

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ МНОГОЭТАЖНОГО КАРКАСА

А.Н. Потапов, Н.А. Зямбаев

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск

Предложена математическая модель колебаний многоэтажного каркаса при упругопластической работе материала с восстанавливающей силой, изменяющейся по билинейному закону с разгрузкой. Физически нелинейный закон деформирования стоек этажей каркаса представлен в виде диаграммы жесткости «восстанавливающая сила – относительное перемещение». Диаграмма имеет многоцикловый характер и задается с помощью петель упруго-пластического гистерезиса, что позволяет учитывать повторную текучесть и разгрузку в этажах каркаса. Аналитические зависимости динамической восстанавливающей силы записаны для произвольного полуцикла диаграммы деформирования и для любого его участка: нагружения, упрочнения и разгрузки. Математическая модель может быть использована при временном анализе реакции строительных конструкций.

Ключевые слова: каркас, восстанавливающая сила, колебания, перемещение, диаграмма деформирования, полуцикл, упругопластический гистерезис.

Введение. Построение аналитических решений при колебаниях строительных конструкций с учётом упругопластических свойств материала требует использования более сложных инструментов анализа, нежели те, которые применяются при изучении упругих колебаний. В подавляющем большинстве анализ колебаний систем с нелинейной восстанавливающей силой проводится численными методами шагового интегрирования [1–3]. Однако данные методы не позволяют проводить полноценный динамический анализ расчётных моделей сооружений, поскольку существуют проблемы выбора шага интегрирования, сходимости и устойчивости шаговых методов [3, 4].

В реальных условиях колебаний в нагруженных элементах конструкции наряду с текучестью и разгрузкой происходят повторные нелинейные процессы текучести и разгрузки, что затрудняет проведение надёжной оценки динамической реакции с помощью численных методов. В работах последнего времени всё чаще отмечается недостаточность теоретических исследований в области колебаний конструкций с нелинейной восстанавливающей силой [5].

В настоящей работе предложена математическая модель упругопластических колебаний многоэтажного каркаса с динамической восстанавливающей силой (ДВС), изменяющейся по билинейному закону с разгрузкой. Диаграмма деформирования (ДД) «восстанавливающая сила – относительное перемещение» может содержать несколько гистерезисных петель для учета повторных текучестей и разгрузок в этажах каркаса [6].

Поскольку ДД представляет собой кусочно-линейную аппроксимацию, то весь процесс нелинейной динамической реакции по времени разбивается на отдельные (последовательные) интервалы $t \in [t_i, t_{i+1}]$ ($i = 0, 1, 2, \dots$), внутри которых па-

раметры расчетной модели (элементы матриц масс, жесткости и демпфирования) постоянны. Это обеспечивает последовательное построение динамической реакции по схеме упругого решения и является отражением того факта, что на данных интервалах (называемых далее квазилинейными) уравнение движения в математическом плане рассматривается как обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) с постоянными коэффициентами. Моделирование циклических процессов нелинейного деформирования является важной предпосылкой для создания удобной расчетной схемы в рамках теории временного анализа [6, 7]. Некоторые вопросы физически нелинейных колебаний рассматривались в работах [8, 9].

В качестве расчетной динамической модели (рис. 1) была принята сдвиговая модель плоского каркаса, в котором перекрытия этажей считаются абсолютно жесткими, стойки каркаса несжимаемыми и нерастяжимыми, деформирование колонн происходит в поперечном направлении. Таким образом, число степеней свободы n равно количе-

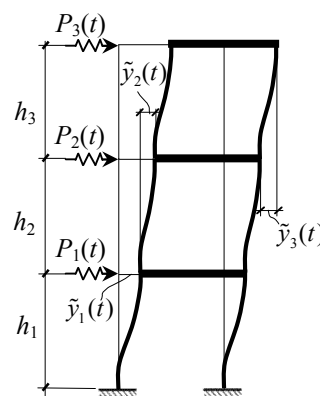


Рис. 1. Расчетная динамическая модель 3-этажного каркаса

ству этажей каркаса. Динамическая нагрузка $P_j(t)$ приложена в уровне перекрытий этажей; $\tilde{y}_j(t)$ – относительные перемещения j -х этажей каркаса.

