

# Инженерное оборудование зданий и сооружений

УДК 697.34: 62–52

## ОБ ОДНОМ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ПОСТРОЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОТОПИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ И СИСТЕМ

*В.И. Панферов, А.Н. Нагорная, Ю.В. Кунгурцева*

## SOLUTION TO THE PROBLEM OF DYNAMIC MATHEMATICAL MODEL OF HEATING APPLIANCES AND SYSTEMS DEVELOPMENT

*V.I. Panferov, A.N. Nagornaya, Y.V. Kungurtseva*

Рассматривается задача структурной и параметрической идентификации математической модели отопительных приборов и систем. Приводятся результаты настройки модели на экспериментальные данные.

*Ключевые слова:* задача идентификации, динамическая математическая модель, структура модели, параметры модели, отопительный прибор, экспериментальные данные.

The problem of structural and parametric identification of mathematical model of heating appliances and systems is considered in the article. The results of model setting to experimental data are given.

*Keywords:* identification problem, dynamic mathematical model, model structure, model parameters, the heater, the experimental data.

### Введение

В нашей стране на теплоснабжение зданий расходуется более одной третьей всего добываемого топлива, причем основными при этом являются затраты на отопление. В связи с этим возникает задача разработки комплексных подходов и решений по рациональному использованию расходов на эти цели энергетических ресурсов. Такие комплексные решения должны включать в себя, очевидно, следующие составные части: выбор наиболее эффективных с точки зрения теплозащиты конструкций зданий, грамотные градостроительные и планировочные решения по застройке, эффективные схемы систем теплоснабжения и отопления зданий, а также гибкие и надёжные системы автоматического управления процессами теплоснабжения. Причем известно также, что наибольшая экономия тепловой энергии достигается за счет автоматизации систем отопления. Поэтому разработка вопросов, связанных с автоматизацией систем отопления и их совершенствованием, является вполне актуальной проблемой. При этом следует иметь в виду, что первоочередной задачей, которую необходимо решать при разработке высококачественных систем управления, является создание соответствующего

математического и программного обеспечения, в частности, динамических математических моделей отопительных приборов и систем и алгоритмов их параметрической идентификации. Объясняется это тем, что как сама структура системы управления, так и параметры ее настройки определяются, прежде всего, свойствами и характеристиками объекта управления, которые, в частности, и представляются их математической моделью. Вместе с тем, эти свойства и характеристики заметно меняются, например, из-за старения системы отопления, в частности, из-за ее загрязнения, из-за достаточно хаотического процесса по замене отопительных приборов в части помещений и квартир, из-за использования декоративных панелей для отопительных приборов и т. п. Поэтому вполне понятно, что необходимо своевременно отслеживать изменение этих характеристик, т. е. решать задачу структурной и параметрической идентификации математической модели.

### Синтез структуры математической модели

Известно, что теплота, доставляемая теплоносителем отопительному прибору, может быть вычислена по следующей формуле:

$$Q = C_m G_m (t_{\text{ВХ}} - t_{\text{ВЫХ}}), \quad (1)$$

где  $C_m$  – удельная теплоемкость теплоносителя,  $G_m$  – массовый расход теплоносителя через прибор,  $t_{ВХ}$  и  $t_{ВЫХ}$  – соответственно температура теплоносителя на входе и выходе из отопительного прибора.

