

ДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ ФЕРМЫ ПОКРЫТИЯ ПРИ СВОБОДНЫХ КОНСТРУКТИВНО НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЯХ

Е.М. Уфимцев, М.Д. Воронина

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск

Приведена математическая модель построения полной механической энергии дискретной статически нагруженной диссипативной системы в процессе свободных колебаний в форме метода временного анализа, основанного на исследовании характеристического матричного квадратного уравнения. Также даны выражения для определения кинематических (перемещений, скоростей, ускорений) и силовых (восстанавливающих, диссипативных, инерционных сил) параметров реакции конструкции. Показаны особенности поведения динамических параметров реакции при переходе упругой конструктивно нелинейной системы в новое состояние. Предложены критерии для оценки несущей способности конструкции при нелинейной работе. Использование математической модели иллюстрируется на примере расчёта плоской стальной статически неопределимой фермы покрытия в процессе свободных колебаний, вызванных внезапным отказом одного из несущих элементов. Выключение элемента вызвано потерей прочности вследствие химического растрескивания при коррозионном воздействии.

Ключевые слова: метод, временной анализ, математическая модель, дискретная система, диссипативная система, коррозионное воздействие, конструктивная нелинейность, упругость, свободные колебания, динамическая реакция, перемещения, восстанавливающая сила, механическая энергия, кинетическая энергия, потенциальная энергия, несущая способность, Matlab.

Введение. Конструкции современных зданий и сооружений подвергаются действию различных нагрузок (импульсы, взрывы, удары, химическая коррозия и др.), что может стать причиной нелинейного поведения строительных объектов. В литературе широко известны три вида нелинейности: физическая [1–3], конструктивная [4–6] и геометрическая [7–9]. Для оценки силового сопротивления в таких случаях определяются различные параметры реакции: кинематические, силовые, энергетические и т.д.

Данная статья посвящена исследованию энергетических параметров реакции дискретной системы (потенциальной, кинетической и полной механической энергии) при её конструктивно нелинейной работе, когда расчётная схема в процессе анализа изменяется [10]. При этом система совершает переход в промежуточное состояние, вызванный отказом одного из несущих элементов вследствие потери прочности при коррозионном воздействии.

Для решения такой динамической задачи используется метод временного анализа (МВА), основанный на исследовании характеристического матричного квадратного уравнения (МКУ) [11]. Процесс вычисления реакции разбивается на квазилинейные интервалы времени $t \in [t_i, t_{i+1}]$, на которых параметры РДМ (жесткостные,

демпфирующие, инерционные) постоянны. В качестве граничных (критических) точек t_i принимаются моменты выключения (отказа) элементов из работы. Переход системы из i -го в новое $(i+1)$ -е состояние считается мгновенным. Решение по МВА на квазилинейном интервале строится в замкнутой форме интеграла Дюамеля, т. е. является точным [11].

Использование МВА иллюстрируется на примере расчёта статически нагруженной плоской стальной ферменной конструкции в процессе свободных колебаний, вызванных внезапным отказом одного из несущих элементов.

Уравнение движения дискретной диссипативной системы. Дифференциальное уравнение движения конструктивно нелинейной дискретной диссипативной системы (ДДС) (1), находящейся под действием постоянной статической нагрузки Q , при свободных колебаниях на любом интервале движения $t \in [t_i, t_{i+1}]$ совместно с начальными условиями (2) имеет вид:

$$\left\{ \begin{aligned} M_i \ddot{Y}(t) + C_i \dot{Y}(t) + K_i Y(t) &= Q, \end{aligned} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{aligned} Y_0 &= Y(t_i), \\ \dot{Y}_0 &= \dot{Y}(t_i), \end{aligned} \right. \quad (2)$$

где M_i , C_i , $K_i \in M_n(\mathbf{R})$ – соответственно, матрицы масс, демпфирования и жёсткости системы в i -м состоянии; $Y(t)$ – вектор искомых узловых перемещений ДДС.

Интегрирование однородного ОДУ, соответствующего (1), связано с построением фундаментальной матрицы $\Phi(t) = e^{S_i t}$, где $S_i \in M_n$ (C) – корень МКУ:

$$M_i S_i^2 + C_i S_i + K_i = 0. \quad (3)$$

Матрица S_i содержит в своём спектре внутренние динамические характеристики ДДС: собственные частоты, коэффициенты демпфирования и формы собственных колебаний [11].

При переходе системы из i -го в новое $(i+1)$ -е состояние в левых частях уравнений (1) и (3) пересчитываются матрицы M_{i+1} , C_{i+1} , K_{i+1} , на основе которых вычисляется новое значение S_{i+1} . В данном исследовании принято допущение, что при таком переходе элементы матрицы масс сохраняют свои значения, а элементы матриц демпфирования и жёсткости – нет.

Описанное моделирование конструктивно-нелинейного процесса позволяет свести задачу к разработанному расчётному алгоритму, когда нелинейный анализ рассматривается как последовательность расчёта упругих систем [11].