Уравнение движения системы с n степенями свободы (1а) на любом квазилинейном интервале времени с начальными условиями (1б) в матричном виде записываются так [6, 7] ($t \in [t_i, t_{i+1}]$):

$$\left. \begin{aligned} M\ddot{Y}(t) + C_i\dot{Y}(t) + R(t) &= P(t), \quad (а) \\ Y(t_0) = Y_0, \dot{Y}(t_0) &= \dot{Y}_0, \quad (б) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $M = \text{diag}(m_1, \dots, m_n)$, $C_i = C_i^T \in M_n(R)$ – матрицы масс и демпфирования; $Y(t) = \{y_j(t)\}$, $R(t) = \{R_j(t)\}$, $P(t)$ ($j = 1, \dots, n$) – векторы перемещений, динамических восстанавливающих сил (ДВС) и внешней нагрузки; j – номер этажа; t_0 – время начала действия динамической нагрузки. Параметры матрицы масс считаются неизменными на всем интервале реагирования системы.

Для построения закона «ДВС – относительное перемещение»: $R_j(t) \sim \tilde{y}_j(t)$ рассмотрим упруго-пластическую работу расчетной модели в j -м этаже каркаса. Каждый полуцикл диаграммы имеет три участка деформирования: нагружение, упрочнение и разгрузка. Первому полуциклу соответствуют участки OA , AB и BC (рис. 2).

Аналитические зависимости ДВС в 1-м полуцикле

Рассмотрим построение ДВС на каждом из трех участков. Номер полуцикла у ДВС и перемещений обозначается далее верхним индексом.

Участок нагружения OA. На участке OA ДВС имеет вид:

$$R_j^{(1)}(t) = R_{ej}^{(1)}(t) = \text{tg} \alpha_j \cdot \tilde{y}_j(t), \quad (2)$$

где $R_{ej}^{(1)}(t)$ – квазилинейная восстанавливающая сила в 1-м полуцикле ДД.

Участок упрочнения AB. Здесь воспользуемся вспомогательным построением с помощью прямой $Om \parallel AB$ (рис. 2). Тогда ДВС будет иметь вид:

$$\begin{aligned} R_j^{(1)}(t) &= R_{ej}^{(1)}(t) + R_{uj}^{(1)}(t_1) = \\ &= \text{tg} \beta_j \cdot \tilde{y}_j(t) + \Delta_j y_{0j}, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$R_{ej}^{(1)}(t) = \text{tg} \beta_j \cdot \tilde{y}_j(t), \quad R_{uj}^{(1)}(t_1) = \Delta_j y_{0j}, \quad (4)$$

$$\Delta_j = \text{tg} \alpha_j - \text{tg} \beta_j,$$

t_1 – время начала нелинейной работы (текучесть) стоек j -го этажа (соответствует точке A на ДД).

Участок разгрузки BC. На данном участке стойки j -го этажа получают пластические (необратимые) деформации вследствие появления остаточных перемещений $y_{pj}^{(1)}$. Поэтому ДВС будет содержать остаточную составляющую $R_{pj}^{(1)}(t_2)$:

$$R_j^{(1)}(t) = R_{ej}^{(1)}(t) - R_{pj}^{(1)}(t_2), \quad (5)$$

где

$$R_{ej}^{(1)}(t) = \text{tg} \alpha_j \cdot \tilde{y}_j(t), \quad R_{pj}^{(1)}(t_2) = \text{tg} \alpha_j \cdot y_{pj}^{(1)}, \quad (6)$$

t_2 – время завершения нелинейной работы (начало разгрузки) стоек j -го этажа (соответствует точке B на ДД).

Выражениям (3), (5) дана графическая иллюстрация на рис. 2.

Аналитические зависимости ДВС во 2-м полуцикле

При составлении зависимостей для ДВС во 2-м полуцикле (рис. 3) необходимо определить положение точки D на ДД и дать несколько определений.

