

Теория инженерных сооружений

УДК 691.32:624.041.6

РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ЭЛЕМЕНТА ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ БАЛКИ

В.И. Соломин, В.П. Хомяк

THE CALCULATION OF STRENGTH OF THE ELEMENT OF REINFORCED CONCRETE BEAM

V.I. Solomin, V.P. Khomyak

Построен алгоритм и ЭВМ-программа расчёта плоских элементов железобетонных балок по нелинейной деформационной модели (НДМ). Предложен алгоритм автоматизированного подбора арматуры. Сделано сопоставление с результатами, полученными по формулам СНиП.

Ключевые слова: нелинейный метод расчёта, железобетонный элемент, расчёт армирования.

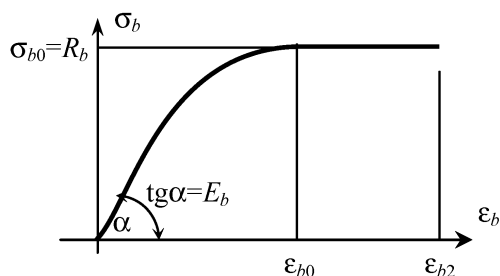
The algorithm and computer program for calculation of plane elements of reinforced concrete beam in nonlinear deformation model (NDM) are constructed. The algorithm for automated selection of beams is proposed. The comparison with the results, obtained by the formulae of Construction Standards and Regulations is made.

Keywords: nonlinear method of calculation, element of reinforced concrete beam, calculation of reinforcement.

Величина предельного момента в элементе балки согласно рекомендациям «Строительных норм и правил» определяется по формулам, построенным при прямоугольной эпюре напряжений в сжатой зоне бетона. Эта модель, ориентированная на «ручной счёт», связана с искажением эпюры напряжений в бетоне и усилий в арматуре. Кроме того, упомянутые документы не содержат рекомендаций о рациональном отношении количеств растянутой и сжатой арматуры.

При нелинейном расчёте (НДМ) возможно найти оптимум этого соотношения, что, как правило, приводит к уменьшению количества арматуры в целом.

Принята комбинированная диаграмма деформирования бетона, показанная на рисунке. Она состоит из двух участков.



Кривая деформирования бетона

На криволинейном участке ($0 \leq \epsilon_b \leq \epsilon_{b0}$) напряжения в бетоне определяются по формуле (1), рекомендованной Европейским комитетом по бетону (ЕКБ) [1].

На прямолинейном участке ($\epsilon_{b0} \leq \epsilon_b \leq \epsilon_{b2}$) $\sigma_b = R_b$.

$$\sigma_b = \frac{K \frac{\epsilon_b}{\epsilon_{b0}} - \left(\frac{\epsilon_b}{\epsilon_{b0}} \right)^2}{1 + (K - 2) \frac{\epsilon_b}{\epsilon_{b0}}} R_b, \quad (1)$$

где $K = \frac{E_b}{E_{b0}}$; $E_{b0} = \frac{R_b}{\epsilon_{b0}}$; $E_b = \left(\frac{d\sigma}{d\epsilon_b} \right)$; ϵ_b – текущая деформация, ϵ_{b0} – деформация, при которой $\sigma = R_b$.

Напряжения в арматуре определяются по диаграмме Прандтля с параметрами ϵ_{s0} , ϵ_{s2} , R_s , зависящими от класса арматуры.

$$\begin{aligned} \sigma_s &= \epsilon_s E_s \quad \text{при } 0 < \epsilon_s < \epsilon_{s0}; \\ \sigma_s &= R_s \quad \text{при } \epsilon_{s0} \leq \epsilon_s \leq \epsilon_{s2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Считается, что графики растяжения и сжатия и бетона, и арматуры подобны.

Задача ставится следующим образом. Заданы форма и размеры поперечного сечения элемента,

характеристики бетона и арматуры: прочностные R_b и R_s и деформационные E_b и E_s . Требуется определить количество растянутой и сжатой арматуры, обеспечивающей прочность элемента при заданном моменте M .

Для решения задачи составлены уравнения, алгоритм и программа АРМ подбора продольной арматуры балочных элементов.

Алгоритм подбора арматуры

Организуется итерационный (k – номер итерации) процесс, в котором определяются следующие величины:

1.1. Положение центра жесткости

$$z_{c,k-1} = \frac{\sum A_{bj} E_{bj,k-1} z_{bj} + \sum A_{s,k-1} E_{s,k-1} z_s + \sum A'_{s,k-1} E'_{s,k-1} z'_s}{\sum A_{bj} E_{bj,k-1} + \sum A_{s,k-1} E_{s,k-1} + \sum A'_{s,k-1} E'_{s,k-1}},$$

где величины, имеющие индексы $(k-1)$, есть предыдущие, в частности начальные, их значения.

