УДК 624.131 DOI: 10.14529/build190105

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ ГРУНТОВОГО МАССИВА В ПРОЦЕССЕ ЗИМНЕГО БЕТОНИРОВАНИЯ

В.В. Никоноров, Д.О. Никонорова, Г.А. Пикус, А.Е. Цветков
Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Россия

В статье рассмотрен вопрос оценки одного из важнейших технологических параметров зимнего бетонирования – коэффициента теплопередачи ограждения твердеющего бетона. Изложена проблема расчета коэффициента теплопередачи грунтового массива и сделан вывод о невозможности использования для его расчета стандартных формул, основанных только на теории теплопроводности. Сформулирована задача расчета коэффициента теплопередачи грунтового массива и для ее решения применены приемы математической физики и теории решения дифференциальных уравнений. Используя стандартное дифференциальное уравнение теплопроводности и задавшись граничными условиями его применения, а также используя метод интегрального преобразования Лапласа, получили решение данного уравнения. Таким образом, аналитическим путём получены формула для расчета величины тепловых потерь выдерживаемого бетона в грунтовый массив, а также формула для расчета величины коэффициента теплопередачи грунтового массива. Показано, что размерность выражения для расчета величины коэффициента теплопередачи грунта полностью совпадает с размерностью коэффициента теплопередачи.

Ключевые слова: зимнее бетонирование, коэффициент теплопередачи, грунтовое основание, тепловые потери.

Точная оценка температурно-прочностных параметров зимнего бетонирования – залог обеспечения качества монолитных железобетонных конструкций, а также путь к минимизации расходов энергии на их термообработку [1, 2].

Существующие методы расчета параметров зимнего бетонирования основаны на использовании приведенного коэффициента теплопередачи ограждения твердеющего бетона [3–7], который характеризует величину его теплопотерь в окружающую среду. Приведенный коэффициент является интегральной величиной, учитывающей коэффициенты теплопередачи различных материалов, соприкасающихся с бетоном. Определение коэффициента теплопередачи таких конструкций, как опалубка и утеплитель, не вызывает трудностей в виду ограниченной их толщины [3–10]. В то же время для таких конструкций, как фундаменты, определение коэффициента теплопередачи грунта по известным методикам невозможны в виду бесконечности толщины поперечного сечения грунта.

Отметим, что процесс распространения тепла в грунтовом массиве не описывается классической для строительной науки теорией теплопроводности, как, например, процесс теплопередачи от более нагретой среды к менее нагретой через разделяющую их стенку определенной толщины и из определенного материала. Для решения задачи применительно к грунту необходимо использовать также приёмы математической физики и теории решения дифференциальных уравнений.

Сформулируем задачу. На поверхность грунтового основания укладывается бетонная смесь с определенной начальной температурой и выдерживается в течение определенного времени. Примем, что бетонная смесь выдерживается с постоянной температурой, равной её начальной. Грунтовое основание отогретое (или имеет положительную температуру благодаря выполненным мероприятиям по защите от промерзания) имеет одинаковую, равномерно распределенную температуру на достаточную глубину (не менее 3–4 метров). Необходимо получить аналитическую зависимость, описывающую процесс теплопередачи выдерживаемого бетона грунтовому основанию.

Как и любая задача теплопроводности, данная задача решается через дифференциальное уравнение теплопроводности [11, 12]. Представим массив грунтового основания в виде полуограниченного тела (ограниченное с одной стороны плоскостью yz, а с другой стороны – в направлении оси x – простирающееся в бесконечность).

В соответствии с описанной ситуацией примем начальные условия распределение температуры внутри грунтового массива.

Температура полуограниченного тела (массива грунтового основания) во всех точках имеет постоянное значение: $T(x,0)=\text{const}$.

Выдерживание бетонной смеси на поверхности грунтового основания с постоянной температурой соответствует граничному условию первого рода (задание температуры поверхности полуограниченного тела).

Таким образом, в начальный момент времени $(\tau=0)$ поверхность полуограниченного тела принимает температуру T_c (температура уложенной бетонной смеси), которая затем поддерживается постоянной в течение времени выдерживания бетонной смеси $\tau_{\text{выдерж}}$.

Примем, что перепад температуры в бесконечно удаленной точке в грунтовом массиве отсутствует. Это допущение справедливо для габаритов грунтового блока, в пределах которого происходит теплообмен.

Приведем математическое описание вышесказанного.

