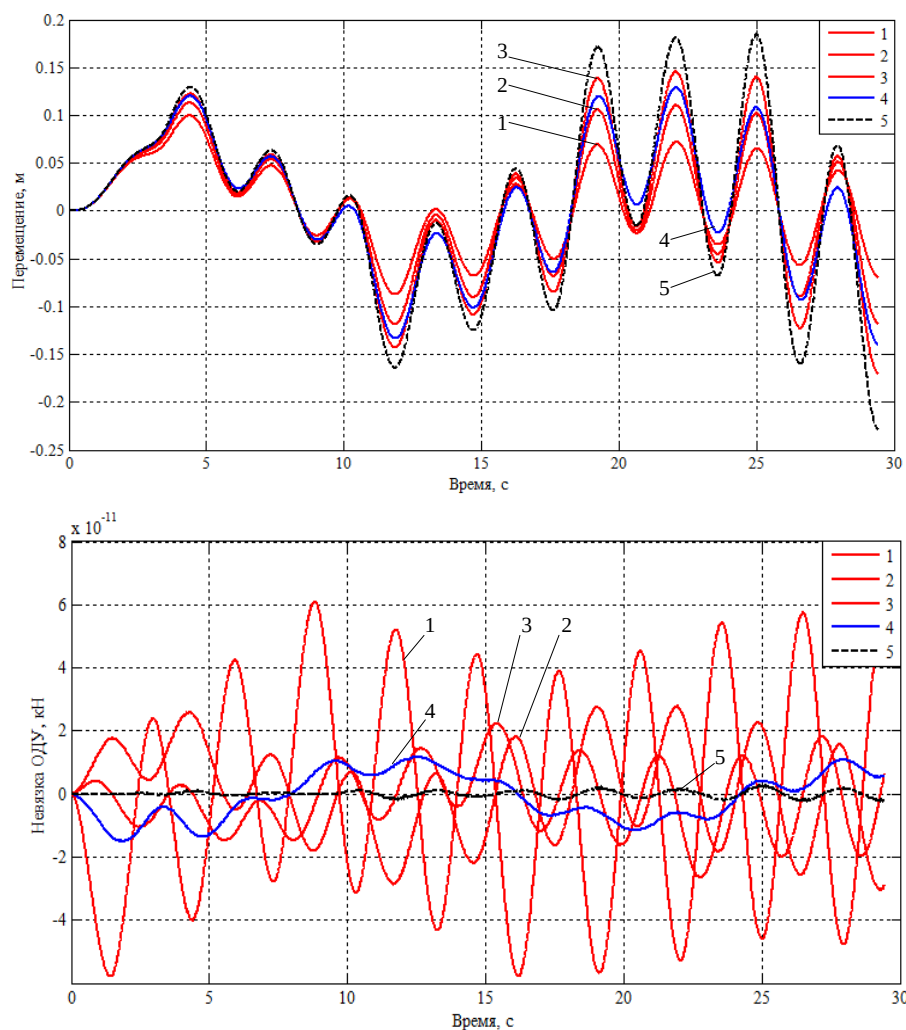


Рис. 8. Осциллограммы перемещений и невязок ОДУ (2) при периодичности знакопеременных треугольных импульсов $T = 2,944$ с для: 1–3 – модели демпфирования (1) при α (1 – 0,9, 2 – 0,95, 3 – 0,98); 4 – модели Цейтлина; 5 – консервативной системы

Выводы

1. В рамках теории временного анализа построена система разрешающих уравнений динамической реакции на действие периодических знакопеременных импульсов квадратичного вида, которые моделируют пульсационную составляющую нагрузки при ветровом резонансе дымовой трубы.

2. Проведен анализ поперечных колебаний РМДТ при резонансном вихревом возбуждении, когда частота срыва вихрей совпадает с одной

из собственных частот сооружения (рассмотрены варианты с тремя низшими собственными частотами расчетной модели для $n = 100$ степеней свободы).

3. Получена оценка точности решения динамической задачи (2)–(4), задаваемой функциональной невязкой $\Delta_k(t)$ неоднородного ОДУ (2) для узла $k = 100$: $\varepsilon < \text{abs}(6 \cdot 10^{-11})$ кН. Невязка выражает точность интегрирования ОДУ (2) на интервале действия пульсационной составляющей ветровой нагрузки.

