

Инженерное оборудование зданий и сооружений

УДК 691.33

DOI: 10.14529/build180209

ПОГРЕШНОСТЬ УПРОЩЕННОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ СРЕДНЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ НА УЧАСТКЕ ТЕПЛОПРОВОДА

С.В. Панферов, Е.К. Дорошенко

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Россия

Рассмотрена задача оценки погрешности вычисления средней температуры теплоносителя на участке теплопровода как полусуммы двух температур его граничных точек. Установлено, что в соответствии с физикой процесса температура теплоносителя по длине трубы распределяется по экспоненциальной кривой. Получены точные формулы как для средней по длине участка температуры теплоносителя, так и для погрешности оценки средней температуры по упрощенной формуле. Показано, что упрощенная формула дает точное значение средней температуры только в том случае, если распределение температуры теплоносителя вдоль теплопровода является линейным, что наблюдается в реальных условиях лишь достаточно приближенно. Приведены случаи, когда погрешность оценки по упрощенной формуле является достаточно малой величиной. Установлено, что погрешность оценки зависит от линейного термического сопротивления теплопередаче, расхода теплоносителя, его удельной теплоемкости и длины участка теплопровода. С увеличением в реальных диапазонах линейного термического сопротивления теплопередаче, расхода теплоносителя, его удельной теплоемкости погрешность оценки уменьшается, а распределение температуры по длине участка в большей мере приближается к линейному. С увеличением длины участка, наоборот, погрешность оценки растет. Для выбранных конкретных условий исследованы зависимости погрешности оценки от расхода теплоносителя и длины участка. Результаты работы могут быть использованы при выполнении теплотехнических расчетов систем отопления и теплоснабжения, а также и трубопроводных систем.

Ключевые слова: теплопровод, теплоноситель, средняя температура на участке, погрешность оценки, расход теплоносителя, полусумма двух температур, линейное термическое сопротивление теплопередаче.

Постановка задачи. При выполнении теплотехнических расчетов инженерных систем зданий и сооружений часто необходимо определять среднее значение температуры воды (теплоносителя) на участке трубопровода (теплопровода) [1–5]. При этом обычно искомое среднее значение температуры воды вычисляют по упрощенной формуле – по ее температурам в двух точках – в начале и в конце участка [1–5]. Вместе с тем интересно бы знать, какова погрешность такого метода вычисления и в каких случаях такой метод вычисления вполне допустим. В данной работе и рассматривается решение этой задачи для условий стационарного теплообмена.

Распределение температуры теплоносителя вдоль трубы. Понятно, что погрешность упрощенного вычисления средней температуры зависит от того, как температура теплоносителя изменяется вдоль поверхности теплообмена – по длине трубы. Поэтому для решения поставленной задачи следует, в первую очередь, выяснить, как в соот-

ветствии с физикой процессов теплообмена и течения в трубах температура жидкости изменяется во времени и в пространстве – по длине трубы. Данная задача рассматривалась в работах [6–10]. Выявлено, что в установившемся режиме распределение температуры теплоносителя по длине теплопровода подчиняется следующему уравнению [6–9]:

$$t = t_B + (t^0 - t_B) \cdot \exp\left(-\frac{\pi L}{cGR_L}\right), \quad (1)$$

где t^0 , $t(L)$ – температура теплоносителя в начале и в точке L по длине теплопровода, t_B – температура окружающей среды, c и G – соответственно теплоемкость теплоносителя и его массовый расход, R_L – линейное термическое сопротивление теплопередаче теплопровода.

Как видно из уравнения (1), температура теплоносителя по длине трубы распределяется по экспоненциальной кривой, причем при $G \rightarrow \infty$

температура теплоносителя во всех точках по длине теплопровода $t \rightarrow t^0$, т. е. она практически не изменяется по длине трубы и равна температуре в начале участка. Если же $G \rightarrow 0$, то $t \rightarrow t_B$, т. е. температура теплоносителя во всех точках по длине теплопровода практически мгновенно опускается до температуры окружающего воздуха.