Параметры динамической реакции дискретной системы. Система уравнений, позволяющая при решении динамической задачи (1), (2) с единых позиций определять реакцию квазилинейной ДДС в i -м состоянии на интервале времени $t \in [t_i, t_{i+1}]$ имеет вид:

$$\begin{cases} Y(t) = 2\text{Re}\{Z(\tilde{t})\}, \dot{Y}(t) = 2\text{Re}\{S_i Z(\tilde{t})\}, \\ \ddot{Y}(t) = 2\text{Re}\{S_i^2 Z(\tilde{t})\} + M_i^{-1} Q, \\ Z(\tilde{t}) = \Phi(\tilde{t}) U_i^{-1} M_i [-\bar{S}_i Y_0 + \dot{Y}_0] + \\ + [\Phi(\tilde{t}) - E] (U_i S_i)^{-1} Q. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь $\tilde{t} = t - t_i$; $\Phi(\tilde{t}) = e^{S_i \tilde{t}}$; $U_i = M_i S_i + S_i^T M_i + C_i$.

Выражения (4) определяют узловые кинематические параметры: перемещения, скорости и ускорения. На их основе определяются силовые характеристики (соответственно, векторы восстанавливающих, диссипативных и инерционных сил):

$$R(t) = K_i Y(t), F(t) = C_i \dot{Y}(t), I(t) = -M_i \ddot{Y}(t). \quad (5)$$

Через узловые перемещения $Y(t)$ можно перейти к параметрам напряжённо-деформированного состояния (НДС) стержней конструкции: деформациям $\epsilon(t)$, продольным силам $N(t)$ и нормальным напряжениям $\sigma(t)$ и др.

Все отмеченные характеристики реакции позволяют выполнить достаточно полный анализ силового сопротивления модели на заданном временном интервале в процессе колебаний. Тем не менее, качество анализа можно повысить, определив энергетические параметры системы: полную потенциальную, кинетическую и полную механическую энергии.

Полная механическая энергия системы $\mathcal{E}(t)$ – это скалярная величина, вычисляемая в некоторый

момент времени как сумма полной потенциальной $\Pi(t)$ и кинетической $T(t)$ энергий [12]:

$$\mathcal{E}(t) = \Pi(t) + T(t). \quad (6)$$

Слагаемое $\Pi(t)$ зависит от взаимного расположения точек системы и определяется разностью между работой внутренних сил (энергией деформации) и потенциалом внешних сил: $\Pi(t) = \Pi_d(t) - \Pi_c(t)$ [13]; слагаемое $T(t)$ – это мера движения этих точек в процессе колебаний [12].

Для дискретной системы с n степенями свободы величины правой части в (6) определяются суммами:

$$\Pi(t) = \sum_{k=1}^n \Pi_k(t), T(t) = \sum_{k=1}^n T_k(t). \quad (*)$$

Компоненты $\Pi_k(t)$, $T_k(t)$ связаны с k -й степенью свободы модели.

Для конструкции, находящейся под действием собственного веса Q , параметры (*) согласно [14] можно записать в векторной форме в зависимости от параметров реакции (4), (5):

$$\begin{aligned} \Pi(t) &= [R(t)/2 - Q]^T Y(t), \\ T(t) &= \dot{Y}(t)^T M_i \dot{Y}(t)/2. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь $\Pi_d(t) = R(t)^T Y(t)/2$; $\Pi_c(t) = Q^T Y(t)$.

Поведение параметров реакции при переходе системы в новое состояние. В моменты перехода упругой конструктивно нелинейной системы в новое состояние (при $t = t_i$) некоторые из параметров реакции претерпевают разрывы, которые определяются соответствующими разностями:

$$\begin{cases} \Delta Y(t_i) = Y(t_i^+) - Y(t_i^-), \Delta \dot{Y}(t_i) = \dot{Y}(t_i^+) - \dot{Y}(t_i^-), \\ \Delta \ddot{Y}(t_i) = \ddot{Y}(t_i^+) - \ddot{Y}(t_i^-), \\ \Delta R(t_i) = R(t_i^+) - R(t_i^-), \Delta F(t_i) = F(t_i^+) - F(t_i^-), \\ \Delta I(t_i) = I(t_i^+) - I(t_i^-), \\ \Delta \mathcal{E}(t_i) = \mathcal{E}(t_i^+) - \mathcal{E}(t_i^-), \Delta \Pi(t_i) = \Pi(t_i^+) - \Pi(t_i^-), \\ \Delta T(t_i) = T(t_i^+) - T(t_i^-). \end{cases} \quad (8)$$

Здесь время t_i^- и t_i^+ соответствуют искомым величинам, вычисленным, соответственно, до и после отказа несущего элемента. Согласно [15, 16] аналитические выражения невязок силовых и кинематических параметров имеют вид:

$$\begin{cases} \Delta Y(t_i) = 0, \Delta \dot{Y}(t_i) = 0, \\ \Delta \ddot{Y}(t_i) = -M_i^{-1} [\Delta K_i Y(t_i) + \Delta C_i \dot{Y}(t_i)], \\ \Delta R(t_i) = \Delta K_i Y(t_i), \Delta F(t_i) = \Delta C_i \dot{Y}(t_i), \\ \Delta I(t_i) = \Delta R(t_i) + \Delta F(t_i). \end{cases} \quad (9)$$

Здесь $\Delta K_i = K_{i-1} - K_i$, $\Delta C_{i-1} = C_i - C_i$ – соответственно невязки матриц жёсткости и демпфирования, характеризующие степень поврежденности ДДС при её внезапной структурной перестройке в процессе нелинейной работы.