Точка D определяется в соответствии с принципом Мазинга [10], утверждающим, что в 1-м цикле переход к неупругому деформированию происходит после упругого деформирования на величину $2\sigma_T$, где σ_T – предел текучести материала. В координатах, принятых на ДД, величина $2\sigma_T$

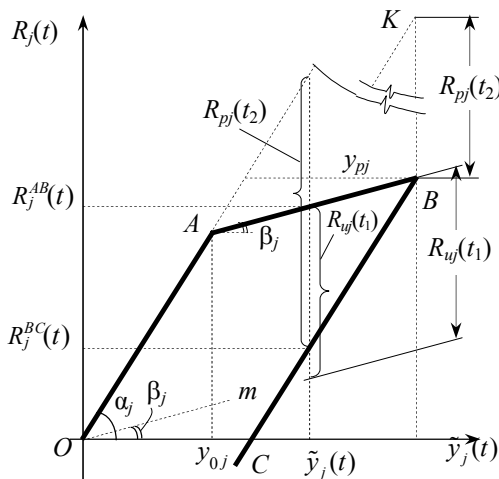


Рис. 2. Диаграмма деформирования 1-го полуцикла j -го этажа каркаса

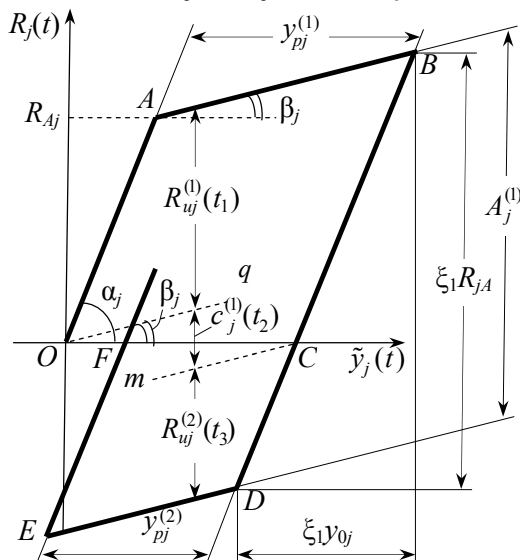


Рис. 3. Диаграмма деформирования для первых двух полуциклов j -го этажа каркаса

Теория расчета строительных конструкций

соответствует удвоенному значению $2R_{Aj}$ (рис. 3), что составляет ординату $2R_{Aj} = \xi_1 y_{0j} \operatorname{tg} \alpha_j$ ($\xi_1 = 2$). Отсюда

$$A_j = \xi_1 y_{0j} \Delta_j. \quad (7)$$

С другой стороны, эта величина заключена между параллельными прямыми, проходящими по линиям упрочнения AB и DE петли упругопластического гистерезиса (УПГ). Поэтому A_j можно представить как сумму трех сил, две из которых есть предельные значения ДВС 1-го и 2-го полуциклов ДД: $R_{ij}^{(1)}(t_1)$, $R_{ij}^{(2)}(t_3)$, а третья включает квазилинейную силу $c_j^{(1)}(t_2)$, действующую в j -м этаже к моменту начала разгрузки, равную:

$$c_j^{(1)}(t_2) = \operatorname{tg} \beta_j y_{pj}^{(1)}. \quad (8)$$

Тогда величина A_j , учитывая соотношение в (4) $R_{ij}^{(1)}(t_1) = \Delta_j y_{0j}$, равна

$$A_j = \Delta_j y_{0j} + \operatorname{abs} (R_{ij}^{(2)}(t_3)) + \operatorname{tg} \beta_j y_{pj}^{(1)}, \quad (9)$$

где t_3 – время начала нелинейной работы (повторная текучесть) в сечениях стоек j -го этажа (соответствует точке D на ДД).

Второе слагаемое в (9) записывается по абсолютной величине, так как $R_{ij}^{(2)}(t_3) < 0$. Последнее слагаемое $c_j^{(1)}(t_2)$ численно равно ординате между параллельными прямыми, проходящими через точки O и C под углом β_j (рис. 3). В физическом смысле это слагаемое суть величина упрочнения материала, приобретенного стойками j -го этажа за 1-й полуцикл ДД.

Присвоим величине A_j верхний индекс, который в отличие от других величин будет означать номер соответствующей петли упругопластического гистерезиса ДД. Величину $A_j^{(1)}$ будем называть амплитудой предельных ДВС 1-й петли УПГ ДД (или короче: предельной амплитудой 1-й петли).

