

СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ И 3D КОМПЬЮТЕРНОГО ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПО ТОЧНОСТИ, СЛОЖНОСТИ И ЭФФЕКТИВНОСТИ

А.Л. Хейфец

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск

Рассматривается актуальная педагогическая проблема несоответствия содержания учебного курса начертательной геометрии (НГ) тенденциям развития САПР и геометрического моделирования. В то время как развитие направлено на расширение сферы 3D компьютерного геометрического моделирования, продолжается обучение проекционным методам начертательной геометрии, несмотря на то, что они в прикладных задачах сегодня практически не востребованы.

С целью сравнительной оценки вариантов решения НГ и 3D рассмотрены пять характерных задач из номинации НГ Всероссийской олимпиады 2014 г.: построение сферы, касательной к параболоиду; определение точек пересечения эллипса, заданного осями, с окружностью (без построения эллипса); нахождение опорных точек эллипса сечения и его проекций; построение тетраэдра по одной проекции его грани; определение точек пересечения окружности с эллиптическим конусом. Для каждой задачи приведены подробные варианты решения НГ и 3D.

Выполнено сравнение вариантов решения по геометрической точности. Предложено оценивать не абстрактную точность, соответствующую построениям идеальными циркулем и линейкой, а реальную точность, независимо от метода ее достижения. Показано, что при компьютерной реализации обоих вариантов их реальная точность либо равна, либо 3D существенно превосходит НГ.

Дана оценка сложности вариантов решения. За критерий сложности взят объем информации, необходимой для решения. Сделан вывод, что варианты 3D, как правило, проще НГ.

На примерах показано, что решения 3D могут быть легко дополнены исследованиями решаемой задачи. Подчеркнута значительно более высокая наглядность, доступность и универсальность вариантов 3D.

Сделан вывод о значительно более высокой общей эффективности компьютерных 3D-вариантов и методов решения конструктивных задач и необходимости перехода на новый учебный курс теоретических основ 3D.

Ключевые слова: начертательная геометрия; компьютерная графика; 3D-моделирование; конструктивные задачи; геометрическая точность; сложность и эффективность конструктивных задач.

Введение

Основу учебного курса начертательной геометрии (НГ) составляют методы решения позиционных и метрических задач на основе проекционных построений.

Современной альтернативой этому являются компьютерные методы прямого оперирования виртуальной реалистичной 3D-моделью объекта, основанные на программном обеспечении компьютерных графических редакторов САПР. Они активно внедряются в практику и учебный процесс, делая ненужными проекционные преобразования.

По 3D сегодня выполняется как исследование и проектирование геометрической модели, так и построение чертежа в САПР. Чертеж перестал быть обязательным документом для производства, которое в перспективе перейдет на электронные 3D-модели изделий [2].

Однако НГ продолжает оставаться основной теоретической дисциплиной кафедр графики. Ввиду эффективности 3D-методов сложилась обстановка, при которой сложные задачи курса НГ являются простыми и даже элементарными при применении 3D [12].

Возникла актуальная педагогическая проблема: обучать ли новому эффективному инструменту 3D геометрического моделирования или по-прежнему учить 2D-методам НГ. Обучать ли НГ, если она давно уже не востребована в прикладных задачах геометрического моделирования, или переориентировать учебный процесс на новый учебный курс изучения теоретических основ 3D. Проблема усилена ограниченными временными ресурсами, не позволяющими полноценно изучать оба направления. По этой проблеме идет обширная дискуссия [13–17].

Научно-методический раздел

Цель данной работы: дать сравнительную оценку методов (вариантов) решения НГ и 3D на примерах характерных учебных задач.

В качестве характерных были выбраны задачи номинации НГ Московской олимпиады 2014 г., проводимой МИТХТ. Это сегодня одна из 5–6 ежегодных олимпиад в РФ. Только здесь сохранилась номинация НГ. Интерес к этим задачам вызван их олимпиадным уровнем, а также тем, что организаторы запрещают студентам в этой номинации применять современные компьютерные 3D-методы решения. Рассмотрена также задача [3], по которой была дискуссия в вопросе о геометрической точности решений.

При выполнении сравнительного анализа за основу вариантов НГ взяты алгоритмы, предложенные автором задач. Варианты 3D-решения тех же задач предложены нами. Они приведены для пакета AutoCAD [4], но могут быть распространены и на другие пакеты САПР, на которых ведется обучение на кафедрах графики.

Учено, что студенты, участвующие в олимпиаде, владеют 3D-методами на уровне, достаточном для решения рассмотренных и аналогичных задач. Это следует из содержания номинации компьютерной графики той же олимпиады, где предусмотрено уверенное владение 3D. Учен также опыт ЮУрГУ, в котором на ряде специальностей 3D-методы преподаются в 1-м семестре в курсе, составляющем альтернативу НГ [13–17].

Задача 1. Сфера, касательная к параболоиду

Параболоид вращения задан проекциями фокуса F и директориальной плоскости α . Точка A принадлежит поверхности параболоида и горизонтально-проецирующей прямой a . Найти центр и радиус сферы, касающейся параболоида в точке A , и проходящей через точку B (рис. 1, а).

зонтально-проецирующей прямой a . Найти центр и радиус сферы, касающейся параболоида в точке A , и проходящей через точку B (рис. 1, а).

Вариант НГ (рис. 1, б) выполняется в следующей последовательности. Поворот прямой a и точки B вокруг оси параболоида i до совмещения с Π_2 . В итоге $a \rightarrow a'$; $B \rightarrow B'$. Из определения параболы как ГМТ точек, равноудаленных от фокуса F и директрисы d , а также условия $A' \in a'$ находим t . A'_2 как вершину равнобедренного $\Delta(A'_2 F_2 1_2)$.

Исходя из свойств параболы, отрезок t является касательным к параболе в точке A' .

Центр сферы O' находим как точку нормали $n \perp t$, проведенной к параболе в т. A' , равноудаленную от A' и B' . Для этого через т. 2, как середину отрезка $A'B'$, вводим плоскость $\beta (f; h) \perp A'B'$ и находим т. $O' = \beta \cap n$.

Делаем обратный поворот вокруг оси i и получаем искомую точку O ($O' \rightarrow O$) центра сферы. Радиус сферы равен $|O'A_2|$.

Вариант 3D. Строим произвольную параболу p^* как сечение произвольного кругового конуса некоторой плоскостью $\gamma \parallel m$, $m' \parallel m$, $m' \subset \gamma$ (рис. 2, а). По сфере Данделена определяем фокус F параболы p^* .

Учитывая подобие парабол, масштабируем p^* так, чтобы расстояние $FV = \delta$, где согласно свойствам параболы $\delta = 0,5 \cdot FC$ – получим параболу p (рис. 2, б). Перемещаем ее в плоскость $\varepsilon(a, F)$, где совмещаем точки фокуса и оси (рис. 2, в).

Строим нормаль n к параболе p в точке A . В AutoCAD это выполняется применением команды *xline*. Искомую точку O находим элементарными 3D-построениями как равноудаленную от концов отрезка AB (рис. 2, в). Задача решена.

