

Основания и фундаменты, подземные сооружения

УДК 624.131

DOI: 10.14529/build190103

ТЕОРИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИВЯЗКОЖЕСТКОЙ ДЕФОРМАЦИИ ПРЕДЕЛЬНО-НАПРЯЖЕННЫХ ГРУНТОВ В ОСНОВАНИЯХ НАГРУЖАЕМЫХ ОДИНОЧНЫХ СВАЙ: МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Л.М. Борозенец

Тольяттинский государственный университет, г. Тольятти, Россия

Исследования проведены в соответствии с известной необходимостью создания единой теории нелинейного упругопластическивязкожесткого деформирования предельно-напряженных зернистых грунтов в основаниях нагружаемых одиночных свай. Начальный материал изложен в первой статье «Теория нелинейной упругопластическивязкожесткой деформации предельно-напряженных грунтов в основаниях нагружаемых одиночных свай: механическая модель». В данной статье проведен дифференцирующий анализ деформации экспериментально исследованного основания штампа, в результате которого разработаны методологии: построения отдельных расчетных графиков упругих, пластических, вязких и жестких деформаций грунта; теоретического определения нелинейных обших, упругих, пластических, вязких и жестких деформаций грунта; расчетного определения эталонных поступенчатых коэффициентов пропорциональности модулей нелинейных обших, упругих, пластических, вязких и жестких деформаций грунта. Разработана теория геометрических параметров и их соотношений напряженных деформированных состояний грунта. Приведены обобщенные выводы по сущности содержания положений разработанной теории.

Ключевые слова: теория, напряжение, деформация, взаимодействие, упругопластическивязкожесткость, процесс, свая, грунт, основание, сдвиг, равновесие, устойчивость, осадка.

Введение

Решаемая проблема базируется на известных положениях теории напряжения нелинейного упругопластическивязкого взаимодействия нагружаемой одиночной свай с грунтами основания [1] и в продолжение дополнительно разработанных: основных положений модели теории нелинейного деформирования предельно-напряженных зернистых пылевато-глинистых и песчаных грунтов; отличительных особенностей зернистой среды в роли модели механического поведения указанных грунтов под нагрузкой; дифференцирующем анализе деформации экспериментально исследованного в полевых условиях основания штампа; представлении уплотненного ядра грунта в форме кругового конуса в основании нижнего конца взрывофугасной набивной свай; положений теории развития деформации в процессе взаимодействия нагружаемых одиночных свай с грунтами основания.

Теория развития нелинейной деформации в процессах взаимодействия нагружаемых одиночных свай с грунтами основания включает рассмотрение [2]: геометрических параметров и их соотношений для выбора физических уравнений напряженных деформированных состояний грунта;

эталонных поступенчатых коэффициентов пропорциональности модулей нелинейных обших, упругих, пластических, вязких и жестких деформаций грунта.

1. Дифференцирующий анализ деформации экспериментально исследованного основания штампа

Результаты исследования сжимаемости однородного супесчанистого основания штампа в натурных полевых условиях взяты по литературным данным [3]. Супесь авторами испытывалась непосредственно в шурфе, на отметке глубины заложения фундамента, квадратным жестким железобетонным штампом площадью $A = 0,5 \text{ м}^2$ ($\sigma = 707 \text{ мм}$) с плоской подошвой. Нагружение штампа производилось ступенями по 25 кН с выдержкой до условной стабилизации осадки.

Производится построение отдельных расчетных графиков упругих, пластических, вязких и жестких деформаций грунта. Зависимость между давлением на штамп и его осадками начальной S_n и конечной S_k по результатам испытания численно представлены в табл. 1. График статического испытания супеси (поз. 1, 2, 3) показан на рис. 1.

Поступенчатые нелинейные и жесткие, пластические и вязкие осадки приведены в табл. 2.

