

Научно-методический раздел

УДК 628. 9, 728. 1

DOI: 10.14529/build170208

АНАЛИТИЧЕСКИЙ СПОСОБ ЗАДАНИЯ ОБЛАСТЕЙ ТЕНЕЙ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ С ЦЕЛЬЮ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ИХ МЕСТА РАСПОЛОЖЕНИЯ НА ЗАДАННОЙ МЕСТНОСТИ

Ф.Н. Притыкин, Е.Ю. Шкуро

Омский государственный технический университет, г. Омск

В работе предложен аналитический способ задания областей теней жилых зданий и сооружений на основе использования теории множеств. Разработанный способ позволяет вычисление положения теней при различной ориентации строительных сооружений на заданной местности. Способ основан на использовании совокупности неравенств, задающих точки заданной плоскости (площади застройки), удовлетворяющие заданным требованиям. Полученные области использованы при автоматизированном синтезе малых перемещений объектов строительства с целью определения их месторасположения с учетом минимизации занимаемой ими площади и обеспечения максимального уровня их освещенности. Результаты исследований могут быть использованы при составлении планов размещения различных строящихся жилых сооружений на заданной местности.

Ключевые слова: инсоляция, планирование территории новой застройки, уровень освещенности, жилые здания.

Известно, что продолжительность инсоляции, под которой понимается время облучения территорий застройки солнечными лучами, оказывает положительное психологическое и оздоровительное действие на человека. Под облучением понимается совокупность светового, биофизического и теплового воздействия. Поэтому при планировании места расположения жилых строительных сооружений на заданной местности необходимо учитывать положение почасовых теней в течение всего светового дня. В связи с этим продолжительность инсоляции нормируется и устанавливается для помещений жилых и общественных зданий. Требования норм инсоляции достигаются соответствующим размещением и ориентацией зданий, а также их объемно-планировочными решениями. В работах [1–5] приведены геометрические методы определения положений теней зданий и время инсоляции в течение заданного интервала времени. Рассмотрим аналитический способ задания границ данных теней, которые могут быть использованы для автоматизированного расчета областей, характеризующих продолжительность инсоляции территорий застройки. Указанные области используют при размещении строительных жилых сооружений при различной их ориентации и заданном положении линейных объектов, в качестве которых выступают линии электропередач, трубопроводы, автомобильные и железные дороги.

На рис. 1, а изображены области почасовых теней Δ_i , построенные в различные моменты времени, заданные восемью, одиннадцатью и трина-

дцатью часами, где параметр i определяет количество почасовых теней. Каждая отдельная область Δ_i может быть задана пересечением областей λ_j (полуплоскостей), определяемых прямыми линиями. Область полуплоскости λ_j в декартовой системе координат может быть задана с использованием неравенства [4]:

$$f_i \equiv -x_0(y_{i+1} - y_i) + y_0(x_{i+1} - x_i) - x_{i+1}y_i + x_iy_{i+1} \geq 0, \quad (1)$$

где x_i, y_i и x_{i+1}, y_{i+1} – координаты точек A_i и A_{i+1} соответственно; x_0, y_0 – координаты текущей точки прямой. На рис. 1, а представлены две области λ_1^+

и λ_1^- , которые расположены соответственно слева и справа от прямой, проходящей через точки A_1 и A_2 . Функция (1) положительная в открытой области λ_1^+ и располагается слева от вектора $\overline{A_1A_2}$, и отрицательная в открытой области λ_1^- , расположенной справа от него. Для задания области почасовой тени Δ_i используем операцию пересечения областей:

$$\Delta_i \rightarrow (((\lambda_1 \cap \lambda_2) \cap \lambda_3) \cap \lambda_4) \cap \lambda_5 \geq 0, \quad (2)$$

где λ_j – полуплоскости определяемые неравенствами (1). Для здания, имеющего форму прямоугольной призмы, проекция тени отображается виде пятиугольника $j = 5$. Использование неравенства (2) позволяет определять принадлежность точек плоскости области Δ_i и находить принадлежность точек областям почасовых теней. Для вычисления области Δ_i заданной неравенством (2) используют операцию

Научно-методический раздел

конъюнкции булевой алгебры, которую определяют следующим выражением [6, 7]:

$$X_1 \wedge X_2 = X_1 + X_2 - \sqrt{X_1^2 + X_2^2}, \quad (3)$$

где X_1 и X_2 – являются аргументами R -функции, которые задают неравенствами (1). Подставляя вначале два неравенства (1) в уравнение (3), получают пересечение двух полуплоскостей образующих область $\lambda_1 \cap \lambda_2$.

