

Строительная механика Construction mechanics

Научная статья

УДК 624.04:539.3:534

DOI: 10.14529/build260203

СЕЙСМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДЫМОВОЙ ТРУБЫ

А.Н. Потапов[✉], Э.О. Хабаров

Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия

[✉]potapovan@susu.ru

Аннотация. Сейсмический анализ дымовых труб в настоящее время выполняется конечно-элементными подходами в сочетании с методами теории вероятности. В статье приведены результаты по анализу сейсмостойкости расчетной модели дымовой трубы (РМДТ) с использованием акселерограммы движения грунта. На основе теории временного анализа построена математическая модель колебаний дымовой трубы, рассматриваемая как дискретная диссипативная система (ДДС). В рамках этой модели дифференциальные уравнения движения сведены к системе $2n$ алгебраических уравнений рекуррентного вида, где n – число степеней свободы. В уравнениях реакции значения перемещений и скоростей на текущем шаге оцифрованной акселерограммы определяются по значениям этих же параметров на предыдущем шаге, принимаемых в качестве начальных условий. Эффект рассеяния энергии учтен моделью непропорционального демпфирования. Приведен анализ сейсмических колебаний железобетонной РМДТ при $n = 100$ по акселерограмме Иранского землетрясения (1978). Получены параметры динамической реакции дымовой трубы и дана оценка точности решения динамической задачи.

Ключевые слова: дымовая труба, сейсмика, динамическая реакция, перемещение, колебание, восстанавливающая сила

Для цитирования. Потапов А.Н., Хабаров Э.О. Сейсмический анализ дымовой трубы // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». 2026. Т. 26, № 2. С. 20–30. DOI: 10.14529/build260203

Original article

DOI: 10.14529/build260203

SEISMIC ANALYSIS OF A CHIMNEY

A.N. Potapov[✉], E.O. Khabarov

South Ural State University, Chelyabinsk, Russia

[✉]potapovan@susu.ru

Abstract. Seismic analysis of chimneys is currently performed using finite element approaches combined with probability theory methods. This article presents the results of a seismic analysis of a chimney computational model (CCM) using ground motion accelerograms. Based on time-domain analysis theory, a mathematical model of chimney vibrations, considered as a discrete dissipative system (DDS), is constructed. Within this model, the differential equations of motion are reduced to a system of $2n$ algebraic equations of recurrent form, where n is the number of degrees of freedom. In the reaction equations, the displacements and velocities at the current step of the digitized accelerogram are determined based on the values of these same parameters at the previous step, which are taken as initial conditions. The energy dissipation effect is taken into account using a non-proportional damping model. An analysis of the seismic vibrations of a reinforced concrete RMDT at $n = 100$ is presented using the accelerogram of the Iranian earthquake (1978). The dynamic response parameters of the chimney are obtained, and the accuracy of the dynamic problem solution is assessed.

Keywords: chimney, seismics, dynamic response, displacement, vibration, restoring force

For citation. Potapov A.N., Khabarov E.O. Seismic analysis of a chimney. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Construction Engineering and Architecture*. 2026;26(2):20–30. (in Russ.). DOI: 10.14529/build260203

Обзор литературы

Сейсмические воздействия представляют собой нестационарный случайный процесс, и поэтому, как отмечал еще в середине прошлого века выдающийся ученый В.В. Болотин [1], «в основу теории сейсмостойкости должны быть положены методы теории вероятностей и математической статистики». В развитие современных методов расчета конструкций на действие сейсмических нагрузок большой вклад внесли такие крупные специалисты, как: В.В. Болотин [1, 2], М.Ф. Барштейн [3], И.И. Гольденблат и Н.А. Николаенко [4], Я.М. Айзенберг [5], J.G. McGregor, S.E. Hage [6], Н. Ньюмарк и Э. Розенблют [7], T. Paulay, M.J.N. Priestley [8] и др. Труды этих ученых подготовили хорошую базу для разработки и создания инженерных методов расчета сейсмостойких конструкций, рекомендаций [9–11] и нормативных документов [12–15].

В настоящее время в сейсмическом проектировании высотных сооружений широкое применение получил инкрементальный динамический анализ (Incremental dynamic analysis – IDA), представляющий сочетание конечно-элементных подходов с вероятностными методами [16–21]. Оценки сейсмических характеристик по методике IDA рекомендованы кодами США. Конструкция подвергается воздействию набора движений грунта, масштабируемых до различных уровней интенсивности, чтобы охватить реакцию системы в широком диапазоне – от упругости до текучести, вплоть до обрушения. По характеристикам движений грунта (на основе множества построенных кривых сейсмической хрупкости) определяют меру сейсмической интенсивности и хрупкость сверхвысотной конструкции. Затем по этой мере дается оценка вероятности превышения определенных предельных состояний или, что одно и то же, заданной меры повреждения. По мнению авторов IDA [16] данный метод используется для точной оценки сейсмических характеристик модели для любой комбинации параметров путем выполнения множественных нелинейных анализов временной истории для различного набора записей движения грунта.

В [17] предложен усовершенствованный вариант IDA, приводящий к стабильной оценке хрупкости. По этому варианту реальные акселерограммы усиливаются путем спектрального их сопоставления с условным средним спектром различных периодов повторяемости. В [18] на разработанной трехмерной конечно-элементной модели изучено влияние характеристик движений грунта на меру сейсмической интенсивности и хрупкость сверхвысотного здания. Для оценки его сейсмической уязвимости были созданы кривые сейсмической хрупкости и трехуровневые матрицы; показано, что межэтажные смещения здания нечувствительны к обычно используемым мерам интенсивности движений грунта и их пиковому ускорению.

В работах [19–21] на основе IDA проведены исследования высотных сооружений по оценке запаса устойчивости к повреждениям морских ветровых турбин [19] и безопасности башни для генерации электроэнергии [20], а также по оценке линейного и нелинейного динамического анализа железобетонных каркасных зданий [21]. В [19] моделирование выполнялось в программном комплексе OpenSees, позволяющем проводить динамический анализ реакций турбин от воздействий землетрясений и цунами, в [20] был принят метод оценки сейсмической хрупкости на основе модели конечных элементов в ABAQUS, в [21] анализ реакции осуществлялся по итеративной схеме Newmark.

В последние десятилетия при проектировании дымовых труб применяется множество разработок различных методов и устройств для повышения безопасности при действии горизонтальных нагрузок, вызываемых землетрясениями и ветровыми пульсациями. Большой цикл исследований [22–26] посвящен использованию настроенных инерционных демпферов (tuned mass damper – TMD) [22, 23] и их различных модификаций – tuned mass damper inerter (TMDI) [24], tuned mass inerter system (TMIS) [25] и amplifying damping transfer system (ADTS) [26] – с целью снижения динамической реакции в сооружениях при сейсмических воздействиях. Оценки динамических откликов с учетом характеристик данных демпферов основаны на численном анализе с помощью моделей конечных элементов. В дымовой трубе, выполненной из каменной кладки (высотой около 50 м), отмечено [22], что TMD улучшает сейсмическую реакцию с точки зрения снижения величины напряжения сжатия, сдвига основания и смещения верха сооружения. В [23] рассмотрен учет взаимодействия грунта и конструкции по двум ключевым параметрам (отношению жесткости конструкции к грунту и соотношению сторон конструкции) на примере 3-, 6- и 12-этажных зданий. Отмечено, что этот учет крайне важен для получения оптимальных параметров TMD, в частности, показано, что для малоэтажных зданий, построенных на грунтах с низкой жесткостью, TMD не обеспечивает адекватного снижения вибраций. Разновидность TMD – настроенный инерционный демпфер (TMDI) – использовалась в [24] для анализа колебаний 3-этажного каркасного железобетонного здания.