Список литературы

1. Davenport A.G. The application of statistical concepts to the wind loading of structures // Proceedings of the Institution of Civil Engineers. 1961. Vol. 19, no. 4, pp. 449–472. DOI: 10.1680/iicep.1961.11304
2. Барштейн М.Ф. Руководство по расчету зданий и сооружений на действие ветра. М.: Стройиздат, 1978. 216 с.
3. Симиу Э., Сканлан Р. Воздействия ветра на здания и сооружения. М.: Стройиздат, 1984. 360 с.
4. Vickery B.J., Basu R.I. Across-wind vibrations of structures of circular cross-section. Part I. Development of a mathematical model for two-dimensional conditions // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. 1983. Vol. 12, no. 1, pp. 49–73. DOI: 10.1016/0167-6105(83)90080-6

5. Den-Hartog J.P. Mechanical Vibrations. New York: Dover Publications, 1985. 436 p.
6. Wacker J., Friedrich R., Plate E.J., Bergdolt U. Fluctuating wind load on cladding elements and roof pavers // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. 1991. Vol. 38, no. 2–3, pp. 405–418.
7. Tieleman H.W., Akins R.E. Mean and fluctuating pressure distributions on rectangular prisms immersed in a variety of turbulent shear flows. AIAA/ASME/SIAM/APS, 1st National Fluid Dynamics Congress, July 25–28, 1998, vol. 2, pp. 1749–1756. Cincinnati, OHIO.
8. Pozzuoli C., Bartoli G., Peil U., Clobes M. Serviceability wind risk assessment of tall buildings including aeroelastic effects // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. 2013. Vol. 123. 8, pp. 325–338. DOI: 10.1016/j.jweia.2013.09.014
9. Wang L., Liang S., Huang G., Song J., Zou L. Investigation on the instability of vortex induced resonance of high-rise buildings // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. 2018. Vol. 175, pp. 17–31. DOI: 10.1016/j.jweia.2018.01.025
10. Zheng C., Liu Z., Wu T., Wang H., Wu Y., Shi X. Experimental investigation of vortex-induced vibration of a thousand-meter-scale mega-tall building // Journal of Fluids and Structures. 2019. Vol. 85, pp. 94–109. DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2018.12.005
11. Stathopoulos T., Dumitrescu-Brulotte M. Design recommendations for loading on buildings of intermediate height. ANNUAL Conference, 25–27 May, 1988, vol. 1, pp. 275–293. Calgary. Canadian Society For Civil Engineering.
12. Попов Н.А. Рекомендации по уточненному динамическому расчету зданий и сооружений на действие пульсационной составляющей ветровой нагрузки. М., ЦНИИСК, 2000. 26 с.
13. Временные рекомендации по назначению нагрузок и воздействий, действующих на многофункциональные высотные здания и комплексы в Москве. МДС 20-1.2006 / ФГУП «НИЦ «Строительство». М.: ФГУП ЦПП, 2006. 27 с.
14. СП 20.13330.2016. Нагрузки и воздействия. М.: Стандартинформ, 2018. 95 с.
15. Eurocode 1: Basis design and action on structures. Part 2-4: Wind action. ENV 1991-2-4, CEN, 1994.
16. American Society of Civil Engineers. Minimum design loads for buildings and other structures. ANSI/ASCE 7-98, ASCE, New York, 2000.
17. Standard Australia. Minimum design loads on structures. Part 2: Wind Loads. Standards Australia. North Sydney, 1989.
18. Arunachalam S., Lakshmanan N. Across-wind response of tall circular chimneys to vortex shedding // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. 2015. Vol. 145, pp. 187–195. DOI: 10.1016/j.jweia.2015.06.005
19. Lupi F., Niemann H.-J., Höffer R. Aerodynamic damping model in vortex-induced vibrations for wind engineering applications // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. 2018. Vol. 174, pp. 281–295. DOI: 10.1016/j.jweia.2018.01.006
20. Lupi F., Höffer R., Niemann H.-J. Aerodynamic damping in vortex resonance from aeroelastic wind tunnel tests on a stack // Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics. 2021. Vol. 208, pp. 75–97. DOI: 10.1016/j.jweia.2020.104438
21. Su N., Li Z., Peng S., Uematsu Y. Interference effects on aeroelastic responses and design wind loads of twin high-rise reinforced concrete chimneys // Engineering Structures. 2021. 233(4):111925. DOI: 10.1016/j.engstruct.2021.111925
22. Krishnan R., Deshmukh M.A., Prakash F. Effective tuned mass damper system for RC tall chimney dynamic wind response control // Materials Today: Proceedings. 2023. Pp. 1–7. DOI: 10.1016/j.matpr.2023.03.660
23. Rahman S., Bharti A.K., Datta T.K. Response control of chimneys using tuned mass damper, multi-tuned mass damper and tuned mass inerter system // Structures. 2024. Vol. 69, 107526. DOI: 10.1016/j.istruc.2024.107526
24. Потапов А.Н. Построение модели непропорционального демпфирования // Фундаментальные поисковые и прикладные исследования РААСН по научному обеспечению развития архитектуры, градостроительства и строительной отрасли Российской Федерации в 2022–2023 годы: Научные труды РААСН в 2 т. Т. 2. М.: АСВ, 2024. С. 330–341.
25. Динамический расчет зданий и сооружений (Справочник проектировщика) / М.Ф. Барштейн, В.А. Коренев, Б.Г. Коренев и др.; Под ред. Б.Г. Коренева и И.М. Рабиновича. 2-е изд. перераб. и доп. М.: Стройиздат, 1984. 303 с.
26. Савицкий Г.А. Ветровая нагрузка на сооружения. М.: Стройиздат, 1972. 111 с.
27. Потапов А.Н. Динамический анализ дискретных диссипативных систем при нестационарных воздействиях. Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2003. 167 с.