Зависимости (9) свидетельствуют о том, что в моменты перехода системы в i -е состояние

Теория расчета строительных конструкций

(при $t = t_i$) перемещения и скорости остаются неразрывными функциями времени, что обеспечивается постановкой начальных условий (2), остальные параметры претерпевают разрывы, связанные с внезапным изменением жесткостных (ΔK) и демпфирующих (ΔC) свойств конструкции.

Для получения уравнений невязок энергии запишем необходимые параметры ДДС (см. (7)) в моменты времени t_i^- и t_i^+ . При t_i^- жесткость конструкции определяется матрицей $K(t_i^-) = K_{i-1}$, векторы узловых перемещений и скоростей, соответственно, равны $Y(t_i^-) = Y(t_i)$, $\dot{Y}(t_i^-) = \dot{Y}(t_i)$, вектор восстанавливающих сил (по (5)) $-R(t_i^-) = K_{i-1}Y(t_i)$. После отказа элемента (при t_i^+) эти параметры принимают значения: $K(t_i^+) = K_i$, $Y(t_i^+) = Y(t_i)$, $\dot{Y}(t_i^+) = \dot{Y}(t_i)$, $R(t_i^+) = K_i Y(t_i)$. Далее, подставив указанные величины в (8) получим искомые невязки энергетических параметров:

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{E}(t_i) &= \Delta \Pi(t_i) = Y(t_i)^T \Delta K_i Y(t_i), \\ \Delta T(t_i) &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Величина энергетического скачка $\Delta \mathcal{E}(t_i) = \Delta \Pi(t_i)$ соответствует высвобожденной энергии, которая равна запасенной в несущем элементе потенциальной энергии деформации к моменту его отказа. Эта величина, согласно [17] вычисляется так:

$$\Pi_d = \frac{N^2 L}{2(EA)}, \quad (11)$$

где N – продольная сила; L , A – соответственно, длина и площадь поперечного сечения стержня; E – модуль Юнга.

Наличие разрывов в ускорениях (см. (8)) и энергиях (10) в момент времени t_i свидетельствует о нарушении статического равновесия в системе при её структурной перестройке. Работа ДДС осуществляется следующим образом. Стремясь достичь нового равновесного положения, соответствующего новой жесткости, конструкция входит в колебательный процесс, в течение которого происходит перераспределение усилий в несущих элементах. При этом восстанавливающие силы должны уравновешивать не только внешнюю нагрузку, но и появившиеся силы инерции. Если усилия не достигают своих предельных значений,

то несущая способность конструкции обеспечивается, в противном случае – происходит выключение одного или нескольких несущих элементов (причиной отказа является потеря прочности или устойчивости). Отказ элементов, в свою очередь, может привести к последующему обрушению всей конструкции.

Оценка несущей способности конструкции при отказе несущего элемента. В качестве количественных критерия для оценки несущей способности конструкции при нелинейной работе возможно использовать ранг $\text{rank}(K_i)$ и невязку определителя (Δ_{det}) матрицы жесткости системы K_i .

В случае, если $\text{rank}(K_i) < n$, то несущая способность системы исчерпана, т. е. она является геометрически изменяемой (механизмом). Здесь n – число степеней свободы дискретной модели.

Невязка Δ_{det} вычисляется при переходе системы в i -е состояние:

$$\Delta_{det} = \det(K_{i-1}) - \det(K_i) \quad (12)$$

и позволит оценить вклад жесткости отдельного элемента в общую жесткость конструкции.

Численная реализация задачи. Применение описанной математической модели конструктивно нелинейного расчёта иллюстрируется на примере временного анализа стальной фермы покрытия цеха горячего цинкования металлоконструкций, расположенного в г. Шумиха Курганской области.

РДМ фермы приведена на рис. 1. Данная конструкция является 3 раза статически неопределимой и имеет $n = 29$ динамических степеней свободы, связанных с узловыми массами m_j . Материал фермы – сталь С245 ($E = 206000$ МПа). Элементы фермы имеют следующие жесткости [18]: верхний пояс – $2 \perp 125 \times 8$ мм; нижний пояс – $2 \perp 100 \times 7$ мм; раскосы – $2 \perp 110 \times 8$ мм, $2 \perp 100 \times 7$ мм, $2 \perp 63 \times 6$ мм; стойки – $2 \perp 56 \times 5$ мм.

Матрица жесткости модели фермы K строится с помощью аппарата метода конечных элементов. Матрица масс M включает в себя массу самой фермы и массу элементов покрытия. Матрица демпфирования C формируется по модели непропорционального демпфирования [11] при значении логарифмического декремента $\delta = 0,085$ [19].