Дифференциальное уравнение теплопроводности:

$$\frac{\partial T(x,\tau)}{\partial\tau}=a\frac{\partial^2 T(x,\tau)}{\partial x^2}. \tag{1}$$

Краевые условия:

$$T(x,0)=T_0=\text{const}; \tag{2}$$

$$T(0,\tau)=T_c=\text{const}; \tag{3}$$

$$\frac{\partial T(+\infty,\tau)}{\partial x}=0, \tag{4}$$

где $T(x,\tau)$ – *искомая функция* распределения температуры внутри тела грунтового массива во времени (τ) и глубине (x);

$\tau>0$ – время теплообмена выдерживаемого бетона конструкции и массива грунтового основания (сек.);

$0<x<+\infty$ – координата, начало которой $(x=0)$ соответствует поверхности грунтового массива, положительное направление – перпендикулярно плоскости xyвглубь грунтового массива.

Физический смысл краевых условий:

(2) – в начальный момент времени температура во всех точках массива грунтового основания имеет постоянное значение;

(3) – поверхность полуограниченного тела в момент времени $\tau=0$ принимает определенную и постоянную на протяжении всего процесса теплообмена положительную температуру;

(4) – отсутствует перепад температуры в бесконечно удаленной точке в грунтовом массиве.

Для решения дифференциального уравнения (1) при заданных граничных условиях (2)–(4) применим *метод интегрального преобразования Лапласа*, поскольку данный метод наиболее эффективно использовать по временной координате, а также по пространственной координате для тел, имеющих полуограниченную протяженность [13].

Суть преобразования Лапласа в том, что изучается не сама функция (оригинал), а её видоизменение (изображение). Это видоизменение производится при помощи умножения на некоторую экспоненциальную функцию и последующего интегрирования в определенных пределах.

Таким образом, применим преобразование Лапласа к дифференциальному уравнению (1):

$$L\left[\frac{\partial T(x,\tau)}{\partial\tau}\right]=L\left[\frac{\partial^2 T(x,\tau)}{\partial x^2}\right]. \tag{5}$$

Также выполним преобразование Лапласа к искомой функции $T(x,\tau)$:

$$L\left[T(x,\tau)\right]=\int_0^\infty T(x,\tau)e^{-s\tau}d\tau=T_L(x,s). \tag{6}$$

Далее выполним преобразование Лапласа левой части уравнения (5), которая представляет собой первую производную по времени от искомой функции $T(x,\tau)$.

Согласно основной теореме преобразования Лапласа преобразование от первой производной равно произведению изображения на оператор S минус значение функции в начальный момент времени, т.е.:

$$L\left[\frac{\partial T(x,\tau)}{\partial\tau}\right]=sT_L(x,s)-T(x)=$$

$$=a\frac{\partial^2 L\left[T(x,\tau)\right]}{\partial x^2}=a\frac{\partial^2 T_L(x,s)}{\partial x^2}. \tag{7}$$

Преобразуем полученное уравнение (7) в более удобную форму с учётом краевого условия (2):

$$T_L''(x,s)-\frac{s}{a}T_L(x,s)+\frac{T_0}{a}=0. \tag{8}$$

Таким образом, дифференциальное уравнение (1) в частных производных для оригинала функции $T(x,\tau)$ превращается в обыкновенное дифференциальное уравнение для изображения $T_L(x,s)$, поскольку $T_L(x,s)$ не зависит от времени τ.

Выполним преобразования по приведению подобных слагаемых и получим следующее дифференциальное уравнение:

$$T_L''(x,s)-\frac{s}{a}\left[T_L(x,s)-\frac{T_0}{a}\right]=0. \tag{9}$$

Полученное неоднородное уравнение решается стандартными методами. Применим метод вариации произвольных постоянных, который изложен в учебниках по теории обыкновенных уравнений.

Общее решение данного дифференциального уравнения для изображения имеет следующую формулировку:

$$T_L\left(x,s\right)-\frac{T_0}{s}=A_1e^{\sqrt{\frac{s}{a}}x}+B_1e^{-\sqrt{\frac{s}{a}}x}, \tag{10}$$

где A_1 и B_1 – постоянные, определяемые из граничных условий.

Применим преобразование Лапласа к краевым условиям (2)–(4):

$$L\left[T\left(0,\tau\right)\right]=L\left[T_c\right],T_L\left(0,s\right)=\frac{T_c}{S}; \tag{11}$$

$$L\left[\frac{\partial T\left(+\infty,\tau\right)}{\partial x}\right]=0,T_L^{'}\left(+\infty,\tau\right)=0. \tag{12}$$

Используя (12) применительно к (10), получаем:

$$0=T_L^{'}\left(+\infty,\tau\right)=\sqrt{\frac{s}{a}}A_1e^{\sqrt{\frac{s}{a}}(+\infty)}-\sqrt{\frac{s}{a}}B_1e^{-\sqrt{\frac{s}{a}}(+\infty)}. \tag{13}$$

Из (13) следует, что постоянная A_1=0, так как в противном случае первый член правой части (13) неограниченно возрастает и равенство не выполняется.