Кроме того, будем придерживаться следующего правила. Так как каждая петля УПГ содержит два полуцикла ДД: предыдущий и последующий, то номер петли УПГ будем определять по номеру предыдущего полуцикла в петле.

Участок нагружения CD. На данном участке ДВС имеет вид:

$$R_j^{(2)}(t) = R_{ej}^{(2)}(t) = R_{ej}^{(1)}(t) - R_{pj}^{(1)}(t_2) = \operatorname{tg} \alpha_j [\tilde{y}_j(t) - y_{pj}^{(1)}], \quad (10)$$

где $R_{ej}^{(2)}(t)$ – квазилинейная составляющая ДВС 2-го полуцикла ДД выражается через соответствующие величины (5), (6) 1-го полуцикла.

Участок упрочнения DE. На этом участке ДВС получаем по формуле:

$$R_j^{(2)}(t) = R_j^{(1)}(t) - A_j^{(1)}$$

как разность между ДВС $R_j^{(1)}(t)$, определяемой

в (4), и предельной амплитудой $A_j^{(1)}$. Учитывая (3) и (7), имеем

$$R_j^{(2)}(t) = R_{ej}^{(1)}(t) + (1 - \xi_1) \Delta_j y_{0j} = \operatorname{tg} \beta_j \tilde{y}_j(t) + (1 - \xi_1) \Delta_j y_{0j}. \quad (11)$$

Используя аналогию с ДВС на участке AB в 1-м полуцикле, выразим вектор $R_j^{(2)}(t)$ через сумму квазилинейной и предельной составляющих ДВС:

$$R_j^{(2)}(t) = R_{ej}^{(2)}(t) + R_{ij}^{(2)}(t_3).$$

Первое слагаемое $R_{ej}^{(2)}(t)$ получим с помощью вспомогательного построения – прямой $Cm \parallel Oq$ (рис. 3), вычитая из силы $R_{ej}^{(1)}(t)$ в (4) величину (8):

$$R_{ej}^{(2)}(t) = R_{ej}^{(1)}(t) - c_j^{(1)}(t_2) = \operatorname{tg} \beta_j [\tilde{y}_j(t) - y_{pj}^{(1)}].$$

Для определения предельной ДВС 2-го полуцикла $R_{ij}^{(2)}(t_3)$ приравняем выражения (7) и (9), откуда будем иметь

$$R_{ij}^{(2)}(t_3) = (1 - \xi_1) \Delta_j y_{0j} + \operatorname{tg} \beta_j y_{pj}^{(1)}.$$

Очевидно, что сумма $R_{ej}^{(2)}(t) + R_{ij}^{(2)}(t_3)$ совпадает с результатом (11).

Участок разгрузки EF. Этот участок диаграммы характеризуется наличием необратимых деформаций отрицательного знака, приобретенных в результате повторной разгрузки в стойках j -го этажа в момент времени t_4 (см. точка E на рис. 3). Так как суммарные пластические перемещения этажа равны $(y_{pj}^{(1)} - y_{pj}^{(2)})$, то остаточная составляющая восстанавливающей силы определяется выражением $R_{pj}^{(2)}(t_4) = \operatorname{tg} \alpha_j (y_{pj}^{(1)} - y_{pj}^{(2)})$. Тогда ДВС на участке EF можно получить вычитанием величины $R_{pj}^{(2)}(t_4)$ из квазилинейной составляющей 1-го полуцикла $R_{ej}^{(1)}(t) = \operatorname{tg} \alpha_j \tilde{y}_j(t)$:

$$R_j^{(2)}(t) = R_{ej}^{(1)}(t) - R_{pj}^{(2)}(t_4) = \operatorname{tg} \alpha_j [\tilde{y}_j(t) - (y_{pj}^{(1)} - y_{pj}^{(2)})]. \quad (12)$$

Общий случай для m полуциклов

Полученные результаты (10)–(12) можно распространить на общий случай физически нелинейных колебаний с произвольным числом полуциклов.

