

# Краткие сообщения

УДК 681.52.01

## ВЫЧИСЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ N-СЛОЙНОЙ СТЕНКИ

**В.И. Панферов, А.Е. Милов**

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск

Рассмотрена задача вычисления средней температуры  $n$ -слойной ограждающей конструкции. С использованием метода математической индукции найдена формула, позволяющая определять среднюю температуру стенки по температурам ее внутренней и внешней поверхностей, а также по толщинам ее слоев и их термическим сопротивлениям теплопроводности. Формула рекомендуется для использования при построении математических моделей теплового режима зданий.

*Ключевые слова:* средняя температура,  $n$ -слойная ограждающая конструкция, метод математической индукции, термическое сопротивление, тепловой режим зданий.

В работе [1] при построении математической модели теплового режима здания (ТРЗ) полагалось, что средняя температура его наружной стены в квазистационарном приближении может быть вычислена по формуле

$$\bar{t} = \frac{t_{\text{в}} + t_{\text{н}}}{2}, \quad (1)$$

где  $t_{\text{в}}$  – температура внутреннего воздуха,  $t_{\text{н}}$  – температура наружного воздуха.

Однако данное допущение предполагает, что выполняются следующие условия:

1) коэффициенты теплоотдачи для внутренней и внешней поверхностей стенки  $\alpha_{\text{в}}, \alpha_{\text{н}} \rightarrow \infty$  [2];

2) стенка однослойная.

В реальных условиях  $\alpha_{\text{в}}$  и  $\alpha_{\text{н}}$  имеют конечные значения, кроме того, наружные стены, как правило, многослойные. Поэтому возникает задача уточнения формулы для средней температуры наружной стены здания. Для решения этой задачи рассмотрим процесс теплопроводности в  $n$ -слойной ограждающей конструкции. Для иллюстрации последующих выкладок на рис. 1 приведена схема двухслойной стенки.

Здесь и далее через  $\delta_{\Sigma}$  обозначим толщину всей стенки, имеющей в общем случае  $n$  слоев (в случае рис. 1 слоев 2), а через  $\delta_i$  – толщину  $i$ -го слоя,  $t_{\text{ВП}}$  – температура внутренней поверхности стены,  $t_{\text{НП}}$  – температура наружной поверхности стены,  $t_{(i-1)-i}$  – температура на границе  $(i-1)$ -го и  $i$ -го слоев,  $\bar{t}_i$  – средняя температура  $i$ -го слоя,  $R_{\Sigma}$  – термическое сопротивление теплопроводности всей стенки, а  $R_i$  – ее  $i$ -го слоя.

Нетрудно показать, что температуры на внутренних границах слоев будут равны:

$$t_{1-2} = t_{\text{ВП}} - (t_{\text{ВП}} - t_{\text{НП}}) \cdot \frac{R_1}{R_{\Sigma}}; \quad (2)$$

$$t_{2-3} = t_{\text{ВП}} - (t_{\text{ВП}} - t_{\text{НП}}) \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_{\Sigma}}; \quad (3)$$

$$t_{3-4} = t_{\text{ВП}} - (t_{\text{ВП}} - t_{\text{НП}}) \cdot \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_{\Sigma}}; \quad (4)$$

$$t_{(n-1)-n} = t_{\text{ВП}} - (t_{\text{ВП}} - t_{\text{НП}}) \times \frac{R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_{n-1}}{R_{\Sigma}}. \quad (5)$$

Обобщая полученные соотношения, запишем, что

$$t_{i-(i+1)} = t_{\text{ВП}} - (t_{\text{ВП}} - t_{\text{НП}}) \cdot \frac{\sum_{k=1}^i R_k}{R_{\Sigma}}. \quad (6)$$

При этом следует иметь в виду, что температура наружной поверхности формально может быть представлена следующим выражением:

$$t_{\text{НП}} = t_{\text{ВП}} - (t_{\text{ВП}} - t_{\text{НП}}) \cdot \frac{\sum_{k=1}^n R_k}{R_{\Sigma}}. \quad (7)$$

Так как температура по толщине каждого слоя распределяется по прямой, то его средняя температура будет равна полусумме температур на его границах, поэтому

$$\bar{t}_1 = t_{\text{ВП}} - (t_{\text{ВП}} - t_{\text{НП}}) \cdot \frac{R_1}{2R_{\Sigma}}; \quad (8)$$

$$\bar{t}_2 = t_{\text{ВП}} - (t_{\text{ВП}} - t_{\text{НП}}) \cdot \frac{2R_1 + R_2}{2R_{\Sigma}}; \quad (9)$$

$$\bar{t}_n = t_{\text{ВП}} - (t_{\text{ВП}} - t_{\text{НП}}) \times \frac{2R_1 + 2R_2 + 2R_3 + \dots + 2R_{n-2} + R_{n-1}}{2R_{\Sigma}}. \quad (10)$$

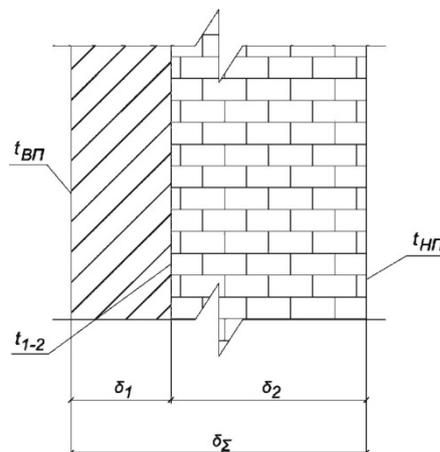


Рис. 1. Двухслойная стенка

Следовательно, общая формула для средней температуры  $i$ -го слоя будет такой:

$$\bar{t}_i = t_{\text{ВП}} - (t_{\text{ВП}} - t_{\text{НП}}) \cdot \frac{2 \sum_{k=1}^{i-1} R_k + R_i}{2R_{\Sigma}}. \quad (11)$$