References

1. Davenport A.G. The application of statistical concepts to the wind loading of structures. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, 1961, vol. 19, no. 4, pp. 449–472. DOI: 10.1680/iicep.1961.11304
2. Barshtein M.F. *Rukovodstvo po raschetu zdaniy i sooruzheniy na deystvie vetra* [Guide to the calculation of buildings and structures for wind action]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1978. 216 p. (in Russ.)
3. Simiu E., Skanlan R. *Vozdejstviya vetra na zdaniya i sooruzheniya* [Effects of wind on buildings and structures]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1984. 360 p. (in Russ.)
4. Vickery B.J., Basu R.I. Across-wind vibrations of structures of circular cross-section. Part I. Development of a mathematical model for two-dimensional conditions. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1983, vol. 12, no. 1, pp. 49–73. DOI: 10.1016/0167-6105(83)90080-6
5. Den-Hartog J.P. *Mechanical Vibrations*. New York: Dover Publications, 1985. 436 p.
6. Wacker J., Friedrich R., Plate E.J., Bergdolt U. Fluctuating wind load on cladding elements and roof pavers. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1991, vol. 38, no. 2–3, pp. 405–418.
7. Tieleman H.W., Akins R.E. Mean and fluctuating pressure distributions on rectangular prisms immersed in a variety of turbulent shear flows. AIAA/ASME/SIAM/APS, 1st National Fluid Dynamics Congress, July 25–28, 1998, vol. 2, pp. 1749–1756. Cincinnati, OHIO.
8. Pozzuoli C., Bartoli G., Peil U., Clobes M. Serviceability wind risk assessment of tall buildings including aeroelastic effects. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2013, vol. 123, no. 8, pp. 325–338. DOI: 10.1016/j.jweia.2013.09.014
9. Wang L., Liang S., Huang G., Song J., Zou L. Investigation on the instability of vortex induced resonance of high-rise buildings. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2018, vol. 175, pp. 17–31. DOI: 10.1016/j.jweia.2018.01.025
10. Zheng C., Liu Z., Wu T., Wang H., Wu Y., Shi X. Experimental investigation of vortex-induced vibration of a thousand-meter-scale mega-tall building. *Journal of Fluids and Structures*, 2019, vol. 85, pp. 94–109. DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2018.12.005
11. Stathopoulos T., Dumitrescu-Brulotte M. Design recommendations for loading on buildings of intermediate height. ANNUAL Conference, 25–27 May, 1988, vol. 1, pp. 275–293. Calgary. Canadian Society For Civil Engineering.
12. Popov N.A. *Rekomendatsii po utochnennomu dinamicheskomu raschetu zdaniy i sooruzheniy na deystvie pulsatsionnoy sostavlyayushey vetrovoy nagruzki* [Recommendations on refined dynamic calculation of buildings and structures under pulsing component of wind load]. Moscow, TSNIISK Publ., 2000. 26 p. (in Russ.)
13. *Vremennye rekomendatsii po naznacheniю nagruzok i vozdeystviy, deystvuyushchikh na mnogofunktsional'nye vysotnye zdaniya i komplekсы v Moskve*. MDS 20-1.2006 / FGUP “NIC “Stroitel'stvo” [Temporary recommendations on assignment of loads and effects acting on multifunctional high-rise buildings and complexes in Moscow. MDS 20-1.2006 / FSPU “NRC “Construction”]. Moscow, FGUP TsPP Publ., 2006. 27 p. (in Russ.)
14. SP 20.13330.2016. *Nagruzki i vozdeystviya* [Set of Rules 20.13330.2016. Loads and impacts]. Moscow: Standartinform Publ.; 2018. 95 p. (in Russ.)
15. Eurocode 1: Basis design and action on structures. Part 2-4: Wind action. ENV 1991-2-4, CEN, 1994.
16. *American Society of Civil Engineers. Minimum design loads for buildings and other structures*. ANSI/ASCE 7-98, ASCE, New York, 2000.
17. *Standard Australia. Minimum design loads on structures. Part 2: Wind Loads*. Standards Australia. North Sydney, 1989.
18. Arunachalam S., Lakshmanan N. Across-wind response of tall circular chimneys to vortex shedding. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2015, vol. 145, pp. 187–195. DOI: 10.1016/j.jweia.2015.06.005
19. Lupi F., Niemann H.-J., Höffer R. Aerodynamic damping model in vortex-induced vibrations for wind engineering applications. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2018, vol. 174, pp. 281–295. DOI: 10.1016/j.jweia.2018.01.006
20. Lupi F., Höffer R., Niemann H.-J. Aerodynamic damping in vortex resonance from aeroelastic wind tunnel tests on a stack. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2021, vol. 208, pp. 75–97. DOI: 10.1016/j.jweia.2020.104438
21. Su N., Li Z., Peng S., Uematsu Y. Interference effects on aeroelastic responses and design wind loads of twin high-rise reinforced concrete chimneys. *Engineering Structures*, 2021, vol. 233, no. 4, pp. 111925. DOI: 10.1016/j.engstruct.2021.111925
22. Krishnan R., Deshmukh M.A., Prakash F. Effective tuned mass damper system for RC tall chimney dynamic wind response control. *Materials Today: Proceedings*, 2023, pp. 1–7. DOI: 10.1016/j.matpr.2023.03.660
23. Rahman S., Bharti A. K., Datta T. K. Response control of chimneys using tuned mass damper, multi-tuned mass damper and tuned mass inerter system. *Structures*, 2024, vol. 69, pp. 107526. DOI: 10.1016/j.istruc.2024.107526