Часть этого количества теплоты  $k_{ПР}F_{ПР}(t_T - t_B)$  будет передана отопительным прибором внутреннему воздуху помещения, а оставшаяся часть  $C_m G_m(t_{ВХ} - t_{ВЫХ}) - k_{ПР}F_{ПР}(t_T - t_B)$  пойдёт на изменение температуры теплоносителя и самого отопительного прибора. Здесь  $k_{ПР}$  – коэффициент теплопередачи отопительного прибора,  $F_{ПР}$  – его площадь поверхности теплообмена,  $t_T$  – средняя температура теплоносителя в отопительном приборе (или, что то же самое – средняя температура металла отопительного прибора),  $t_B$  – температура воздуха в помещении. Поэтому, следуя [1], уравнение теплового баланса запишем следующим образом:

$$C_{ПР} \frac{dt_T}{d\tau} = C_m G_m(t_{ВХ} - t_{ВЫХ}) - k_{ПР}F_{ПР}(t_T - t_B), \quad (2)$$

где  $C_{ПР} = C_m \rho_m V_{ПР} + C_M m_M$  – полная теплоемкость отопительного прибора вместе с находящимся в нем теплоносителем,  $\rho_m$  – плотность теплоносителя,  $V_{ПР}$  – объем теплоносителя в отопительном приборе,  $C_M$  – удельная теплоемкость металла отопительного прибора,  $m_M$  – масса отопительного прибора,  $\tau$  – время.

Известно, что средняя температура теплоносителя в отопительном приборе может быть выражена

$$t_T = (t_{ВХ} + t_{ВЫХ})/2, \quad (3)$$

поэтому  $t_{ВЫХ} = 2t_T - t_{ВХ}$ . Подставляя данное соотношение в (2) и переписав его соответствующим образом, получим, что структура динамической математической модели отопительного прибора будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \frac{C_{ПР}}{2C_m G_m + k_{ПР}F_{ПР}} \frac{dt_T}{d\tau} + t_T &= \\ &= \frac{2C_m G_m}{2C_m G_m + k_{ПР}F_{ПР}} t_{ВХ} + \frac{k_{ПР}F_{ПР}}{2C_m G_m + k_{ПР}F_{ПР}} t_B. \end{aligned} \quad (4)$$

Перепишем данное уравнение, используя стандартные для теории автоматического управления обозначения [2]:

$$T \frac{dt_T}{d\tau} + t_T = k_1 t_{ВХ} + k_2 t_B. \quad (5)$$

Здесь  $T = \frac{C_{ПР}}{2C_m G_m + k_{ПР}F_{ПР}}$  – постоянная времени,

$k_1 = \frac{2C_m G_m}{2C_m G_m + k_{ПР}F_{ПР}}$  – коэффициент передачи по

каналу «температура теплоносителя на входе в отопительный прибор – средняя температура теплоносителя в отопительном приборе»,  $k_2 = \frac{k_{ПР}F_{ПР}}{2C_m G_m + k_{ПР}F_{ПР}}$  –

коэффициент передачи по каналу «температура внутреннего воздуха – средняя температура теплоносителя в отопительном приборе». Как видно из приведенных соотношений, с увеличением расхода теплоносителя через прибор  $G_m$  его постоянная времени  $T$  уменьшается, следовательно, уменьшается и инерционность переходных процессов в приборе, одновременно уменьшается и коэффициент передачи  $k_2$ , т. е. уменьшается влияние температуры внутреннего воздуха на среднюю температуру отопительного прибора.

Поскольку при этом  $\frac{\partial k_1}{\partial G_m} = \frac{2C_m k_{ПР}F_{ПР}}{(2C_m G_m + k_{ПР}F_{ПР})^2} > 0$ ,

то с увеличением расхода теплоносителя через прибор  $G_m$  коэффициент передачи  $k_1$  растет, что свидетельствует об увеличении влияния температуры теплоносителя на входе в отопительный прибор на его среднюю температуру.