1.2. Жёсткость элемента

$$B_k = \sum_j A_{bj} E_{bj,k-1} (z_{bj} - z_{c,k-1})^2 + \sum_j A_{s,k-1} E_{s,k-1} (z_{s,k-1} - z_{c,k-1})^2 + \sum_j A'_{s,k-1} E'_{s,k-1} (z'_{s,k-1} - z_{c,k-1})^2.$$

1.3. Кривизна элемента

$$w''_k = M/B_k.$$

1.4. Деформации элемента

$$\varepsilon_{bj,k} = (z_{bj} - z_{c,k}) w''_k, \quad \varepsilon_{s,k} = (z_s - z_{c,k}) w''_k, \\ \varepsilon'_{s,k} = (z'_s - z_{c,k}) w''_k.$$

1.5. Напряжения в слоях бетона $\sigma_{bj,k}$ и в арматуре $\sigma_{s,k}$, σ'_{sk} определяются по формулам (1) и (2).

1.6. Секущие модули слоев бетона и арматуры по формулам:

$$E_{bj,k} = \frac{\sigma_{bj,k}}{\varepsilon_{bj,k}}, \quad E_{s,k} = \frac{\sigma_{s,k}}{\varepsilon_{s,k}}, \quad E'_{sk} = \frac{\sigma'_{sk}}{\varepsilon'_{sk}}.$$

Операции 1.1–1.6 выполняются до тех пор, пока $z_{c,k}$ не будет отличаться от $z_{c,k-1}$ на достаточно малую величину.

На следующем этапе определяется необходимое количество растянутой и сжатой арматуры. Обычно деформации растянутой арматуры не превышают величины $2\varepsilon_{s0} = 0,0035$, что было учтено при разработке алгоритма.

2.1. Если деформация растянутой арматуры больше $2\varepsilon_{s0}$ или эта деформация меньше $2\varepsilon_{s0}$, то

$$A_{s,k} = A_{s,k-1} + \frac{\varepsilon_s - 2\varepsilon_{s0}}{2\varepsilon_{s0}} A^0.$$

2.2. Если абсолютная величина деформации в сжатом бетоне больше ε_{b2} или меньше ε_{b2} , то

$$A'_{s,k} = A'_{s,k-1} + \frac{\varepsilon_b - 2\varepsilon_{b2}}{\varepsilon_{b2}} A^0.$$

В этих формулах $A^0 = 1 \text{ см}^2$.

2.3. Возвращение к операции 1.1.

Выполнение операций 1.1–2.2 продолжается пока разности $A_{s,k} - A_{s,k-1}$ и $A'_{s,k} - A'_{s,k-1}$ не станут достаточно малыми.

Корректировка арматуры. Если деформации в растянутой арматуре и бетоне имеют запас, то площадь растянутой арматуры можно уменьшить:

$$A^{(2)}_s = A^{(1)}_s \frac{\varepsilon_s^{(1)}}{\varepsilon_{s0}}.$$

Итерационный процесс заканчивается, когда площадь арматуры $(n+1)$ -й итерации будет отличаться от площади n -й итерации не более чем на приемлемо малую величину.

Этот алгоритм позволяет выполнять и поверочный расчет, в этом случае пункты 1.6 и 2.1–2.3 не выполняются.

Этот алгоритм позволяет выполнять как поверочный расчет, так и подбор арматуры.

Во втором случае пункты 2.1–2.3 не выполняются.

Примеры расчётов

Рассмотрены четыре примера, заимствованные из пособия [2], где приведены исходные данные и решения, полученные по известным формулам СП [3]. Эти же примеры решены нами по НДМ с помощью описанного выше алгоритма. Номера примеров такие же, как приняты в [2]. Результаты расчётов сведены в таблицу.

В примерах 4, 6 и 8 сечение разбивалось на 10 слоёв, в примере 7 – на 16, поскольку центр жесткости сечения в этом случае оказался близким к границе примыкания полки к стенке и добиться устойчивого решения при меньшем числе слоёв не удалось.

Во второй строке таблицы приведены исходные данные поперечных сечений и изгибающие моменты, на действие которых производился расчёт.

В третьей строке показаны рисунки, на которых даны обозначения, принятые в расчётах.

Цифры четвертой строки обозначают колонки с результатами расчётов:

1 – по формулам СП [3], 2 – по программе АРМ.

Во второй снизу строке таблицы приводятся значения напряжений σ_b в слоях бетона. Во всех случаях они вычислены по программе АРМ. Но в колонках, обозначенных цифрой 1, показаны результаты, полученные при арматуре, принятой в пособии [2].

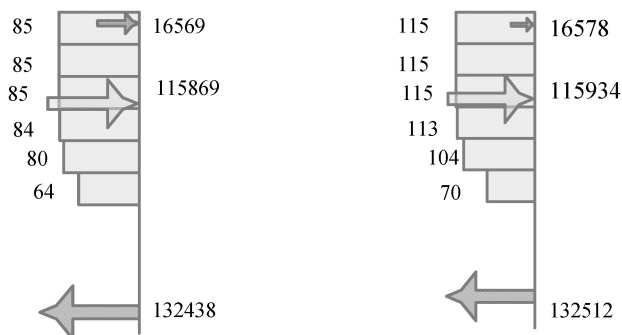
В тех слоях, где напряжений нет, стоят нули – там прошли трещины.