Преобразование графика общей экспериментальной осадки штампа 3 производится с учетом характера развития дополнительных упругих осадок штампа ΔS_n^e по графику 2, рассматриваемых как значения фактических упругих деформаций супесчанистого основания штампа. Ординаты до-

полнительных осадок ΔS_n^e по ступеням нагрузки суммарных значений упругих деформаций S_n^e приведены в табл. 1 и последние показаны в виде графика 5 на рис. 1.

Значения вертикальных отрезков ломанного графика 1 рассматриваются как суммарные пластические, вязкие и жесткие деформации основания по ступеням нагрузки штампа, вызванные

Таблица 1

Поступенчатые нелинейные осадки, мм

№ СН *	P_n , МПа	Общие		Упругие		Пластически-вязкожесткие		Пластически-жесткие		Вязкожесткие		Жесткие	
		S_n	S_k	ΔS_n^e	S_n^e	$\Delta S_n^{\gamma.cq}$	$S_n^{\gamma.cq}$	$\Delta S_n^{\gamma q}$	$S_n^{\gamma q}$	ΔS_n^{cq}	S_n^{cq}	ΔS_n^q	S_n^q
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	0,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,05	1,2	1,8	1,2	1,2	0,6	0,6	0,33	0,33	0,27	0,27	0,03	0,03
2	0,10	3,0	5,0	1,2	2,4	2,0	2,6	1,08	1,41	0,92	1,19	0,10	0,13
3	0,15	6,0	8,0	1,0	3,4	2,0	4,6	1,08	2,50	0,92	2,10	0,10	0,23
4	0,20	8,5	10,5	0,5	3,9	2,0	6,6	1,08	3,58	0,92	3,02	0,10	0,33
5	0,25	11,0	15,0	0,5	4,4	4,0	10,6	2,17	5,75	1,83	4,85	0,20	0,53
6	0,30	17,0	20,0	2,0	6,4	3,0	13,6	1,63	7,38	1,37	6,22	0,20	0,73
7	0,35	23,0	29,0	3,0	9,4	6,0	19,6	3,25	10,60	2,75	8,97	0,30	1,03
8	0,40	33,5	41,5	4,5	13,9	8,0	27,6	4,34	15,0	3,66	12,60	0,40	1,43
9	0,45	15,0	56,5	9,0	22,9	5,9	33,5	3,19	18,19	2,71	15,31	1,08	2,51

