

# Инженерная геометрия и компьютерная графика

УДК 514.7:625.7

DOI: 10.14529/build190109

## ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ФОРМ ОТГОНА ВИРАЖА АВТОМОБИЛЬНОЙ ДОРОГИ НА ОСНОВЕ ЦИКЛОГРАФИЧЕСКОГО ОТОБРАЖЕНИЯ

*Е.В. Любчинов, К.Л. Панчук*

*Омский государственный технический университет, г. Омск, Россия*

В теоретических исследованиях по проектированию автомобильных дорог ось дороги принимается в качестве базового элемента, определяющего пространственные формы других элементов дороги: проезжей части, обочины, откосов. Исходя из этого принципа формообразования элементов дороги, в настоящей работе предложены математические модели формообразования, основанные на циклографическом методе моделирования пространства и его объектов.

Формообразование поверхностных форм элементов дороги на её переходном (отгонном) участке и на вираже существенно отличается от формообразования на прямолинейном участке рядом специфических особенностей, затрудняющих и усложняющих процесс теоретического и практического формообразования. В работе показана возможность построения математических моделей формообразования для отгонного участка на основе циклографического отображения оси дороги. Приведён пример, в котором выполнен подробный разбор с визуализацией каждого этапа формообразования.

Результаты работы могут быть использованы для разработки современных специализированных САПР автомобильных дорог.

*Ключевые слова:* геометрическое моделирование, циклографическое отображение, автомобильные дороги, виражи, отгоны виражных участков.

Геометрические параметры автомобильных дорог играют важнейшую роль в определении их транспортно-эксплуатационных качеств. Если геометрические параметры дороги не отвечают действующим нормам и требованиям, то эти ее недостатки нельзя исправить лучшими покрытиями полотна [1]. Автомобильная дорога является сложным строительным объектом и состоит из нескольких отличающихся друг от друга участков: прямолинейного в плане и виражного, при этом виражный участок, в свою очередь, делится на собственно вираж (круговой) и отгонные участки, служащие для плавного соединения прямолинейного в плане и кругового участков (рис. 1). По статистике наиболее аварийными участками автомобильных дорог являются различные поворотные участки, поэтому данные участки должны в максимальной степени отвечать установленным требованиям и нормам [2].

В современном проектировании и строительстве автомобильных дорог применяются различные подходы к их математическому моделированию [1, 3–7]. Все они ориентированы на рекомендации, приведенные в государственных нормах и правилах [2], согласно которым прямолинейный в плане участок дороги должен содержать дискретный каркас из типовых поперечных профилей, а на круговом участке дороги (вираже) – дискретный

каркас из поперечных профилей в виде прямолинейных отрезков неизменного уклона. Известны математические модели, в которых автомобильная дорога рассматривается как объект, составные элементы которого, различаясь режимными и конструктивными характеристиками, стыкуются между собой по определенному порядку гладкости. Эти модели рассмотрены в работах [6, 7].

В работе [8] авторами рассматривается подход к формированию поверхностей проезжей части на прямолинейных участках на основе метода циклографического отображения. Виражи, а также переходные участки между ними и прямолинейными в плане, называемые отгонами, в работе [8] рассмотрены не были. В этой связи с целью развития и расширения возможностей предлагаемого авторами циклографического подхода в настоящей работе рассматриваются локальные особенности формирования поверхностных форм отгонов виражных участков автомобильной дороги.

**Постановка задачи.** Начальным этапом формирования любого участка автомобильной дороги является проектирование ее оси. Этот этап достаточно подробно рассмотрен в работе [7]. Будем считать ось дороги заданным геометрическим элементом, который представляет собой пространственную кривую не ниже порядка гладкости  $C^1$  [7, 9].



Рис. 1. Устройство автомобильной дороги на виражных участках

Задачу моделирования проезжей части автомобильной дороги на отгонном участке можно сформулировать следующим образом: задана ось дороги в виде гладкой, не ниже порядка гладкости  $C^1$ , пространственной кривой  $\bar{P}(t)$ , описываемой векторным уравнением:

$$\bar{P}(t) = (x(t), y(t), z(t)); \bar{P}'(t) \neq 0; t \in R: T_0 \leq t \leq T. \quad (1)$$

Требуется построить теоретическую поверхность отгонного участка автомобильной дороги.

**Теория.** Сущность циклографического метода заключается во взаимно однозначном отображении точек пространства  $R^3$  на циклы в координатной плоскости  $(xy)$  декартовой системы координат Охуз. Циклографический метод был предложен и развит немецкими геометрами W. Fiedler [10], E. üller и J. Krames [11]. Современный уровень развития циклографического отображения и его многочисленные теоретические применения и практические реализации изложены в работах [12–15].