Затем полученное неравенство области $\lambda_1 \cap \lambda_2$ и третье неравенство (1) подставляют вновь в уравнение (3) и получают уравнение области $((\lambda_1 \cap \lambda_2) \cap \lambda_3)$. При этом получают пересечение трех областей. В результате использования всех пяти неравенств (1) получают в конечном итоге уравнение области Δ_i . Для вывода уравнения контура области Δ_i заданного многоугольника, состоящего из n отрезков, воспользуемся следующими уравнениями. Уравнение, с помощью которого выделяется элемент из данного чертежа, имеет вид [6, 7]:

$$q_0(f, \varphi) \equiv \sqrt{f^2 + \varphi^2} - \varphi = 0. \quad (4)$$

Для случая задания отрезка прямой M_1M_2 значение параметра f этого уравнения определяется по формуле (1). Значение параметра φ уравнения (4) следующее [6, 7]:

$$\varphi \equiv \frac{1}{4} \left[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 - \left(x_0 - \frac{x_2 + x_1}{2} \right)^2 - \left(y_0 - \frac{y_2 + y_1}{2} \right)^2 \right] \geq 0. \quad (5)$$

Согласно формулам (4), (5) уравнение отрезка A_1A_2 , соединяющего точки $A_1(x_1, y_1)$ и $A_2(x_2, y_2)$, может быть задано в виде:

$$\begin{aligned} \Psi(x, y, x_1, y_1, x_2, y_2) &\equiv \\ &\equiv \left[(x_0 - x_1)(y_2 - y_1) - (y_0 - y_1)(x_2 - x_1) \right]^2 + \\ &+ \left[\frac{1}{4} l_{12}^2 - \left(x_0 - \frac{x_1 + x_2}{2} \right)^2 - \left(y_0 - \frac{y_1 + y_2}{2} \right)^2 \right]^2 - \\ &- \frac{1}{4} l_{12}^2 + \left(x_0 - \frac{x_1 + x_2}{2} \right)^2 + \left(y_0 - \frac{y_1 + y_2}{2} \right)^2 = 0, \quad (6) \end{aligned}$$

где $l_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ – длина отрезка.

Пользуясь уравнением (6) как стандартной формулой для отрезка, можем составить уравнение объединения произвольного числа отрезков по заданным координатам их концов задающих области Δ_i . Продолжительность инсоляции в течение заданного интервала времени будет задавать области Ω_i , полученные пересечением областей Δ_i . На рис. 1, б представлена область Ω_i , определяющая зону застройки, находящуюся в тени в течение трех часов в определенный интервал времени.

Пусть необходимо разместить строящиеся здания внутри области заданной многоугольником M_i (рис. 2). Указанный многоугольник M_i на рис. 2 изображен штриховой линией. Вершины данного многоугольника задают точки M_1, M_2 и т. п. Базовые точки сооружений обозначим O_1, O_2, O_3 и O_4 , а центры зон Ω_1, \dots , и т. д. точками K_1, K_2, K_3 и K_4 . Точки O_i определяют начала подвижных систем координат, в которых заданы объекты P_i и области Ω_i . Зададим обобщенные координаты q_1, \dots, q_8 , определяющие взаимное расположение объектов P_i (положение объекта P_1 по отношению к неподвижной системе координат O_0, x_0, y_0 задают параметры q_1 и q_2 , объекта P_2 по отношению к объекту P_1 – соответственно параметры q_3 и q_4 и т. п.). В этом случае обобщенные координаты q_i определяют взаимное положение двух объектов друг относительно друга. Необходимо определить положение объектов P_i , при котором сумма $\sum q_i = \min$ принимает минимальное значение и при котором обеспечен максимальный уровень освещенности (при этом объекты P_i и области Ω_i не пересекаются между собой).