Из уравнения (1) видно, что температура теплоносителя по длине теплопровода является функцией безразмерного комплекса (обобщенной переменной) $X = \frac{L}{cGR_L}$. На рис. 1 приведен график

этой зависимости от комплекса $X = \frac{L}{cGR_L}$ при $t^0 = 90^\circ\text{C}$ и $t_B = 20^\circ\text{C}$. Как видно из рис. 1, основное изменение температуры теплоносителя наблюдается при $0 < X < 1,5$, что имеет место либо при $0 < L < 1,5 \cdot cGR_L$, либо при $G > \frac{L}{1,5 \cdot cR_L}$.

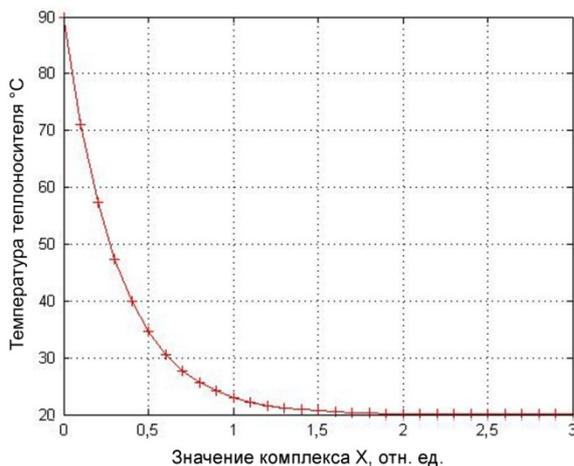


Рис. 1. Зависимость температуры теплоносителя от значения безразмерного комплекса X

Определение погрешности вычисления и анализ полученных соотношений. Известно, что точное значение средней температуры теплоносителя на участке $[0; L]$ вычисляется по формуле

$$\bar{t} = \frac{1}{L} \int_0^L t(L) dL \quad (2)$$

Поэтому, подставляя выражение (1) в формулу (2), получим следующее соотношение:

$$\begin{aligned} \bar{t} &= \frac{1}{L} \int_0^L t(L) dL = \frac{1}{L} \int_0^L [t_B + (t^0 - t_B) \cdot \exp(-\frac{\pi L}{cGR_L})] dL = \\ &= t_B + \frac{(t^0 - t_B)cGR_L}{\pi L} [1 - \exp(-\frac{\pi L}{cGR_L})]. \end{aligned} \quad (3)$$

Однако для участка $[0; L]$ может быть применена и упрощенная формула вычисления средней

температуры теплоносителя, которая имеет вид [1–5]:

$$\bar{t}_{yII} = \frac{t^0 + t(L)}{2} \quad (4)$$

Подставляя в формулу (4) выражение (1), получим, что найденная таким образом величина \bar{t}_{yII} будет равна следующему соотношению:

$$\bar{t}_{yII} = t^0 + \frac{t_B}{2} [1 - \exp(-\frac{\pi L}{cGR_L})], \quad (5)$$

которое, как видно, совсем не равно точному значению средней температуры, вычисляемому по формуле (3). Формула (4) будет давать точное значение средней температуры теплоносителя только в том случае, если температура теплоносителя будет распределяться вдоль теплопровода по прямой и будет при этом знакопостоянной функцией, что, как правило, имеет место. В самом деле, в этом случае

$$\begin{aligned} \bar{t} &= \frac{1}{L} \int_0^L t(L) dL = \frac{1}{L} S_{TP} = \\ &= \frac{1}{L} \cdot \frac{t^0 + t(L)}{2} \cdot L = \frac{t^0 + t(L)}{2}, \end{aligned}$$

где S_{TP} – площадь прямолинейной трапеции, образованной линейной знакопостоянной зависимостью $t(L)$ и осью абсцисс на отрезке $[0; L]$.

Погрешность вычисления средней температуры теплоносителя по формуле (4), очевидно, будет равна

$$\begin{aligned} \delta &= \bar{t} - \bar{t}_{yII} = (t_B - t^0) + \\ &+ [1 - \exp(-\frac{\pi L}{cGR_L})] \times [\frac{(t^0 - t_B)cGR_L}{\pi L} - \frac{t_B}{2}]. \end{aligned} \quad (6)$$

Рассмотрим различные варианты определения погрешности вычисления средней температуры теплоносителя.