Циклографическая проекция точки  $(x, y, z)$  пространства  $R^3$  представляет собой направленную окружность – цикл на плоскости  $(xy)$  с центром в точке  $(x, y)$  и радиусом  $R = |z|$ . Двум направлениям цикла соответствуют аппликаты  $z > 0$  и  $z < 0$ . Следовательно, множество  $\infty^3$  точек пространства  $R^3$  можно поставить во взаимно однозначное соответствие с множеством  $\infty^3$  циклов плоскости  $(xy)$ .

Рассмотрим циклографический образ оси дороги, представляющий собой пространственную кривую. Его получение основано на построении однопараметрического множества конусов, вершины которых принадлежат данной кривой, а основания (циклы) расположены в плоскости проекций  $(xy)$  и образуют однопараметрическое множество циклов [8]. Огибающая множества циклов будет являться циклографической проекцией пространственной оси дороги. Уравнения огибающей

для изменяющихся значений полуугла  $\beta = \beta(t)$  при вершине конуса отображения имеют вид [8]:

$$\begin{aligned} x_{\beta(1,2)}(t) &= x(t) + z(t) \cdot e(t) \frac{-x'(t) \cdot \mu(t) \mp y'(t) \sqrt{\lambda(t) - \mu^2(t)}}{\lambda(t)}; \\ y_{\beta(1,2)}(t) &= y(t) + z(t) \cdot e(t) \frac{-x'(t) \cdot \mu(t) \pm x'(t) \sqrt{\lambda(t) - \mu^2(t)}}{\lambda(t)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\mu(t) = e(t) \cdot z'(t) + e'(t) \cdot z(t)$ ;

$$\lambda(t) = x'(t)^2 + y'(t)^2; \quad e(t) = tg(\beta).$$

Параметрические уравнения (2) описывают огибающую, которая может быть как единым объектом, так и состоять из ветвей  $\bar{P}_{\beta(1)}(t)$  и  $\bar{P}_{\beta(2)}(t)$ .

Центры всех циклов образуют линию  $\bar{P}_1(t)$ , представляющую собой горизонтальную проекцию исходной линии – оси дороги  $\bar{P}(t)$ . Если принять (1) и (2) в качестве уравнений направляющих линий, то можно получить линейчатую поверхность, которая будет огибающей указанного однопараметрического множества конусов отображения с вершинами на пространственной кривой  $\bar{P}(t)$ . Параметрические уравнения этой линейчатой поверхности имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} X(t, l) &= x(t) + l \cdot [x_{\beta(1,2)}(t) - x(t)]; \\ Y(t, l) &= y(t) + l \cdot [y_{\beta(1,2)}(t) - y(t)]; \\ Z(t, l) &= z(t) \cdot (1 - l); \\ t, l &\in R: T_0 \leq t \leq T, \quad L_0 \leq l \leq L. \end{aligned} \quad (3)$$

При рассечении поверхности (3) нормальными по отношению к линии  $\bar{P}_1(t)$  плоскостями будут образовываться кривые линии с вершинами на исходной линии  $\bar{P}(t)$ . Полученные линии сечений отличаются от общепринятых, соответствующих известным правилам и нормам [2]. Поэтому возникает необходимость преобразования получен-

ной поверхности в другую линейчатую поверхность, сечения которой указанными нормальными плоскостями соответствовали бы общепринятым типовым нормам. Предлагаемое преобразование основано на «доворачивании» общей с линейчатой поверхностью (3) пары прямолинейных образующих каждого конуса отображения в нормальную плоскость линии  $\bar{P}_1(t)$ . Это преобразование подробно рассмотрено в работе [8].

Общий принцип геометрического моделирования поверхностей дорожного полотна заключается в следующем. На плоскости проекций ( $xу$ ) строится горизонтальная проекция оси дороги – линия  $\bar{P}_1(t)$ . Затем по обеим сторонам этой линии строятся соответствующие ей линии – эквидистанты, удаленные от  $\bar{P}_1(t)$  на расстояние, равное сумме полуширины проезжей части и обочины. После этого на полученных линиях как на направляющих строятся вертикальные цилиндрические поверхности. Линия пересечения такой цилиндрической поверхности и линейчатой поверхности проезжей части, построение которой основано на циклографической проекции, будет являться бровкой проезжей части. Циклографическая проекция бровки проезжей части позволяет получить новую линейчатую поверхность, которая при пересечении с вертикальной цилиндрической поверхностью обочины даёт бровку обочины дорожного полотна. Таким образом, создавая поверхность между осью дороги и бровкой проезжей части, получаем поверхность проезжей части, а между бровкой проезжей части и обочины – поверхность обочины.

