УДК 624.042:8:534.1

УЧЕТ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ КОЛЕБАНИЯХ БАЛКИ

Е.В. Лемберг

Предложен подход к динамическому расчету поврежденных конструкций с учетом пластических деформаций. Разрешающие уравнения строятся на основе теории временного анализа дискретных систем. Рассматривается гистерезисный характер работы упругопластической системы. В результате многоциклового деформирования осуществляется учет по накоплению пластических деформаций. Разрушение несущего элемента происходит при условии, когда суммарные пластические деформации превышают предельные значения. Подход рассмотрен на примере колебаний жестко защемленной балки, в которой в результате действия динамической нагрузки разрушается угловая связь.

Ключевые слова: метод, временной анализ, уравнение, разрушение, колебание, балка, пластические деформации.

Необходимость решения задач динамики систем с разрушающимися связями за пределами упругости появляется при расчете строительных конструкций и инженерных сооружений на прогрессирующее обрушение [1]. Аналитические решения в данной области могут быть получены для ограниченного класса задач, вследствие чего часто применяются численные методы моделирования.

С целью учета пластических деформаций рассмотрим жестко защемленную металлическую балку, в которой при динамической нагрузке разрушается угловая связь. На рис. 1 показана расчетная схема балки до разрушения жесткого защемления (угловой связи) и после разрушения. Жесткое защемление балки обеспечивается болтами М24 класса прочности 8.8, материал болтов – сталь 35Х (рис. 2). На рис. 3 показаны диаграмма деформирования стали 35Х (кривая 1) и полученная на ее основе билинейная диаграмма деформирования, состоящая из двух линейных участков (кривая 2). Под действием нагрузки, прикладываемой ближе к левой опоре (рис. 4), разрушается ряд болтов, вследствие чего жесткое защемление преобразуется в шарнирное опирание.

Задачами исследования являются следующие. На основе диаграммы деформирования стали болтов определить параметры билинейной диаграммы в координатах «усилие – перемещение». Построить математические модели упругопластического расчета поврежденной балки. Проведение численной реализации временного анализа балки на действие динамической нагрузки с учетом пластических деформаций при разрушении жестко защемленной опоры.

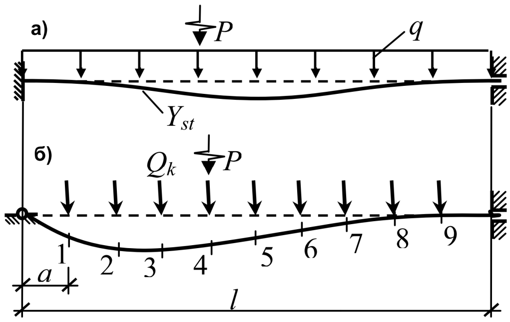

Рис. 1. Расчетная схема балки: а) исходная схема, б) после разрушения угловой связи

Математические модели. Следуя традиционной схеме, представим уравнение движения системы с нелинейной восстанавливающей силой в следующем виде [2]:

$$M\ddot{Y}(t) + C\dot{Y}(t) + R(t) = P(t), \quad (1)$$

где $M = \mathrm{diag}\,(m_1, \ldots, m_n)$, $C = C^{\mathrm{T}}$ – матрицы масс и демпфирования; $Y(t)$, $R(t)$, $P(t)$ − векторы перемещений, динамических восстанавливающих сил и внешней нагрузки.