1. Известно, что при малых значениях величины L можно считать, что $\exp(-\frac{\pi L}{cGR_L}) \approx 1 - \frac{\pi L}{cGR_L}$,

т. е. $[1 - \exp(-\frac{\pi L}{cGR_L})] \approx \frac{\pi L}{cGR_L}$, поэтому погрешность вычисления средней температуры теплоносителя по упрощенной формуле будет равна

$\delta = -t_B \frac{\pi L}{2cGR_L}$. Понятно, что в этом случае $\delta \rightarrow 0$ при $L \rightarrow 0$. Кроме того, отсюда также видно, что погрешность оценки будет уменьшаться с увеличением любой из величин – удельной теплоемкости c , линейного термического сопротивления теплопередаче теплопровода R_L и расхода теплоносителя G .

2. Если $t_B \ll t^0$, тогда погрешность вычисления средней температуры теплоносителя по упрощенной формуле будет равна

$\delta = -t^0 + [1 - \exp(-\frac{\pi L}{cGR_L})] \times \frac{t^0 cGR_L}{\pi L}$. Отсюда следует, что при прочих равных условиях, модуль погрешности растет с ростом температуры теплоносителя в начале участка t^0 .

3. Если одновременно L достаточно малая величина (т. е. $[1 - \exp(-\frac{\pi L}{cGR_L})] \approx \frac{\pi L}{cGR_L}$) и $t_B \ll t^0$, то из последней формулы следует, что $\delta \approx 0$.

Таким образом, погрешность вычисления средней температуры теплоносителя на участке по упрощенной формуле близка к нулю, только если длина участка трубопровода мала, а температура окружающей среды намного меньше температуры теплоносителя в трубопроводе. Во всех остальных случаях при определении средней температуры теплоносителя по формуле (4) появляется погрешность вычисления, которая в общем случае может быть найдена по формуле (6). Для примера найдем погрешность вычисления средней температуры теплоносителя по упрощенной формуле для случая, когда, например, использовалась обыкновенная водогазопроводная труба условным диаметром $D_y = 20$ мм и длиной 3 м. Линейное термическое сопротивление теплопередаче R_L такого теплопровода определили по экспериментальным данным методом работы [1], оно оказалось равным $2,49 \frac{M \cdot ^\circ C}{Вт}$. Пусть температура теплоносителя в начале участка равна $t^0 = 90$ °C, а температура окружающей среды $t_B = 20$ °C. Расчет по формуле (6) дал следующие результаты: если расход теплоносителя равен $G = 0,003$ кг/с, то $\delta = -12,2$ °C; если же $G = 0,009$ кг/с, то $\delta = -4,4$ °C. Таким образом, погрешность вычисления средней температуры теплоносителя по упрощенной формуле

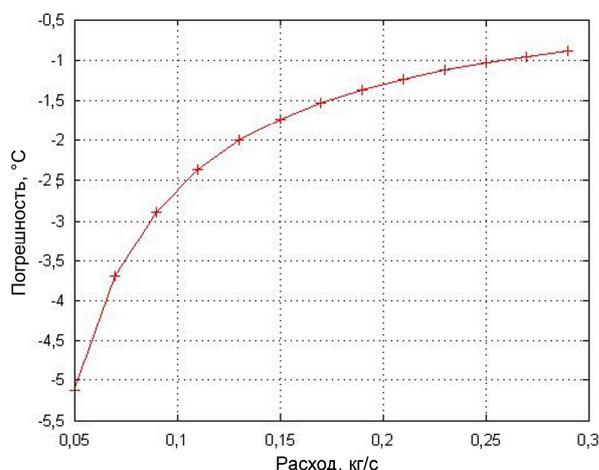


Рис. 2. Зависимость погрешности вычисления средней температуры теплоносителя на участке от его расхода

уменьшается с увеличением расхода теплоносителя через трубопровод, что, как нетрудно видеть, вполне согласуется с вышеизложенным. Поскольку, как это хорошо видно из вышеприведенных соотношений, влияние теплоемкости теплоносителя c и линейного термического сопротивления теплопередаче теплопровода R_L имеет тот же характер, то достаточно обоснованно можно утверждать, что с увеличением c и R_L погрешность оценки также будет уменьшаться.

Известно, что из условия бесшумности скорость воды в трубопроводах систем отопления не должна превышать 0,8 м/с [3–5, 11], поэтому интересно узнать погрешность упрощенного вычисления средней температуры теплоносителя для расходов воды, соответствующих скоростям $0,5 \div 0,8$ м/с. Результаты таких расчетов для трубопровода с $D_y = 20$ мм и длиной 20 м приведены на рис. 2.