При данном положении объектов P_i площадь, занимаемая ими, будет минимальна, и объекты не будут располагаться за пределами многоугольника M_i . Заметим, что многоугольник заданный точками M_j , определяется линейными объектами. Примем

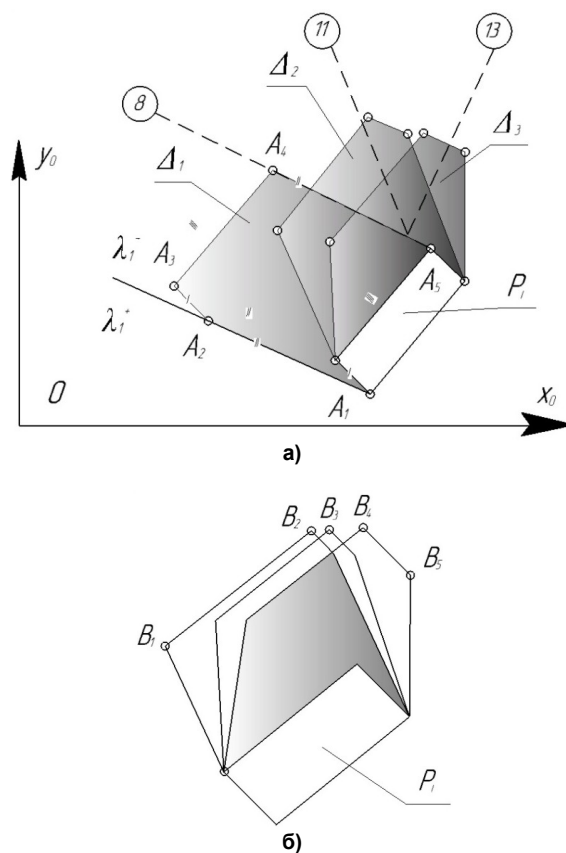


Рис. 1. Задание областей тени: а – почасовые тени, б – область, расположенная в тени в течение трех часов

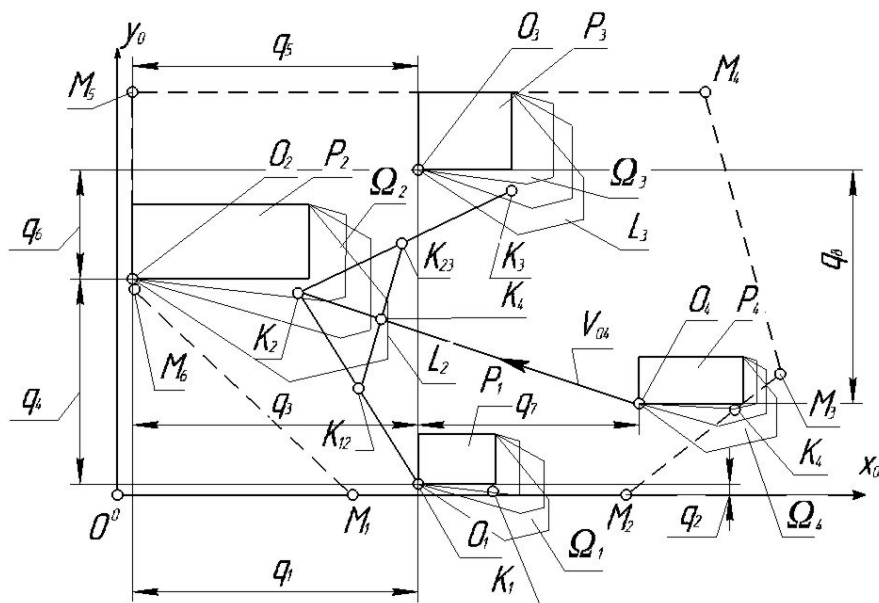


Рис. 2. Параметры, характеризующие взаимное расположение объектов P_i

вначале исходно заданные положения объектов P_1, \dots, P_4 на максимальном удалении друг от друга, при котором они касаются границы многоугольника M_i . Для данного положения объектов центры зон Ω_i на рисунке задают точки K_1, K_2, \dots, K_4 . Данные точки вычисляют на основе нахождения центров диагоналей $A_i A_{i+2}$. Для указанного положения объектов P_i возможно определить границы зон теней $\Omega_i (1-6)$.