В начальный момент времени ($t_0 = 0$) ферма

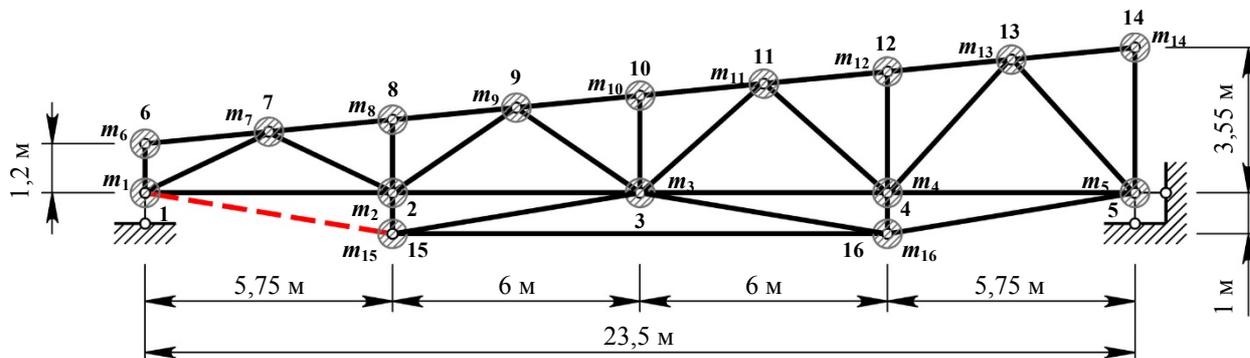


Рис. 1. Расчётная динамическая модель фермы покрытия цеха цинкования

покоится под действием собственного веса Q . Жёсткость системы определяется матрицей K_0 , базовый уровень статических прогибов равен $Y_{st,0} = K_0^{-1}Q$.

При $t_1 = 0$ происходит внезапное выключение (отказ) элемента 1-15 (показан пунктиром на рис. 1) вследствие химического растрескивания при коррозионном воздействии, связанном с наличием паров серной кислоты H_2SO_4 в помещении цеха. В результате этого ферма переходит в режим свободных затухающих колебаний. Новая матрица жёсткости – K_1 , вектор статических прогибов $Y_{st,1} = K_1^{-1}Q$.

Определители матрицы жёсткости фермы в исходном и ослабленном состояниях, соответственно, равны: $\det(K_0) = 2,88 \times 10^{92}$, $\det(K_1) = 3,73 \times 10^{91}$; При этом невязка Δ_{det} (12) составляет $2,507 \times 10^{92}$ (87 %), что свидетельствует о существенной поте-

ре жёсткости конструкции. Однако ранг матрицы жёсткости при отказе элемента не изменяется: $\text{rank}(K_0) = \text{rank}(K_1) = 29$, что говорит о геометрической неизменяемости конструкции, т. е. её несущая способность обеспечена.

Временной анализ реакции конструкции выполняется с шагом интегрирования $\Delta t = 0,0002$ сна интервале $t \in [0; 10]$ с. Начальные условия задачи следующие: $Y_0 = Y_{st,0}$, $\dot{Y}_0 = 0$. Задача решается в упругой постановке.

На рис. 2 приведены осциллограммы кинематических (перемещений (а) и скоростей (б)) и силовых (восстанавливающих (в) и продольных (г) сил) параметров реакции. Особенности поведения указанных характеристик приведены и подробно описаны в работах [20, 21].

На рис. 3 показан характер изменения энергетиче-

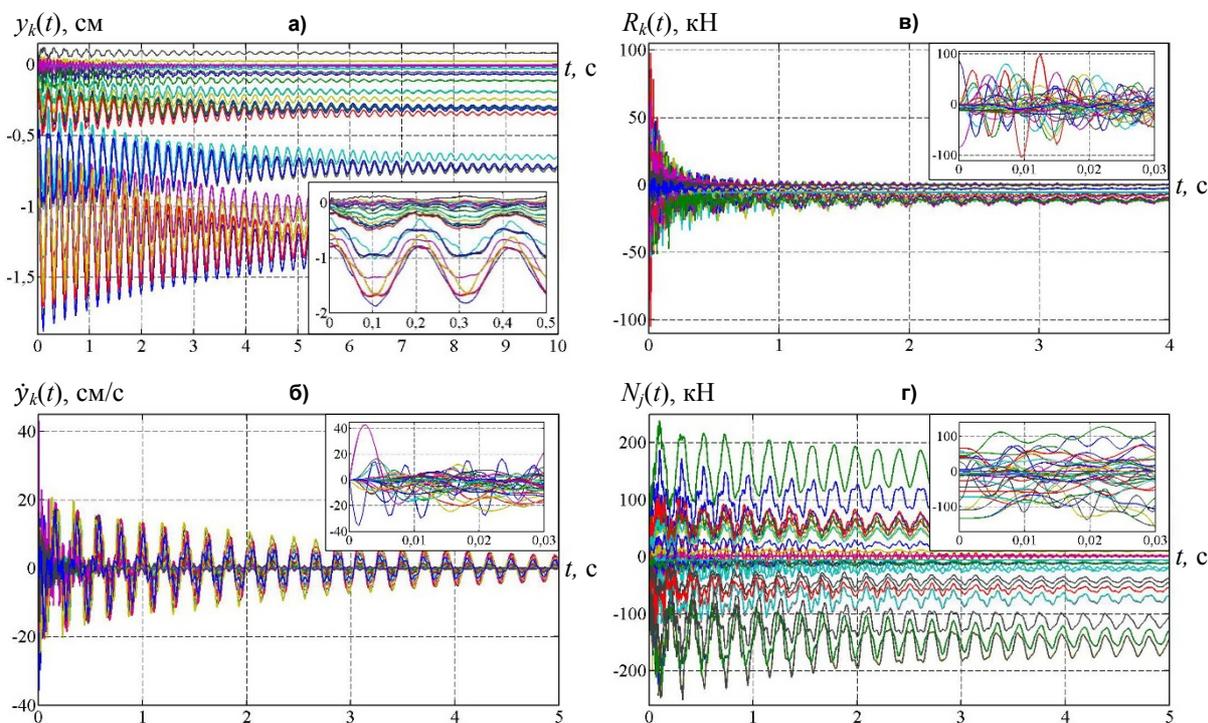


Рис. 2. Осциллограммы параметров реакции расчётной динамической модели фермы: а – перемещения; б – скорости; в – восстанавливающие силы; г – продольные силы в стержнях