**Результаты эксперимента.** Рассмотрим пример построения поверхностной формы автомобильной дороги на отгонном участке. Примем некоторые допущения:

- считаем известными граничные условия стыкуемых к рассматриваемому отгону виража и прямолинейного в плане участков дороги, а именно: координаты стыкуемых крайних точек на бровках дорожного полотна и обочин, а также значения первых и вторых производных их уравнений в стыкуемых точках;

- уклоны образующих прямых линий поверхностей проезжей части и обочины с целью наглядности заведомо увеличены относительно требуемых норм и правил [2];

- при моделировании отгона не рассматривается уширение проезжей части на подходе к виражу.

В качестве оси дороги рассмотрим кривую  $\bar{P}(t) = \{x(t), y(t), z(t)\}$  с параметрическими уравнениями:

$$\begin{aligned} x(t) &= 12t^2 + 36t + 2, & y(t) &= 20t^3 + 9t^2 + 3t + 3, \\ z(t) &= 10 + 3t, & t &\in [0, 1]. \end{aligned}$$

Известно, что отгон виражного участка представляет собой элемент автомобильной дороги,

на котором происходит переход от двускатного профиля к односкатному и наоборот [2, 3]. Автомобильная дорога, в свою очередь, состоит из поверхностей проезжей части и прилегающей к ней обочины. Условно отгон виражного участка можно разбить на несколько участков, схематично представленных на рис. 2. Деление на участки накладывает некоторые конструктивные ограничения, которые необходимо учитывать при проектировании отгона.

На первом этапе моделирования, соответствующем участку 1, поверхности отгона по внешней обочине придают уклон, равный уклону внешней половины проезжей части. Второй этап, соответствующий участку 2, характерен тем, что прямолинейные образующие поверхности внешней половины дорожного полотна, включая образующие обочины, вращают вокруг оси дороги до горизонтального положения. Третий этап, соответствующий участку 3, по существу является продолжением второго. При этом образующие поверхности внешней половины дороги продолжают вращать вокруг оси, пока не будет достигнут односкатный поперечный профиль с поперечным уклоном, равным уклону проезжей части на внутренней половине проезжей части. На четвертом этапе всю линию поперечного профиля, состоящую из внешнего участка обочины, внутренней и внешней проезжей части, вращают вокруг бровки внутренней проезжей части до создания требуемого поперечного уклона внутренней обочины.

Таким образом, формообразование линейчатых поверхностей на участках 1–4 основано на непрерывном изменении положения прямоли-

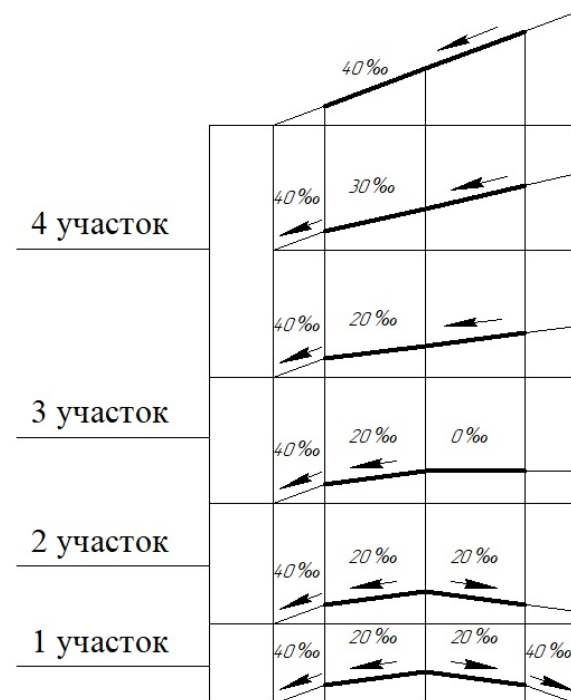


Рис. 2. Схема изменения профилей нормальных сечений поверхностной формы отгона

нейной образующей поверхности на соответствующем участке. Отрезок прямолинейной образующей, как было отмечено выше, представляет собой профиль нормального сечения поверхности отгона. Изменение положения профиля происходит на основе его вращения в плоскости нормального сечения относительно точки пересечения нормальной плоскости и оси дороги.

Особенностью первого участка является то, что внешней обочине придается уклон, равный поперечному уклону проезжей части, при этом остальные элементы отгона не изменяются и имеют такие же постоянные уклоны, как и на прилегающем к отгону прямолинейном участке, и моделируются по вышеприведенному алгоритму.