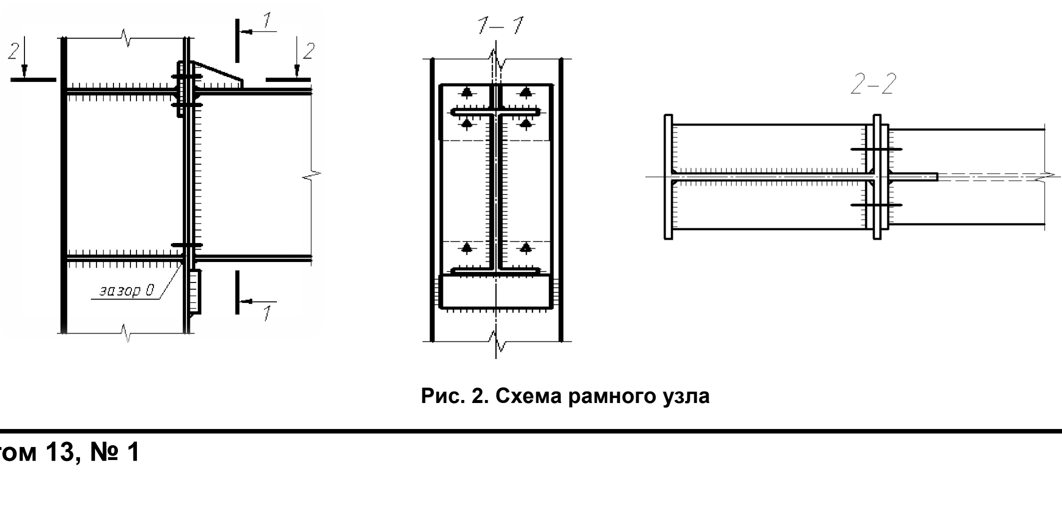

Рис. 2. Схема рамного узла

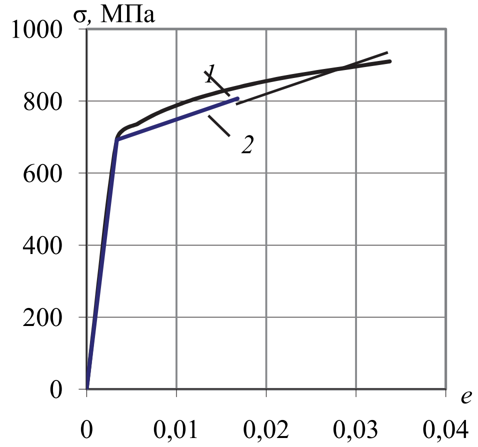

Рис. 3. Диаграммы деформирования:
1 – исходная диаграмма, 2 – билинейная диаграмма

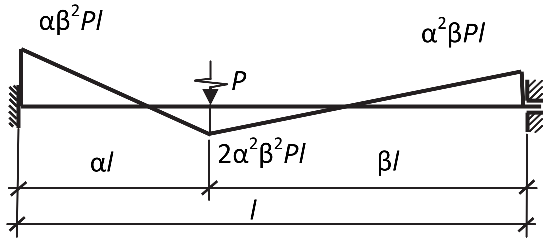

Рис. 4. Эпюра моментов

Полагаем, что жесткость болтового соединения изображается зависимостью $R \sim \tilde{y}$ «восстанавливающая сила – относительное перемещение» на основе билинейной диаграммы (рис. 5). Согласно приведенной диаграмме, вектор динамических восстанавливающих сил имеет упругую R_e (наклонная линия с углом α), упругопластическую составляющую $R_{пл}$ (наклонная линия с углом α_1) и составляющая остаточных усилий R^* (наклонная линия параллельная первоначальной линии).

Пусть от начала действия внешней нагрузки и до некоторого момента времени t_1, соединение на высокопрочных болтах работает упруго, тогда векторы восстанавливающих сил $R_e(t)$ и перемещений $Y(t)$ связаны линейной зависимостью $R_e(t) = K(t_i)Y(t)$, где $K(t_i)$ – положительно определенная матрица жесткости балки в момент времени t_i [2].

Предположим, что при $t > t_1$ под действием динамической нагрузки в соединении достигается состояние текучести, зависимость между векторами $R(t)$ и $Y(t)$ становится нелинейной. Эта нелинейность связана с появлением в момент времени t_iвектора предельных значений $R_{np}(t_i) = \Delta\, K(t_i)Y(t_i)$, где $\Delta\, K(t_i) = K(t_{i-1}) - K(t_i)$.

В последующие моменты времени в связи с достижением в несущем элементе максимальных перемещений рост пластических деформаций прекращается, наступает разгрузка, и система снова возвращается к упругой работе. На этапе разгрузки вектор восстанавливающих сил помимо упругой и предельной составляющих имеет составляющую в виде вектора остаточных усилий $R^*(t_i) = K(t_i)Y_p(t)$.

Таким образом, вектор динамических восстанавливающих сил на интервале времени $(t_i,\ t_{i+1})$ имеет вид

$$R(t) = R_e(t) + R_{\text{пр}}(t_i) - R^*(t_i). \qquad (2)$$

После подстановки (2) в левую часть выражения (1) и преобразования уравнение движения квазиупругой системы на интервале времени $t \in [t_i,\ t_{i+1}]$ $(i = 0, 1, ...)$ имеет вид

$$M\ddot{Y}(t) + C\dot{Y}(t) + K(t_i)Y(t) =$$
$$= P(t) - R_{\text{пр}}(t_i) + R^*(t_i).$$

Данное уравнение позволяет свести неупругий анализ дискретной диссипативной системы к последовательности расчета квазиупругих систем, изменяющихся в фиксированных временных точкахt_i $(i = 1, 2, ...)$. Квазиупругие решения на каждом интервале времени $(t_i,\ t_{i+1})$ строятся в форме, аналогичной интегралу Дюамеля, выведенному для упругой системы [2].