В работе [25] приведена модификация устройства – настроенная инерционная система масс (TMIS), позволяющая учитывать влияние более высоких мод на отклики высотной железобетонной дымовой трубы. Разработан соответствующий метод оптимизации проектирования для снижения сейсмического ответа дымовых труб и отмечена более высокая эффективность TMIS по сравнению с обычными TMD при управлении многомодового контроля сейсмической реакции. В [26] предложе-

на усиливающая система передачи затухания (ADTS) в ветряной турбине, представляющей коническую стальную трубу высотой 87,6 м. Конечно-элементная реализация задачи выполнена в ABAQUS с учетом модели демпфирования Рэлея. Эффективность ADTS подтверждена контролем сейсмической реакции, обеспечивающей не менее 30 % снижения перемещений и ускорений.

В [27] проведена оценка сейсмической уязвимости 3D-модели для железобетонных каркасных конструкций с использованием кривых сейсмической хрупкости в качестве вероятностного индикатора конструктивной безопасности. Эти кривые выражались в виде условных вероятностей отказа, соответствующих заранее определенным критериям состояния повреждения для различных уровней интенсивности движения грунта. В [28] рассматривались вопросы проектирования 100-метровой железобетонной дымовой трубы с оценкой результатов сейсмического и ветрового анализа.

Из работ специалистов следует, что наряду с горизонтальной составляющей сейсмического движения грунта, считающейся наиболее опасной для высотных сооружений, значительную роль при землетрясениях могут играть колебания, вызываемые вращательными и вертикальными движениями грунта. В работе [29] приведены результаты по анализу динамического отклика при колебаниях дымовой трубы высотой 160 м, подверженной горизонтально-вращательным возбуждениям (качаний сооружения относительно горизонтальных осей). Отмечен существенный вклад вращательных движений в изгибные колебания дымовой трубы: 18 % в верхней части и 65 % у основания. В [30] проведен анализ динамической реакции высокой железобетонной дымовой трубы высотой 234 м при вертикальном движении грунта. Конечно-элементная модель разработана с использованием программы OpenSees с учетом геометрической и физической нелинейности.

Материалы и методы

Рассмотрены сейсмические колебания РМДТ, представляемой в виде дискретной диссипативной системы (ДДС), на основе акселерограммы землетрясения. Высота H дымовой трубы разбита на n равных частей, где n – число степеней свободы, и выделен k -й элементарный усеченный кольцевой конус высотой $h = H/n$ (заштрихованный участок вертикальной проекции на рис. 1а) с внешним диаметром D_k , расположенным на уровне половины высоты конуса. Моделирование расчетной модели выполнено с помощью элементарных кольцевых цилиндров, диаметры D_k и d_k которых соответствуют диаметрам кольцевых конусов на высоте h_k (рис. 1в). Такая замена кольцевых конусов на соответствующие кольцевые цилиндры позволяет в более упрощенном варианте строить матрицы масс и жесткости дискретной модели.

Построение матрицы масс M . Внешний и внутренний диаметры k -го элемента модели на высоте h_k соответственно составляют

$$D_k = D_0 - \frac{k}{n}(D_0 - D_n); d_k = d_n - \frac{k}{n}(d_0 - d_n),$$

тогда объем и масса k -го элемента расчетной модели будут равны

$$V_k = \frac{\pi}{4}(D_k^2 - d_k^2)h, m_k = 1,4V_k \rho,$$

где ρ – объемный вес материала (бетона) дымовой трубы.

Помимо собственного веса бетона в дымовых трубах в обязательном порядке используется футеровочный материал, масса которого может достигать 40–50 % массы бетона трубы. В расчете принят коэффициент 1,4 для массы материала дымовой трубы с учетом футеровки. Отсюда матрица масс имеет вид

$$M = \text{diag}(m_1, \dots, m_n).$$

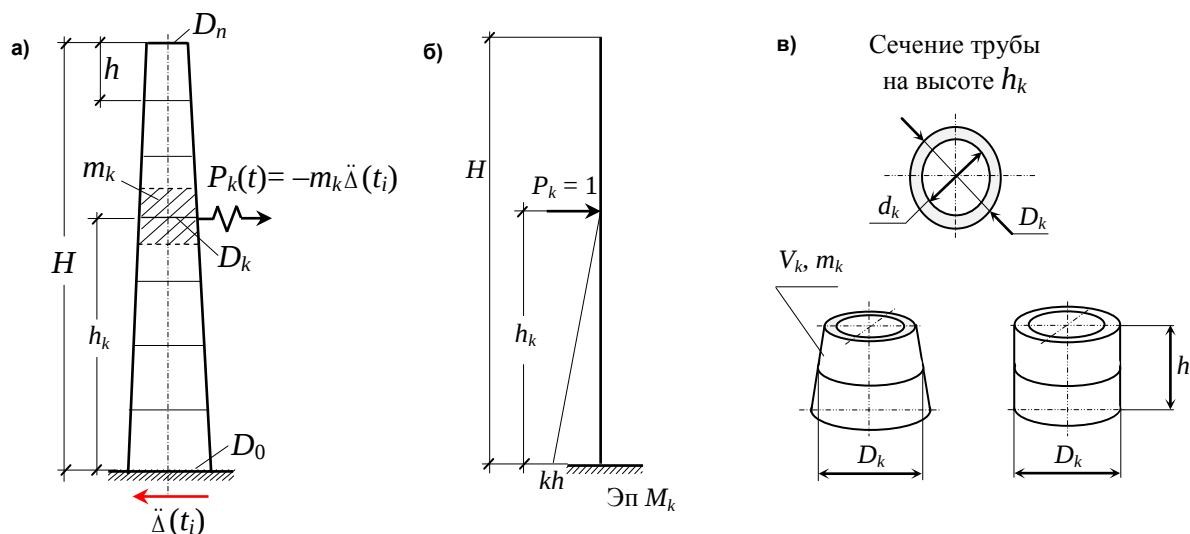


Рис. 1. Расчетная модель дымовой трубы: а – общий вид; б – единичная эпюра моментов; в – k -й элемент дымовой трубы в виде усеченных кольцевых конуса (слева) и цилиндра (справа)

Построение матрицы жесткости K . Матрица жесткости получена на основе методов строительной механики с использованием фундаментального соотношения $K = L^{-1}$, где $L = (\delta_{kj})$ – матрица податливости. Для вычисления L построены единичные эпюры изгибающих моментов (рис. 1 б).