Если границы взаимно не пересекаются с объектом P_i , то возможно уменьшение значений q_i . Для уменьшения значений q_i сместим объект P_4 в направлении целевой точки $K_{ц}$, где отсутствуют изображения теней Ω_i . Для этого определим вначале вспомогательные точки K_{12} и K_{23} , располагающиеся на середине отрезков $K_1 K_2$ и $K_2 K_3$.

Далее вычислим целевую точку $K_{ц}$, которая находится на середине отрезка $K_{12} K_{23}$ (см. рис. 2). Пусть необходимо определить положение объектов P_i при неизменной их ориентации. Тогда подвижную систему координат с центром в точке O_4 и объект P_4 смещают в направлении целевой точки $K_{ц}$ в соответствии с вектором скорости V_{04} , модуль которого определяют исходно заданной величиной m . Вектор смещения V_{04} определяют компонентами Δx_{04} и Δy_{04} [8]. Смещение точки O_4 по направлению вектора V_{04} обеспечивают изменением значений обобщенных координат q_i . Для этого используют линейную систему уравнений:

$$\begin{aligned} J_{11} a_{11} \dot{q}_1 + J_{12} a_{12} \dot{q}_2 + \dots + J_{18} a_{18} \dot{q}_8 &= \Delta x_{04}, \\ J_{21} a_{21} \dot{q}_1 + J_{22} a_{22} \dot{q}_2 + \dots + J_{28} a_{28} \dot{q}_8 &= \Delta y_{04}, \end{aligned} \quad (7)$$

где $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_8$ – определяют скорости (или приращения Δq_i) обобщенных координат и вектор q ($\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_8$; $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{28}$ – значения весовых коэффициентов изменения обобщенных скоростей. При решении уравнений (10) необходимо

использовать значения весовых коэффициентов a_{ij} . Где $i=n$, n – размерность вектора q , $i=r$, r – размерность вектора V_{04} . Если направление вектора смещений V_{04} не совпадает с направлениями смещений, при которых обобщенные координаты уменьшаются, то значения весовых коэффициентов изменяют на противоположное [8]. С помощью значений весовых коэффициентов также возможно отдавать предпочтение изменению той или иной обобщенной координаты q_i . Предпочтение отдается последнему перемещаемому объекту. $J_{11}, J_{12}, \dots, J_{24}$ – коэффициенты матрицы частных передаточных отношений [8]. При этом смещение объектов P_i будет аналогично смещению звеньев плоского механизма, имеющего восемь поступательных кинематических пар, движения в которых определяют обобщенные координаты q_i [8].

Для однозначного решения линейной системы (7) используют критерий минимизации объема движения [8].

$$\sum_{i=1}^n \dot{q}_i = \min. \quad (8)$$

Решение линейной системы уравнений (7) при выполнении условия (8) позволяет определить вектор $q_m(\dot{q}_1 \dots \dot{q}_8)$. Новое положение объектов P_i и областей теней Ω_i находят изменением обобщенных координат (при этом принимаем допущение $\Delta q_i \approx \dot{q}_i$):

$$q_i = q_i + \Delta q_i. \quad (9)$$

Далее необходимо найти новые положения объектов P_i , а также областей Ω_i и определить их взаимное расположение. Таким образом, осуществляют малые движения объектов P_i до тех пор, пока области Ω_i и P_i не начнут пересекаться между собой. При возникновении данной ситуации век-