* Ступень нагрузки

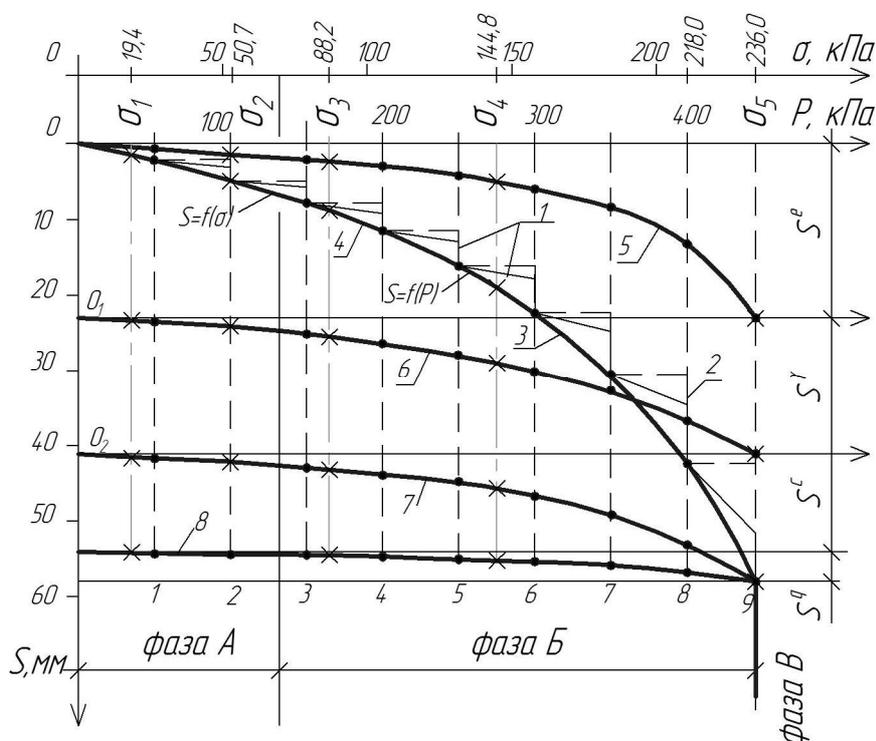


Рис. 1. Графики зависимостей осадок от нагрузок. Общие экспериментальные: 1 – ступенчатый пластических, вязких и жестких осадок $\Delta S_n^{\gamma.cq}$, 2 – суммарный ступенчатый пластических, вязких, жестких осадок $\Delta S_n^{\gamma.cq}$ и дополнительных упругих осадок ΔS_n^e , 3 – нелинейный аппроксимированный $S = f(p)$ по точкам со значениями конечных осадок S_k , (—●—); общий расчетный: 4 – $S = f(\sigma)$, (—×—). Элементарные экспериментальные и расчетные: 5 – упругих осадок S^e ; 6 – пластических осадок $S^{\gamma q}$; 7 – вязких осадок S^{cq} ; 8 – жестких осадок

Поступенчатые нелинейные жесткие, пластические и вязкие осадки, мм

№ СН*	P_n , МПа	Жесткие						Пластические		Вязкие	
		Суммарные		Пластичности		Вязкости		ΔS_n^γ	S_n^γ	ΔS_n^c	S_n^c
		$\Delta S_n^{\gamma-cq}$	$S_n^{\gamma-cq}$	$\Delta S_n^{\gamma q}$	$S_n^{\gamma q}$	ΔS_n^{cq}	S_n^{cq}				
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,05	0,03	0,03	0,016	0,016	0,014	0,014	0,314	0,314	0,256	0,256
2	0,10	0,10	0,13	0,054	0,070	0,046	0,060	1,026	1,340	0,874	1,13
3	0,15	0,10	0,23	0,054	0,124	0,046	0,106	1,026	2,366	0,874	2,00
4	0,20	0,10	0,33	0,054	0,178	0,046	0,152	1,026	3,392	0,874	2,88
5	0,25	0,20	0,53	0,108	0,248	0,092	0,244	2,062	5,454	1,738	4,62
6	0,30	0,20	0,72	0,108	0,394	0,092	0,336	1,522	6,976	1,278	5,89
7	0,35	0,30	1,02	0,16	0,55	0,14	0,48	3,09	10,07	2,61	8,50
8	0,40	0,40	1,42	0,22	0,77	0,18	0,66	4,12	14,19	3,48	11,98
9	0,45	1,08	2,50	0,58	1,35	0,50	1,16	2,65	16,84	2,19	14,17

*Ступень нагрузки

напряжениями связности от сил упругости σ_d , удельного сцепления c и от зацепления G . Пропорционально расчетным величинам напряжений сопротивления производится дифференцирование значений вертикальных отрезков ломанного графика 1 по ступеням нагрузки штампа $\Delta S_n^{\gamma-cq}$ на элементарные величины ΔS_n^γ , ΔS_n^c и ΔS_n^q , данных в табл. 2 и показанных на рис. 1 в виде элементарных графиков пластических осадок S^γ – 6, вязких S^c – 7 и жестких S^q – 8.

Таким образом, график 3 зависимости полной экспериментальной осадки от нагрузки полевого испытания супеси штампом преобразован и представлен в виде четырех элементарных графиков 5, 6, 7, 8 составляющих видов осадок. При этом поступенчатые нелинейные жесткие осадки определены при показателе степени $n = 1,1$ – это заниженный показатель сопротивления жесткости зацепления при возможности свободного выпора грунта на его поверхности, совпадающей по уровню с подошвой штампа.