24. Potapov A.N. [Development of disproportionate damping model]. *Fundamental'nye poiskovye i prikladnye issledovaniya RAASN po nauchnomu obespecheniyu razvitiya arkhitektury, gradostroitel'stva i stroitel'noj otrasli Rossijskoj Federacii v 2022–2023 gody: Nauchnye trudy RAASN v 2 tomah. Tom 2* [Fundamental search and applied research of RAASN on scientific support for the development of architecture, urban planning and construction industry of the Russian Federation in 2022–2023: Proceedings of RAASN in 2 volumes. Vol. 2], Moscow, ASV Publ., 2024, pp. 330–341. (in Russ.)

25. Barshtein M.F., Korenev V.A., Korenev B.G. et al. *Dinamicheskij raschet zdaniy i sooruzheniy (Spravochnik proektirovshchika)* [Dynamic Calculation of Buildings and Structures (Designer's Handbook)]. Ed. by B.G. Korenev and I.M. Rabinovich. 2nd ed., revised and enlarged. Moscow, Stroyizdat Publ., 1984. 303 p. (in Russ.)

26. Savitsky G.A. *Vetrovaya nagruzka na sooruzheniya* [Wind Load on Structures]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1972. 111 p. (in Russ.)

27. Potapov A.N. *Dinamicheskij analiz diskretnykh dissipativnykh sistem pri nestatsionarnykh vozdeystviyakh* [Dynamic Analysis of Discrete Dissipative Systems Under Nonstationary Actions]. Chelyabinsk, South Ural St. Univ. Publ., 2003. 167 p. (in Russ.)

Информация об авторах:

Потапов Александр Николаевич, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Строительное производство и теория сооружений», Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; potapov.alni@gmail.com

Шматков Сергей Борисович, кандидат технических наук, главный инженер, ООО «Спецвысотстройпроект», Челябинск, Россия; expert_chel@mail.ru

Михайлов Артем Александрович, студент кафедры «Строительное производство и теория сооружений», Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; art954m@gmail.com

Information about the authors:

Aleksandr N. Potapov, Doctor of Sciences (Engineering), Professor, Professor at the Department of Construction Production and Theory of Structures, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; potapov.alni@gmail.com

Sergey B. Shmatkov, Candidate of Sciences (Engineering), Chief Engineer at Spetsvysotstroyproekt LLC, Chelyabinsk, Russia; expert_chel@mail.ru

Artem A. Mikhailov, student, Department of Construction Production and Theory of Structures, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; art954m@gmail.com

Статья поступила в редакцию 25.09.2025, принята к публикации 10.10.2025.

The article was submitted 25.09.2025, approved after reviewing 10.10.2025.