Участки нагружения (OA, CD, ...). На данных участках восстанавливающая сила содержит квазилинейную и остаточную составляющие:

$$\left. \begin{aligned} R_j^{(m)}(t) &= R_{ej}^{(1)}(t) - R_{pj}^{(m-1)}(t_{2m-2}) = \\ &= \operatorname{tg} \alpha_j [\tilde{y}_j(t) - b_j^{(m-1)}], \\ R_{ej}^{(1)}(t) &= \operatorname{tg} \alpha_j \cdot \tilde{y}_j, \\ R_{pj}^{(m-1)}(t_{2m-2}) &= \operatorname{tg} \alpha_j b_j^{(m-1)}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Участки упрочнения (AB, DE, ...). На этих участках ДВС включает квазилинейную и предельную составляющие (рис. 4):

$$\left. \begin{aligned} R_j^{(m)}(t) &= R_{ej}^{(1)}(t) + R_{uj}^{(m)}(t_{2m-1}) - c_j^{(m-1)}(t_{2m-2}) = \\ &= R_{ej}^{(1)}(t) + a_j^{(m)}(t_{2m-1}) = \text{tg}\beta_j \tilde{y}_j(t) + a_j^{(m)}(t_{2m-1}), \\ R_{ej}^{(1)}(t) &= \text{tg}\beta_j \tilde{y}_j(t), \\ a_j^{(m)}(t_{2m-1}) &= R_{uj}^{(m)}(t_{2m-1}) - c_j^{(m-1)}(t_{2m-2}). \end{aligned} \right\} (14)$$

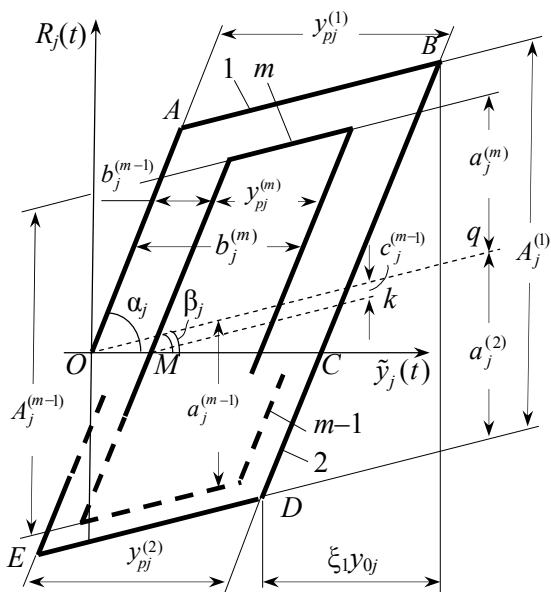


Рис. 4. Диаграмма деформирования с m-м полуциклом

Участки разгрузки (BC, EF, ...). ДВС имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} R_j^{(m)}(t) &= R_{ej}^{(1)}(t) - R_{pj}^{(m)}(t_{2m}) = \\ &= \text{tg}\alpha_j [\tilde{y}_j(t) - b_j^{(m)}], \\ R_{ej}^{(1)}(t) &= \text{tg}\alpha_j \tilde{y}_j(t), R_{pj}^{(m)}(t_{2m}) = \text{tg}\alpha_j b_j^{(m)}. \end{aligned} \right\} (15)$$

В формулах (13), (15) величина $b_j^{(s)}$ = $\sum_{k=1}^s (-1)^{k-1} y_{pj}^{(k)}$ ($s = m-1, m$) выражает суммарное пластическое перемещение стоек j-го этажа на момент времени t_{2s} , соответствующий s полуциклам ДД. В (14) величины $a_j^{(m)}$, $c_j^{(m-1)}$ имеют вид

$$\begin{aligned} a_j^{(m)}(t_{2m-1}) &= \Delta_j y_{0j} \sum_{k=0}^{m-1} (-1)^k \xi_k, \\ c_j^{(m-1)}(t_{2m-2}) &= b_j^{(m-1)} \text{tg}\beta_j, \end{aligned}$$

где $a_j^{(m)}$ представляет обобщенную предельную восстанавливающую силу m-го полуцикла. Согласно (14), эта сила согласована с уровнем 1-го полуцикла (посредством прямой Oq, рис. 4) и численно равна ординате, заключенной между прямой Oq и касательной к линии упрочнения m-го полу-

цикла. Для удобства записи выражения $a_j^{(m)}(t_{2m-1})$ введен коэффициент $\xi_0 = 1$.