Перемещения δ_{kj} определены по формуле (при $k \geq j, j = 1, 2, \dots, k$)

$$\delta_{kj} = \frac{16h^3}{3E\pi} \left\{ \sum_{q=1}^{k-1} \frac{12(k-q)(j-q)+1}{D_q^4 - d_q^4} + \frac{3(k-j)+1}{2(D_j^4 - d_j^4)} \right\},$$

где E – модуль упругости бетона, $D_i = D_0 - \frac{i}{n}(D_0 - D_n)$ ($i = j, k, q$). При $j > k$ в силу симметрии матрицы податливости перемещения $\delta_{jk} = \delta_{kj}$.

Построение матрицы демпфирования C . При колебаниях расчетной модели конструкции эффект рассеяния энергии учтен по теории упруговязкого сопротивления с помощью модели непропорционального демпфирования [31]:

$$C = \alpha(KT + TK)/2 + (1 - \alpha)MV, \quad (1)$$

где $T = \text{diag}(\Delta t_1, \dots, \Delta t_n)$, $\Delta t_n = \gamma \sqrt{\frac{m_k}{r_{kk}}}$, $V = \text{diag}(v_1, \dots, v_n)$, $v_k = \gamma \sqrt{\frac{r_{kk}}{m_k}}$, α – коэффициент связи весо-

вых долей при диссипации энергии. Первое слагаемое в формуле выражает влияние сил внутреннего трения, вызванных наличием потенциальной энергии, второе – влияние сил внешнего сопротивления, которое обусловлено кинетической энергией движения масс.

Акселерограммы землетрясений являются базовыми характеристиками сейсмического воздействия, поэтому создание алгоритма сейсмического расчета требует серьезных научных исследований. В работе изложен подход к расчету дымовых труб, опирающийся на теорию временного анализа диссипативных систем, моделируемых дискретной расчетной схемой [32, 33]. Подход может быть применен к реальным и синтезированным акселерограммам для построения как кинематических, так и силовых параметров динамической реакции ДДС.

На рис. 2 представлена акселерограмма Иранского землетрясения (г. Тебес, 1978). На вертикальной шкале графика дано ускорение $\ddot{A}(t)$ основания в масштабе 0,4g на 20-секундном интервале с шагом оцифровки 0,02 с.

Математические модели сейсмических колебаний

Динамическая задача, в предположении горизонтально действующих сейсмических сил, описывается обыкновенным дифференциальным уравнением (ОДУ) движения (2), начальными условиями (3) и характеристическим матричным квадратичным уравнением (МКУ) (4) [32]:

$$M\ddot{Y}(t) + C\dot{Y}(t) + KY(t) = P(t), \quad (2)$$

$$Y(t_0) = Y_0, \quad \dot{Y}(t_0) = \dot{Y}_0, \quad (3)$$

$$MS^2 + CS + K = 0, \quad (4)$$

где $Y(t)$, $\dot{Y}(t)$, $\ddot{Y}(t)$ – векторы искомых величин (перемещений, скоростей и ускорений), $P(t)$ – вектор сейсмических нагрузок; $S \in M_n(\mathbb{C})$ – матрица внутренних динамических параметров РМДТ – решение МКУ (4).

Левую часть ОДУ составляют, соответственно, инерционные, диссипативные и восстанавливающие силы:

$$I(t) = -M\ddot{Y}(t), \quad F(t) = C\dot{Y}(t), \quad R(t) = KY(t). \quad (5)$$

Система уравнений динамической реакции в рамках теории временного анализа ДДС имеет следующий вид [32]:

$$\left. \begin{aligned} Y(t) &= 2\text{Re}\{Z(t)\}, \quad \dot{Y}(t) = 2\text{Re}\{SZ(t)\}, \\ Z(t) &= Z^0(t) + Z^P(t), \\ Z^0(t) &= \Phi(t-t_0)U^{-1}M[-\bar{S}Y_0 + \dot{Y}_0], \\ Z^P(t) &= U^{-1} \int_{t_0}^t \Phi(t-\tau)^T P(\tau) d\tau, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где $U = U^T$ ($\text{Re } U = 0$, все элементы матрицы U мнимые) – характеристика решения S , для которой выполняются свойства симметрии

$$U^{-1}\Phi(t-\tau)^T = \Phi(t-\tau)U^{-1}.$$

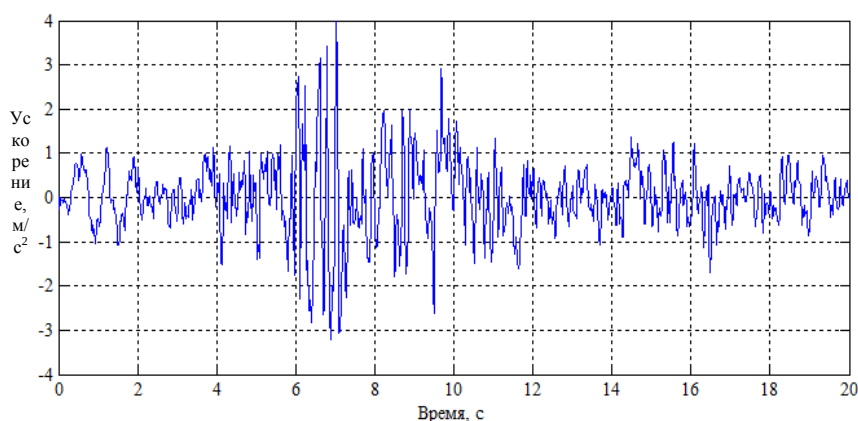


Рис. 2. Акселерограмма Иранского землетрясения (1978)

Здесь фундаментальная матрица $\Phi(t-\tau) = e^{S(t-\tau)}$ осуществляет связь однородного ОДУ (2) с характеристическим МКУ (4).

Система уравнений динамической реакции ДДС преобразована для ее использования в сейсмическом расчете по акселерограмме землетрясения в произвольный момент времени t . На малых интервалах времени спектры ускорений в пределах шага оцифровки Δt аппроксимированы постоянным законом, что эквивалентно воздействию массы РМДГ прямоугольных импульсов с тем же шагом (рис. 3).

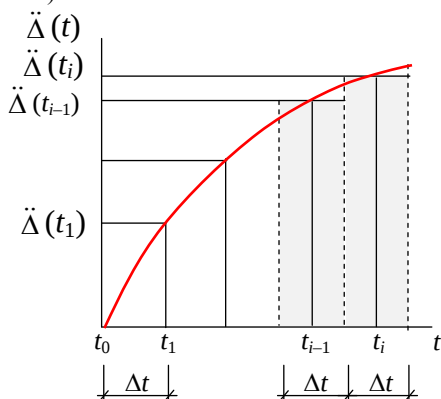


Рис. 3. Фрагмент акселерограммы землетрясения грунта

Для построения уравнений сейсмической реакции в момент времени t_i необходимо выполнить следующие действия.