2. Эталонные поступенчатые коэффициенты пропорциональности модулей нелинейных общих, упругих, пластических, вязких и жестких деформаций грунта

Супесь основания штампа классифицируется как сильно сжимаемая, пластичная, с содержанием 10 % глинистых частиц, с основными физико-механическими характеристиками:

$$P_d = 1,54 \text{ г/см}^3; c = 13 \text{ кПа}; \varphi = 24^\circ; \mu = 0,31; E = 10,7 \text{ МПа}.$$

Поступенчатые модули всех видов нелинейных деформаций определяются на основании значений экспериментальных конечных стабилизированных осадок S_n^m (см. табл. 1) по равенству:

$$E_n^m = (1 - \mu^2) N_n / d S_n^m,$$

где в числителе находится произведение значений коэффициента бокового расширения $(1 - \mu^2)$ на значения сосредоточенных поступенчатых нагрузок N_{ni} ; в знаменателе – произведение значений d – диаметра круга равновеликого по площади квадратному штампу и поступенчатых осадок S_n^m , в которых n – номер состояния предельного равновесия, m – вид нелинейной деформации.

Эталонные поступенчатые коэффициенты пропорциональности модулей нелинейной жесткой деформации грунта исследуются по расчетным осадкам деформации замкнутой области предельных равновесий при показателе степени функции тангенса $\varphi - n = 1,34$ для $c = 13$ кПа.

Попредельно-равновесные напряжения: $\Sigma \sigma_{0-1}^q = 27,27$ кПа; $\Sigma \sigma_{0-2}^q = 89,28$ кПа; $\Sigma \sigma_{0-3}^q = 171,25$ кПа; $\Sigma \sigma_{0-4}^q = 303,75$ кПа; $\Sigma \sigma_{0-5}^q = 546,37$ кПа.

Модули нелинейной общей деформации грунта: $\Delta E_1^0 = 15,69$ МПа; $\Delta E_2^0 = 11,33$ МПа; $\Delta E_3^0 = 10,63$ МПа; $\Delta E_4^0 = 10,79$ МПа; $\Delta E_5^0 = 9,44$ МПа; $\Delta E_6^0 = 8,50$ МПа; $\Delta E_7^0 = 6,85$ МПа; $\Delta E_8^0 = 5,46$ МПа; $\Delta E_9^0 = 4,51$ МПа;

Поступенчатые осадки нелинейной общей деформации вычисляются по формуле

$$S_n^0 = (1 - \mu^2) N_n / d \Delta E_n^0.$$

$S_1^0 = 4,2$ мм; $S_2^0 = 11,6$ мм; $S_3^0 = 18,5$ мм; $S_4^0 = 22,8$ мм; $S_5^0 = 34,8$ мм; $S_6^0 = 46,0$ мм; $S_7^0 = 67,0$ мм; $S_8^0 = 96,1$ мм; $S_9^0 = 131,0$ мм.

Суммарные поступенчатые упругие, пластические и вязкие осадки $S_n^{e\gamma c}$:

$S_1^{e\gamma c} = 1,77$ мм; $S_2^{e\gamma c} = 4,87$ мм; $S_3^{e\gamma c} = 7,77$ мм; $S_4^{e\gamma c} = 10,17$ мм; $S_5^{e\gamma c} = 14,47$ мм; $S_6^{e\gamma c} = 19,27$ мм; $S_7^{e\gamma c} = 27,97$ мм; $S_8^{e\gamma c} = 40,07$ мм; $S_9^{e\gamma c} = 53,91$ мм.

Поступенчатые жесткие осадки S_n^q :
 $S_1^q = 2,4$ мм; $S_2^q = 6,7$ мм; $S_3^q = 10,7$ мм; $S_4^q = 12,6$ мм;
 $S_5^q = 20,3$ мм; $S_6^q = 26,7$ мм; $S_7^q = 39,0$ мм; $S_8^q = 56,0$ мм;
 $S_9^q = 77,1$ мм.