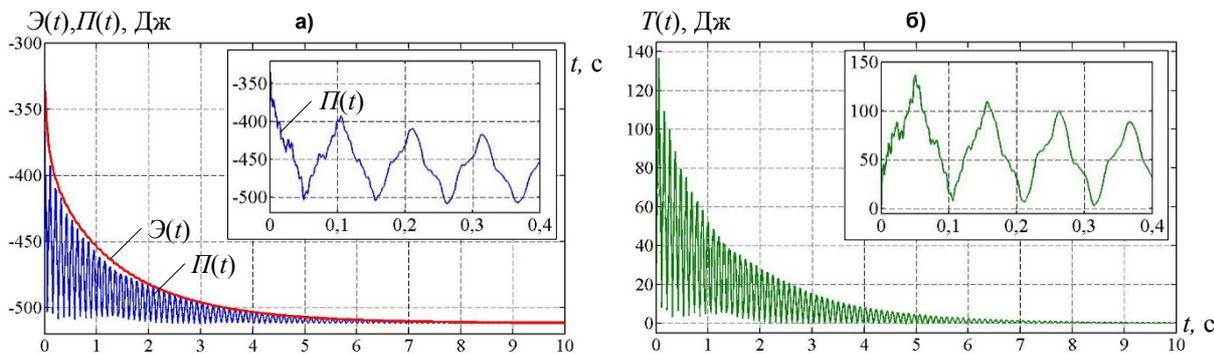


Рис. 3. Осциллограммы энергетических параметров реакции модели фермы: а – полная потенциальная и полная энергия; б – кинетическая энергия

ческих параметров реакции фермы (6), (7). Как видно из рис. 3, осциллограммы полной потенциальной (а) и кинетической (б) энергии имеют затухающий характер. На соответствующих фрагментах графиков можно видеть, что изменение данных характеристик происходит в противоположных фазах.

В исходном состоянии ферма не обладает кинетической энергией ($T(t_0) = 0$), так как находится в состоянии покоя; потенциальная энергия соответствует уровню статических прогибов $Y_{st,0}$ и равна $\Pi(t_0) = -303,89$ Дж. Согласно (6) величина полной механической энергии составляет $\mathcal{E}(t_0) = \Pi(t_0)$.

В момент отказа элемента 1-15 (при $t_1 = 0$) характеристика $\mathcal{E}(t_0)$ согласно (10) изменяется скачком на величину $\Delta\mathcal{E}(t_1) = [(Y_{st,0})^T \Delta K_1 Y_{st,0}] = -26,99$ Дж до нового уровня $\mathcal{E}(t_1) = -330,88$ Дж (рис. 4). Здесь $\Delta K_1 = K_1 - K_0$. Величина $|\Delta\mathcal{E}(t_1)|$ согласно (11) соответствует потенциальной энергии деформации, запасённой в выключенном элементе 1-15 к моменту времени t_1 :

$$\Pi_{д, 1-15}(t_1) = \frac{86,6^2 \cdot 583,6}{2 \cdot (20600 \cdot 2 \cdot 19,7)} = 26,99 \text{ Дж}.$$

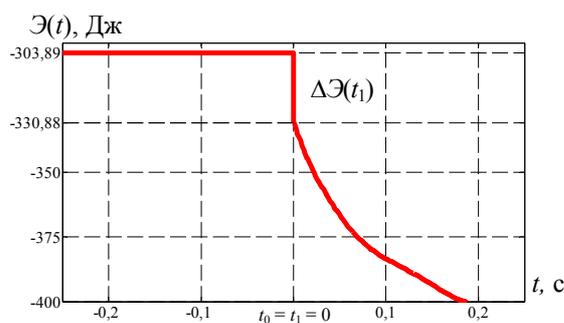


Рис. 4. Изменение полной механической энергии фермы при отказе несущего элемента

В процессе свободных затухающих колебаний (при $t_\infty \geq 8$ с) величины энергий приближаются к значениям: $T(t_\infty) = 0$, $\mathcal{E}(t_\infty) = \Pi(t_\infty) = -511,89$ Дж, соответствующим новому уровню статического равновесия фермы. При этом из графика на рис. 3, а можно видеть, что параметр $\mathcal{E}(t)$ в отличие от параметров $T(t)$ и $\Pi(t)$ изменяется от уровня $\mathcal{E}(t_1)$ до уровня $\mathcal{E}(t_\infty)$ плавно.

На отрезке времени $t \in [0; 0,3]$ с, после выключения раскоса, ферма находится в переходном режиме, о чём свидетельствует наличие гармоник высокого порядка (см. фрагменты на рис. 3). Данное явление связано со значительным изменением частотного спектра конструкции при внезапном снижении её жесткостных характеристик. После $t = 0,3$ с ферма переходит в режим установившихся затухающих колебаний.