Алгоритм работы системы. При сложных динамических воздействиях система может испытывать многоцикловое деформирование. На рис. 6 показан гистерезисный характер деформирования болтов рамного (жесткого) узла балки. При работе материала болтов в упругопластической стадии

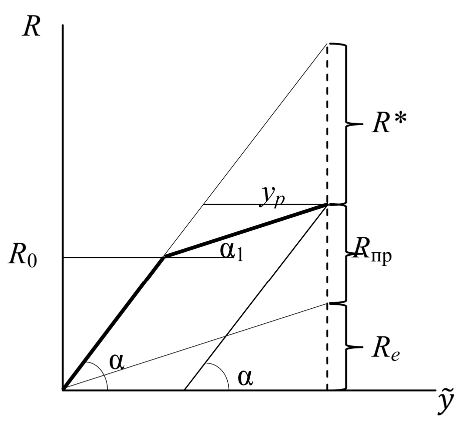

Рис. 5. Зависимость «восстанавливающая сила – перемещение»

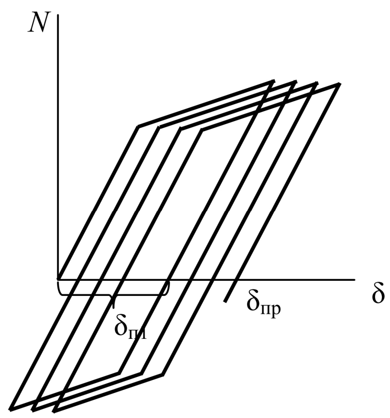

Рис. 6. Гистерезисная диаграмма жесткости болтов

происходит накопление пластических деформаций вследствие необратимых искажений структуры [3]. Условием разрыва болтов является достижение суммарных пластических деформаций предельного значения $\delta_{пл} \geq \delta_{пр}$. В результате разрушения ряда болтов жестко защемленный опорный узел балки переходит в шарнирное закрепление.

Выводы. На основе теории временного анализа предложен алгоритм упругопластического расчета металлической балки как дискретной диссипативной системы. Алгоритм позволяет строить в аналитическом виде динамическую реакцию системы с нелинейной восстанавливающей силой при многоцикловом характере деформирования. Открывается возможность получения оценок по конструктивной безопасности конструкций.

Материалы подготовлены по тезисам доклада на 5-й научной конференции аспирантов и докторантов ЮУрГУ.

Литература

1. Рекомендации по защите высотных зданий от прогрессирующего обрушения / Г.И. Шапиро, Ю.А. Эйсман, В.И. Травуш. – М.: Москомархитектура, 2006. – 33 с.

2. Потапов, А.Н. Динамический анализ дискретных диссипативных систем при нестационарных воздействиях: моногр. / А.Н. Потапов. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2003. – 167 с.

3. Металлические конструкции. Общий курс: учеб.для вузов / Е.И. Беленя, В.А. Балдин, Г.С. Ведеников и др.; под общ. ред. Е.И. Беленя. – 6-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат. 1986. – 560 с.

Лемберг Елена Викторовна, аспирант кафедры «Строительная механика», Южно-Уральский государственный университет. Тел.: 8(351)2679000.

Bulletin of the South Ural State University
Series “Construction Engineering and Architecture”
2013, vol. 13, no. 1, pp. 27–29

AN ACCOUNT OF PLASTIC DEFORMATIONS UNDER BEAM VIBRATIONS

E.V. Lemberg

The article proposes a method of dynamic design of damaged constructions with an account of plastic strain. The permissive equations are based on the theory of discrete systems time analysis.The paper considers the hysteretic nature of elastoplastic systems work. As a result of multicycle deformations an account of strain accumulation is carried out. The destruction of the supporting member takes place when the total plastic strain exceeds the limit value. The author considers the method by the example of vibrations of rigidly clamped beam, in which through the dynamic loading angle brace breaks up.

Keywords: method, time analysis, equation, destruction, vibration, beam, plastic deformations.

Lemberg Elena Victorovna, postgraduate student of Structural Mechanics Department, South Ural State University. Tel.: +7(351)2679000.

Поступила в редакцию 15 марта 2013 г.