Предельная амплитуда m-й петли УПГ равна

$$A_j^{(m)} = \text{abs}(a_j^{(m)}(t_{2m-1}) - a_j^{(m+1)}(t_{2m+1})) = \Delta_j y_{0j} \xi_m.$$

На любом квазилинейном интервале времени $t \in [t_i, t_{i+1}]$ можно выделить следующие особенности построения зависимостей (13–15). Из трёх составляющих ДВС только квазилинейная сила является функцией времени, причём на каждом участке m-го полуцикла данная составляющая выражается через характеристики 1-го полуцикла ДД. Две другие составляющие ДВС (предельная и остаточная) на любом участке m-го полуцикла являются постоянными величинами, не зависящими от времени. Такое представление ДВС позволяет, прибегая к локальным системам координат, выполнять временной анализ в единой системе координат, общей для всех состояний расчетной модели, независимо от характера протекающих в конструктивных элементах процессов (нагрузка, упрочнение, разгрузка).

Матричная форма записи

Полученные формулы можно использовать для построения моделей упругопластических колебаний при условии, что нелинейные процессы протекают одновременно в нескольких этажах каркаса. В общем случае вектор ДВС и его составляющие на квазилинейном интервале времени $t \in [t_i, t_{i+1}]$ записывается так:

$$R(t) = R_e(t) + R_u(t_i) - R_p(t_i), \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} R_e(t) &= K_i Y(t), \\ R_u(t_i) &= R_u(t_{i-1}) + \Delta K(t_i) Y_0, \\ R_p(t_i) &= R_p(t_{i-1}) + K(t_i) Y_{pj}(t_i), \end{aligned} \right\} (17)$$

где $R_e(t)$, $R_u(t_i)$, $R_p(t_i)$ – векторы квазилинейных, предельных и остаточных составляющих ДВС; $K_i = [r_{kl}(t_i)]$ ($k, l = 1, \dots, n$) – матрица жесткости квазиупругой системы; $\Delta K_i = K_{i-1} - K_i$ – разность матриц жесткости на i-1-х и i-х интервалах времени; $Y_0 = [y_{0j}]$, $Y_{pj}(t_i) = [y_{pj}^{(k)}(t_i)]$ ($j = 1, \dots, n$) – векторы, соответственно, предельно упругих и остаточных перемещений стоек j-х этажей каркаса.

Элементы $r_{kl}(t_i)$ матрицы жесткости каркаса зависят от жесткостей стоек j-х этажей, за величины которых в зависимости от состояния системы к моменту времени t_i отвечают параметры $\text{tg}\alpha_j$ или $\text{tg}\beta_j$ на ДД (см. рис. 2, 3). Вектор $Y_{pj}(t_i)$ остаточных перемещений j-го этажа каркаса формируется в момент начала разгрузки и имеет следующую структуру: первые j-1 компоненты вектора равны нулю, остальные, начиная с j-й, равны перемещению $y_{pj}^{(k)}$, где k – номер полуцикла ДД. Векторы предельных $R_u(t_{i-1})$ и остаточных $R_p(t_{i-1})$ ДВС фор-

мируются на предыдущем интервале времени $t \in [t_{i-1}, t_i]$.

Разделение вектора ДВС (16) на линейную составляющую $R_e(t)$, зависящую от времени, и постоянные составляющие $R_u(t_i)$, $R_p(t_i)$ даёт возможность построения алгоритма решения нелинейной динамической задачи. В соответствии с алгоритмом весь процесс нелинейной реакции во времени разбивается на ряд последовательных квазилинейных интервалов $t \in [t_i, t_{i+1}]$ ($i = 0, 1, \dots$), внутри которых динамическая реакция вычисляется по схеме упругого решения.