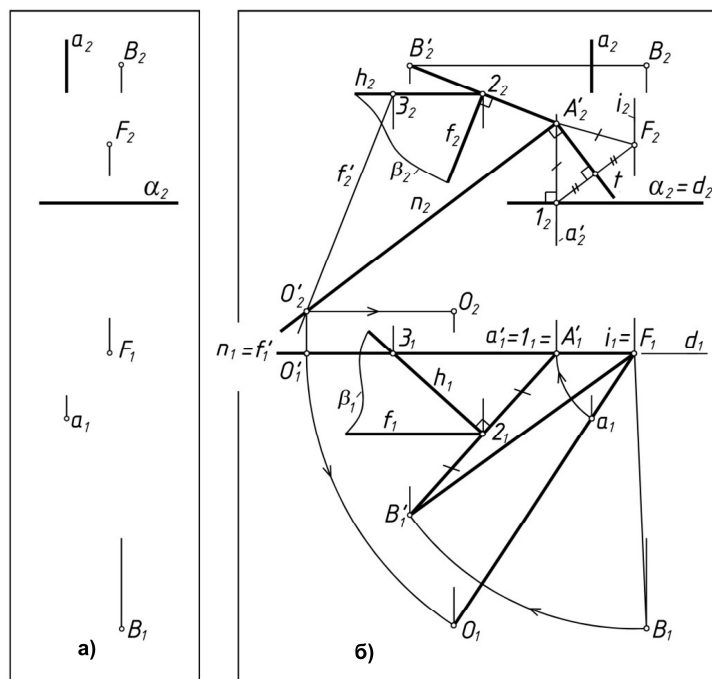


Рис. 1. Задача 1, вариант НГ: а – дано; б – решение

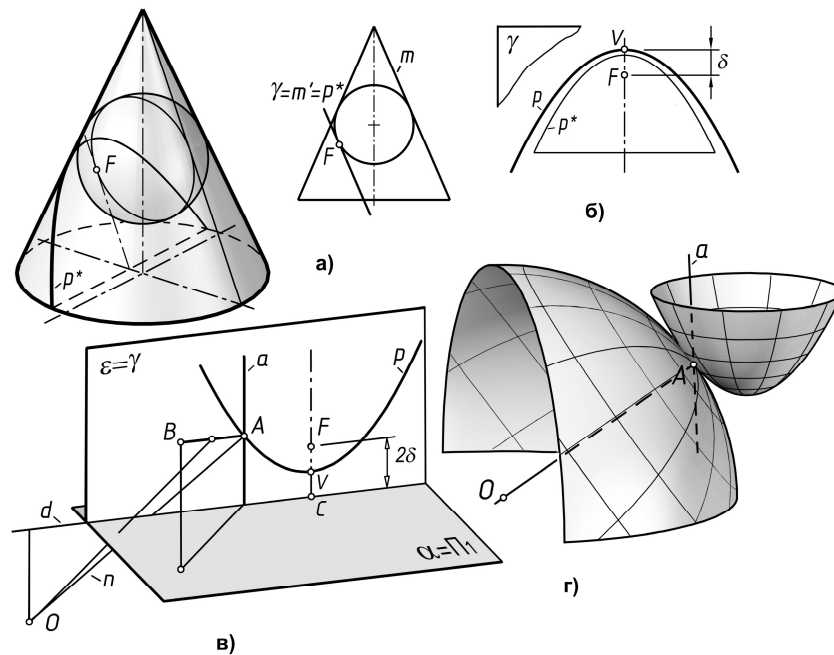


Рис. 2. Задача 1, вариант 3D: а – парабола как коническое сечение и сфера Данделена; б – масштабирование параболы; в – 3D-построения; г – 3D-модель

Для наглядности строим геометрически точную 3D-модель задачи (рис. 2, г): вращением параболы p построен параболоид, добавлена сфера с центром в найденной точке O и радиусом $|OA|$.

Задача 2. Пересечение эллипса с окружностью

Дана окружность « t » с центром в точке O (рис. 3, а). Даны точки осей эллипса с центром в t . K . Геометрически точно найти точки пересечения окружности и эллипса (приближенное решение через вычерчивание лекальных кривых не оценивается).

Подчеркнем, что в условиях задачи запрещено построение эллипса. Решение необходимо получить «геометрически точно» циркулем и линейкой как результат пересечения окружностей и прямых линий. Чтобы учесть это требование (наша критика такого подхода – см. ниже разд. «Геометрическая точность вариантов») предложен алгоритм, который действительно сводит решение к циркулю и линейке. Поясним его на нашем 3D-макете (рис. 3, б).

С помощью сферы S с центром в t . K и радиусом AK строим круговой цилиндр R , для которого заданный своими осями эллипс является сечением. Строим вторую сферу S' , центр которой расположен на оси цилиндра, а окружность t является сечением. Находим окружность n , по которой пересекаются соосные сфера S' и цилиндр R . Искомые точки находим на пересечении окружностей n , t . Поскольку на проекционном чертеже (рис. 3, в) эти окружности вырождаются в прямые n_2 , t_2 , то искомые точки N, M находятся на пересечении этих прямых.

Сложно объяснить целесообразность приведенного (пусть красивого) решения задачи, учитывая, что при компьютерной реализации достаточно в общей плоскости построить заданную окружность t , построить эллипс e по его осям и найти координаты точек N, M как точек их пересечения (рис. 3, г). Погрешность такого элементарного 3D решения не превышает 10^{-8} .

Задача 3. Опорные точки эллипса сечения конуса

Даны (рис. 4, а) две проекции конуса α и следы a, b секущей плоскости β . Плоскость β пересекает конус по эллипсу e . Определить точки смены видимости, экстремальные точки и точки осей эллипсов проекций.

Вариант НГ. Фронтально очерковые точки I, J находятся на пересечении фронтальной $f \subset \beta$ и фронтального очерка конуса α_2 . Экстремальные точки C, D , они же точки большой оси эллипса e_1 , и центр эллипса – точка O , находятся в плоскости γ и определяются на $\Pi_4 \parallel \gamma$. На Π_4 находим также профильно-очерковые точки K, N и точки G, H малой оси e_2 .

Экстремальные точки A, B , левую и правую, определяем как точки касания эллипса и прямой, параллельной хорде $KN \parallel \Pi_3$. Они находятся при пересечении конуса и прямой m ($O, 3$), где 3 – средняя точка хорды KN . Точки E, F , ближнюю и дальнюю, находим на пересечении конуса с прямой n ($O, 4$), где точка 4 – середина хорды $IJ \parallel \Pi_2$.

Точки R, S, P, Q (рис. 4, б) главных осей эллипса e_2 определяем по паре его сопряженных диаметров CD и GH согласно [7, с. 41–42].

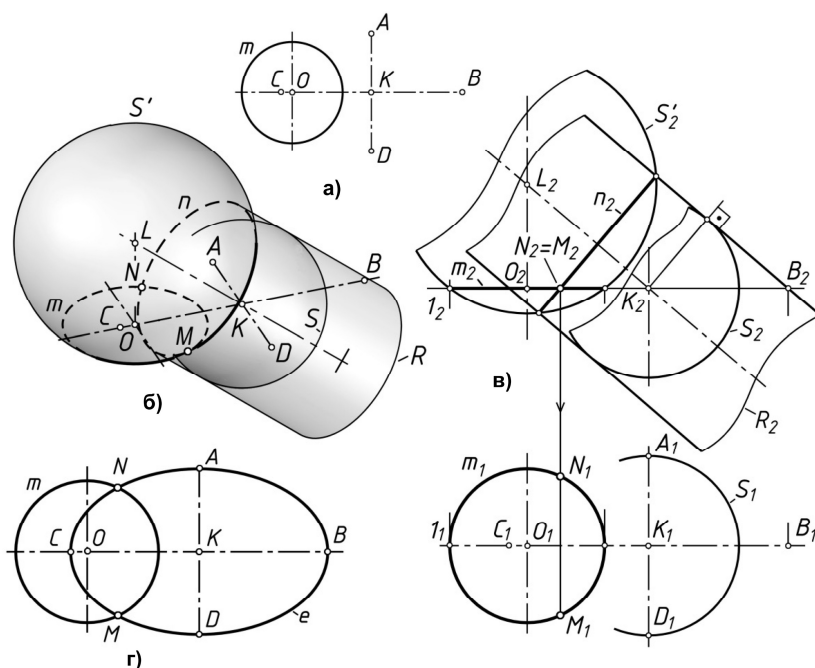


Рис. 3. Задача 2: а – дано; б – 3D макет; в – вариант НГ; г – рациональное компьютерное решение

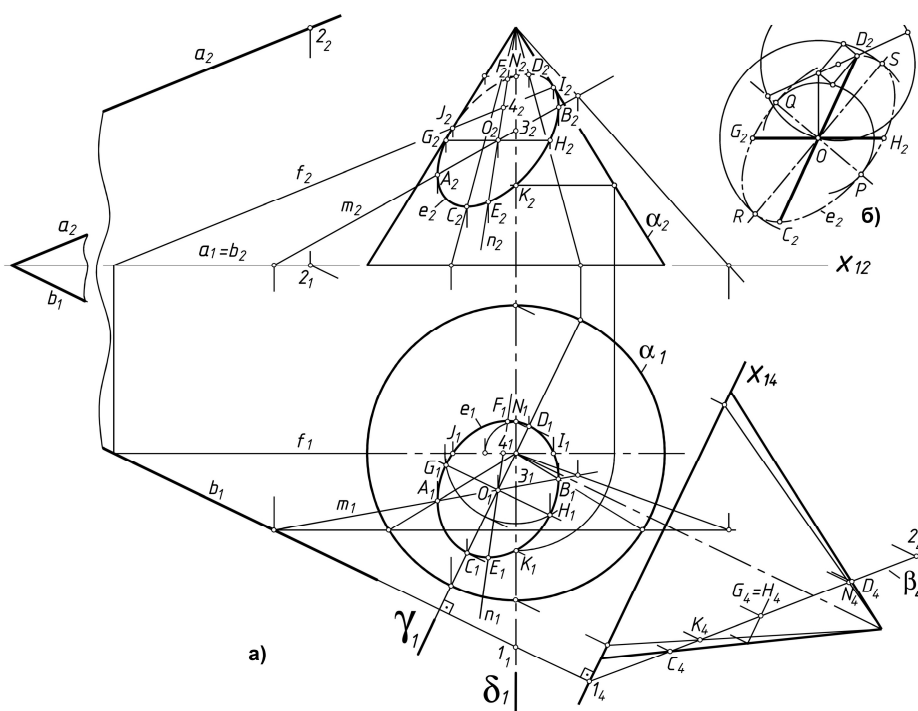


Рис. 4. Задача 3, вариант НГ: а – решение; б – построение осей эллипса e_2 по его сопряженным диаметрам

Вариант 3D. Строим круговой конус α , следы плоскости β как отрезки прямых a, b , эллипс e как сечение конуса плоскостью β (рис. 5, а). Применяя к эллипсу e объектные привязки, находим его центр O и конечные точки C, D, G, H главных осей эллипса e (рис. 5, б).

Строим фронтальное сечение конуса $(c, d) \parallel P_2$. Находим фронтально-очерковые точки $I = d \cap e, J = c \cap e$. Точки F, E находим на пересечении

эллипса и отрезка $(O, 1)$, где 1 – средняя точка хорды IJ . Построив профильный очерк, находим профильно-очерковые точки K, N . Затем на пересечении отрезка $(O, 2)$ с эллипсом находим точки A, B , где 2 – средняя точка хорды KN .