Вычисляя среднюю температуру  $n$ -слойной стенки по известной формуле

$$\bar{t} = \frac{1}{\delta_{\Sigma}} \cdot (\bar{t}_1 \cdot \delta_1 + \bar{t}_2 \cdot \delta_2 + \dots + \bar{t}_n \cdot \delta_n), \quad (12)$$

получим следующее выражение:

$$\bar{t} = t_{\text{ВП}} - \frac{(t_{\text{ВП}} - t_{\text{НП}})}{2R_{\Sigma}\delta_{\Sigma}} \times \sum_{i=1}^n \delta_i (2 \sum_{k=1}^{i-1} R_k + R_i). \quad (13)$$

Таким образом, найдена формула, позволяющая вычислять среднюю температуру  $n$ -слойной стенки по температурам ее внутренней и внешней поверхностей, а также по толщинам ее слоев и их термическим сопротивлениям теплопроводности.

Выясним, как отличаются значения средней температуры многослойной ограждающей конструкции, вычисленные по разным формулам. В качестве примера рассмотрим двухслойную стенку, состоящую из керамзитобетона ( $\delta_1=300$  мм,  $R_1 = 0,46$  м<sup>2</sup>·°C/Вт) и минеральной ваты ( $\delta_2=100$  мм,  $R_2 = 1,78$  м<sup>2</sup>·°C/Вт). Примем наружную температуру равной  $t_n = -34$  °C, а внутреннюю –  $t_{\text{в}} = 21$  °C. Тогда по формуле (1) получим, что  $\bar{t} = \frac{21+(-34)}{2} = -6,5$  °C. Заметим, что использование формулы (1) предполагает, что коэффициенты теплоотдачи для внутренней и внешней поверхности

$\alpha_{\text{в}}, \alpha_{\text{н}} \rightarrow \infty$ , но при практических расчетах их значения принимаются согласно [3]:  $\alpha_{\text{в}} = 8,7$  Вт/(м<sup>2</sup>·°C), а  $\alpha_{\text{н}} = 23$  Вт/(м<sup>2</sup>·°C). С учетом этого, определены температуры внешней и внутренней поверхности стенки:  $t_{\text{ВП}} = 18,37$  °C, а  $t_{\text{НП}} = -33$  °C. Тогда, условно полагая, что стенка однородная, получим, что  $\bar{t} = \frac{18,37+(-33)}{2} = -7,315$  °C. Если же вычисления проведем по формуле (13), то получим, что  $\bar{t} = 6,67$  °C.

### Выводы

Получена формула, позволяющая вычислять среднюю температуру многослойной плоской стенки в соответствии с физикой процесса переноса теплоты. Показано, что погрешности использования ранее предложенных в литературе формул достаточно существенные.

### Литература

1. Соколов, Е.Я. Теплофикация и тепловые сети: учебник для вузов / Е.Я. Соколов – 7-е изд., стр. – М.: Изд-во МЭИ, 2001. – 472 с.
2. Лыков, А.В. Теоретические основы строительной теплофизики / А.В. Лыков. – Минск: Издательство академии наук БССР, 1961. – 520 с.
3. СП 50.13330.2012. Тепловая защита зданий. Актуализированная редакция СНиП 23-02-2003.

**Панферов Владимир Иванович**, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Теплогазоснабжение и вентиляция», Южно-Уральский государственный университет (Челябинск), tgsiv@mail.ru.

**Милов Александр Евгеньевич**, студент, архитектурно-строительный факультет, Южно-Уральский государственный университет (Челябинск), milovalexandr74@gmail.com.

Поступила в редакцию 12 января 2015 г.

## CALCULATION OF THE AVERAGE TEMPERATURE FOR MULTILAYER WALL

*V.I. Panferov, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, tgsiv@mail.ru*

*A.E. Milov, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, milovalexandr74@gmail.com*

Calculation of the average temperature for multilayer enclosure structure is analyzed. With the help of mathematical induction method we have found a formula to calculate the average temperature of the wall using its boundary temperatures, thickness and thermal resistance of layers. This method is recommended for use with mathematical models of thermal conditions of buildings.

*Keywords: average temperature, multilayer enclosure structure, mathematical induction method, thermal resistance, thermal conditions of buildings.*

**References**

1. Sokolov E.Ya. *Teplofikatsiya i teplovyie seti* [District heating and heat networks]. Moscow, MEI Publ., 2001. 472 p.
2. Lyikov A.V. *Teoreticheskie osnovyi stroitelnoy teplofiziki* [Theoretical Foundations of Building Thermal Physics]. Minsk: Akademii nauk BSSR Publ., 1961. 520 p.
3. SP 50.13330.2012. *Teplovaya zaschita zdaniy. Aktualizirovannaya redaktsiya SNIП 23-02-2003* [Thermal protection of buildings. The actualized edition Construction Norms and Regulations 23-02-2003]. Moscow, 2003.

*Received 12 January 2015*

---

**БИБЛИОГРАФИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ СТАТЬИ**

Панферов, В.И. Вычисление средней температуры n-слойной стенки / В.И. Панферов, А.Е. Милов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». – 2015. – Т. 15, № 2. – С. 59–61.

**REFERENCE TO ARTICLE**

Panferov V.I., Milov A.E. Calculation of the Average Temperature for Multilayer Wall. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Construction Engineering and Architecture*. 2015, vol. 15, no. 2, pp. 59–61. (in Russ.)

---