Решение задачи выполнено с помощью языка технических вычислений MATLAB [22].

Выводы

1. Исследованы особенности поведения энергетических параметров реакции ДДС (полной

механической, полной потенциальной, кинетической энергий) (скачки, асимптоты и т. д.) в процессе упругих конструктивно нелинейных колебаний статически нагруженной фермы.

Установлено, что в момент отказа несущего элемента на осциллограммах полной механической и полной потенциальной энергии появляется скачок $\Delta\mathcal{E}(t_i) = \Delta\Pi(t_i)$, равный запасённой в выключенном элементе энергии деформации и пропорциональный невязке матрицы жёсткости системы ΔK_i . Значение кинетической энергии не изменяется.

Асимптотами на графиках механической и потенциальной энергии являются уровни, соответствующие положениям статического равновесия фермы.

2. Выполнена оценка несущей способности фермы при отказе несущего элемента. В качестве критериев оценки рассмотрены ранг $\text{rank}(K_i)$ и невязка определителя Δ_{det} матрицы жёсткости K_i системы.

При выключении стержня значение $\text{rank}(K_i)$ не изменилось, а величина $\det(K_i)$ уменьшилась на 87 %, что позволяет сделать вывод о том, что выключение стержня из работы не явилось критическим, и ферма сохранила свою несущую способность.

Литература

1. Клаф, Р. Динамика сооружений / Р. Клаф, Д.Ж. Пензиен. – М.: Стройиздат, 1979. – 320 с.
2. Ерхов, М.И. Теория идеально пластических тел и конструкций / М.И. Ерхов. – М.: Наука, 1978. – 352 с.
3. Потапов, А.Н. Временной анализ упруго-пластических конечномерных диссипативных систем при нестационарных воздействиях / А.Н. Потапов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». – 2005. – Вып. 3, № 13(53). – С. 57–62.
4. Безделев, В.В. Численное моделирование динамического напряжённо-деформированного состояния зданий при сейсмических воздействиях с целью оптимизации параметров демпфирующих устройств / В.В. Безделев // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2008. – V. 4, № 2. – С. 24–25.
5. Клюева, Н.В. К вопросу развития экспериментальных исследований деформирования и разрушения пространственных конструктивных систем при запроектных воздействиях / Н.В. Клюева, О.В. Ажзеуров, К.А. Шувалов // Известия Юго-Западного государственного университета. – 2013. – № 1(46). – С. 111–116.
6. Еремеев, П.Г. Предотвращение лавинообразного (прогрессирующего) обрушения несущих конструкций уникальных большепролетных сооружений при аварийных воздействиях / П.Г. Еремеев // Строительная механика и расчёт сооружений. – 2006. – № 2. – С. 65–72.
7. Расчёт геометрически нелинейных кон-

струкций методом конечных элементов / С.В. Шлычков, С.П. Иванов, С.Г. Кузовков, Ю.В. Лоскутов // Известия высших учебных заведений. Технические науки. Машиностроение и машиноведение. – 2008. – Вып. 4. – С. 145–152.

8. Симон, Е.В. К расчёту геометрически нелинейных стержневых систем в смешанной форме / Е.В. Симон // Интернет-вестник ВолгГАСУ. Серия Политематическая. – 2012. – Вып. 3 (23). – URL: [http://vestnik.vgasu.ru/attachments/Simon-2012_3\(23\).pdf](http://vestnik.vgasu.ru/attachments/Simon-2012_3(23).pdf) (дата обращения: 07.02.2016).

9. Свентиков, А.А. Геометрически нелинейный расчёт висячих стержневых конструкций. Ч. 2. Матричный расчёт висячих систем / А.А. Свентиков // Строительство и архитектура. – 1970. – Т. 1, № 1. – С. 18–27.

10. Перельмутер, А.В. Беседы о строительной механике / А.В. Перельмутер. – М.: Изд-во SCADSoft, Изд-во АСВ, 2014. – 250 с.

11. Потапов, А.Н. Динамический анализ дискретных диссипативных систем при нестационарных воздействиях: моногр. / А.Н. Потапов. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2003. – 167 с.

12. Элементарный учебник физики. Т. 1: Механика. Теплота. Молекулярная физика / под ред. Г.С. Ландсберга. – М.: Физматлит, 2000. – 605 с.

13. Алфутов, Н.А. Основы расчёта на устойчивость упругих систем / Н.А. Алфутов. – М.: Машиностроение, 1978. – 312 с.

14. Васильков, Г.В. Эволюционная теория жизненного цикла механических систем: Теория сооружений / Г.В. Васильков. – М.: Изд-во URSS, 2013. – 320 с.

15. Потапов, А.Н. Временной анализ конструкций с обрушающимися связями при действии импульсной нагрузки / А.Н. Потапов, Е.М. Уфимцев // Интеграция, партнёрство и инновации в строительной науке и образовании: сб. тр.

XXIV Междунар. науч. конф. 19–21 окт. 2011. – М.: МГСУ, 2011. – С. 229–233.

16. Потапов, А.Н. Анализ колебаний конструкций с выключающимися связями / А.Н. Потапов // Морские интеллектуальные технологии. – 2011. – № 3. – С. 45–48.

17. Икрин, В.А. Сопроотивление материалов с элементами теории упругости и пластичности: Учебник для вузов по направлению «Строительство» / В.А. Икрин. – М.: Изд-во Ассоциации строительных вузов, 2005. – 423 с.