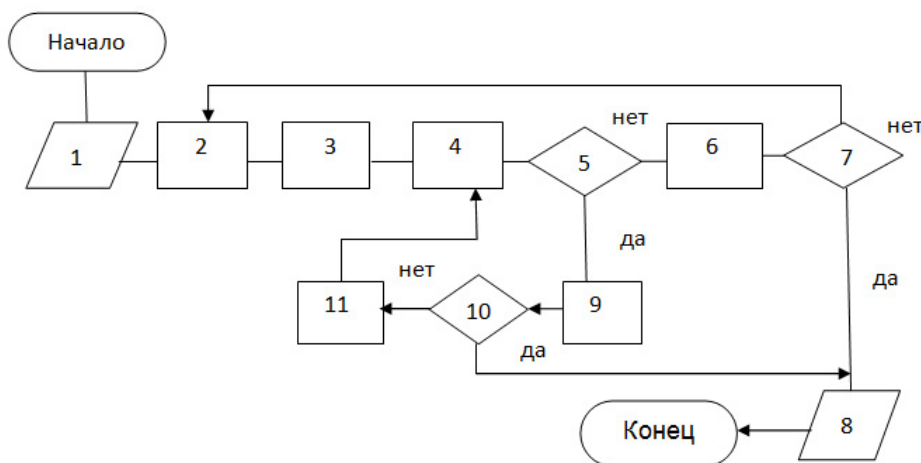


Рис. 3. Схема алгоритма смещения объектов P_i , позволяющая минимизировать занимаемую площадь застройки

тор приращений обобщенных координат в этом случае определяют по зависимости [8]:

$$\Delta q_n = q_m + \sum_{i=1}^p k_i m_i Q_p, \quad (10)$$

где q_m – вектор определённый в соответствии с условиями (8), k_i – координаты точки N p -плоскости Γ , определяемой линейной системой (7); Q_p – единичные направляющие векторы, задающие направления осей репера связанного с p -плоскостью (2). Для определения необходимого смещения, при котором выполняется условие не пересечения областей Ω_i и P_i , перебирают значения параметров k_1, \dots, k_l , где $l = 6$. После определения положения объекта P_4 (когда точка O_4 достигнет целевой точки $K_{ц}$) используют синтез движений объекта P_3 с изменением теперь шести обобщенных координат в направлении новой целевой точки $K_{ц}$. В этом случае объект P_4 остается неподвижным. Для определения нового положения целевой точки используют вспомогательные точки K_{12} (на середине отрезка K_1K_2) и K_{24} (на середине отрезка K_2K_4) при этом $K_{12}K_{ц} = K_{ц}K_{24}$. Схема алгоритма синтеза движений объектов P_i с целью определения их положения, при котором данные объекты занимают минимальную площадь, и максимальный уровень освещенности представлена на рис. 3. При минимальных значениях обобщенных координат площадь занимаемая объектами P_i будет минимальна.

На рис. 3 приняты следующие обозначения: 1 – ввод исходных данных q_i, m, t_{\max} , массивов M_i, P_i, Ω_i и K_i , задающих размеры и форму объектов P_i , областей Ω_i и координат точек K_i в системах координат O_1, \dots, O_4 , связанных с объектами P_i ; 2 – вычисление координат точек $K_{12}, K_{23}, K_{ц}$, вектора $V_{04}(\Delta x_{04}, \Delta y_{04})$ и значений a_{ij} ; 3 – вычисление компонентов вектора q_m (7, 8); 4 – вычисление положений объектов P_i и областей Ω_i в соответствии с (2); 5 – определение условия пересечения областей P_i и

Ω_i , и областей P_i с многоугольником M_i (1–6); 6 – изменение обобщенных координат q_i (9); 7 – целевая точка достигнута; 8 – вывод значений обобщенных координат, задающих конечное положение объектов P_i ; 9 – $t = t + 1$; 10 – значения $t > t_{\max}$ (где t – номер итерации, t_{\max} – максимально заданное число итераций); 11 – вычисление вектора q_m (10).

Результаты вычислительного эксперимента, связанного с одним из этапов моделирования смещения объектов P_i , с использованием зависимостей (1–10) представлены на рис. 4. Моделирование движения выполнено в системе САПР ACAD с использованием алгоритмического языка программирования AutoLISP [9]. На рисунке отрезки $O_0O_{01}, O_{01}O_1, O_1O_{12}, O_{12}O_2, O_2O_{23}, O_{23}O_3, O_3O_{34}$ и $O_{34}O_4$ задают длины, определяющие начальные значения обобщенных координат q_i .