По значениям попредельно-равновесных напряжений, поступенчатых осадок нелинейной общей деформации S_n^0 и поступенчатых жестких осадок S_n^q на рис. 2 выстроены расчетные графики зависимостей осадок от нагрузок.

По полученным значениям модулей нелинейных общих, упругих, пластических, вязких и жестких деформаций E_n^m определяются эталонные коэффициенты пропорциональности относительно модуля общей деформации

$$k_n^m = E_n^m / E,$$

значения которых занесены в табл. 3.

Коэффициенты k_n^m являются физически действительными для любых разновидностей зернистых грунтов, имеющих собственный модуль деформации E .

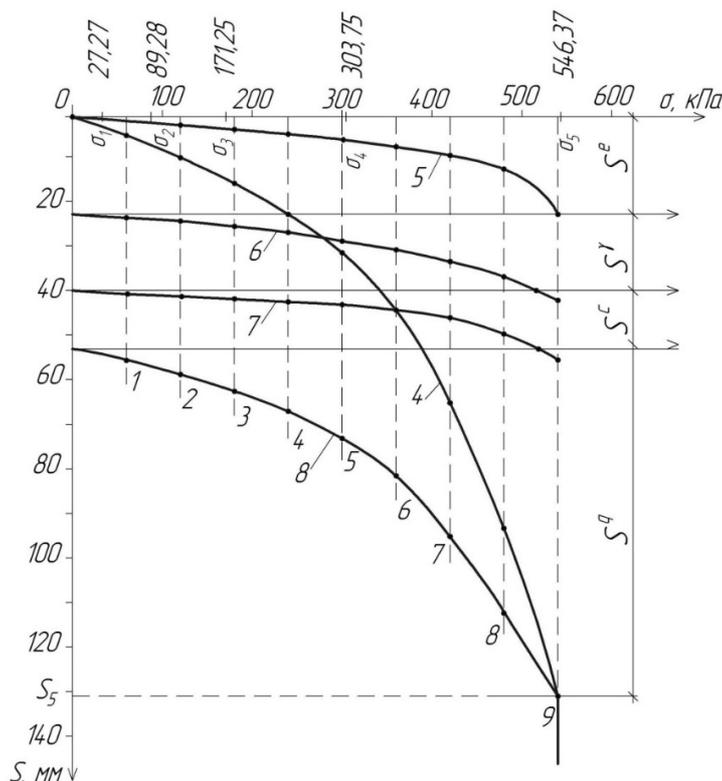


Рис. 2. Расчетные графики зависимостей осадок от нагрузок:
 4 – общей деформации грунта $S = f(\sigma)$; 5 – упругих осадок S^e ;
 6 – пластических осадок S^p ; 7 – вязких осадок S^c ; 8 – жестких осадок S^q

Таблица 3

Эталонные поступенчатые коэффициенты пропорциональности модулей нелинейных общих, упругих, пластических, вязких и жестких деформаций грунта

№ СН *	P_n , Мпа	Коэффициент пропорциональности модулей деформаций грунта				
		общие k^o	упругие k^e	пластические k^p	вязкие k^c	жесткие k^q
1	2	3	4	5	6	7
1	0,05	1,466	2,200	8,764	10,371	2,555
2	0,10	1,059	2,200	3,948	4,683	1,830
3	0,15	0,993	2,347	3,335	3,961	1,759
4	0,20	1,008	2,725	3,129	3,673	1,813
5	0,25	0,882	3,008	2,428	2,862	1,510
6	0,30	0,794	2,485	2,263	2,696	1,409
7	0,35	0,640	1,971	1,468	2,174	1,101
8	0,40	0,510	1,629	1,495	1,767	0,876
9	0,45	0,421	1,038	1,414	1,682	0,716

* Ступень нагрузки

3. Геометрические параметры и их соотношения для выбора физических уравнений напряженных деформированных состояний грунта

На основании результатов дифференцирующего анализа деформации экспериментальных исследований в полевых условиях супеси в основании квадратного штампа с плоской подошвой [3] составлены табл. 1 и 2 ступенчатых нелинейных обших, упругих, пластических, вязких и жестких осадок статически вертикально нагружаемого штампа, построены расчетные графики зависимостей осадок от девяти ступеней нагрузок (см. рис. 1 и 2).