Точки F, E и A, B можно построить иначе, применив геометрические зависимости, предусмотренные во всех графических САПР. Например, для точки F строим касательную наложением

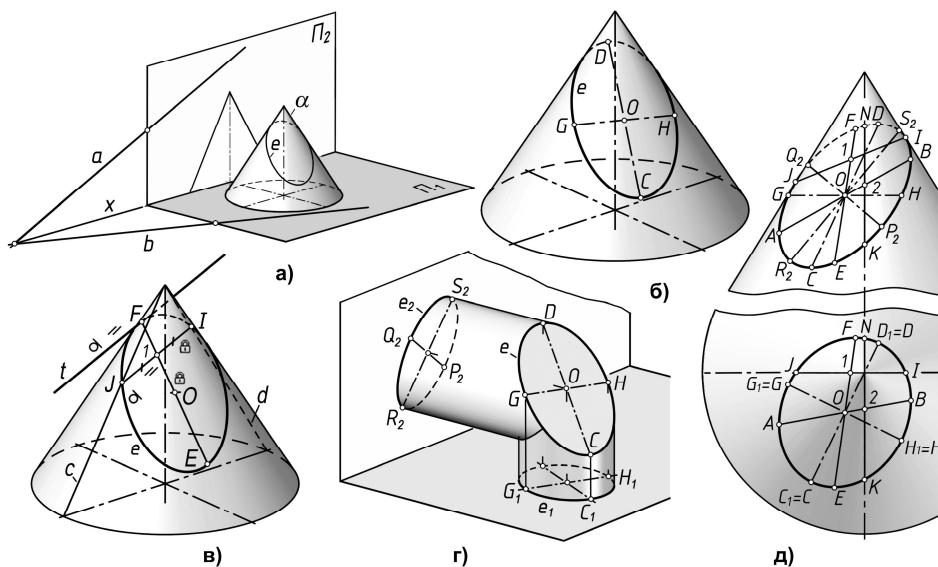


Рис. 5. Задача 3, вариант 3D:
 а – круговой конус и следы секущей плоскости; б – главные оси эллипса сечения;
 в – очерковые и экстремальные точки; г – проекции эллипса сечения;
 д – все опорные точки эллипса сечения и его проекций

на отрезок t геометрических зависимостей касания с эллипсом e и параллельности с отрезком IJ [4] (см. значки взаимосвязей, рис. 5, в). После этого точка касания F выявляется объектной привязкой.

Эллипсы проекций e_1, e_2 находим как сечения проецирующих цилиндров (рис. 5, г). Точки главных осей этих эллипсов выявляются объектной привязкой.

Всего в задаче найдено 23 опорные точки, включая точки центра эллипсов (рис. 5, д).

Задача 4. Тетраэдр по проекции грани

Дана фронтальная проекция треугольника ABC – грани правильного тетраэдра $ABCD$. Построить фронтальную проекцию этого тетраэдра и вписать в него сферу.

Эта задача на монопроекции [8]. Рассмотрим два варианта ее НГ-решения. Первый, предложенный автором задачи, основан на построении истинного вида правильного треугольника по его проекции аппаратом аффинно-родственного соответствия. Второй, предложен нами, основан на аффинном соответствии сечений призмы.

Вариант НГ-1. Определяем (рис. 6) истинный вид правильного треугольника $\Delta(ABC)$ по его проекции $\Delta_2(A_2B_2C_2)$ [8, с. 54; 9, с. 25]. К стороне B_2C_2 достраиваем правильный треугольник $\Delta_2^*(A_2^*B_2^*C_2)$. Устанавливаем родство полей Δ_2 и Δ_2^* по точкам A_2 и A_2^* . Учитываем, что отрезок A_2N_2 одного из главных направлений родства является фронталью f искомого треугольника Δ – грани тетраэдра. Строим медиану A_2P_2 треугольника Δ_2 . Поскольку Δ правильный, то его медиана является и высотой, то есть $\angle APN$ в истинном виде прямой. Повернем Δ вокруг f до положения, в котором

$\angle APN$ отобразится в прямой угол с вершиной P_2' . Получаемый при этом $\Delta'(A_2'B_2'C_2')$ является истинным видом Δ .

Принимая Δ_2' за основание тетраэдра, строим проекцию тетраэдра на $\Pi_4 \perp C_2'B_2'$. Здесь же, на Π_4 , строим проекцию вписанной в тетраэдр сферы с центром O_4' .

Делаем обратный поворот тетраэдра вокруг фронтали f , при котором Δ_2' вернется в положение Δ_2 . Для этого вводим плоскость $\Pi_5 \perp f$. Поворот выполняем до перемещения C_5' в положение C_5 . При этом $D_5' \rightarrow D_5$. Искомую фронтальную проекцию вершины тетраэдра D_2 находим по проекциям D_5, D_5' . По проекциям O_2', O_5 находим фронтальную проекцию центра вписанной сферы – точку O_2 .

Вариант НГ-2. Учитываем, во-первых, что если центр описанной вокруг треугольника окружности находится на пересечении его медиан, то треугольник правильный. Во-вторых, в сечениях треугольной призмы произвольными плоскостями точки пересечения медиан принадлежат одной прямой, параллельной ребрам призмы [7].

Приняв заданный $\Delta_2(A_2B_2C_2)$ за основание прямой призмы, найдем ее сечения в виде правильного треугольника. Для этого определим главные оси эллипса e , с центром в точке H , описанного вокруг Δ_2 . Строим прямой эллиптический цилиндр с основанием e и находим его круговые сечения. В каждом из этих сечений центр окружности остается на пересечении медиан треугольника сечения, следовательно, треугольники сечения правильные. Каждый из них проецируется в заданный Δ_2 и, поэтому, является стороной искомого тетраэдра.

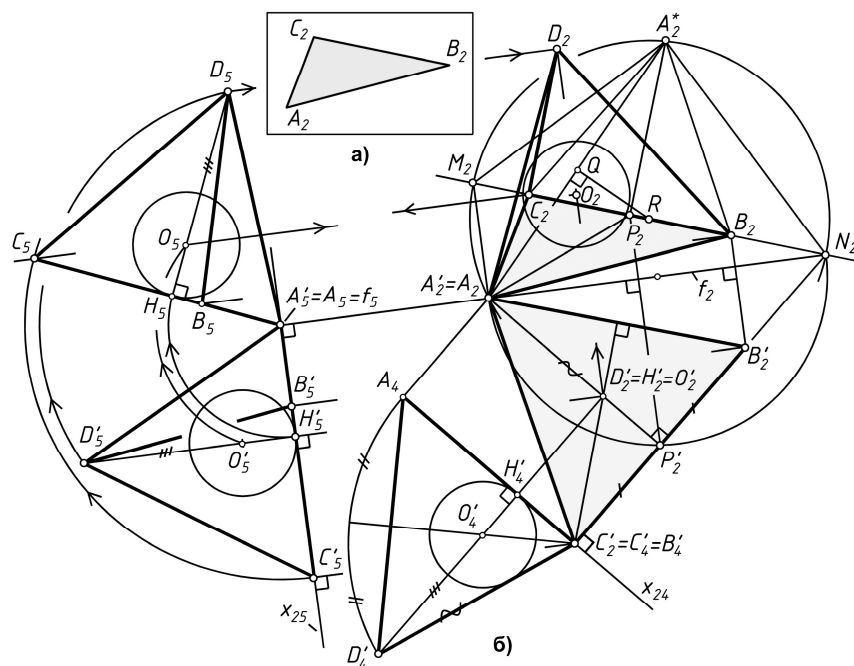


Рис. 6. Задача 4, вариант НГ-1: а – дано; б – решение

Оси эллипса e , отрезки $(H,1)$, $(H,2)$, находим на основе родственного соответствия Δ_2 и правильного Δ_2^* (рис. 7, а) как отрезки главных направлений родства, [8, с.177]. Сам эллипс приведен для наглядности, необходимости в его построении нет.

Круговые сечения m , n эллиптического цилиндра находим (рис. 7, б) при его пересечении со сферой S , имеющей с цилиндром две точки касания K , L . Плоскости α , β круговых сечений определяем на плоскости $\Pi_5 \perp (H,2)$ при пересечении очерка сферы S_5 с очерковыми образующим цилиндра d_5 , u_5 . В каждом из сечений находим треугольник на пересечении окружности с ребрами призмы и принимаем его за основание тетраэдра.

Для плоскости α , истинный вид треугольника получаем на плоскости $\Pi_4 \parallel \alpha$. На плоскости $\Pi_7 \perp BC$ находим вершину D тетраэдра и вписанную в него сферу s с центром в точке O . Обратными преобразованиями находим их искомые фронтальные проекции. Решение для плоскости β выполняется аналогично, для него приведен только результат – вершина T .

На Π_5 находим решения, зеркальные относительно секущих плоскостей α , β . Всего четыре тетраэдра.

Вариант 3D. Воспроизводит вариант НГ-2 с эллиптическим цилиндром. Является частным случаем построения заданного сечения произвольной трехгранной призмы [13].