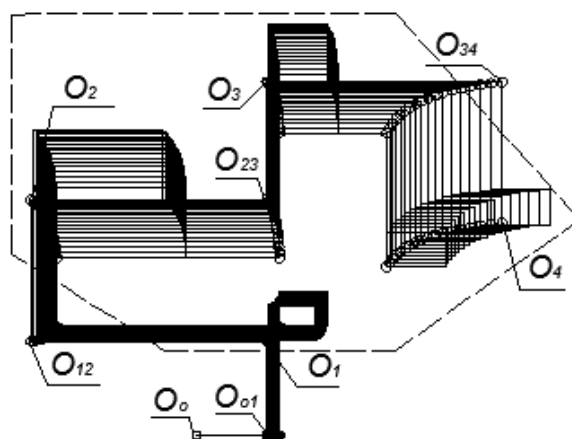


Рис. 4. Результаты моделирования одного из этапов синтеза перемещения объектов P_i

Заключение

Результаты моделирования синтеза малых перемещений строящихся сооружений с целью размещения их с обеспечением максимального уровня

освещенности разработанным способом показали необходимость использования значений весовых коэффициентов, задающих изменения приращений обобщенных координат. Значения весовых коэффициентов рационально задавать в зависимости от удаления центров областей Ω_i от целевой точки $K_{ц}$, а также от направления вектора смещений и направления векторов q_1, \dots при которых значения обобщенных координат уменьшаются. Разработанный способ определения места расположения зданий с учетом минимизации занимаемой ими площади и обеспечения максимального уровня их освещенности может быть использован при составлении планов территорий застройки различными жилищными сооружениями на заданной местности.

Литература

1. Бахарев, Д.В. О нормировании и расчете инсоляции / Д.В. Бахарев, Л. Н. Орлова // *Светотехника*. – 2006. – № 1. – С. 18–27.
2. Инсоляция помещений и территорий застройки: учеб. пособие / В.А. Каратаев, Е.В. Адонкина, М.Г. Тен, С.А. Нефедова; Новосибир. гос. архитектур.-строит. ун-т (Сибстрин). – Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2013. – 64 с.
3. Лециус, Е.П. Построение теней и перспективы ряда архитектурных форм: учеб. пособие / Е.П. Лециус. – М.: Архитектура, 2005. – 144 с.
4. Хейфец, А.Л. 3D-моделирование и расчет продолжительности инсоляции средствами пакета AutoCAD / А.Л. Хейфец // *The 14-th International Conference on Computer Graphics and Vision. GraphiCon' 2004. September 6–10. 2004. Moscow, Russia*. – Moscow State University. Conference Proceedings. – С. 283–286.
5. Хейфец, А.Л. Расчет продолжительности инсоляции средствами 3D-моделирования пакета AutoCAD / А.Л. Хейфец // *Вестник УГТУ-УПИ. Строительство и образование*. – 2004. – Вып. 7. – № 11 (41). – С. 211–214.
6. Рвачев, В.Л. Методы алгебры логики в математической физике / В.Л. Рвачев. – Киев: Наукова думка, 1974. – 256 с.
7. Рвачев, В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения / В.Л. Рвачев. – Киев: 1982. – 252 с.
8. Притыкин, Ф.Н. Виртуальное моделирование движений роботов, имеющих различную структуру кинематических цепей: моногр. / Ф.Н. Притыкин. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2014. – 172 с.
9. Притыкин, Ф.Н. Параметрические изображения объектов проектирования на основе использования языка АВТОЛИСП в среде АВТОКАД: учеб. пособие / Ф.Н. Притыкин. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2008. – 112 с.

Притыкин Федор Николаевич, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Инженерная геометрия и САПР», Омский государственный технический университет (Омск), pritykin@mail.ru

Шкуро Евгений Юрьевич, аспирант кафедры «Инженерная геометрия и САПР», Омский государственный технический университет (Омск), zshkuro@yandex.ru

Поступила в редакцию 28 февраля 2017 г.