Для реализации такой задачи подставим вектор ДВС (16) в ОДУ (1а). Переносим постоянные составляющие ДВС в правую часть уравнения, формируем на интервале $t \in [t_i, t_{i+1}]$ вектор обобщённой динамической нагрузки

$$f(t) = P(t) - R_u(t_i) + R_p(t_i). \quad (18)$$

В левой части уравнения движения находится линейная составляющая ДВС (17) $R_e(t) = K_i Y(t)$, обеспечивающая выполнение предложенного алгоритма. В результате такого преобразования приходим на квазилинейном интервале времени $t \in [t_i, t_{i+1}]$ к анализу линейного дифференциального уравнения (19а) при начальных условиях (19б):

$$\left. \begin{aligned} M + C_i \ddot{Y}(t) + K_i Y(t) &= f(t), \quad (а) \\ Y(t_i) &= Y_0, \quad \dot{Y}(t_i) = \dot{Y}_0. \quad (б) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Непрерывность процесса колебаний квазиупругой расчетной модели обеспечивается постановкой начальных условий (19б), назначаемых из аналитических выражений реакции в конце предыдущего интервала времени $t \in [t_{i-1}, t_i]$.

Выводы

Предложена математическая модель колебаний многоэтажного каркаса с упругопластической восстанавливающей силой, аппроксимируемой кусочно-линейно функцией в координатах «восстанавливающая сила – относительное перемещение». Выражения ДВС получены для произвольного номера полуцикла диаграммы жесткости и представлены в виде суммы линейной и нелинейной составляющих. Показано, что линейная составляющая ДВС для любого участка диаграммы всегда строится для 1-го полуцикла ДД независимо от числа петель упругопластического гистерезиса

и независимо от характера участка в пределах полуцикла. Это позволяет выполнять временной анализ в рамках единого алгоритма для всех состояний расчетной модели (при нагружении, упругости и разгрузке).

Литература

1. Васильков, Г.В. Об устойчивости прямых методов решения физически нелинейных динамических задач строительной механики / Г.В. Васильков // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1986. – № 10. – С. 41–45.
2. Васильков, Г.В. Метод точечного сохранения инвариантов в решении нестационарных задач механики / Г.В. Васильков, Н.Г. Имедашвили // Известия вузов. Строительство. – 1997, № 4. – С. 60–68.
3. Шапошников, Н.Н. Развитие методов численного интегрирования уравнений движения динамических систем / Н.Н. Шапошников, С.К. Кашаев, О.В. Белозерская // Известия вузов. Строительство. – 1997. – № 7. – С. 89–93.
4. Клаф, Р. Динамика сооружений / Р. Клаф, Д.Ж. Пензиен. – М.: Стройиздат, 1979. – 320 с.
5. Еремеев, П.Г. Предотвращение лавинообразного (прогрессирующего) обрушения несущих конструкций уникальных большепролетных сооружений при аварийных воздействиях / П.Г. Еремеев // Строительная механика и расчет сооружений. – 2006. – № 2. – С. 65–72.
6. Потапов, А.Н. Временной анализ реакции дискретных систем с учетом физической и конструктивной нелинейности. / А.Н. Потапов, Е.М. Уфимцев // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2014. – Т. 10, № 3. – С. 147–158.
7. Потапов, А.Н. Динамический анализ дискретных диссипативных систем при нестационарных воздействиях / А.Н. Потапов. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2003. – 167 с.
8. Гольденблат, И.И. Расчет конструкций на действие сейсмических и импульсивных сил / И.И. Гольденблат, Н.А. Николаенко. – М.: Госстройиздат, 1961. – 320 с.
9. Попов, Н.Н. Динамический расчет железобетонных конструкций / Н.Н. Попов, Б.С. Расторгуев. – М.: Стройиздат, 1974. – 208 с.
10. Москвитин, В.В. Циклические нагружения элементов конструкций / В.В. Москвитин. – М.: Наука, 1981. – 344 с.

Потапов Александр Николаевич, профессор, доктор технических наук, профессор кафедры «Строительное производство и теория сооружений», Южно-Уральский государственный университет (Челябинск), potapov.alni@gmail.com

Зямбаев Никита Александрович, аспирант кафедры «Строительное производство и теория сооружений», Южно-Уральский государственный университет (Челябинск), nikzyam@mail.ru

Поступила в редакцию 16 марта 2017 г.