Строим эллипс e по трем вершинам $\Delta_2(A_2B_2C_2)$ и центру, совмещенному с т. H пересечения его медиан. Для этого применяем параметризацию [4, 13] (см. значки геометрических зави-

симостей на рис. 8, а), которая позволяет избежать аффинно-родственных построений, необходимой в вариантах НГ.

Строим прямой эллиптический цилиндр Cyl с основанием e и осью $i \supset H$; $i \perp e$ (рис. 8, б). Строим сферу S с центром в произвольной точке на оси i и радиусом, равным большой полуоси эллипса e . На их пересечении находим окружности m , n .

Строим ребра прямой призмы с основаниями Δ_2 (рис. 8, в). На их пересечении с окружностями m , n находим вершины треугольников $\Delta(ABC)$ и $\Delta^*(A^*B^*C^*)$. Принимаем Δ и Δ^* за основания искомого тетраэдра. Достраиваем тетраэдры, один с вершиной D , второй – с вершиной T . В каждый вписываем сферы s^* (рис. 8, г). Находим еще два тетраэдра с вершинами D^* , T^* как зеркальные отображения первых двух относительно их оснований (рис. 8, д). Всего получаем четыре тетраэдра (рис. 8, е). В качестве дополнения и для наглядности получаем линию пересечения найденных тетраэдров (рис. 8, ж).

3D-параметризация

Это сегодня наиболее эффективное средство 3D-моделирования. Оно основано на математическом и программном обеспечении современных графических редакторов САПР. Пользователю достаточно присвоить объектам необходимые взаимосвязи в соответствии с геометрическим смыслом задачи (совмещение, параллельность, перпендикулярность, равенство, параллельность, касательность и др.). Графический редактор автоматически приводит объекты в заданное взаимное пространственное положение. Если 2d параметризация, то есть на плоскости, содержится во всех

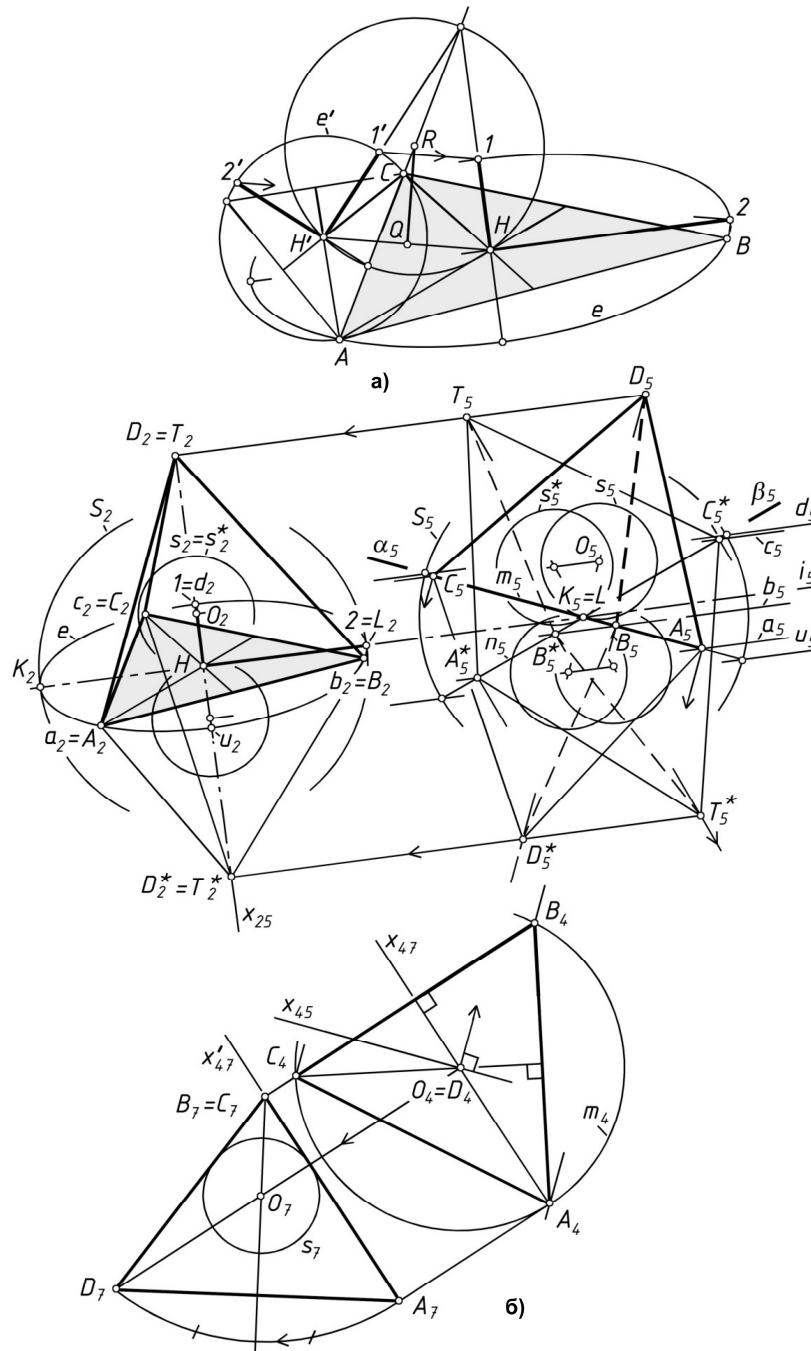


Рис. 7. Задача 4, вариант НГ-2: а – главные оси эллипса; б – решение

пакетах САПР, то 3D-параметризация, в пространстве, – в графических редакторах САПР среднего и высокого уровня, например, SolidWorks, Inventor и др. (в AutoCAD и Компас 3D она на сегодня еще отсутствует).

Рассмотрим 3D параметризацию в SolidWorks на примере задачи 4.

Построения выполняются в режиме 3D-эскиза. В плоскости «Спереди» строим заданный $\Delta(ABC)$ с управляющими размерами (рис. 9, а). Строим ребра призмы – отрезки a, b, c , задавая им параллельность оси Z . Строим первоначально

произвольный $\Delta^*(A^*B^*C^*)$ с вершинами, совмещенными с ребрами призмы. Затем сторонам Δ^* присваиваем зависимости равенства. В итоге Δ^* стал равносторонним.

Принимаем Δ^* за основание тетраэдра. Добавляем отрезки боковых ребер тетраэдра первоначально с произвольным положением вершины D . Присваиваем ребрам зависимости равенства с одной из сторон основания Δ^* – тетраэдр построен.

Из геометрического смысла задачи (см. выше) следует, что она имеет два решения, не считая зеркальных отражений. Чтобы найти второе решение,

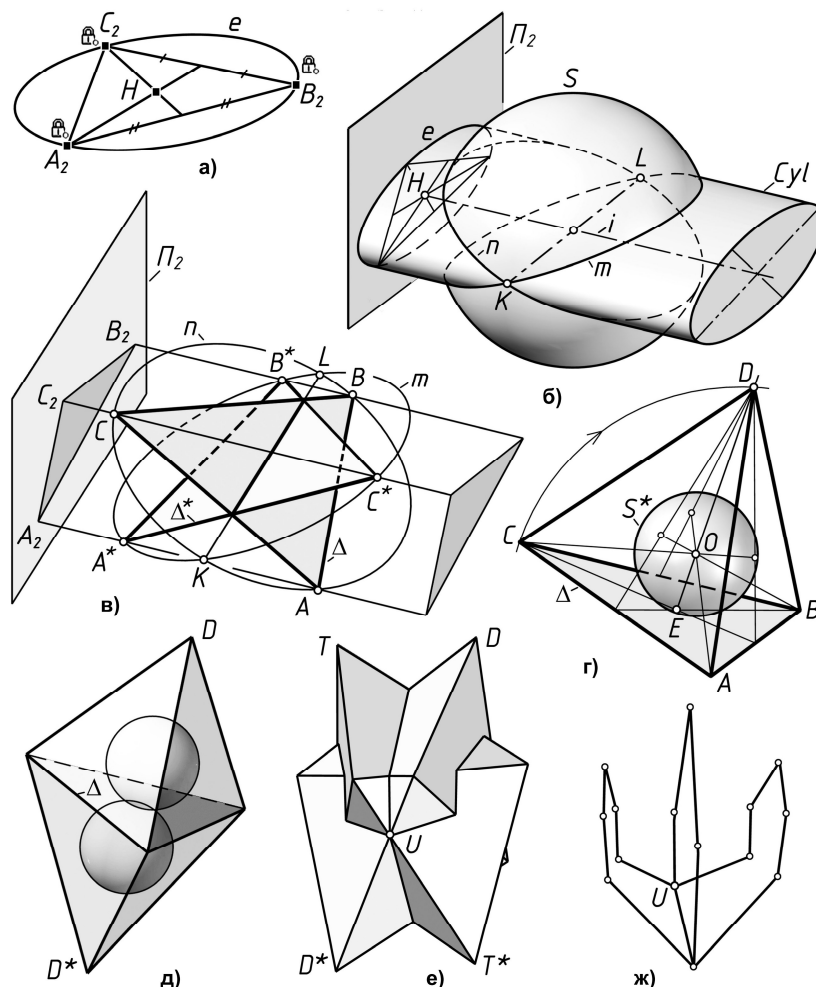


Рис. 8. Задача 4, вариант 3D:
 а – эллипс параметризацией; б – круговые сечения эллиптического цилиндра;
 в – основания тетраэдров; г – один из тетраэдров и вписанная сфера;
 д – зеркальный тетраэдр; е – четыре решения; ж – линия пересечения тетраэдров

нужно повторить построение Δ^* при другом начальном положении его вершин.