Как видно из рис. 2, для указанных условий модуль погрешности вычисления средней температуры теплоносителя по упрощенной формуле заметно увеличивается при малых расходах теплоносителя. Обуславливается это тем, что при малых расходах теплоносителя «похожесть» кривой распределения температуры теплоносителя вдоль трубы на прямую существенно уменьшается, ее кривизна [12] заметно увеличивается. Как было установлено выше, упрощенная формула дает точное значение средней температуры только при прямолинейном распределении температуры теплоносителя по длине теплопровода. Как известно [12], прямая представляет собой линию нулевой кривизны.

На рис. 3 показано, как меняется погрешность оценки в зависимости от длины участка для трех различных значений расхода теплоносителя, считая снизу вверх — для $G = 0,05$ кг/с; для $G = 0,1$ кг/с; для $G = 0,2$ кг/с.

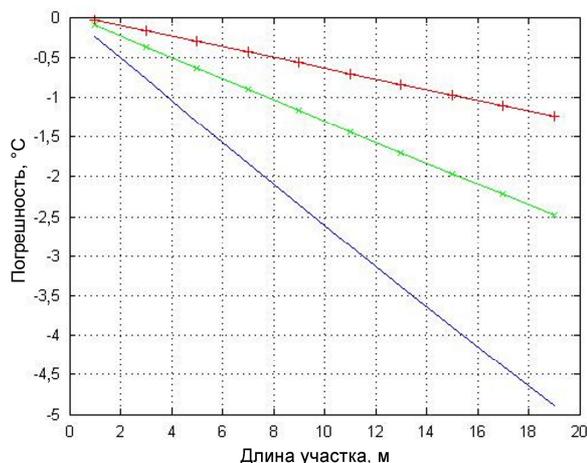


Рис. 3. Зависимость погрешности вычисления средней температуры теплоносителя от длины участка теплопровода

Как видно из рис. 3, с увеличением длины участка погрешность оценки средней температуры теплоносителя по упрощенной формуле по модулю растет, причем тем в большей степени, чем меньше расход.

Отметим также, что во всех наших расчетах получалось, что $\delta < 0$, т. е. $\bar{t} < \bar{t}_{уп}$ – упрощенная формула дает завышенное значение средней температуры, что может привести к просчетам при подборе оборудования и ограждающих конструкций [13–15].

Выводы

Рассмотрена задача оценки погрешности вычисления средней температуры теплоносителя на участке теплопровода по температурам двух его граничных точек. Найдена формула для погрешности оценки. Указаны факторы, влияющие на погрешность оценки, а также и случаи, когда упрощенная формула без существенной погрешности может быть применена для вычисления средней по длине участка температуры теплоносителя.