Задача взаимодействия жесткого квадратного штампа с супесчаным основанием решалась в осесимметричной пространственной постановке. Математическая модель грунта базируется на открытых пяти состояниях предельных равновесий грунтов при сдвиге по элементарным площадкам в контактах между частицами и опубликована в статье [1].

Расчет геометрических параметров и их соотношений для выбора физических уравнений нелинейно-деформированного состояния грунтов в основаниях фундаментов производится по начальным, промежуточным и конечным крайевым предельным напряжениям. Начальное крайнее напряжение упругости грунта

$$\sigma_0 = \sigma_d - \sigma_{str}.$$

Промежуточное напряжение структурной прочности грунта:

$$\sigma_{str} = \sigma_d \cos \varphi.$$

$$\sigma_1 = \tau_1 = (\sigma_d + c)(\cos \varphi + \sin \varphi) \Sigma \operatorname{tg}^n \varphi_{0-1};$$

$$\sigma_4 = \tau_4 = (\sigma_d + c)(\cos \varphi + \sin \varphi) \Sigma \operatorname{tg}^n \varphi_{0-4}.$$

Конечное крайнее напряжение:

$$\sigma_5 = \tau_5 = (\sigma_d + c)(\cos \varphi + \sin \varphi) \Sigma \operatorname{tg}^n \varphi_{0-5}.$$

Радиусы границ зон предельных напряжений, ограниченных полупространством:

$$R_5 = R + \Delta R_5,$$

$$R_4 = R_5 \sigma_5 / \sigma_4,$$

$$R_1 = R_5 \sigma_5 / \sigma_1,$$

$$R_{str} = R_5 \sigma_5 / \sigma_{str}$$

$$R_0 = R_5 \sigma_5 / \sigma_0.$$

Схема развития зон предельных напряженно-деформированных состояний грунта в основании 3 под фундаментом 1 от уплотненного ядра 2 представлена на рис. 3.

Мощность сжимаемой толщи каждого слоя грунта между границами:

$$h_5 = R_5,$$

$$\Delta h_4 = R_4 - R_5,$$

$$\Delta h_3 = R_3 - R_4,$$

$$\Delta h_2 = R_2 - R_3,$$

$$\Delta h_1 = R_1 - R_2,$$

$$\Delta h_{str} = R_{str} - R_1,$$

$$\Delta h_0 = R_0 - R_{str}.$$

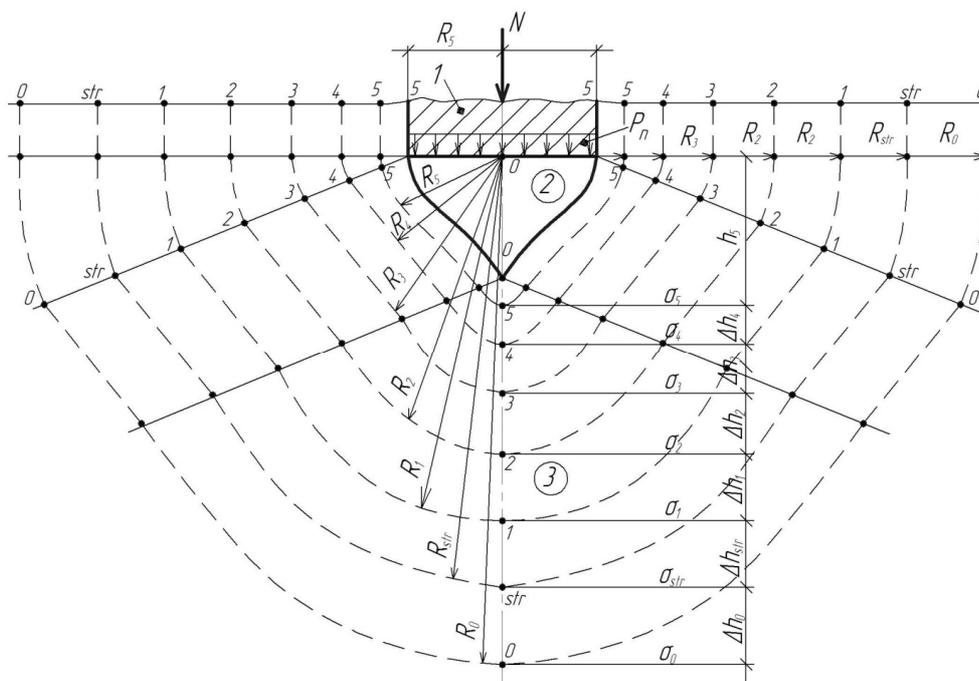


Рис. 3. Схема развития зон предельных напряженно-деформированных состояний грунта под фундаментом – 1: 2 – в объеме уплотненного ядра; 3 – в его основании

Сжимаемость каждого слоя грунта или физические уравнения состояний:

$$\Delta S_5 = [0,5(\sigma_p + \sigma_5)\Delta h_5] / E_n^m,$$

$$\Delta S_4 = [0,5(\sigma_5 + \sigma_4)\Delta h_4] / E_n^m,$$

$$\Delta S_3 = [0,5(\sigma_4 + \sigma_3)\Delta h_3] / E_n^m,$$

$$\Delta S_2 = [0,5(\sigma_3 + \sigma_2)\Delta h_2] / E_n^m,$$

$$\Delta S_1 = [0,5(\sigma_2 + \sigma_1)\Delta h_1] / E_n^m,$$

$$\Delta S_{str} = [0,5(\sigma_1 + \sigma_{str})\Delta h_{str}] / E_n^m,$$

$$\Delta S_0 = [0,5(\sigma_{str} + \sigma_0)\Delta h_0] / E_n^m.$$

где E_n^m – попредельно-равновесные модули нелинейной общей, упругой, пластической, вязкой и жесткой деформаций; n – индекс состояния предельного равновесия грунта; m – обозначение видов деформаций: o – общей, e – упругой, γ – пластической, c – вязкой, q – жесткой.

Применением модулей нелинейных деформаций грунта получают значения объективных осадок, используемых для теоретического построения расчетных графиков зависимостей осадок от нагрузок как общего, так и элементарных упругостей, пластичности, вязкости и жесткости.

Выводы

1. Впервые создана новационная фундаментальная теория нелинейного упругопластическивязкожесткого деформирования предельно-напряженных зернистых пылевато-глинистых и песчаных грунтов в основаниях нагружаемых одиночных свай.

2. Осуществлен дифференцирующий анализ деформации экспериментально исследованного основания штампа.

3. Разработана методология теоретического построения расчетных графиков зависимостей

осадок от нагрузок: общих, упругих, пластических, вязких и жестких по объективности сопоставимых с экспериментальными.

4. Введены эталонные поступенчатые и попредельно-равновесные коэффициенты пропорциональности модулей нелинейных общих, упругих, пластических, вязких и жестких деформаций грунта.

5. Разработана методология определения модулей нелинейных общих, упругих, пластических, вязких и жестких деформаций с применением введенных эталонных коэффициентов их пропорциональности.

6. Установлено, что обжатие боковой поверхности ствола сваи и ее удержание от погружения в грунт под нагрузкой осуществляется сжимаемыми и сдвигаемыми минеральными частицами грунта под действием сил трения по плоскостям площадок скольжения в их контактах, генерируемых давлением выпираемого круговым конусом грунта.

7. Получены геометрические параметры и их соотношения для выбора физических уравнений напряженных деформированных состояний грунта.