Для нахождения центра вписанной сферы (рис. 9, б) на гранях строим отрезки высот, придавая им перпендикулярность к ребрам Δ^* . Затем из произвольной внутренней точки O опускаем на эти высоты перпендикуляры и присваиваем им равенство длин. Общая точка принимает положение центра вписанной сферы. Задача решена.

3D-параметризация позволяет исследовать решение пространственной задачи в зависимости от начальных условий – значений управляющих размеров $\Delta(ABC)$. Например, задав для проверки модели длины сторон Δ равными между собой, автоматически получаем решение, при котором $\Delta^* \parallel \Delta$ (рис. 9, в). Совместив вершину C с AB , получим Δ , вырожденный в отрезок прямой AB , и соответствующий ему тетраэдр с основанием $\Delta^* \supset AB$ (рис. 9, г). Перемещая вершину C вдоль отрезка AB , наблюдаем вращение тетраэдра в плоскости его основания.

Геометрическая точность вариантов

Рассмотренные задачи относятся к конструктивной геометрии, то есть задачам на геометрические построения. Основное требование, предъявляемое к конструктивным задачам – геометрическая точность решения. Этот критерий активно применяется в дискуссиях между сторонниками НГ и 3D. Однако сегодня этот термин сам является дискуссионным. Понятие «геометрическая точность» до сих пор не является однозначным.

Сторонники НГ признают геометрически точными решения, полученные лишь историческим набором инструмента [23]: циркуль, линейка, (допускается угольник). Эта некая абстрактная точность, достигаемая идеальными инструментами. Как сказано в основополагающей работе [1, с. 199], ее обоснование восходит к древности (Греция), когда «считали построение выполненным, коль скоро было показано, каким образом оно может быть сведено к... циркулю и линейке, само же построение вовсе не выполнялось. Поэтому простота и точность геометрического решения

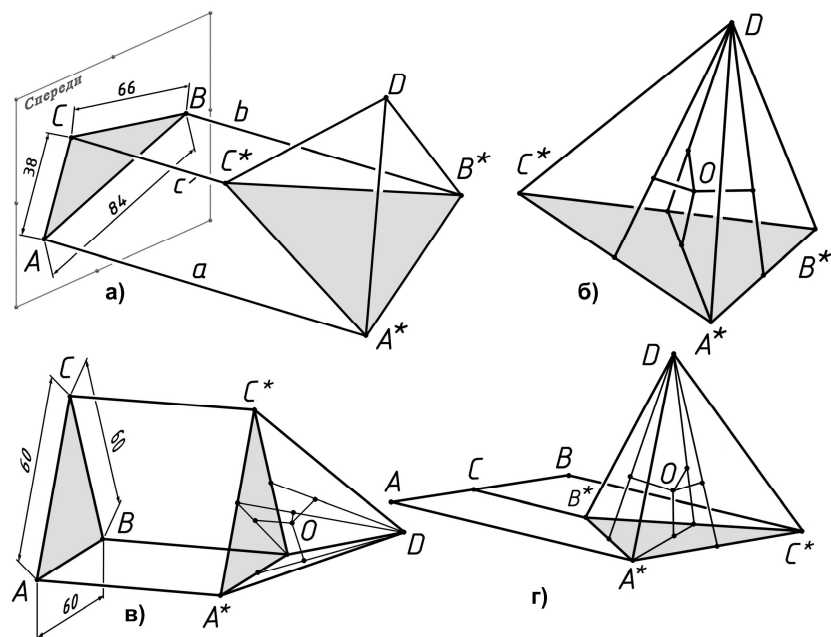


Рис. 9. Задача 4, 3D-параметризация:
а – построение тетраэдра; б – центр вписанной сферы; в, г – тестирование модели

не играли никакой роли». Однако, см. там же, «выполнение построений в действительности, то есть с инструментами в руке, есть нечто совсем отличное от выполнения их... с помощью языка». Другими словами, уже классиками реальная точность метода «циркуля и линейки» считалась сомнительной ввиду погрешностей инструментов и выполняемых ими построений. Почему же сегодня этот метод по-прежнему рассматривается как критерий правильности решения задач НГ?

За методами 3D, которые не воспроизводят «циркуль и линейку», а основаны на математическом программном обеспечении и действуют по иным зачастую не известным пользователям алгоритмам, сторонники НГ геометрическую точность не признают. И это несмотря на реальную высокую точность компьютерных 3D-построений.

С позиций НГ компьютер признается за допустимый инструмент геометрически точных построений лишь тогда, когда он воспроизводит циркуль и линейку.

Такой взгляд на геометрическую точность, по нашему мнению, является устаревшим. Сегодня геометрически точным следует считать любое построение, обеспечивающее требуемую точность результата. Как оно получено: циркулем и линейкой (вариант НГ) или на компьютере (2D или 3D) – не суть важно. Важно, чтобы точность результата можно было оценить и сравнить с требуемым значением.

С изложенных позиций сравним точность вариантов решения НГ и 3D в рассмотренных выше задачах. В варианте НГ они решаются традиционно, методом «циркуля и линейки», и ориентированы на достижение абстрактной геометрической точности. Реальная точность вариантов НГ в этих

задачах достигается лишь при компьютерной реализации. Варианты 3D – компьютерные. Следовательно, в указанных задачах при компьютерной реализации обоих вариантов, то есть равной точности применяемого инструмента-компьютера, реально достижимую геометрическую точность решений можно считать равной.

Однако во многих задачах «циркуль и линейка» как методы НГ, даже при компьютерной реализации, обеспечивают лишь абстрактную точность, далекую от реальной. Это традиционные задачи на построение линий пересечения поверхностей и другие, в которых требуется по дискретному набору точек построить и исследовать непрерывный объект. Покажем это на примере задачи [3], несколько изменив ее условия.

Задача 5. Построить точки пересечения окружности «с» и эллиптического конуса α .

Вариант НГ. Задача рассмотрена в ограничениях: плоскость окружности (рис. 10, а) перпендикулярна плоскости симметрии конуса (Π_2). Центр окружности также расположен в этой плоскости.

Вводим сферу S (рис. 10, б), для которой окружность c является сечением. Центр сферы помещаем на оси конуса. Ввиду общей плоскости симметрии проекция линии пересечения сферы S и конуса α на Π_2 – гипербола h_2 . Для построения ее точек строим сечения S и α плоскостями β, γ , дающими их круговые сечения. Например, точку 1 находим, выполняя сечения плоскостью $\beta' \parallel \beta$, на пересечении окружностей c' и c'' , являющихся, соответственно, сечениями сферы и конуса. Искомые точки A, A', B, B' находим при пересечении отрезка c_2 и гиперболы h_2 .

Научно-методический раздел

Точность решения в данной задаче в варианте НГ определяется точностью построения гиперболы. Абстрактная точность достигается нахождением ее 5 точек, достаточных для задания коники. В данном примере это четыре фронтально-очерковые точки и точка 1. Но для реальной точности требуется непрерывная точная кривая. В традиционном варианте НГ обычно строят 5...10 ее промежуточных точек и приближенно соединяют «от руки на глаз» или сплайном (при компьютерном 2D построении). Это дает лишь качественно верное, но далеко не точное решение.

Известны предложения о повышении точности решения данной задачи преобразованием гиперболы в окружность и, в результате этой гомологии, сведением решения «к циркулю и линейке». Однако это требует определения вершин и асимптот гиперболы и неоправданно сложно [10, 11].

Добиться реальной высокой точности варианта НГ в рассмотренной и аналогичной ей задачах можно лишь при программной компьютерной реализации. Например, многократно повторить алгоритм нахождения точки гиперболы и получить массив ее точек, достаточный для требуемой точности. В первом приближении, если требуется погрешность решение на уровне 10^{-3} , то массив должен содержать 10^3 точек. Можно применить программу построения коники как непрерывной вы-

сокоточной кривой по ее пяти точкам [5]. Эта программа содержит в себе проективные алгоритмы шестиугольника Паскаля и алгоритм 3D выхода в пространство [9]. Можно применить параметризацию [4, с. 533]. Два последних варианта обеспечивают погрешность построения гиперболы на уровне $10^{-6} \dots 10^{-8}$. Лишь после этого можно в варианте НГ добиться реально-высокой геометрической точности. Однако все это значительно усложняет решение.

Вариант 3D. В отличие от варианта НГ достижение высокой геометрической точности в рассматриваемой задаче по 3D происходит автоматически, поскольку связано с компьютерной реализацией.

Например, достаточно (рис. 10, в) построить сечение конуса плоскостью δ , в которой расположена заданная окружность c . В сечении образуется коника – в нашем примере эллипс e . Пересечение коники с окружностью даст искомые точки пересечения окружности с конусом. Этот вариант не требует указанных выше ограничений варианта НГ на положение окружности относительно конуса. Погрешность решения, как погрешность AutoCAD при выполнении указанных построений, по оценке составляет $10^{-6} \dots 10^{-8}$.