Для определения второй постоянной B_1 воспользуемся граничным условием (11) также применительно к (10):

$$\frac{T_c}{s}-\frac{T_0}{s}=B_1e^{-\sqrt{\frac{s}{a}}0}=B_1,$$

откуда $B_1=-\dfrac{T_0-T_c}{s}$. (14)

Тогда решение для *изображения* будет иметь вид:

$$\frac{T_0}{s}-T_L\left(x,s\right)=\left(T_0-T_c\right)\frac{1}{s}e^{-\sqrt{\frac{s}{a}}x}. \tag{15}$$

Для нахождения оригинала воспользуемся таблицами изображений функций, из которой известно, что:

$$L^{-1}\left[\frac{1}{s}e^{-k\sqrt{s}}\right]=1-erf\left(\frac{k}{2\sqrt{\tau}}\right). \tag{16}$$

В нашей задаче $k=\dfrac{x}{\sqrt{a}}$. Следовательно, после перевода изображения в оригинал получим:

$$T_0-T\left(x,\tau\right)=\left(T_0-T_c\right)\left[1-erf\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right)\right]. \tag{17}$$

Окончательно решение выглядит следующим образом:

$$\frac{T\left(x,\tau\right)-T_c}{T_0-T_c}=erf\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right). \tag{18}$$

Получено решение дифференциального уравнения (1), однако оно не дает в чистом виде ответы на поставленные вопросы.

Поэтому, используя полученное уравнение, определим потери тепла dQ_S за время $d\tau$ через единицу площади:

$$dQ_s=-\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0}d\tau=$$
$$=-\lambda\left(T_0-T_c\right)\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[\mathrm{erferf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right)\right]\right\}_{x=0}. \tag{19}$$

Известно, что:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[erf\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right)\right]=\frac{1}{\sqrt{\pi a\tau}}e^{\left(-\frac{x^2}{4a\tau}\right)}. \tag{20}$$

При $x=0$ экспоненциальная функция равна единице. Получаем выражение для определения плотности теплового потока *(*вт/м^2):

$$q=\frac{\mathrm{d}Q_s}{\mathrm{d}\tau}=-\frac{\lambda\left(T_0-T_\mathrm{c}\right)}{\sqrt{\pi a\tau}}=-\sqrt{\frac{\lambda c\gamma}{\pi\tau}}\left(T_0-T_\mathrm{c}\right). \tag{21}$$

Количества тепла Q, отдаваемое выдерживаемой бетонной смесью за конечный промежуток времени выдерживания ($\tau_{\text{выдерж}}$) найдём путём интегрирования от 0 до $\tau_{\text{выдерж}}$:

$$Q=\int_0^{\tau_{\text{выдерж}}}\sqrt{\frac{\lambda c\gamma}{\pi\tau}}\left(T_0-T_\mathrm{c}\right)d\tau=$$
$$=2\sqrt{\frac{\lambda c\gamma}{\pi}}\left(T_0-T_\mathrm{c}\right)S\sqrt{\tau_{\text{выдерж}}}. \tag{22}$$

Запишем выражение (22) таким образом, чтобы выделить ту часть, которая представляет коэффициент теплопередачи:

$$Q=2\sqrt{\frac{\lambda c\gamma}{\pi\tau_{\text{выдерж}}}}\left(T_0-T_\mathrm{c}\right)S\tau_{\text{выдерж}}. \tag{23}$$

Таким образом, следующая часть выражения (23) представляет собой коэффициент теплопередачи массива грунтового основания:

$$\propto_{\text{гр.осн}}=2\sqrt{\frac{\lambda c\gamma}{\pi\tau_{\text{выдерж}}}}=1{,}13\sqrt{\frac{\lambda c\gamma}{\tau_{\text{выдерж}}}}, \tag{24}$$

где λ, c, γ – соответственно коэффициент теплопроводности, коэффициент удельной теплоёмкость и плотность грунта. Выполняем проверку размерностей:

$$\sqrt{\frac{\lambda c\gamma}{\tau_{\text{выдерж}}}}=\sqrt{\frac{\text{Дж}}{\text{с}\cdot\text{м}\cdot\text{К}}\cdot\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}\cdot\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\cdot\frac{1}{\text{с}}}=$$
$$=\sqrt{\frac{\text{Дж}^2}{\text{м}^4\cdot\text{К}^2\cdot\text{с}^2}}=\sqrt{\frac{\text{Вт}^2}{\text{м}^4\cdot\text{К}^2}}=\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{К}}.$$

Размерность выражения (24) полностью совпадает с размерностью коэффициента теплопередачи.