Во-первых, реакцию в (6) при вынужденных колебаниях $Z^P(t_i)$ на интервале $\Delta t = t_i - t_{i-1} = \text{const}$ следует рассматривать как реакцию от кратковременной нагрузки $P(t_i)$, сформированной для ускорения грунтового основания при t_i :

$$P(t_i) = -MJ\ddot{\Delta}(t_i), \quad (7)$$

где $J = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$ – единичный вектор порядка n , $\ddot{\Delta}(t_i)$ – ускорение основания в текущий момент времени t_i . В этом случае реакция $Z^P(t_i)$ будет иметь вид [32]

$$Z^P(t_i) = [\Phi(\Delta t) - E](US)^{-1}P(t_i),$$

где E – единичная матрица.

Во-вторых, в выражении реакции при свободных колебаниях $Z^0(t_i)$ в матричной функции $\Phi(t-t_0)$ выполнена замена $(t-t_0)$ на Δt , так как длина всех импульсов (шаг оцифровки) постоянна и совпадает с шагом временного анализа.

Наконец, в-третьих, в качестве векторов начальных условий (3) $Y_0, \dot{Y}_0$ в реакции $Z^0(t_i)$ назначены векторы перемещений и скоростей, вычисленные на предыдущем шаге оцифрованной акселерограммы (при $t = t_{i-1}$):

$$Y_0 = Y(t_{i-1}), \quad \dot{Y}_0 = \dot{Y}(t_{i-1}). \quad (8)$$

В результате проведенных операций система кинематических уравнений (6), дополненная реак-

цией ускорений, в текущий момент времени t_i примет вид

$$\left. \begin{aligned} Y(t_i) &= 2\text{Re}\{Z(t_i)\}, \quad \dot{Y}(t_i) = 2\text{Re}\{\dot{Z}(t_i)\}, \\ \ddot{Y}(t_i) &= 2\text{Re}\{\ddot{Z}(t_i)\} + M^{-1}P(t_i), \\ Z(t_i) &= \Phi(\Delta t)U^{-1}M[-\bar{S}Y_0 + \dot{Y}_0] + \\ &+ [\Phi(\Delta t) - E](US)^{-1}P(t_i), \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где вектор $Z(t_i)$ содержит реакцию при свободных (1-е слагаемое) и вынужденных (2-е слагаемое) колебаниях.

Следует отметить, что матрицы системы уравнений (9)

$$\Phi(\Delta t), S, U \quad (10)$$

в процессе упругой реакции суть постоянные величины и поэтому значения (10) известны до начала временного анализа. При учете свойств фундаментальных соотношений [33, см. (6)] система (9) приводима к более компактному виду. Для этого необходимо выполнить преобразования трех матричных выражений

$$U^{-1}M\bar{S}, SU^{-1}M\bar{S}, S^2U^{-1}M\bar{S},$$

стоящих перед вектором начальных условий Y_0 в (9) $Y(t_i), \dot{Y}(t_i), \ddot{Y}(t_i)$ (здесь учтено, что степени матрицы S коммутируют с матричной экспонентой $\Phi(\Delta t)$).

Первое выражение, согласно [33], равно $U^{-1}M\bar{S} = (US)^{-1}K$; второе, учитывая свойство симметрии матрицы SU^{-1} и равенство [32] $S^T M \bar{S} = K$, приводит к выражению: $SU^{-1}M\bar{S} = U^{-1}S^T M \bar{S} = U^{-1}K$. Третье выражение выполнено по схеме второго соотношения: $S^2U^{-1}M\bar{S} = SU^{-1}S^T M \bar{S} = SU^{-1}K$.

В результате преобразований система уравнений (9), подготовленная для реализации шагового процесса по акселерограмме движения грунта, имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} Y(t_i) &= AY_0 + B\dot{Y}_0 + f\ddot{\Delta}_i, \\ \dot{Y}(t_i) &= A_1Y_0 + B_1\dot{Y}_0 + f_1\ddot{\Delta}_i, \\ \ddot{Y}(t_i) &= A_2Y_0 + B_2\dot{Y}_0 + f_2\ddot{\Delta}_i, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A &= -2\text{Re}\{\Phi(\Delta t)(US)^{-1}\}K, \\ B &= 2\text{Re}\{\Phi(\Delta t)U^{-1}\}M, \\ A_1 &= -2\text{Re}\{\Phi(\Delta t)U^{-1}\}K, \\ B_1 &= 2\text{Re}\{\Phi(\Delta t)SU^{-1}\}M, \\ A_2 &= -2\text{Re}\{\Phi(\Delta t)SU^{-1}\}K, \\ B_2 &= 2\text{Re}\{\Phi(\Delta t)S^2U^{-1}\}M, \\ f &= -2\text{Re}\{[\Phi(\Delta t) - E](US)^{-1}\}MJ, \\ f_1 &= -BJ, \quad f_2 = -B_1J. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Согласно уравнениям (11), векторы правой части f_1, f_2 выглядят так:

$$\begin{aligned} f_1 &= -2\text{Re}\{S[\Phi(\Delta t) - E](US)^{-1}MJ\} = \\ &= -2\text{Re}\{\Phi(\Delta t)U^{-1}\}MJ + 2\text{Re}\{U^{-1}\}MJ = \\ &= -2\text{Re}\{\Phi(\Delta t)U^{-1}\}MJ. \\ f_2 &= -2\text{Re}\{S^2[\Phi(\Delta t) - E](US)^{-1}MJ\} - M^{-1}MJ = \\ &= -2\text{Re}\{\Phi(\Delta t)SU^{-1}\}MJ + 2\text{Re}\{SU^{-1}\}MJ - J = \\ &= -2\text{Re}\{\Phi(\Delta t)SU^{-1}\}MJ. \end{aligned}$$

При выводе вектора f_1 учтено свойство матрицы $\text{Re}\{U\} = 0$, по которому второе слагаемое в этом выражении обращается в нуль, а при выводе f_2 , ввиду [33]: $\text{Re}\{SU^{-1}\} = M^{-1}/2$, в нуль обращается сумма последних двух слагаемых.

В частном случае уравнений сейсмической реакции при $C = 0$ из формул [33] и характеристического МКУ (4) вытекают зависимости:

$$S = -2U^{-1}K, (US)^{-1} = -K^{-1}/2, \\ S^{-1} = -2U^{-1}M, S^2 = -M^{-1}K \in \text{Re},$$

которые упрощают соотношения (12):

$$\left. \begin{aligned} A &= \text{Re}\{\Phi(\Delta t)\}, B = \text{Re}\{\Phi(\Delta t)S^{-1}\}, \\ A_1 &= \text{Re}\{\Phi(\Delta t)S\}, B_1 = A, A_2 = AS^2, B_2 = A_1, \\ f &= \text{Re}\{\Phi(\Delta t) - E\}K^{-1}MJ, f_1 = -BJ, f_2 = -B_1J. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Матричные коэффициенты (12), (13) выражают связи между внешними параметрами (матрицами M , C , K) и внутренними параметрами (решением МКУ S и его характеристикой U) динамической системы. Эти связи получены благодаря фундаментальным свойствам характеристического МКУ (4) [32].