Еще более простым является вариант 3D (рис. 10, г), в котором достаточно преобразовать

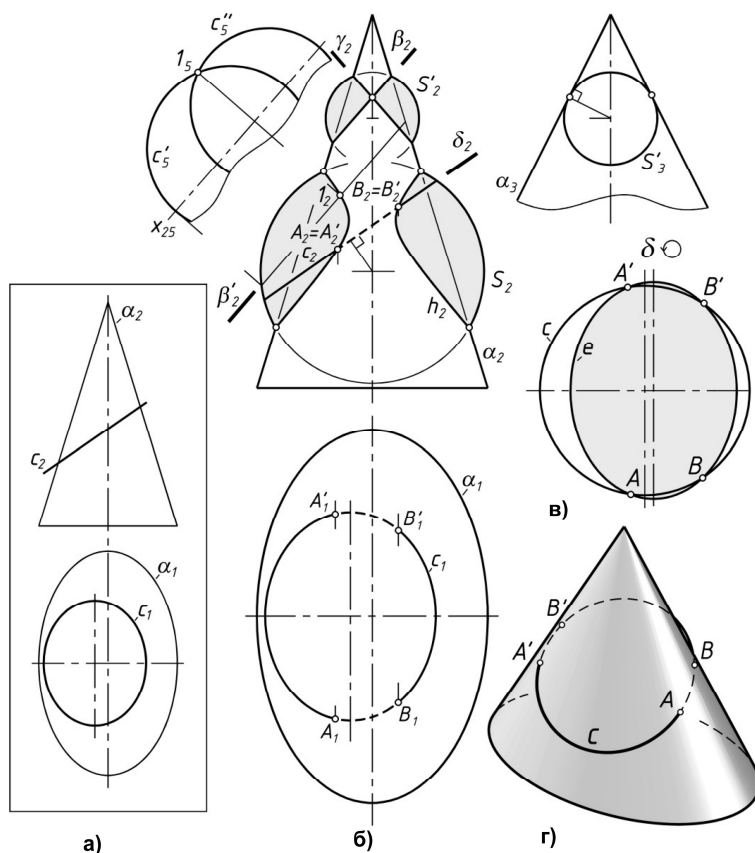


Рис. 10. Задача 5:
а – дано; б – вариант НГ; в, г – варианты 3D

окружность в solid и найти точки его пересечения с конусом как пересечение двух solid-объектов. Вариант универсален и позволяет найти точки пересечения произвольной пространственной кривой с произвольной поверхностью. Его погрешность в AutoCAD находится на уровне $10^{-4} \dots 10^{-6}$. В пакетах САПР, содержащих 3D-параметризацию, задача решается еще проще: точки пересечения находятся «сразу» как общие точки поверхности и кривой линии.

На основе рассмотренных характерных задач 1–5 можно сделать вывод, что по реальной геометрической точности варианты НГ и 3D при их компьютерной реализации либо равнозначны (задачи 1–4), либо 3D существенно превышает НГ (задача 5).

Отметим общее преимущество компьютерных вариантов решения (2D и 3D) в отличие от распространенного до сих пор «карандашного» ручного решения НГ. Это возможность быстрого и объективного контроля правильности решения по набору контрольных размеров. Например, в задаче 1 достаточно проверить радиус сферы и расстояние от ее центра до фокуса параболы. В задаче 5 – измерить координаты найденных точек пересечения. Такой подход успешно применяется в номинации компьютерной графики той же олимпиады.

Сложность и эффективность вариантов

Сопоставим варианты решения приведенных задач по сложности и эффективности.

Исторически известно предложение оценивать сложность геометрических построений по количеству выполняемых операций (количество прямых, окружностей и др.). Есть такие попытки и при сравнении вариантов НГ и 3D [6, с. 160]. Несостоятельность этого подхода показана еще в работах [1, 11].

По аналогии с оценкой алгоритмов программирования будем под *сложностью* варианта понимать объем информации (аналогия с объемом компьютерной памяти), необходимой для его реализации.

Содержание геометрической информации неизбежно различное, ориентированное на свой вариант. Например, в задаче 1 по варианту НГ необходимо знать определение параболы как ГМТ. Знать свойство касательной, как высоты в $\Delta(A'_2F'_2I_2)$ (см. рис. 1, б). Владеть методами НГ: задание плоскости, перпендикулярной к прямой общего положения, определение точки пересечения прямой с плоскостью и др. По варианту 3D той же задачи: знать свойство параболы как конического сечения, один из вариантов определения ее фокуса, например, по сфере Данделена, владеть методами 3D-построений в одном из графических редакторов. В SolidWorks и других пакетах, где парабола и гипербола параметризованы, задача еще упрощается, поскольку точки фокуса определяются автоматически. Ввиду различия в содержа-

нии информации и трудности какого-либо ее ранжирования, оценка сложности вариантов весьма субъективна и ориентировочна.

В задаче 2 по варианту НГ необходимо построение кругового цилиндра по его эллиптическому сечению, знание особенностей пересечения соосных поверхностей вращения. По 3D достаточно построить окружность и эллипс по его главным осям, и измерить координаты точек их пересечения.

В задаче 3 в варианте НГ необходимо знать задание плоскости следами, определение главных осей эллипса по сопряженным диаметрам. 3D-решение основано на элементарных базовых приемах работы с 3D-моделями.

В задаче 4 основу вариантов НГ составляет алгоритм аффинно-родственного преобразования. В 3D – построение эллипса параметризацией и определение круговых сечений эллиптического конуса.

В задаче 5 в варианте НГ – знать круговые сечения эллиптического конуса, а для геометрически точного решения – построение гиперболы по пяти ее точкам или параметризацией. В варианте 3d – элементарные 3d-построения геометрических примитивов, их сечений и пересечений.

Таким образом, по сложности варианты либо близки (как в задачах 1, 3, 4), либо 3D существенно проще НГ (в задачах 2, 5).

При оценке *эффективности* вариантов учитываются время и трудозатраты на их реализацию [11]. При сопоставлении по этому критерию считаем, что алгоритм и схема решения уже найдены и осталось сравнить время только на выполнение построений. В задачах 1,3,4 эти показатели близки. В задачах 2, 5 компьютерное 3D решение выполняется значительно быстрее НГ.

Рассмотрим ряд дополнительных показателей эффективности. Варианты 3D позволяют *расширить область исследования* модели при минимуме дополнительных трудозатрат. Например, в задаче 1 в качестве дополнения показано построение параболоида с возможностью исследования его свойств (см. рис. 2, з). В задачах 3, 4 удалось обойтись без элементов аффинной геометрии. В задаче 4 – найти линию пересечения тетраэдров, образующих полное решение задачи. В задаче 5 вариант 3D является универсальным для определения точек пересечения любой кривой линии с любой поверхностью. Все это для методов НГ проблематично.

Компьютерные 3D-методы моделирования, особенно 3D-параметризация, позволяют в значительной мере «переложить» решение на математическое и программное обеспечение графического пакета САПР и этим существенно снизить затраты на решение, «поднять планку», то есть ставить в учебном процессе значительно более сложные задачи, недоступные методам учебного курса НГ [12–17].

Сравнение вариантов по наглядности решения также не в пользу НГ. Вместо мало наглядных и сложных для понимания ортогональных проекций НГ имеем реалистичные виртуальные 3D-модели, соответствующие нашему зрительному восприятию объекта.

На студентов оказывает влияние и фактор эмоционального восприятия сопоставляемых вариантов. Вместо набора множества линий, карандаша и бумаги, которыми обычно сопровождается вариант НГ, решение в 3D – это современные компьютерные технологии, цвет, фотореалистичность. Все это повышает интерес к учебному курсу.

Заключение

Поскольку приведенные задачи являются характерными для учебного процесса, сделанные выше оценки точности, сложности и эффективности можно распространить на варианты НГ и 3D в целом.

Независимо от варианта, НГ или 3D, во главе решения каждой задачи, то есть залогом ее успешного решения, является понимание геометрической сущности. Лишь после этого, как и во всех конструктивных задачах [1, с. 13], формируется схема решения и алгоритмы (варианты) ее реализации. Это делает необоснованными опасения и упреки сторонников НГ в том, что компьютерные методы 3D снижают геометрическую подготовку студентов. Снижается лишь знание методов НГ, но так ли это существенно, ведь это с лихвой компенсируется подготовкой по методам 3D.

Методы 3D в отличие от НГ являются **актуальными и перспективными**. Методы 3D лежат в основе современных САПР и активно развиваются. Обучение им уже в первом семестре готовит студентов к освоению современных методов проектирования, геометрического моделирования, к последующему курсу инженерной компьютерной графики, а также к курсовому и дипломному проектированию на старших курсах, которое, как правило, выполняется с привлечением 3D САПР.

Опыт решения прикладных задач [4, 18–20], построение и исследование 3D-моделей сложных поверхностей [21] позволяют нам утверждать, что сегодня методы НГ неактуальны. Все прикладные задачи эффективно и просто решаются прямыми операциями с геометрически точной 3D-моделью исследуемого или проектируемого объекта.