Литература

1. Михеев, М.А. Основы теплопередачи / М.А. Михеев, И.М. Михеева. – М.: Энергия, 1977. – 343 с.
2. Соколов, Е.Я. Теплофикация и тепловые сети: учебник для вузов / Е.Я. Соколов – 7-е изд., стереот. – М.: Изд-во МЭИ, 2001. – 472 с.
3. Сканава, А.Н. Отопление: учебник / А.Н. Сканава, Л.М. Махов. – М.: Издательство АСВ, 2002. – 576 с.
4. Яушовец, Р. Гидравлика – сердце водяного отопления / Р. Яушовец; пер. с нем. – Вена: Изд-во Герц Арматурен ГмБх, 2005. – 199 с.
5. Тиатор, И. Отопительные системы / И. Тиатор; пер. с нем. Т.Н. Зазаевой. – М.: Изд-во «Техносфера. Евроклимат», 2006. – 271 с.
6. Панферов, В.И. Параметрическая идентификация модели распределения температуры теплоносителя по длине теплопровода / В.И. Панферов, Ю.О. Миханькова // Строительство и образование: сб. науч. тр., вып. 4. – Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2000. – С. 161–163.
7. Панферов, В.И. Моделирование нестационарного распределения температуры теплоносителя по длине теплопровода / В.И. Панферов // Динамика машин и рабочих процессов: сб. докладов Всероссийской научно-техн. конф. – Челябинск: ЮУрГУ, 2002. – С. 118–121.
8. Панферов, В.И. Моделирование нестационарного распределения температуры теплоносителя по длине теплопровода / В.И. Панферов // Научно-техн. проблемы систем теплогазоснабжения, вентиляции, водоснабжения и водоотведения: Межвузовский сб. научн. тр. – Воронеж: ВГАСУ, 2002. – С. 96–99.
9. Панферов, В.И. Моделирование и идентификация тепловых режимов трубопроводных систем / В.И. Панферов // Механика и процессы управления. Т. 1: Труды XXXIV Уральского семинара по механике и процессам управления. – Екатеринбург: Уральское отделение РАН, 2004. – С. 259–268.
10. Девятков, Б.Н. Теория и методы анализа управляемых распределенных процессов / Б.Н. Девятков, Н.Д. Демиденко – Новосибирск: Наука. – 1983. – 271 с.
11. Maximum and design hot water loads in district heating substations / L. Arvastson, S. Frederiksen, T. I. Hoel et al. // 5th International Symposium on Automation of District Heating Systems, 20–23 August 1995, Otaniemi, Espoo, Finland.
12. Пискунов, Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления / Н.С. Пискунов. – М.: Наука, 1976. – Т. 1. – 456 с.
13. Шарапов, В.И. Регулирование нагрузки систем теплоснабжения / В.И. Шарапов, П.В. Ротов. – М.: Изд-во «Новости теплоснабжения», 2007. – 164 с.
14. Богословский, В.Н. Строительная теплофизика / В.Н. Богословский. – СПб.: Изд-во «АВОК Северо-Запад», 2006. – 400 с.
15. Фокин, К.Ф. Строительная теплотехника ограждающих частей зданий / К.Ф. Фокин. – М.: АВОК-ПРЕСС, 2006. – 256 с.

Панферов Сергей Владимирович, кандидат технических наук, доцент кафедры градостроительства, инженерных сетей и систем, Южно-Уральский государственный университет (Челябинск), tgsiv@mail.ru.

Дорошенко Елена Константиновна, ст. преподаватель кафедры градостроительства, инженерных сетей и систем, Южно-Уральский государственный университет (Челябинск).

Поступила в редакцию 23 января 2018 г.

ERROR IN A SIMPLIFIED CALCULATION OF THE AVERAGE TEMPERATURE OF THE HEAT-TRANSFER AGENT AT THE HEATING PIPELINE SECTION

S.V. Panferov, tgsiv@mail.ru

E.K. Doroshenko

South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

The problem of error estimation for the calculation of the average temperature of the heat-transfer agent on a heating pipeline section as a half-sum of two temperatures of its boundary points is considered. It is established that in accordance with the physics of the process, the temperature of the heat transfer agent along the length of the pipe is distributed by an exponential curve. Precise formulas are obtained both for the mean length of the heat transfer agent temperature region and for the error in estimating the average temperature from the simplified formula. It is shown that the simplified formula gives the exact value of the average temperature only if the distribution of the temperature of the heat transfer agent along the heat pipeline is linear, which is approximately observed under real conditions. The cases are presented where the error in estimating a simplified formula is a sufficiently small quantity. It is established that the estimation error depends on the linear thermal resistance to heat transfer, consumption of a heat transfer agent, its specific thermal capacity and the length of the heat-pipe section. With the increase in real ranges of the linear thermal resistance of the heat transfer, the consumption of a heat transfer agent, its specific thermal capacity, the estimation error decreases, and the temperature distribution along the length of the section approximates the linear one to a greater extent. On the contrary, with an increase in the length of the section, the estimation error increases. For selected specific conditions, the dependence of the estimation error on the consumption of a heat transfer agent and the length of the section has been investigated. The results of the work can be used in performing thermal and technical calculations of heating and heat supply systems, as well as pipeline systems.

Keywords: heat pipeline, heat transfer agent, average temperature on the section, estimation error, consumption of a heat transfer agent, half-sum of two temperatures, linear thermal resistance to heat transfer.