Система уравнений сейсмической реакции (11) сформирована при упругой постановке задачи, особенностью реализации которой является то, что матрицы (12), (13) на протяжении всей реакции расчетной модели представлены постоянными величинами, включая аргумент матричной экспоненты $\Phi(\Delta t) = e^{S\Delta t}$, где $\Delta t = t_i - t_{i-1}$ для оцифрованной акселерограммы не зависит от времени.

Таким образом, задача интегрирования ОДУ (2) с начальными условиями (3) для РМДТ в математическом плане сводится к системе алгебраических уравнений относительно перемещений и скоростей порядка $2n$ для первых двух уравнений в (11). Эта система имеет вид рекуррентных уравнений, позволяющих определить сейсмическую реакцию расчетной модели по акселерограмме грунтового основания. Параметры реакции – векторы перемещений и скоростей: $Y(t_i)$, $\dot{Y}(t_i)$ на i -м шаге интегрирования вычисляются, во-первых, по их предыдущим значениям $Y(t_{i-1})$, $\dot{Y}(t_{i-1})$ в конце $i-1$ -го шага, принимаемым в качестве начальных условий (8) для i -го шага, во-вторых, по текущему значению ускорения акселерограммы $\ddot{\Delta}_i$. Вместе с векторами $Y(t_i)$, $\dot{Y}(t_i)$ по третьему уравнению в системе (11) вычисляется вектор ускорений при тех же начальных условиях. После этого при $t = t_i$ определяются силовые параметры реакции (5).

Система (11)–(13) является математической моделью колебаний в упругом сейсмическом анализе РМДТ на основе акселерограммы землетрясения, обеспечивающей построение полной системы уравнений динамической реакции.

При физически нелинейном поведении расчетной модели, например, при возникновении пластических деформаций в наиболее нагруженных сечениях дымовой трубы, матричные коэффициенты (12), (13) уже не будут постоянными величинами.

Элементы матрицы жесткости вследствие текучести волокон будут изменяться с течением времени, в результате чего матричные величины (10) также становятся функциями времени. Очевидно, что построение сейсмической реакции дымовой трубы при упругопластическом деформировании ее волокон связано с созданием более сложной математической модели колебаний, требующей учета физически нелинейных процессов в конструктивной системе.

Точность проводимых по акселерограмме вычислений оценивается с помощью матричной функциональной невязки ОДУ движения (2)

$$\Delta(t_i) = \varphi(t_i) - P(t_i),$$

представляющей разность между суммарными векторными силами левой части (5) $\varphi(t) = -I(t) + F(t) + R(t)$, построенными в ходе анализа, и заданными силами правой части (6) неоднородного ОДУ (2).

Результаты, анализ

Реализация алгоритма (11) проведена для акселерограммы (см. рис. 2) и размеров дымовой трубы $H = 180$ м, $D_0 = 16,5$ м, $D_n = 7$ м. На рис. 4–6 показаны результаты кинематических (см. рис. 4, 5) и силовых (см. рис. 6) параметров сейсмической

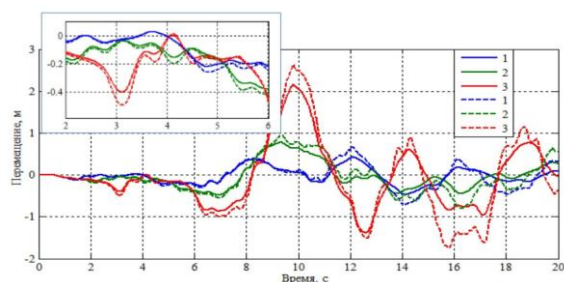


Рис. 4. Кривые перемещений расчетной модели ($n = 100$) при $\alpha = 0,95$ для номеров сечений: 1 – 60, 2 – 80, 3 – 100 (пунктир – без учета трения)

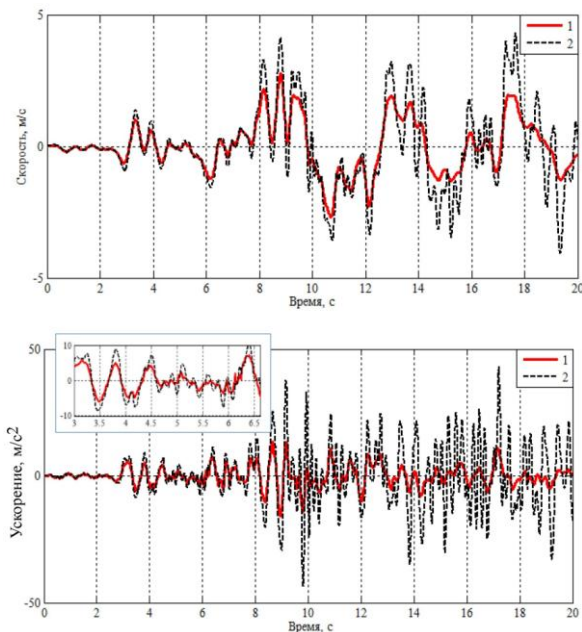


Рис. 5. Кривые скоростей и ускорений расчетной модели при $\alpha = 0,95$ (пунктир – без учета трения)

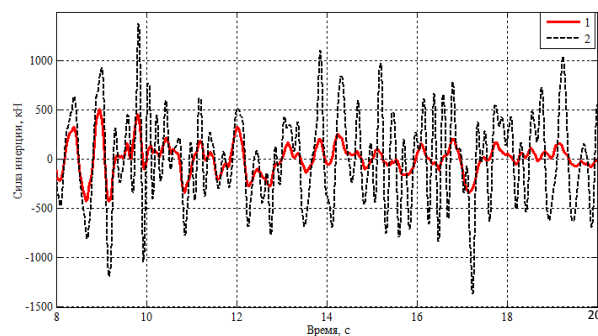
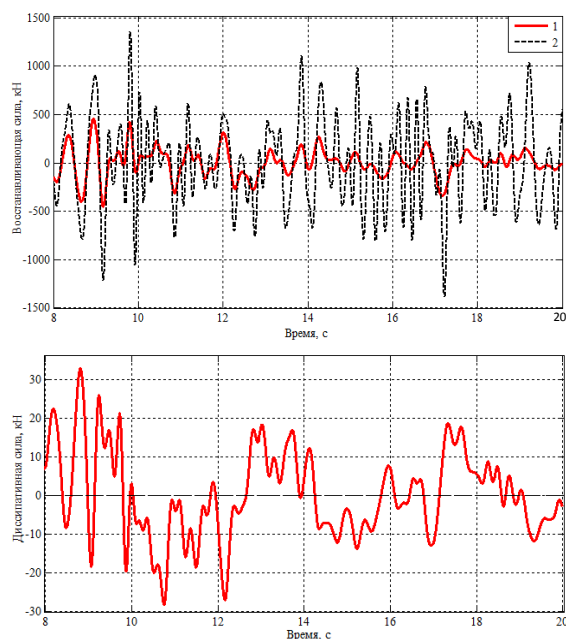


Рис. 6. Кривые восстанавливающей, диссипативной и инерционной сил расчетной модели при $\alpha = 0,95$ (пунктир – без учета трения)

реакции с учетом модели непропорционального демпфирования (1) для весового коэффициента $\alpha = 0,95$. Пунктиром изображены кривые параметров реакции без учета сопротивления колебаниям при $C = 0$.