18. ГОСТ 8509-93. Уголки стальные горячекатаные равнополочные. Сортамент.

19. Динамический расчёт зданий и сооружений / М.Ф. Бернштейн, В.А. Ильичёв, Б.Г. Корнев и др.; под ред. Б.Г. Корнева, И.М. Рабиновича. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1984. – 303 с.

20. Потапов, А.Н. Колебания систем с обрушающимися связями / А.Н. Потапов, Е.М. Уфимцев // Теория и практика расчёта зданий, сооружений и элементов конструкций. Аналитические и численные методы: сб. тр. междунар. науч.-практ. конф. 29 июня 2011. – М.: МГСУ, 2011. – С. 292–301.

21. Уфимцев, Е.М. Временной анализ физически и конструктивно нелинейных колебаний ферменных конструкций при действии импульсной нагрузки. Ч. 2: Пример расчёта упругих конструктивно-нелинейных колебаний фермы покрытия / Е.М. Уфимцев // Строительство. Экология: теория, практика, инновации: сб. докл. I междунар. науч.-практ. конф. 9 марта 2015 г. / Южно-Уральский государственный университет. – Челябинск: Изд-во «ПИРС», 2015. – С. 106–108.

22. Дьяконов, В.П. MATLAB 7.* / R2006/ R2007: Самоучитель / В.П. Дьяконов. – М.: ДМК Пресс, 2008. – 768 с.

Уфимцев Евгений Михайлович, старший преподаватель кафедры «Строительная механика», Южно-Уральский государственный университет (Челябинск), comtech606@yandex.ru

Воронина Марина Дмитриевна, магистр, кафедра «Строительная механика», Южно-Уральский государственный университет (Челябинск), marina-mono@mail.ru

Поступила в редакцию 26 мая 2016 г.

DYNAMIC CALCULATION OF A ROOF TRUSS DURING THE PROCESS OF FREE STRUCTURALLY NONLINEAR OSCILLATIONS

E.M. Ufimtsev, comtech606@yandex.ru

M.D. Voronina, marina-mono@mail.ru

South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

A mathematical model of construction of the total mechanical energy of a discrete statically loaded dissipative system in the process of free oscillations in the form the time analysis method, which is based on the study of the characteristic quadratic matrix equation, was given. The features of the behavior of the parameters of the dynamic response when the elastic structurally nonlinear system to a new state was shown. It is also given the expressions to determine the kinematic (displacements, velocities, accelerations) and force (restoring, dissipative and inertial forces) parameters of the dynamic response. The criteria for assessing the load bearing capacity of the structure at the non-linear operation was suggested. Using a mathematical model is illustrated by the example of the calculation of flat steel statically indeterminate roof truss during the process of free oscillations, which was caused by a sudden failure of one of the bearing elements. Turning off the rod caused by the loss of strength as a result of chemical cracking due to corrosion effect.

Keywords: method, time analysis, mathematical model, discreet system, dissipative system, corrosive, structural nonlinearity, elasticity, free oscillations, dynamic response, displacements, restoring force, mechanical energy, kinetic energy, potential energy, load bearing capacity, Matlab.

References

1. Klaf R., Penzien D.Zh. *Dinamika sooruzheniy* [Structural Dynamics]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1979. 320 p.
2. Erkhov M.I. *Teoriya ideal'no plasticheskikh tel i konstruksiy* [The Theory of Ideal Plastic Bodies and Structures]. Moscow, Nauka Publ., 1978. 352 p.
3. Potapov A.N. [Time Analysis of Elastic-plastic Finite Dissipative Systems Under Nonstationary Effects] *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Construction Engineering and Architecture*, 2005, iss. 3, no. 13(53), pp. 57–62 (in Russ.).
4. Bezdelev V.V. [Numerical Simulation of the Dynamic Stress-strain State of Buildings under Seismic Actions in Order to Optimize Parameters of Damping Devices]. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 2008, vol. 4, no. 2. pp. 24–25 (in Russ.).
5. Klyueva N.V., Azhzeurov O.V., Shuvalov K.A. [On the Issue of Development of Experimental Studies of Deformation and Fracture of Spatial Design Systems under Beyond Design Impacts]. *Journal «Proceedings of the South-West State University»*, 2013, no. 1(46), pp. 111–116 (in Russ.).
6. Ereemeev P.G. [Prevention Avalanche (Progressive) Collapse of Supporting Structures of Unique Large-span Structures during Emergency Loads]. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*, 2006, no. 2, pp. 65–72 (in Russ.).
7. Shlychkov S.V., Ivanov S.P., Kuzovkov S.G., Loskutov Yu.V. [Calculation of Geometrically Nonlinear Structures Using Finite Element Method]. *Bulletin of the higher educational institutions. Technical science. Machine Building and Engineering*, 2008, iss. 4, pp. 145–152 (in Russ.).
8. Simon E.V. [Calculation of Geometrically Nonlinear Rod Systems in Mixed Form]. *Internet-Vestnik VolgGASU. Polythematic Series*, 2012, iss. 3 (23). [http://vestnik.vgasu.ru/attachments/Simon-2012_3\(23\)](http://vestnik.vgasu.ru/attachments/Simon-2012_3(23)). (accessed 07.02.2016).
9. Sventikov A.A. [Geometrically Nonlinear Calculation of the Hanging Rod Designs. Part 2: The Matrix Calculation of Suspension Systems]. *Journal «Construction and Architecture»*, 1970, vol. 1, no. 1, pp. 18–27 (in Russ.).
10. Perel'mutrer A.V. *Besedy o stroitel'noy mekhanike* [Conversations about the Structural Mechanics]. Moscow, SCAD Soft Publ., Izdatel'stvo ASV Publ., 2014. 250 p.
11. Potapov, A.N. *Dinamicheskiy analiz diskretnykh dissipativnykh sistem pri nestatsionarnykh vozdeystviyakh: monografiya* [Dynamical Analysis of Discreet Dissipative Systems under Nonstationary Loadings]. Chelyabinsk, South Ural St. Univ. Publ., 2003. 167 p.
12. Landsberga G. S. *Elementarnyy uchebnik fiziki. Tom 1: Mekhanika. Teplota. Molekulyarnaya fizika* [Elementary Physics. Volume 1: Mechanics. Heat. Molecular Physics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2000. 605 p.
13. Alfutov N.A. *Osnovy rascheta na ustoychivost' uprugikh sistem* [Fundamentals of Calculation on the Stability of Elastic Systems]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1978. 312 p.