В последней строке таблицы показаны значения растягивающих и сжимающих напряжений в арматуре.

Сопоставление результатов расчетов балочных элементов

Пример 4	Пример 6		Пример 7		Пример 8			
Определить площадь сечения продольной арматуры: $M = 7.8 \cdot 10^6$ кг·см, $b = 30$ см, $h = 80$ см, $a = 5$ см, $a' = 3$ см, $R_s = R_{sc} = 3550$ кг/см ² , $R_{bn} = 85$ кг/см ²	Проверить прочность сечения: $M = 6.367 \cdot 10^6$ кг·см, $b = 30$ см, $h = 70$ см, $A_s = 37,32$ см ² , $A'_s = 4,82$ см ² , $a = 7$ см, $a' = 3$ см, $R_s = R_{sc} = 3550$ кг/см ² , $R_{bn} = 115$ кг/см ²		Определить площадь сечения продольной арматуры: $M = 2.6 \cdot 10^6$ кг·см, $b_f = 150$ см, $h_f = 5$ см, $b = 20$ см, $h = 40$ см, $a = 8$ см, $R_s = R_{sc} = 3550$ кг/см ² , $R_{bn} = 145$ кг/см ²		Определить площадь сечения растянутой арматуры: $M = 2.7 \cdot 10^6$ кг·см, $b_f = 40$ см, $h_f = 12$ см, $b = 20$ см, $h = 60$ см, $a = 8$ см, $R_s = R_{sc} = 3550$ кг/см ² , $R_{bn} = 85$ кг/см ²			
	1	2	1	2	1	2	1	2
A_s, A'_s (см ²)	37.24, 8.63	39.59, 6.87	37.32, 4.82	40.22, 2.81	24.46, 0	24.43, 0	19.49, 0	17.89, 0
ϵ_b/ϵ_{b2}	-0.80	-1.01	-0.8623	-1.00	-0.56	-0.57	-0.55	-0.58
$\epsilon_s/\epsilon_{s0}, \epsilon'_s/\epsilon_{s0}$	1.02, -2.03	1.02, -2.03	1.16, -1.73	1.00, -2.00	9.23	0.93	0.91	1.00
σ_b по слоям* (кг/см ²)	0,0,0,0, -21,-69,-81, -84,-85,-85	0,0,0,0, -64,-80,-84, -85,-85,-85	0,0,0,0, -11,-88, -109, -114,-115, -115	0,0,0,0, -70,-104, -113, -115,-115, -115	0,0,0,0,0,0,0,0, 0,0,0,0, -0,-0, -88,-145	0,0,0,0,0,0,0,0, 0,0,0,0,0,0, -88,-145	0,0,0,0,0, 44,70,80, 83,85	0,0,0,0,0, 41,70,80, 84,85
σ_s, σ'_s (г/см ²)	3550, -3550	3550, -3550	3550, -3550	3550, -3550	3550	3373	3264	3550

*Результаты расчётов в колонках: 1 – по СП [3], 2 – по НДМ (программе АРМ).



Количество растянутой арматуры A_s в прямоугольных сечениях по АРМ получается больше, чем по [2], а количество сжатой арматуры A'_s по АРМ меньше, чем по [2]. В суммарном выражении расход арматуры по нелинейному расчёту (АРМ) во всех примерах оказался примерно на 6 % меньше, чем по [2].

На иллюстрациях показаны эпюры напряжений в бетоне, а также суммы напряжений, действующих: в бетоне – средняя стрелка; в растянутой арматуре – нижняя стрелка и сжатой арматуре – верхняя стрелка. Левый рисунок составлен по решению четвертого примера. На правом показаны

результаты решения шестого примера. В обоих случаях данные получены по программе АРМ.

Заключение

1. Составлены алгоритм и программа АРМ, позволяющие выполнять нелинейные расчёты железобетонных балочных элементов.

2. Нелинейные расчёты дают возможность определить потребное количество растянутой и сжатой арматуры, напряжения и деформации в бетоне и арматуре, определить область сечения, охваченную трещинами.

3. Результаты расчётов арматуры по формулам СП [3] и по нелинейной деформационной модели (программа АРМ) являются близкими.

4. Существует множество соотношений площадей растянутой и сжатой арматуры, при которых прочность сечения обеспечена. Следовательно, есть возможность найти такое соотношение, при котором расход арматуры минимален.

Литература

1. CEB – Comité EURO – INTERNATIONAL DU BETON. Bulletin D information № 203. – CEB – FIB Model CODA. – 1990.

2. Пособие по проектированию бетонных и железобетонных конструкций из тяжелого бетона без предварительного напряжения арматуры (к СП 52-101-2003). – М.: ГУП «НИИЖБ» Госстроя России, 2005.

3. СП 52-101-2003. Свод правил по проектированию и строительству. Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры. – М.: ГУП «НИИЖБ» Госстроя России, 2004. – 54 с.

Поступила в редакцию 31 января 2012 г.