С увеличением произведения коэффициента теплопередачи отопительного прибора на его площадь поверхности  $k_{ПР}F_{ПР}$  коэффициент передачи  $k_1$  однозначно уменьшается, а  $k_2$  однозначно растет, так как  $\frac{\partial k_2}{\partial (k_{ПР}F_{ПР})} = \frac{2C_m G_m}{(2C_m G_m + k_{ПР}F_{ПР})^2} > 0$ ,

т. е. увеличивается влияние температуры внутреннего воздуха на среднюю температуру отопительного прибора, а влияние  $t_{ВХ}$  ослабевает. Влияние  $k_{ПР}F_{ПР}$  на постоянную времени  $T$  не так очевидно, так как с увеличением  $F_{ПР}$  знаменатель выражения

$T = \frac{C_{ПР}}{2C_m G_m + k_{ПР}F_{ПР}}$  растет, однако и числитель

$C_{ПР} = C_m \rho_m V_{ПР} + C_M m_M$  тоже растет из-за увеличения массы прибора  $m_M$  и его объема  $V_{ПР}$ , поэтому все зависит от того, что растет быстрее – числитель или знаменатель. Если же при постоянных значениях  $F_{ПР}$ , его массы  $m_M$  и объема  $V_{ПР}$  каким-то образом увеличивается  $k_{ПР}$ , то растет только знаменатель выражения  $T = \frac{C_{ПР}}{2C_m G_m + k_{ПР}F_{ПР}}$ , поэтому

постоянная времени  $T$  будет уменьшаться.

В целом, все вышеизложенное согласуется с простыми физическими соображениями, что свидетельствует, по меньшей мере, о качественной адекватности математической модели.

### Проведение эксперимента

Экспериментальная установка представляет собой одиннадцатисекционный чугунный радиатор с односторонним подключением и движением теплоносителя «сверху-вниз». Для регулирования

расхода теплоносителя через отопительный прибор на подающей подводке установлен вентиль ручной регулировки, кроме того, на подающей и обратной подводках установлены шаровые краны. При проведении эксперимента температура на поверхности прибора измерялась с помощью пирометра «Optris Minisight». Показания снимались в 8 экспериментальных точках: на подающей и обратной подводках и в центрах 1, 3, 5, 7, 9 и 11-й секций радиатора. Экспериментальные точки представляют собой очищенные от краски участки радиатора и труб. Температура внутреннего воздуха помещения измерялась с помощью термоанемометра АТТ-1004 «Актаком» в 4-х точках: непосредственно над отопительным прибором, над отопительным прибором на высоте 3 метра от пола, в центре помещения на высоте 1 метр от пола, в центре помещения на высоте 3 метра от пола. Расход теплоносителя измерялся накладным ультразвуковым расходомером Portaflow PF330.

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 1.

В течение первых 2 часов эксперимента данные снимались через каждые 10 минут. Далее по причине слабой переменчивости данные снимались только каждые 30 минут и так до окончания эксперимента.