Несколько слов об олимпиадных задачах. Не следует предлагать задачи, которые, будучи сложными и оригинальными с позиций НГ, легко и элементарно решаются методами 3D. Примером могут быть задачи 2 и 5. В таких задачах НГ выступает как фактор ограничения в применении современных рациональных методов решения [22]. Неправоммерно также ставить задачи, выходящие за рамки учебного курса НГ. Например, в задаче 1 необходимо знать особые свойства параболы, в задаче 3 – задание плоскости следами и определе-

ние главных осей по сопряженным диаметрам, в задаче 4 – аффинно-родственные преобразования.

По нашему мнению необходимо разрешить решать олимпиадные задачи как в варианте НГ, так и 3D. И посмотреть, что из этого выйдет? Уверен, что большинством участников будет востребовано направление 3D. Но не означало бы это конец состязаний по НГ?

Многолетний опыт преподавания альтернативного курса [14–17] показывает, что студенту намного проще освоить методы компьютерного 3D-моделирования, чем курс начертательной геометрии. Да, к тому же, интереснее.

Выводы

1. Традиционные методы НГ уступают современным 3D-методам по всем критериям сравнения: геометрической точности, сложности, эффективности, актуальности, наглядности, доступности в освоении и применении.

2. Приведенные примеры демонстрируют возможности и направления совершенствования методики преподавания и «безграничного» расширения области актуальной методической работы преподавателей кафедр графики.

3. Еще раз показано, что НГ как учебная дисциплина является морально-устаревшей и требующей замены в учебном процессе на современный курс теоретических основ 3D-моделирования.

Литература

1. Адлер, А. *Теория геометрических построений* / А. Адлер. – Л.: Учпедгиз, 1940. – 232 с.
2. *Стандарты ЕСКД как основание для обновления структуры и содержания графической подготовки в техническом вузе* / К.А. Вольхин, А.А. Головин, Т.В. Маркова, В.А. Токарев // *Проблемы качества графической подготовки студентов в техническом вузе в условиях ФГОС ВПО. Материалы II междунар. науч.-практ. интернет-конф. Пермь. Февраль – март 2011.* – Изд-во ПГТУ, 2011. – С. 280–284. – URL: <http://dgng.Pstu.ru/conf2011/papers/73/>.
3. *Вышнепольский, В.И. Еще раз к вопросу о построении точек пересечения окружности и эллиптического конуса* / В.И. Вышнепольский // *V Международная интернет-конференция «Проблемы качества графической подготовки студентов в техническом вузе: традиции и инновации» КГП-2015.* – <http://dgng.pstu.ru/conf2015/papers/110/>
4. *Инженерная 3D компьютерная графика: учебник и практикум для академического бакалавриата* / А.Л. Хейфец, А.Н. Логиновский, И.В. Буторина, В.Н. Васильева; под ред. А.Л. Хейфеца. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во «Юрайт», 2015. – 602 с.
5. *Короткий, В.А. 3D-моделирование коник в пакете AutoCAD* / В.А. Короткий, А.Л. Хейфец // *Актуальные вопросы графического образования молодежи: материалы VI Всерос. науч.-метод.*

конф.; под ред. Ю.П. Шевелева, А.П. Передбогова. – Рыбинск: РГТА, 2005. – С. 102–105.

6. Короткий, В.А. Начертательная геометрия: конспект лекций / В.А. Короткий, Л.И. Хмарова, И.В. Буторина. – Челябинск: Издат. центр ЮУрГУ, 2014. – 191 с.

7. Начертательная геометрия / Н.Ф. Четверухин, В.С. Левицкий, З.И. Прянишникова и др.; под ред. Н.Ф. Четверухина. – М.: Высш. школа, 1963. – 420 с.

8. Пеклич, В.А. Начертательная геометрия / В.А. Пеклич. – М.: Изд-во АСВ, 2007. – 272 с.

9. Пеклич, В.А. Задачи по начертательной геометрии / В.А. Пеклич, С.Н. Павленко. – М.: Высш. школа, 1999. – 139 с.

10. Сухина, И.А. Графический способ решения некоторых задач с гиперболоидом без построения его очертания (в порядке дискуссии) / И.А. Сухина, Н.И. Щеглова // Сборник научно-методических статей по начертательной геометрии и инженерной графике. – М.: Высш. школа, 1982. – Вып. 9. – С. 22–31.

11. Фролов, С.А. Методы преобразования ортогональных проекций / С.А. Фролов. – М.: Машиностроение, 1970. – 152 с.

12. Хейфец, А.Л. Сравнительный анализ эффективности 2D и 3D-алгоритмов в задачах на пересечение поверхностей / А.Л. Хейфец, Ю.К. Барский // Труды 17-й междунар. науч.-техн. конф. «Информационные средства и технологии. Москва 20–22 октября 2009». – М.: Изд. дом МЭИ, 2009. – Т. 3. – С. 148–155.

13. Хейфец, А.Л. Параметризация как средство решения задач 3D компьютерного геометрического моделирования / А.Л. Хейфец, А.Н. Логиновский // Труды XX Международной научно-технической конференции «Информационные средства и технологии». Москва, 20–22 ноября 2012. – М.: МЭИ, 2012. – Т. 1. – С. 72–80.

14. Хейфец, А.Л. Учебный курс теоретических основ 3D компьютерного геометрического моделирования и его перспективы / А.Л. Хейфец // Труды Международной научно-методической конференции «Информатизация инженерного образования» ИНФОРИНО-2012 (Москва, 10–11 апреля 2012 г.). – М.: Издательский дом МЭИ, 2012. – С. 119–122.

15. Хейфец, А.Л. Теоретические основы 3D компьютерного геометрического моделирования и Гаспар Монж / А.Л. Хейфец // Проблемы качества графической подготовки студентов в техническом вузе в условиях ФГОС ВПО. Материалы III науч.-практ. конф. с международным участием (Пермь, сентябрь–ноябрь 2012 г.). – Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2013. – С. 210–217.

16. Хейфец, А.Л. Реорганизация курса начертательной геометрии как актуальная задача развития кафедр графики / А.Л. Хейфец // Геометрия и графика. – 2013. – Т. 1, № 2. – С. 21–23.

17. Хейфец, А.Л. О перспективах нового теоретического курса как альтернативы начертательной геометрии / А.Л. Хейфец // Проблемы качества графической подготовки студентов в техническом вузе в условиях ФГОС ВПО. Материалы II междунар. науч.-практ. интернет-конференции. Пермь. Февраль–март 2011. – Изд-во ПГТУ, 2011. – С. 38–45.

18. Хейфец, А.Л. Расчет продолжительности инсоляции в условиях уплотненной застройки / А.Л. Хейфец // Приволжский научный журнал. – 2012. – № 3. – 99–105.

19. Хейфец, А.Л. 3D как метод геометрического моделирования (на примере совмещения коники с квадрикой) / А.Л. Хейфец // Приволжский научный журнал. – 2013. – № 1. – С. 35–44.

20. Хейфец, А.Л. 3d-модель червячной фрезы / А.Л. Хейфец // Обработка металлов (Технология. Оборудование. Инструменты). – 2013. – № 3. – С. 47–54.

21. Хейфец, А.Л. 3D-модель пересечения софокусных и псевдософокусных квадрик / А.Л. Хейфец // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2013. – Т. 13, № 2. – С. 88–96.

22. Хейфец, А.Л. Начертательная геометрия как «бег в мешках» / А.Л. Хейфец // V Международная интернет-конференция «Проблемы качества графической подготовки студентов в техническом вузе: традиции и инновации» КГП-2015. – <http://dgng.pstu.ru/conf2015/papers/72/>

23. Четверухин, Н.Ф. Методы геометрических построений / Н.Ф. Четверухин. – М.: Гос. уч.-пед. издат., 1952. – 145 с.

Хейфец Александр Львович, кандидат технических наук, профессор кафедры графики, Южно-Уральский государственный университет (Челябинск), heifets@yandex.ru

Поступила в редакцию 10 сентября 2015 г.

COMPARISON OF METHODS OF DESCRIPTIVE GEOMETRY AND COMPUTER 3D GEOMETRIC SIMULATION ACCORDING TO THE ACCURACY, COMPLEXITY AND EFFECTIVENESS

A.L. Kheyfets, kheyfets@yandex.ru

South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

Urgent educational problem of inconsistency of content of the course of descriptive geometry (DG) with the trends in the development of CAD and geometric simulation is considered.

While the development is aimed at expanding the scope of computer 3D geometric simulation the teaching of descriptive geometry projection methods continues despite the fact that they are in no demand in practical applications. To compare the estimations of versions of solutions in descriptive geometry and 3D five specific problems of the nomination in descriptive geometry of All-Russian Olympiad 2014 are considered. They are the construction of sphere, tangent to the paraboloid; determining the points of intersection of the ellipse defined by the axes, with a circle (without the ellipse); finding the reference points of the ellipse section and its projections; construction of a tetrahedron by one projection of its face; as well as the defining the points of intersection of the circle with an elliptical cone. The detailed versions of solutions of descriptive geometry and 3D are given for each problem.

The comparison of versions of the solution according to the geometrical accuracy is done.

It is offered to estimate not an abstract accuracy which corresponds to constructions made by a perfect caliper and a ruler but the real accuracy independently of methods of its achievement. It's shown that with the computer realization of both variants their real accuracy is either equal or 3D is much better than DG.