Выводы

С помощью теории теплопроводности, приёмов математической физики и теории дифференциальных уравнений удалось решить прикладную задачу и аналитически найти зависимость, определяющие величину тепловых потерь выдерживаемого бетона конструкции в грунтовый массив (23), и зависимость (24), определяющую величину коэффициента теплопередачи грунтового массива, которые можно использовать в дальнейших расчётах технологических параметров зимнего бетонирования.

Литература

1. СП 70.13330-2012. Несущие и ограждающие конструкции. – М.: Госстрой, 2012. – 203 с.

2. Пикус, Г.А. Контроль параметров бетона, выдерживаемого в зимних условиях / Г.А. Пикус, К.М. Мозгалев // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». – 2015. – Т. 15, № 1. – С. 6–9.

3. Р – НП СРО ССК – 02 – 2015. Рекомендации по производству бетонных работ в зимний период. – Челябинск: Союз строительных компаний Урала и Сибири, 2015. – 85 с.

4. Головнев, С.Г. Оптимизация методов зимнего бетонирования / С.Г. Головнев. – Л.: Стройиздат, 1983. – 235 с.

5. Зимнее бетонирование на Южном Урале / С.Г. Головнев, В.В. Капранов, Н.В. Юнусов, А.Х. Валеев. – Челябинск: Южно-Уральское книжное издательство, 1974. – 136 с.

6. Юнусов, Н.В. Расчет температурного режима монолитных конструкций при воздействии отрицательных температур / Н.В. Юнусов // Эффективная технология бетонных работ в условиях воздействия окружающей среды. – Челябинск: Изд-во ЧПИ, 1986. – С. 125–129.

7. Pikus, G.A. Warming of Monolithic Structures in Winter / G.A. Pikus, A.R. Lebed // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2017. – 262. – 012064.

8. Крылов, Б.А. Руководство по прогреву бетона в монолитных конструкциях / Б.А. Крылов, С.А. Амбарцумян, А.И. Звездов. – М.: РААСН, НИИЖБ, 2005. – 275 с.

9. Красновский, Б.М. Инженерно-физические основы методов зимнего бетонирования / Б.М. Красновский. – М.: Изд-во ГАСИС, 2004. – 470 с.

10. Головнев, С.Г. Технология зимнего бетонирования: оптимизация параметров и выбор методов / С.Г. Головнев. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 1999. – 148 с.

11. Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Изд-во Наука, 1977. – 736 с.

12. Лыков, А.В. Теория теплопроводности / А.В. Лыков. – М.: Изд-во Высшая школа, 1967. – 600 с.

13. Диткин, В.А. Интегральные преобразования и операционное исчисление / В.А. Диткин, А.П. Прудников. – М.: Физматгиз, 1961. – 524 с.

Никоноров Владислав Вячеславович, магистрант кафедры «Строительное производство и теория сооружений», Южно-Уральский государственный университет (Челябинск), vladislav50595@yandex.ru

Никонорова Дарья Олеговна, магистрант кафедры «Строительное производство и теория сооружений», Южно-Уральский государственный университет (Челябинск), evs95@mail.ru

Пикус Григорий Александрович, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Строительное производство и теория сооружений», Южно-Уральский государственный университет (Челябинск), pikusga@susu.ru

Цветков Александр Евгеньевич, аспирант кафедры «Строительное производство и теория сооружений», Южно-Уральский государственный университет (Челябинск), vappik@gmail.com

Поступила в редакцию 16 ноября 2018 г.

DOI: 10.14529/build190105

DETERMINATION OF HEAT TRANSFER COEFFICIENT FOR THE SOIL MASS IN WINTER CONCRETING PROCESS

V.V. Nikonorov, *vladislav50595@yandex.ru*
D.O. Nikonorova, *evs95@mail.ru*
G.A. Pikous, *pikusga@susu.ru*
A.E. Tsvetkov, *vappik@gmail.com*
South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

The article considers the issue of evaluation of one of the most important technological parameters of winter concreting – the heat transfer coefficient of hardening concrete fencing. The problem of calculating the heat transfer coefficient of a soil mass is described, and it is concluded that it is impossible to use standard formulas based only on the theory of thermal conductivity for its calculation. The problem of calculating the heat transfer coefficient of a soil mass has been worded, and the methods of mathematical physics and of the theory of solving differential equations have been used to solve it. By using the standard differential heat transfer equation and having specified the boundary conditions for its use, as well as using the method of the integral Laplace transform, a solution of this equation has been obtained. Thus, analytically, a formula has been obtained for calculating the amount of heat loss of the concrete being held in the soil mass, as well as a formula for calculating the value of the heat transfer coefficient of the soil mass. It has been shown that the dimension of the expression for calculating the value of the heat transfer coefficient of the soil completely coincides with the dimension of the heat transfer coefficient.