THE CREATION OF A MATHEMATICAL MODEL OF PHYSICALLY NONLINEAR OSCILLATIONS OF A MULTISTORY FRAME

A.N. Potapov, potapov.alni@gmail.com

N.A. Ziambaev, nikzyam@mail.ru

South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

The paper presents a mathematical model of oscillations of a multi-storey frame under elastoplastic work of a material with a restoring force, varying according to the bilinear law with unloading. Physically nonlinear pattern of deformation of the columns of the floors of the frame is given in the form of the stiffness diagram “restoring force – relative displacement”. The diagram is of a multi-cycle character and is set by the elastoplastic hysteresis loops, which allows us to take into account the repeated yielding and unloading at the floors of the frame. The analytical patterns of the dynamic restoring force are given for the unrestricted half cycle of the deformational diagram and for its sections: loading, hardening and unloading. The mathematical model can be used in the time analysis of the response of building structures.

Keywords: frame, restoring force, oscillations, displacement, diagram of deformation, the half cycle, elastoplastic hysteresis.

References

1. Vasil'kov G.V. [About Stability of Direct Methods of the Solution of Physically Nonlinear Dynamic Problems of Structural Mechanics]. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo i arkhitektura* [News of Higher Educational Institutions. Construction], 1986, no. 10, pp. 41–45 (in Russ.).
2. Vasil'kov G.V., Imedashvili N.G. [The Method of Point Preservation of Invariants in Solving Nonstationary Problems of Mechanics]. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo* [News of Higher Educational Institutions. Construction], 1997, no. 4, pp. 60–68 (in Russ.).
3. Shaposhnikov N.N., Kashaev S.K., Belozerskaya O.V. [The Development of Methods for the Numerical Integration of the Equations of Motion of Dynamical Systems]. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo* [News of Higher Educational Institutions. Construction], 1997, no. 7, pp. 89–93 (in Russ.).
4. Klaf R., Penzien D.Zh. *Dinamika sooruzheniy* [Dynamics of Structures]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1979. 320 p.
5. Eremeev P.G. [Preventing of Avalanche (Progressive) Collapse of Bearing Designs of Unique Long-Span Structures under Accidental Impacts]. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy* [Structural Mechanics and Analysis of Constructions], 2006, no. 2, pp. 65–72 (in Russ.).
6. Potapov A.N., Ufimtsev E.M. [Time Analysis of Discrete Systems Taking into Account the Physical and Structural Nonlinearity]. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 2014, vol. 10, no. 3, pp. 147–158 (in Russ.).
7. Potapov A.N. *Dinamicheskii analiz diskretnykh dissipativnykh sistem pri nestatsionarnykh vozdeystviyakh* [Dynamic Analysis of Discrete Dissipative Systems under Nonstationary Effects]. Chelyabinsk, South Ural St. Univ. Publ., 2003. 167 p.
8. Gol'denblat I.I., Nikolaenko N.A. *Raschet konstruksiy na deystvie seymicheskikh i impul'sivnykh sil* [Structural Analysis under the Influence of Seismic and Impulsive Forces]. Moscow, Gosstroyizdat Publ., 1961. 320 p.
9. Popov N.N., Rastorguev B.S. *Dinamicheskii raschet zhelezobetonnykh konstruksiy* [Dynamic Analysis of Reinforced Concrete Structures]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1974. 208 p.
10. Moskvitin V.V. *Tsiklicheskie nagruzheniya elementov konstruksiy* [Cyclic loading of structural elements]. Moscow, Nauka Publ., 1981. 344 p.

Received 16 March 2017

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Потапов, А.Н. Построение математической модели физически нелинейных колебаний многоэтажного каркаса / А.Н. Потапов, Н.А. Зямбаев // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». – 2017. – Т. 17, № 3. – С. 12–17. DOI: 10.14529/build170302

FOR CITATION

Potapov A.N., Ziambaev N.A. The Creation of a Mathematical Model of Physically Nonlinear Oscillations of a Multistory Frame. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Construction Engineering and Architecture*. 2017, vol. 17, no. 3, pp. 12–17. (in Russ.). DOI: 10.14529/build170302