The estimation of the complexity of task solutions is given. The amount of information needed for the solution is taken as a criterion. The author makes the conclusion that generally 3D versions are easier than DG.

The examples show that 3D solutions can be easily supplemented with researches of a solvable problem. Much higher visualization, accessibility and universality of 3D versions are highlighted.

The author makes the conclusion about much higher general effectiveness of computer 3D variants and methods of solving the structural problems and the necessity of transfer to new training course of 3d theory.

Keywords: descriptive geometry, computer graphics, 3D modeling, structural problems, geometrical accuracy, complexity and effectiveness of structural problems.

References

1. Adler A. *Teoriya geometricheskikh postroyeni* [The theory of geometric constructions]. St. Petersburg, Uchpedgiz Publ., 1940. 232 p.
2. Vol'khin K.A., Golovnin A.A., Markova T.V., Tokarev V.A. [Standards ESKD as a basis to update the structure and content of graphic training in technical universities]. *Problemy kachestva graficheskoy podgotovki studentov v tekhnicheskoy vuzovskoy usloviyah FGOS VPO. Materialy II mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy internet-konferentsii. Perm. Fevral-mart 2011* [Problems of quality of graphic training of students in technical higher school in conditions of FSES HPE. Materials of II international scientific-practical Internet-conference]. Perm, PGU Publ., 2011, pp. 280–284 (in Russ.).
3. Vyishnepolskiy V.I. [Again to the question of the construction of points of intersection of the circle and elliptical cone]. *V Mezhdunarodnaya internet-konferentsiya «Problemy kachestva graficheskoy podgotovki studentov v tekhnicheskoy vuzovskoy traditsii i innovatsii» KGP-2015* [V International Internet-conference "problems of quality of graphic training of students in technical College: traditions and innovations" KGP-2015]. Available at: <http://dngn.pstu.ru/conf2015/papers/110> (in Russ.).
4. Kheyfets A.L., Loginovskiy A.N., Butorina I.V., Vasil'eva V.N. *Inzhenernaya 3D-komp'yuternaya grafika: uchebnik i praktikum dlya akademicheskogo bakalavriata* [Engineering 3D computer graphics]. Moscow, «Yuray» Publ., 2015. 602 p.
5. Korotkiy V.A., Kheyfets A.L. [3D modeling conics in AutoCAD]. Aktualnyye voprosy graficheskogo obrazovaniya molodezhi. Materialy VI Vserossiyskoy nauchno-metodicheskoy konferentsii; pod red. Yu.P. Sheveleva, A.P. Peredbogova [Topical issues in graphic education. Proceedings of the VI all-Russian scientific-methodical conference]. Rybinsk: RGTA Publ., 2005, pp. 102–105 (in Russ.).
6. Korotkiy V.A., Khmarova L.I., Butorina I.V. *Nachertatel'naya geometriya: konspekt lektsiy* [Descriptive geometry: lecture notes]. Chelyabinsk, South Ural St. Univ. Publ., 2014. 191 p.
7. Chetverukhin N.F., Levitskiy V.S., Pryanishnikova Z.I. *Nachertatel'naya geometriya* [Descriptive geometry]. Moscow, Higher school Publ., 1963. 420 p.

8. Peklich V.A. *Nachertatel'naya geometriya* [Descriptive geometry]. Moscow, ASV Publ., 2007. 272 p.
9. Peklich V.A., Pavlenko S.N. *Zadachi po nachertatel'noy geometrii* [The tasks of descriptive geometry]. Moscow, Higher school Publ., 1999. 139 p.
10. Sukhina I.A., Shcheglova N.I. [Graphical method of solution of some problems with the hyperboloid without building its contours (in order of discussions)]. *Sbornik nauchno-metodicheskikh statey po nachertatel'noy geometrii i inzhenernoy grafike* [Collection of scientific and methodological articles on descriptive geometry and engineering graphics]. Moscow, Higher school Publ., 1982, iss. 9, pp. 22–31 (in Russ.).
11. Frolov S.A. *Metody preobrazovaniya ortogonal'nykh proektsiy* [Methods of transformation of orthogonal projections]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1970. 152 p.
12. Kheyfets A.L., Barskiy Yu.K. [Comparative analysis of the effectiveness of 2D and 3D algorithms in problems at the intersection of the surfaces]. *Trudy 17-toy mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii "Informatsionnye sredstva i tekhnologii. Moskva 20-22 oktyabrya 2009"* [Proceedings of 17-th international scientific and technical conference "Information means and technologies. Moscow October 20-22, 2009"]. Moscow, Izd. dom MEI Publ., 2009, vol. 3, pp. 148–55 (in Russ.).
13. Kheyfets A.L., Loginovskiy A.N. [Parameterization as a means of solving 3D geometric computer modeling]. *Trudy KhKh Mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii "Informatsionnye sredstva i tekhnologii" Moskva, 20-2 noyabrya 2012* [Proceedings of the twentieth International scientific and technical conference "Information means and technologies" Moscow, 20-2, 2012]. Moscow, MEI Publ., 2012, vol. 1, pp. 72–80 (in Russ.).
14. Kheyfets A. L. [Training course theoretical foundations of 3D computer geometric modeling and its prospects]. *Trudy Mezhdunarodnoy nauchno-metodicheskoy konferentsii «Informatizatsiya inzhenernogo obrazovaniya» INFORINO-2012* (Moskva, 10-1 aprelya 2012 g.) [Proceedings of International scientific-methodical conference "Informatization of engineering education" INFOLINE-2012 (Moscow, 10-1 April 2012)]. Moscow, MEI Publ., 2012, pp. 119–122 (in Russ.).
15. Kheyfets A.L. [Theoretical foundations of 3D computer geometric modeling and Gaspard Monge]. *V sb.: Problemy kachestva graficheskoy podgotovki studentov v tekhnicheskom vuze v usloviyakh FGOS VPO. Materialy III nauchno-prakticheskoy konferentsii s mezhdunarodnym uchastiem (Perm', sentyabr' – noyabr' 2012 g.)* [Collected works: Problems of the quality of graphic training of students of the technical University in conditions of FSES HPE. Proceedings of the III scientific-practical conference with international participation (Perm, September – November 2012)]. Perm, PNIPU Publ., 2013, pp. 210–217 (in Russ.).
16. Kheyfets A. L. [Reorganization of the course of descriptive geometry as an urgent task in the development of graphics departments]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. Moscow, INFRA-M Publ., vol. 1., no. 2, 2013. pp. 21–23 (in Russ.).
17. Kheyfets A. L. [On the prospects of the new theoretical course as an alternative to descriptive geometry]. *Problemy kachestva graficheskoy podgotovki studentov v tekhnicheskom vuze v usloviyakh FGOS VPO. Materialy II mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy internet-konferentsii. Perm'. Fevral'–mart 2011* [Problems of quality of graphic training of students in technical higher school in conditions of FSES HPE. Materials of II international scientific-practical Internet-conference. Perm. February – March 2011]. Perm, PNIPU Publ., 2011. pp. 38–45 (in Russ.).
18. Kheyfets A.L. [The calculation of the duration of insolation in the conditions of compacted land]. *Privolzhskiy nauchnyy zhurnal* [The Privolzhsky scientific journal]. 2012, no. 3, pp. 99–105 (in Russ.).
19. Kheyfets A.L. [3D as a method of geometric modeling (the case of conic bundles combining with the quadric)]. *Privolzhskiy nauchnyy zhurnal* [The Privolzhsky scientific journal]. 2013, no. 1, pp. 35–40 (in Russ.).
20. Kheyfets A.L. [3D-model of the worm Mills]. *Obrabotka metallov. Tekhnologiya. Oborudovanie. Instrumenty* [Processing of metals. Technology. Equipment. Tools]. 2013. no. 3, pp. 47–49 (in Russ.).
21. Kheyfets A.L. [3D model of quadric intersection with common focus points]. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer technology, control, radioelectronics*, 2013, vol. 13, no. 2, pp. 88–96 (in Russ.).
22. Kheyfets A.L. [Descriptive geometry as a factor limiting the development of geometric modeling]. *V Mezhdunarodnaya internet-konferentsiya «Problemy kachestva graficheskoy podgotovki studentov v tekhnicheskoy vuze: traditsii i innovatsii» KGP-2015* [V International Internet-conference "problems of quality of graphic training of students in technical College: traditions and innovations" KGP-2015]. Available at: <http://dgng.pstu.ru/conf2015/papers/72> (in Russ.).
23. Chetverukhin N.F. *Metody geometricheskikh postroyeni* [Methods of geometric constructions]. Moscow, Gos. uch. ped. izdat. Publ., 1952. 145 p.

Received 10 September 2015

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Хейфец, А.Л. Сравнение методов начертательной геометрии и 3D компьютерного геометрического моделирования по точности, сложности и эффективности / А.Л. Хейфец // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». – 2015. – Т. 15, № 4. – С. 49–63. DOI: 10.14529/build150408

FOR CITATION

Kheyfets A.L. Comparison of Methods of Descriptive Geometry And Computer 3D Geometric Simulation According to the Accuracy, Complexity and Effectiveness. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Construction Engineering and Architecture*. 2015, vol. 15, no. 4, pp. 49–63. (in Russ.). DOI: 10.14529/build150408