Литература

1. Борозенец, Л.М. Теория напряжения нелинейного упругопластическивязкого взаимодействия нагружаемой одиночной сваи с грунтами основания / Л.М. Борозенец // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». – 2017. – Т. 17, № 3. – С. 27–34.
2. Борозенец, Л.М. Геотехника фундаментостроения и грунтоустойчивости: Монография / Л.М. Борозенец. – Тольятти: Изд. в ТГУ, 2015. – 588 с.
3. Клейн, Г.К. Основания и фундаменты / Г.К. Клейн, Н.М. Дорошкевич, П.П. Смиренин. – М.: Высш. шк., 1967. – 264 с.

Борозенец Леонид Михайлович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Промышленное и гражданское строительство», Архитектурно-строительный институт, Тольяттинский государственный университет (Тольятти), tsp@tltsu.ru

Поступила в редакцию 14 июня 2018 г.

THE THEORY OF NONLINEAR ELASTIC-PLASTIC-VISCOUS RIGID DEFORMATION OF EXTREMELY STRAINED SOILS IN BASES OF LOADED SINGLE PILES: MATHEMATICAL MODEL

L.M. Borozenets, tsp@tlttsu.ru
Togliatti State University, Togliatti, Russian Federation

Research was carried out in accordance with the well-known necessity to elaborate a unified theory of nonlinear elastic-plastic-viscous rigid deformation of extremely strained granular soils in the bases of loaded single piles. Basic provisions of the model of the theory of nonlinear deformation of extremely strained soils are determined. Distinctive features of granular media in the role of models of mechanical behavior of dusty-clay and sandy soils under load are studied. Differential analysis of deformation of an experimentally studied base of a stamp is carried out; as a result, techniques for the following procedures has been developed: construction of separate design graphs of elastic, plastic, viscous and rigid soil deformations; theoretical determination of nonlinear general, elastic, plastic, viscous and rigid soil deformations; estimated determination of reference stepwise coefficients of proportionality of modules of nonlinear general, elastic, plastic, viscous and rigid soil deformations; approaches to simulation of granular media of dusty-clay and sandy soils. Studied forms of soil cores compacted at the base of a die and the lower ends of the single piles under research are described. A theory of geometric parameters and their correlations of strained deformed states of the soil is elaborated. Generalized conclusions on the essence of the content of the developed theory's provisions are made.

Keywords: theory, strain, deformation, interaction, elastic-plastic-viscous rigidity, process, pile, soil, base, shear, equilibrium, stability, settlement.

References

1. Borozenets L.M. [Theory of Stress of Nonlinear Elastoplastic Viscous Interaction of a Single Pile Being Loaded with Soils of the Foundation]. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Construction and Architecture*, 2017, vol. 17, no. 3, pp. 27–34. (in Russ.).
2. Borozenets L.M. *Geotekhnika fundamentostroyeniya i gruntoustoychivosti : Monografiya* [Geotechnics of Foundation Engineering and Gruntoustoychivost: Monograph]. Tol'yatti, TGU Publ., 2015. 588 p.
3. Kleyn G.K., Doroshkevich N.M., Smirenkin P.P. *Osnovaniya i fundamenty* [Bases and Foundations]. Moscow, High School Publ., 1967. 264 p.

Received 14 June 2018

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Борозенец, Л.М. Теория нелинейной упругопластическиязкожесткой деформации предельно-напряженных грунтов в основаниях нагружаемых одиночных свай: математическая модель / Л.М. Борозенец // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». – 2019. – Т. 19, № 1. – С. 20–26. DOI: 10.14529/build190103

FOR CITATION

Borozenets L.M. The Theory of Nonlinear Elastic-Plastic-Viscous Rigid Deformation of Extremely Strained Soils in Bases of Loaded Single Piles: Mathematical Model. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Construction Engineering and Architecture*. 2019, vol. 19, no. 1, pp. 20–26. (in Russ.). DOI: 10.14529/build190103