Keywords: winter concreting, heat transfer coefficient, soil base, heat loss.

References

1. *SP 70.13330-2012. Nesushchiye i ograzhdayushchiye konstruktsii* [Bearing and Enclosing Structures]. Moscow, Gosstroy Publ., 2012. 203 p.

2. Pikus G.A., Mozgalev K.M. [Control of Parameters of Concrete Maintained in Winter Conditions]. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Construction and Architecture*, 2015, vol. 15, no. 1, pp. 6–9. (in Russ.).

3. *R – NP SRO SSK – 02 – 2015. Rekomendatsii po proizvodstvu betonnykh rabot v zimniy period* [Recommendations about Production of Concrete Works during the Winter Period]. Chelyabinsk, Soyuz stroitel'nykh kompaniy Urala i Sibiri Publ., 2015. 85 p.

4. Golovnev S.G. *Optimizatsiya metodov zimnego betonirovaniya* [Optimization of Methods of Winter Concreting]. Leningrad, Stroyizdat Publ., 1983. 235 p.

5. Golovnev S.G., Kapranov V.V., Yunusov N.V., Valeyev A.Kh. *Zimneye betonirovaniye na Yuzhnom Urale* [Winter Concreting in South Ural]. Chelyabinsk, Yuzhno-Ural'skoye knizhnoye izdatel'stvo, 1974, 136 p.

6. Yunusov N.V. *Effektivnaya tekhnologiya betonnykh rabot v usloviyakh vozdeystviya okruzhayushchey sredy* [Calculation of Temperature Condition of Monolithic Designs at Influence of Negative Temperature]. Chelyabinsk, 1986, pp. 125–129. (in Russ.).

7. Pikus G.A., Lebed A.R. [Warming of Monolithic Structures in Winter]. *IOP Conference. Ser. Materials Science and Engineering*, 2017, no. 262 012064. DOI:10.1088/1757-899X/262/1/012064

8. Krylov B.A., Ambartsumyan S.A., Zvezdov A.I. *Rukovodstvo po progrevu betona v monolitnykh konstruktsiyakh* [Guide to Concrete Heating in Monolithic Structures]. Moscow, RAASN, NIIZHB Publ., 2005. 275 p.

9. Krasnovskiy B.M. *Inzhenerno-fizicheskiye osnovy metodov zimnego betonirovaniya* [Engineering Physical Principles of Winter Concreting Methods]. Moscow, Izd-vo GASIS Publ., 2004. 470 p.

10. Golovnev S.G. Tekhnologiya zimnego betonirovaniya: optimizatsiya parametrov i vybor metodov [Winter Concreting Technology: Optimization of Parameters and Choice of Methods]. Chelyabinsk, South Ural St. Univ. Publ., 1999. 148 p.

11. Tikhonov A.N., Samarskiy A.A. *Uravneniya matematicheskoy fiziki* [Equations of Mathematical Physics]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 736 p.

12. Lykov A.V. *Teoriya teploprovodnosti* [Heat Conduction Theory]. Moscow, High School Publ., 1967. 600 p.

13. Ditkin V.A. Prudnikov A.P. *Integral'nyye preobrazovaniya i operatsionnoye ischisleniye* [Integral Transformations and Operational Calculus]. Moscow, Fizmatgiz, 1961. 524 p.

Received 16 November 2018

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Определение коэффициента теплопередачи грунтового массива в процессе зимнего бетонирования / В.В. Никоноров, Д.О. Никонорова, Г.А. Пикус, А.Е. Цветков // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». – 2019. – Т. 19, № 1. – С. 35–39. DOI: 10.14529/build190105

FOR CITATION

Nikonorov V.V., Nikonorova D.O., Pikous G.A., Tsvetkov A.E. Determination of Heat Transfer Coefficient for the Soil Mass in Winter Concreting Process. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Construction Engineering and Architecture*. 2019, vol. 19, no. 1, pp. 35–39. (in Russ.). DOI: 10.14529/build190105