14. Vasil'kov, G.V. *Evolyutsionnaya teoriya zhiznennogo tsikla mekhanicheskikh sistem: Teoriya sooruzheniy* [Evolutionary Theory of the Life Cycle of Mechanical Systems: Theory of Structures]. Moscow, URSS Publ., 2013. 320 p.
15. Potapov A.N., Ufimtsev E.M. [Time Analysis of the Structures with the Breaking Ties under the Pulse Load]. *Integratsiya, partnerstvo i innovatsii v stroitel'noy nauke i obrazovanii: Sbornik trudov XXIV Mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii 19–21 oktyabrya 2011* [Proceedings of the XXIV International Conference “Integration, Partnership and Innovation in Construction Science and Education”, October 19–21, 2011]. Moscow, MGSU Publ., 2011. pp. 229–233 (in Russ.).
16. Potapov A.N. [Analysis of Vibrations of Structures with Broken Ties]. *Morskie intellektual'nye tekhnologii* [Marine Intelligent Technologies]. 2011, no. 3, pp. 45–48 (in Russ.).
17. Ikrin V.A. *Soprotivlenie materialov s elementami teorii uprugosti i plastichnosti: Uchebnik dlya vuzov po napravleniyu “Stroitel'stvo”* [Strength of Materials with Elements of the Theory of Elasticity and Plasticity: A Textbook for High Schools in the Direction of "Building"]. Moscow, Assotsiatsii stroitel'nykh vuzov Publ., 2005. 423 p.
18. GOST 8509-93. *Ugolki stal'nye goryachekatanye ravnopolochnye. Sortament* [Hot-rolled steel equal-leg angles. Dimensions]. Moscow, Standartinform Publ., 2005.
19. Bernshteyn M.F., Il'ichev V.A., Korenev B.G., Rabinovich I.M. *Dinamicheskiy raschet zdaniy i sooruzheniy* [Dynamic calculation of buildings and structures]. Moscow, Sroyizdat Publ., 1984. 303 p.
20. Potapov A.N., Ufimtsev E.M. [Oscillations of Systems with a Breaking Ties]. *Teoriya i praktika rascheta zdaniy, sooruzheniy i elementov konstruksiy. Analiticheskie i chislennyye metody: Sbornik trudov mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii 29 iyunya 2011* [Proceedings of the international-term scientific and practical conference “Theory and practice of calculation of buildings, structures and structural elements. Analytical and numerical methods”, June 29, 2011]. Moscow, MGSU Publ., 2011, pp. 292–301 (in Russ.).
21. Ufimtsev E.M. [Time Analysis of Physically and Structurally Nonlinear Oscillations of Truss Structures in the Pulse Loading. Part 2: An Example of the Calculation of the Elastic Structurally Nonlinear Oscillations of the Roof Truss]. *Stroitel'stvo. Ekologiya: teoriya, praktika, innovatsii: Sbornik dokladov I-y mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii 9 marta 2015 g.* [Proceedings of the 1st International Scientific-Practical Conference “Building. Ecology: Theory, Practice, Innovation”, March 9, 2015]. Chelyabinsk, PIRS Publ., 2015, pp. 106–108 (in Russ.).
22. D'yakonov V.P. *MATLAB 7.*/R2006/R2007: Samouchitel'* [MATLAB 7.*/R2006/R2007: Self-teacher]. Moscow, DMK Press Publ., 2008. 768 p.

Received 26 May 2016

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Уфимцев, Е.М. Динамический расчёт фермы покрытия при свободных конструктивно нелинейных колебаниях / Е.М. Уфимцев, М.Д. Воронина // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». – 2016. – Т. 16, № 3. – С. 18–25. DOI: 10.14529/build160303

FOR CITATION

Ufimtsev E.M., Voronina M.D. Dynamic Calculation of a Roof Truss during the Process of Free Structurally Nonlinear Oscillations. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Construction Engineering and Architecture*. 2016, vol. 16, no. 3, pp. 18–25. (in Russ.). DOI: 10.14529/build160303