Кривые перемещений (см. рис. 4) приведены для трех сечений расчетной модели дымовой трубы: $k = 60, 80, 100$. При $k = 100$ (позиция 3 на рис. 4) результаты соответствуют перемещению верха дымовой трубы. На остальных рисунках все параметры реакции даны только для верха конструкции. Во всех случаях амплитудные значения параметров реакции консервативной системы превышают значения амплитуд диссипативной системы.

На рис. 7 показаны максимальные перемещения и напряжения в зависимости от числа степеней свободы расчетной модели. Перемещения даны для верха, а напряжения – для низа дымовой трубы, которые оказались максимальными именно для приведенных сечений.

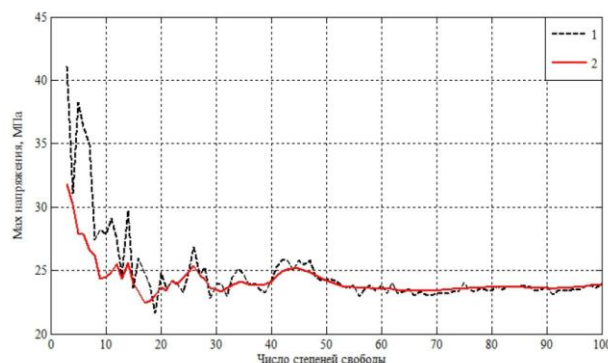
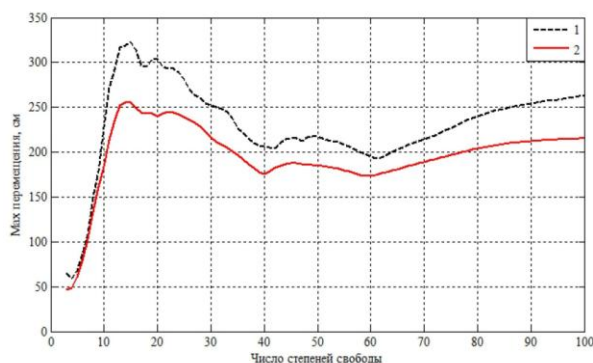


Рис. 7. Max перемещения верха и max напряжения низа расчетной модели дымовой трубы: 1 – без учета трения; 2 – при $\alpha = 0,95$

Оценка точности решения показана на рис. 8 для сечения расчетной модели, соответствующего верху дымовой трубы. Погрешность вычислений на всем интервале сейсмического воздействия составляет $\varepsilon < \text{abs}(2,5 \cdot 10^{-7})$ кН.

Выводы

1. Из обзора литературы по сейсмостойким конструкциям следует, что методы расчета таких конструкций основаны на использовании конечно-элементных подходов в сочетании с методами теории вероятности и математической статистики.

2. Предложен подход к сейсмическому расчету дымовых труб с использованием акселерограммы движения грунта на основе теории временного анализа ДДС. Построена математическая модель сейсмических колебаний РМДТ (уравнения (11)–(13)) на основе акселерограммы землетрясения. Алгоритм позволяет в упругой постановке давать

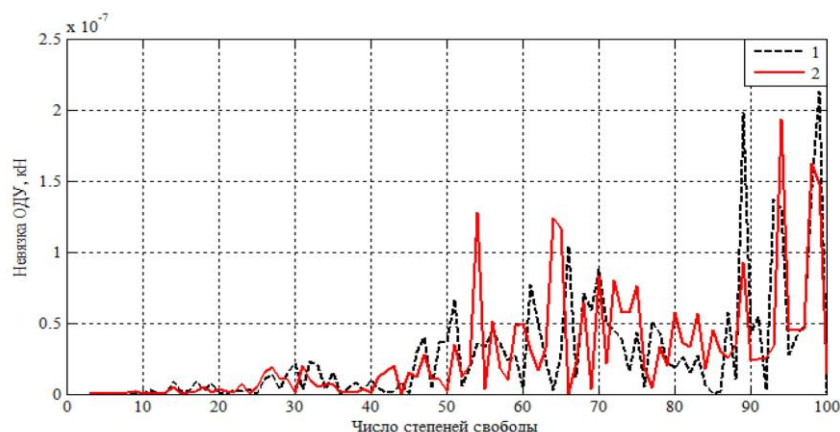


Рис. 8. Невязка ОДУ для верха расчетной модели дымовой трубы:
1 – без учета трения; 2 – при $\alpha = 0,95$

оценки кинематических и силовых параметров динамической реакции РМДТ.

3. Исследования сейсмических воздействий на основе акселерограмм землетрясений, обеспечивающие качественные и количественные оценки

динамической реакции сооружения, имеют практическое значение и открывают реальные возможности в области создания проектных антисейсмических решений, являясь важным фактором повышения сейсмической безопасности.

Список литературы

1. Болотин В.В. Статистическая методы в строительной механике. М.: Стройиздат, 1965. 279 с.
2. Болотин В.В. Статистическая теория сейсмостойкости сооружений // Известия АН СССР. ОН. Механика и машиностроение. 1959. № 4. С. 123–129.
3. Барштейн М.Ф. Применение вероятностных методов к расчету сооружений на сейсмические воздействия // Строительная механика и расчет сооружений. 1960. № 2.
4. Гольденблат И.И., Николаенко Н.А. Расчет конструкций на действие сейсмических и импульсных сил. М.: Стройиздат, 1961. 320 с.
5. Айзенберг Я.М. Сооружения с выключающимися связями для сейсмических районов. М.: Стройиздат, 1976. 232 с.
6. McGregor J.G., Hage S.E. Stability Analysis and Design of Concrete Frames // Journal of the Structural Division, ASCE. 1977. Vol. 103, no. 10, pp. 1953–1970. DOI: 10.1061/jsdeag.0004745
7. Ньюмарк Н., Розенблют Э. Основы сейсмического строительства. М.: Стройиздат, 1980. 344 с.
8. Paulay T., Priestley M.J.N. Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings. New York: Wiley, 1992. 744 p. DOI: 10.1002/9780470172841.fmatter
9. Рекомендации по проектированию зданий с выключающимися связями / ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко. М., 1988. 53 с.
10. Временные рекомендации по назначению нагрузок и воздействий, действующих на многофункциональные высотные здания и комплексы в Москве. МДС 20-1.2006 / ФГУП «НИЦ «Строительство». М.: ФГУП ЦПП, 2006. 27 с.
11. ACI CODE 307-23: Requirements for Reinforced Concrete Chimneys – Code and Commentary. USA. American Concrete Institute. 2023. 79 p.
12. СП 14.13330.2018. Строительство в сейсмических районах. М.: Стандартинформ, 2018. 123 с.
13. EN 1998-6:2005 Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance – Part 6: Towers, masts and chimneys; 2005. 49 p.
14. American Society of Civil Engineers. Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings ASCE 41-17. 623 p. DOI: 10.1061/9780784414859
15. Technical standard for chimney engineering GB/T 50051-21, 2021. 344 p.
16. Vamvatsikos D., Cornell C.A. Incremental dynamic analysis // Earthquake Engineering & Structural Dynamics. 2002. Vol. 31, no. 3, pp. 491–514. DOI: 10.1002/eqe.141
17. Banerjee A.K., Pramanik D., Roy R. Seismic structural fragilities: Proposals for improved methodology per spectral matching of accelerogram // Engineering Structures. 2016. Vol. 111, pp. 538–551. DOI: 10.1016/j.engstruct.2016.01.002