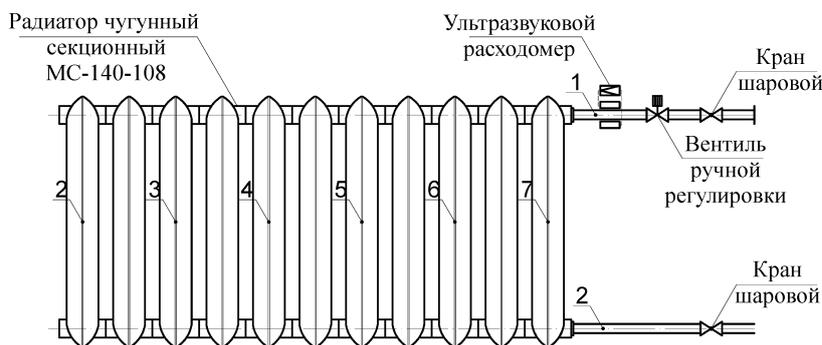


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

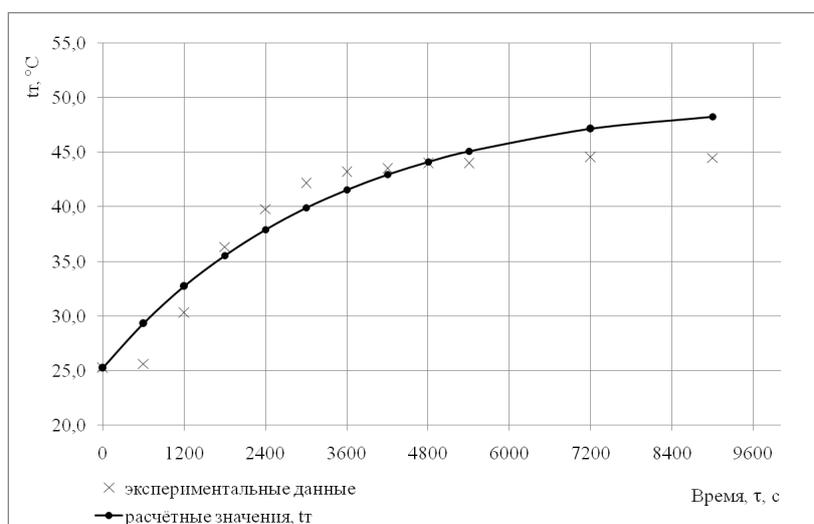


Рис. 2. Расчетные и экспериментальные значения средней температуры отопительного прибора в процессе нагрева

## Параметрическая идентификация модели

Задача параметрической идентификации математической модели (5) формулировалась как следующая задача оптимизации:

$$I = \int_0^{\tau_k} \left[ T \frac{dt_T^\ominus}{dt} + t_T^\ominus - k_1 t_{\text{ВХ}}^\ominus - k_2 t_{\text{В}}^\ominus \right]^2 d\tau \rightarrow \min_{T, k_1, k_2}, \quad (6)$$

где  $t_T^\ominus$ ,  $t_{\text{ВХ}}^\ominus$ ,  $t_{\text{В}}^\ominus$  – соответственно экспериментальные значения средней температуры отопительного прибора, температуры теплоносителя на входе в отопительный прибор и средней температуры воздуха в помещении,  $\tau_k$  – время проведения эксперимента.

Данная задача решалась методом покоординатного спуска со встроенным методом «золотого сечения», в результате решения были найдены численные значения параметров математической модели, так, в частности, по результатам процесса нагрева постоянная времени  $T=3126$  с, коэффициент передачи  $k_1=0,624$  °C/°C, коэффициент передачи  $k_2=0,829$  °C/°C.

На рис. 2 приведена расчетная кривая  $t_T(\tau)$ , вычисленная по уравнению (5) при указанных значениях его параметров, там же крестиками показаны экспериментальные точки. Как видно из рис. 2,

качество настройки математической модели на экспериментальные данные вполне удовлетворительное.

В заключение отметим, что, как известно (см., например, [3]), систему отопления в целом можно представить эквивалентным отопительным прибором, поэтому все вышеизложенное может быть применено и к построению математической модели всей системы отопления здания.

#### **Выводы**

Предложена структура математической модели отопительных приборов и систем. Оценена качественная адекватность модели. В результате решения задачи параметрической идентификации показано, что найденная структура математической модели и количественно удовлетворительно настраивается на экспериментальные данные. Поэтому модель может быть использована для изуче

ния особенностей нестационарных процессов в отопительных приборах и системах, а также при разработке систем автоматизации отопительных установок.

#### **Литература**

1. Сканави, А.Н. *Переходные тепловые процессы в отопительных приборах* / А.Н. Сканави, Л.М. Махов, В.Э. Сварич // *Изв. вузов. Строительство и архитектура*. – 1986. – № 4. – С. 86–88.
2. Ротач, В.Я. *Теория автоматического управления: учеб. для вузов* / В.Я. Ротач. – М.: Изд-во МЭИ, 2004. – 400 с.
3. Панферов, В.И. *К теории управления режимами централизованного теплоснабжения* / В.И. Панферов, С.В. Панферов // *Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура»*. – 2011. – Вып. 12. – № 16 (233). – С. 41–45.

*Поступила в редакцию 23 июля 2012 г.*