DOI: 10.14529/build170208

ANALYTICAL METHOD OF DEFINING SHADOW AREAS OF BUILDINGS AND STRUCTURES TO DETERMINE THE OPTIMAL PLACE OF LOCATION ON THE SPECIFIED AREA

F.N. Pritykin, pritykin@mail.ru

E.Yu. Shkuro, zshkuro@yandex.ru

Omsk State Technical University, Omsk, Russian Federation

An analytical method of defining shadow areas of residential buildings and structures based on the use of the theory of sets is proposed. The developed method allows calculating the position of shadows at different orientation of building structures in a given terrain. The method is based on the use of a set of inequalities defining the points of a given plane (building area) that meet the specific requirements. The obtained areas were used in the automated synthesis of small displacements of construction objects in order to determine their location, taking into account the minimization of the occupied area and ensuring the maximum level of their illumination. The results of the research can be used in drawing up the layout plans of different residential buildings under construction in a given area.

Keywords: insolation, level of illumination, residential buildings, territorial planning.

References

1. Bakharev D.V., Orlova L.N. [On the Rationing and Calculation of Insolation]. Svetotekhnika Publ., 2006, no. 1, pp.18-27 (in Russ.).
2. Karataev V.A., Adonkina E.V., Ten M.G., Nefedova S.A. *Insolyatsiya pomeshcheniy i territoriy zastroyki* [Insolation of Buildings and Territories]. Novosibirsk, NGASU (Sibstrin) Publ., 2013. 64 p.
3. Letsius E.P. *Postroenie teney i perspektivy ryada arkhitekturnykh form* [Building Shadows and Prospects for a Number of Architectural Forms]. Moscow, Arkhitektura Publ., 2005. 144 p.
4. Kheyfets A.L. [3D-Modeling and Calculation of the Duration of Insolation Using the Autocad Package: The 14-th International Conference on Computer Graphics and Vision]. Moscow, 2004. pp. 283–286 (in Russ.).
5. Kheyfets A.L. [Calculation of the Duration of Insolation Using 3D Modeling of the Autocad Package]. *Bulletin of Ural Federal University. Ser. Construction and Education*, 2004, iss. 7, no. 11 (41), pp. 211–214 (in Russ.).
6. Rvachev V.L. *Metody algebry logiki v matematicheskoy fizike* [Methods of Algebra of Logic in Mathematical Physics]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1974. 256 p.
7. Rvachev V.L. *Teoriya R-funktsiy i nekotorye ee prilozheniya* [Theory of R-Functions and Some of its Applications]. Kiev, 1982. 252 p.
8. Pritykin F.N. *Virtual'noe modelirovanie dvizheniy robotov, imeyushchikh razlichnuyu strukturu kinematicheskikh tsepey* [Virtual Simulation of Movements of Robots Having a Different Structure of Kinematic Circuits]. Omsk, OmGTU Publ., 2014. 172 p.
9. Pritykin F.N. *Parametricheskie izobrazheniya ob"ektov proektirovaniya na osnove ispol'zovaniya yazyka AVTOLISP v srede AVTOKAD* [Parametric Images of Design Objects Based on the Use of the Language AVTOLISP in the AVTOKAD Environment]. Omsk, OmGTU Publ., 2008. 112 p.

Received 28 February 2017

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Притыкин, Ф.Н. Аналитический способ задания областей теней зданий и сооружений с целью определения оптимального их места расположения на заданной местности / Ф.Н. Притыкин, Е.Ю. Шкуро // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». – 2017. – Т. 17, № 2. – С. 59–64. DOI: 10.14529/build170208

FOR CITATION

Pritykin F.N., Shkuro E.Yu. Analytical Method of Defining Shadow Areas of Buildings and Structures to Determine the Optimal Place of Location on the Specified Area. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Construction Engineering and Architecture*. 2017, vol. 17, no. 2, pp. 59–64. (in Russ.). DOI: 10.14529/build170208