18. Li X., Chen H., Wang Y., Lu C., He Q., Liu A., Li X. Seismic intensity measures and fragility analysis of super high-rise structures considering ground motion characteristics // Structures. 2025. Vol. 78, 109368. DOI: 10.1016/j.istruc.2025.109368
19. Bai J., Jiao C., Wang Q., Gong Y., Wang Y., Yang Q. Dynamic Response and Fragility of Offshore Wind Turbines Under Sequential Earthquake–Tsunami Events // Journal of Earthquake and Tsunami. 2025, 2550014. DOI: 10.1142/S1793431125500149
20. Wu H., Qiao S., Zhou Y. Seismic performance evaluation of a tall tower structure with integrated heat-absorbing and air-cooling capabilities: IDA based seismic fragility analysis // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2025. Vol. 190, 109194. DOI: 10.1016/j.soildyn.2024.109194
21. Mehrjoo M., Assi R. Probabilistic assessment of seismic acceleration demands of ductile light NSCs in moderately ductile RC frame buildings // Engineering Structures. 2025. Vol. 335, 120347. DOI: 10.1016/j.engstruct.2025.120347
22. Longarini N., Zucca M. A chimney's seismic assessment by a tuned mass damper // Engineering Structures. 2014. Vol. 79, pp. 290–296. DOI:10.1016/j.engstruct.2014.05.020
23. Araz O. Effect of basic parameters defining principal soil-structure interaction on seismic control of structures equipped with optimum tuned mass damper // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2025. Vol. 189, 109085. DOI: 10.1016/j.soildyn.2024.109085
24. Basili M., Busato F., De Angelis M. Integrated seismic and energetic rehabilitation of existing buildings based on the tuned mass damper concept // Results in Engineering. 2024. Vol. 24, 103552. DOI: 10.1016/j.rineng.2024.103552
25. Zhang L., Xue S., Zhang R., Xie L., Hao L. Simplified multimode control of seismic response of high-rise chimneys using distributed tuned mass inerter systems (TMIS) // Engineering Structures. 2021. Vol. 228, 111550. DOI: 10.1016/j.engstruct.2020.111550
26. Wang P.-G., Lu H.-Q., Wang M., Nagarajaiah S., Du X.-L. Experimental and numerical investigations on seismic responses of wind turbine structures with amplifying damping transfer system // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2023. Vol. 175, 108277. DOI:10.1016/j.soildyn.2023.108277
27. Moon D.S., Lee Y.J., Lee S. Seismic Vulnerability Assessment of RC Frame Structures Using 3D Analytical Models // Journal of the Korea Academia-Industrial cooperation Society. 2016. Vol. 17(9), pp. 724–731. DOI: 10.5762/KAIS.2016.17.9.724
28. Yadav B.P., Reddy S.A., Yadav J.G., Prasad C.V.S.R. Estimation of seismic and wind loads for design of a 100 m self supported industrial RCC chimney // Materialstoday: proceedings. 2021. Vol. 43, pt. 2, pp. 1562–1567. DOI: 10.1016/j.matpr.2020.09.406
29. Bońkowski P.A., Zembaty Z., Minch M.Y. Time history response analysis of a slender tower under translational-rocking seismic excitations // Engineering Structures. 2018. Vol. 155, pp. 387–393. DOI: 10.1016/j.engstruct.2017.11.042
30. Zhou Y., Chang M., Wu H., Zhuo Y., Djerrad A., Lu X. Numerical investigation on the characteristics of dynamic response and damage of a RC tall chimney considering vertical ground motions // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2023. Vol. 175, 108224. DOI:10.1016/j.soildyn.2023.108224
31. Потапов А.Н. Построение модели непропорционального демпфирования // Фундаментальные поисковые и прикладные исследования РААСН по научному обеспечению развития архитектуры, градостроительства и строительной отрасли Российской Федерации в 2022–2023 годы: Научные труды РААСН в 2 т. Том 2. М.: АСВ, 2024. С. 330–341.
32. Потапов А.Н. Динамический анализ дискретных диссипативных систем при нестационарных воздействиях. Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2003. 167 с.
33. Потапов А.Н. Анализ колебаний конструкций с выключающимися связями // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». 2017. Т. 17, № 1. С. 38–48. DOI: 10.14529/build170105

References

1. Bolotin V.V. *Statisticheskiye metody v stroitel'noy mekhanike* [Statistical methods in structural mechanics]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1965. 279 p. (in Russ.)
2. Bolotin V.V. [Statistical theory of earthquake resistance of structures]. *Izvestiya AN SSSR. OTN. Mekhanika i mashinostroenie* [Proceedings of the USSR Academy of Sciences. Engineering and Mechanical Engineering], 1959, no. 4, pp. 123–129. (in Russ.)
3. Barshteyn M.F. [Application of probabilistic methods to the calculation of structures for seismic effects]. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy* [Structural Mechanics and Analysis of Structures], 1960, no. 2. (in Russ.)
4. Goldenblat I.I., Nikolaenko N.A. *Raschet konstruktsey na deystviye seysmicheskikh i impul'snykh sil* [Calculation of structures for the action of seismic and impulsive forces]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1961. 320 p. (in Russ.)
5. Ayzenberg Ya.M. *Sooruzheniya s vyklyuchayushchimisya svyaziyami dlya seysmicheskikh rayonov* [Structures with switching links for seismic areas]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1976. 232 p. (in Russ.)