References

1. Mikheev M.A., Mikheeva I.M. *Osnovy teploperedachi* [Fundamentals of Heat Transfer]. Moscow, Energiya Publ., 1977. 343 p.
2. Sokolov E.Ya. *Teplofikatsiya i teplovye seti* [District Heating and Heat Networks]. Moscow, MEI Publ., 2001. 472 p.
3. Skanavi A.N., Makhov L.M. *Otoplenie* [Heating]. Moscow, DIA Publ., 2002. 576 p.
4. Yaushovetts R. *Gidravlika – serdtse vodyanogo otopleniya* [Hydraulics – is the Heart of Water Heating]. Vienna, Hertz Armaturen Publ., 2005. 199 p.
5. Tiator I. *Otopitel'nye sistemy* [Heating Systems]. Moscow, Technosfera Euroclimate Publ, 2006. 271 p.
6. Panferov V.I., Mikhan'kova Yu.O. [Parametric Identification of the Heat Carrier Temperature Distribution Model Along the Length of the Heat Conductor]. *Stroitel'stvo i obrazovanie: sbornik nauchnykh trudov* [Construction and Education: a Collection of Scientific Papers]. Ekaterinburg, USTU Publ., 2000, iss. 4, pp. 161–163 (in Russ.).
7. Panferov V.I. [Simulation of the Non-Stationary Distribution of the Coolant Temperature Along the Length of the Heat Conductor]. *Dinamika mashin i rabochikh protsessov: sb. докладов Vserossiyskoy nauchno-tekhn. konf.* [Dynamics of Machines and Work Processes: a Collection of Reports of the All-Russian Scientific and Technical Conference]. Chelyabinsk, South Ural St. Univ. Publ., 2002, pp. 118–121 (in Russ.).
8. Panferov V.I. [Simulation of the Non-Stationary Distribution of the Coolant Temperature along the Length of the Heat Conductor]. *Nauchno-tekhn. problemy sistem teplogazosnabzheniya, ventilyatsii, vodosnabzheniya i vodootvedeniya: Mezhhuzovskiy sb. nauchn. tr.* [Scientific and Technical Problems of Systems of Heat and Gas Supply, Ventilation, Water Supply and Water Disposal: Interuniversity Collection of Scientific Works]. Voronezh, VGASU Publ., 2002, pp. 96–99 (in Russ.).
9. Panferov V.I. [Modeling and Identification of Thermal Conditions of Pipeline Systems]. *Mekhanika i protsessy upravleniya. Trudy XXXIV Ural'skogo seminar po mekhanike i protsessam upravleniya* [Mechanics and Management Processes. Proceedings of the XXXIV Ural Seminar on Mechanics and Control Processes]. Ekaterinburg, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences Publ., 2004, vol. 1, pp. 259–268 (in Russ.).

10. Devyatov B.N., Demidenko N.D. *Teoriya i metody analiza upravlyaemykh raspredelennykh protsessov* [Theory and Methods of Analyzing Managed Distributed Processes]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1983, 271 p.
11. Arvastson L., Frederiksen S., Hoel T. I., Holst J., Holtsberg A., Svensson B., Wollerstrand J. [Maximum and Design Hot Water Loads in District Heating Substations]. [5th International Symposium on Automation of District Heating Systems]. Finland, Otaniemi, Espoo, 1995.
12. Piskunov N.S. *Differentsial'noe i integral'noe ischisleniya. Tom 1* [Differential and Integral Calculus. Volume 1]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 456 p.
13. Sharapov V.I., Rotov P.V. *Regulirovanie nagruzki sistem teplosnabzheniya* [Load Control of Heating Systems]. Moscow, Publishing House "News of heat supply." 2007. 164 p.
14. Bogoslovskiy V.N. *Stroitel'naya teplofizika* [Building Thermal Physics]. St. Petersburg, AVOK North-west Publ., 2006. 400 p.
15. Fokin K.F. *Stroitel'naya teplotekhnika ogradhdayushchikh chastei zdaniy* [Construction Thermotechnics External Parts of Buildings]. Moscow, AVOK PRESS Publ., 2006. 256 p.

Received 23 January 2018

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Панферов, С.В. Погрешность упрощенного вычисления средней температуры теплоносителя на участке теплопровода / С.В. Панферов, Е.К. Дорошенко // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». – 2018. – Т. 18, № 2. – С. 64–69. DOI: 10.14529/build180209

FOR CITATION

Panferov S.V., Doroshenko E.K. Error in a Simplified Calculation of the Average Temperature of the Heat-Transfer Agent at the Heating Pipeline Section. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Construction Engineering and Architecture*. 2018, vol. 18, no. 2, pp. 64–69. (in Russ.). DOI: 10.14529/build180209