6. McGregor J.G., Hage S.E. Stability Analysis and Design of Concrete Frames. *Journal of the Structural Division, ASCE*, 1977, vol. 103, no. 10, pp. 1953–1970. DOI: 10.1061/jsdeag.0004745
7. Newmark N., Rosenblueth E. *Osnovy seysmicheskogo stroitel'stva* [Fundamentals of earthquake engineering]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1980. 344 p. (in Russ.)
8. Paulay T., Priestley M.J.N. *Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings*. New York, Wiley, 1992. 744 p. DOI: 10.1002/9780470172841.fmatter
9. *Rekomendatsii po projektirovaniyu zdaniy s vyklyuchayushchimisya svyazyami* [Recommendations for the design of buildings with switching links]. Moscow, TsNIISK im. V.A. Kucherenko, 1988. 53 p. (in Russ.)
10. *Vremennye rekomendatsii po naznacheniyu nagruzok i vozdeystviy, deystvuyushchikh na mnogofunktsional'nye vysotnye zdaniya i komplekсы v Moskve*. MDS 20-1.2006 / FGUP “NIC “Stroitel'stvo” [Temporary recommendations on assignment of loads and effects acting on multifunctional high-rise buildings and complexes in Moscow. MDS 20-1.2006 / FSPU “NRC “Construction”]. Moscow, FGUP TsPP Publ., 2006. 27 p. (in Russ.)
11. ACI CODE 307-23: Requirements for Reinforced Concrete Chimneys – Code and Commentary. USA, American Concrete Institute, 2023. 79 p.
12. SP 14.13330.2018. *Stroitel'stvo v seysmicheskikh rayonakh* [Set of Rules 14.13330.2018. Construction in seismic areas]. Moscow: Standartinform Publ.; 2018. 123 p. (in Russ.)
13. EN 1998-6:2005 Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance – Part 6: Towers, masts and chimneys, 2005. 49 p.
14. American Society of Civil Engineers. Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings ASCE 41-17, 2018. 623 p. DOI: 10.1061/9780784414859
15. Technical standard for chimney engineering GB/T 50051-21, 2021. 344 p.
16. Vamvatsikos D., Cornell C.A. Incremental dynamic analysis. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2002, vol. 31, no. 3, pp. 491–514. DOI: 10.1002/eqe.141
17. Banerjee A.K., Pramanik D., Roy R. Seismic structural fragilities: Proposals for improved methodology per spectral matching of accelerogram. *Engineering Structures*, 2016, vol. 111, pp. 538–551. DOI: 10.1016/j.engstruct.2016.01.002
18. Li X., Chen H., Wang Y., Lu C., He Q., Liu A., Li X. Seismic intensity measures and fragility analysis of super high-rise structures considering ground motion characteristics. *Structures*, 2025, vol. 78, 109368. DOI: 10.1016/j.istruc.2025.109368
19. Bai J., Jiao C., Wang Q., Gong Y., Wang Y., Yang Q. Dynamic Response and Fragility of Offshore Wind Turbines Under Sequential Earthquake–Tsunami Events. *Journal of Earthquake and Tsunami*, 2025, 2550014. DOI: 10.1142/S1793431125500149
20. Wu H., Qiao S., Zhou Y. Seismic performance evaluation of a tall tower structure with integrated heat-absorbing and air-cooling capabilities: IDA based seismic fragility analysis. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2025, vol. 190, 109194. DOI: 10.1016/j.soildyn.2024.109194
21. Mehrjoo M., Assi R. Probabilistic assessment of seismic acceleration demands of ductile light NSCs in moderately ductile RC frame buildings. *Engineering Structures*, 2025, vol. 335, 120347. DOI: 10.1016/j.engstruct.2025.120347
22. Longarini N., Zucca M. A chimney's seismic assessment by a tuned mass damper. *Engineering Structures*, 2014, vol. 79, pp. 290–296. DOI: 10.1016/j.engstruct.2014.05.020
23. Araz O. Effect of basic parameters defining principal soil-structure interaction on seismic control of structures equipped with optimum tuned mass damper. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2025, vol. 189, 109085. DOI: 10.1016/j.soildyn.2024.109085
24. Basili M., Busato F., De Angelis M. Integrated seismic and energetic rehabilitation of existing buildings based on the tuned mass damper concept. *Results in Engineering*, 2024, vol. 24, 103552. DOI: 10.1016/j.rineng.2024.103552
25. Zhang L., Xue S., Zhang R., Xie L., Hao L. Simplified multimode control of seismic response of high-rise chimneys using distributed tuned mass inerter systems (TMIS). *Engineering Structures*, 2021, vol. 228, 111550. DOI: 10.1016/j.engstruct.2020.111550
26. Wang P.-G., Lu H.-Q., Wang M., Nagarajaiah S., Du X.-L. Experimental and numerical investigations on seismic responses of wind turbine structures with amplifying damping transfer system. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2023, vol. 175, 108277. DOI: 10.1016/j.soildyn.2023.108277
27. Moon D.S., Lee Y.J., Lee S. Seismic Vulnerability Assessment of RC Frame Structures Using 3D Analytical Models. *Journal of the Korea Academia-Industrial cooperation Society*, 2016, vol. 17(9), pp. 724–731. DOI: 10.5762/KAIS.2016.17.9.724
28. Yadav B.P., Reddy S.A., Yadav J.G., Prasad C.V.S.R. Estimation of seismic and wind loads for design of a 100 m self supported industrial RCC chimney. *Materialstoday: proceedings*, 2021, vol. 43, pt. 2, pp. 1562–1567. DOI: 10.1016/j.matpr.2020.09.406

29. Bońkowski P.A., Zembaty Z., Minch M.Y. Time history response analysis of a slender tower under translational-rocking seismic excitations. *Engineering Structures*, 2018, vol. 155, pp. 387–393. DOI: 10.1016/j.engstruct.2017.11.042

30. Zhou Y., Chang M., Wu H., Zhuo Y., Djerrad A., Lu X. Numerical investigation on the characteristics of dynamic response and damage of a RC tall chimney considering vertical ground motions. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2023, vol. 175, 108224. DOI: 10.1016/j.soildyn.2023.108224

31. Potapov A.N. [Development of disproportionate damping model]. *Fundamental'nye poiskovye i prikladnye issledovaniya RAASN po nauchnomu obespecheniyu razvitiya arkhitektury, gradostroitel'stva i stroitel'noj otrasli Rossijskoj Federacii v 2022–2023 gody: Nauchnye trudy RAASN v 2 tomah. Tom 2* [Fundamental search and applied research of RAASN on scientific support for the development of architecture, urban planning and construction industry of the Russian Federation in 2022–2023: Proceedings of RAASN in 2 volumes. Vol. 2], Moscow, ASV Publ., 2024, pp. 330–341. (in Russ.)

32. Potapov A.N. *Dinamicheskii analiz diskretnykh dissipativnykh sistem pri nestatsionarnykh vozdeystviyakh* [Dynamic analysis of discrete dissipative systems under non-stationary impacts]. Chelyabinsk, SUSU Publ., 2003. 167 p. (in Russ.)

33. Potapov A.N. [Analysis of vibrations of structures with switching links]. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Construction Engineering and Architecture*, 2017, vol. 17, no. 1, pp. 38–48. (in Russ.). DOI: 10.14529/build170105

Информация об авторах:

Потапов Александр Николаевич, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Строительное производство и теория сооружений», Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; potapov.alni@gmail.com

Хабаров Эдуард Олегович, студент кафедры «Строительное производство и теория сооружений», Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; eduard.khabarov.02@mail.ru

Information about the authors:

Aleksandr N. Potapov, Doctor of Sciences (Engineering), Professor, Professor at the Department of Construction Production and Theory of Structures, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; potapov.alni@gmail.com

Eduard O. Khabarov, Student, Department of Construction Production and Theory of Structures, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; eduard.khabarov.02@mail.ru

Статья поступила в редакцию 20.11.2025, принята к публикации 15.01.2026.

The article was submitted 20.11.2025, approved after reviewing 15.01.2026.