Рассмотрим более подробно принцип формообразования поверхности на участках с переменным полууглом при вершине конуса отображения  $\gamma$ ,  $\gamma = \gamma(t)$  (рис. 3). Фактически задача заключается в получении такой поверхности, которая бы не приводила к излому поверхности дороги в начале и в конце участка. В нашем случае к данному участку отгона прилегает с одной стороны прямолинейный участок дороги с двухскатным профилем, где угол наклона прямолинейных образующих поверхности обочины равен  $\gamma_1$ , а с другой идет продолжение отгона, где у внешней поверхности обочины угол изменяется до угла  $\gamma_2$ . Следовательно, можно получить две огибающие  $\bar{P}_{\gamma_1}(t)$  и  $\bar{P}_{\gamma_2}(t)$  циклов – оснований конусов циклографического отображения с полууглами при вершинах  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  соответственно. Решение задачи переносится на плоскость проекций ( $xу$ ) и сводится к нахождению некоторой кривой, соединяющей начало огибающей  $\bar{P}_{\gamma_1}(t)$  с концом огибающей  $\bar{P}_{\gamma_2}(t)$ . Впоследствии данная кривая будет определять закон изменения угла наклона образующих поверхности обочины. Для получения такой кривой используется кубический сплайн, который позволяет добиться гладкости  $C^1$  в точках стыковки с

кривыми соседних участков, что, в свою очередь, позволит добиться плавности стыковки получаемых впоследствии поверхностей обочины. Уравнение сплайна имеет вид [16]:

$$P(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3, \tag{4}$$

где  $t_1 \leq t \leq t_2, t \in R$ .

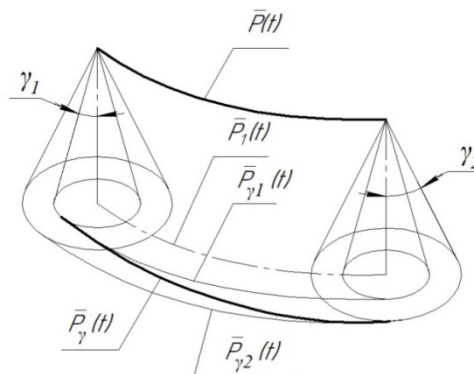


Рис. 3. К образованию линейчатой поверхности на участке с переменным полууглом при вершине конуса отображения

В рассматриваемом примере при углах  $\gamma_1 = 80^\circ$  и  $\gamma_2 = 85^\circ$  параметрические уравнения кривой  $\bar{P}_\gamma(t)$  имеют вид:

$$\begin{aligned} x(t) &= 3,5 + 42,6t + 54,4t^2 - 67,2t^3; \\ y(t) &= -14,9 + 3,5t + 16,9t^2 + 16,8t^3; \\ z(t) &= 8,1 + 3t + 20,9t^2 - 46,7t^3, \end{aligned}$$

где  $0 \leq t \leq 0,3$ .

Уравнения полученной кривой  $\bar{P}_\gamma(t)$  совместно с уравнениями оси дороги  $\bar{P}(t)$  определяют уравнения линейчатой поверхности, которая и будет искомой поверхностью обочины с переменным углом  $\gamma \in [\gamma_1, \gamma_2]$  наклона ее образующих. Дальнейшая обрезка данной поверхности вертикальной цилиндрической поверхностью внешней обочины позволяет получить линейчатую поверхность обочины на данном участке отгона (рис. 4).

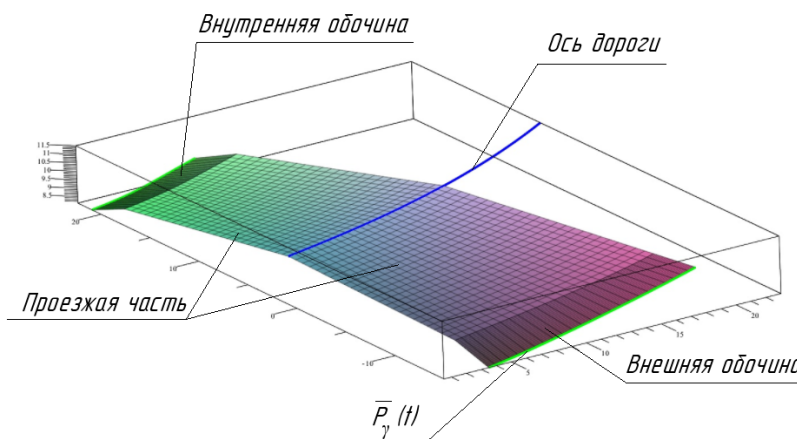


Рис. 4. Участок отгона с поверхностью внешней обочины, имеющей переменный угол  $\gamma$  наклона образующих

## Инженерная геометрия и компьютерная графика

Параметрические уравнения этой поверхности имеют вид:

$$\begin{aligned} X(t, l) &= 3,2 + 42,6t + 32,3t^2 - 18t^3 + (0,2 + 22,1t^2 - 49,2t^3) \cdot l, \\ Y(t, l) &= -11,9 + 3,5t + 12,5t^2 + 26,6t^3 + (-3 + 4,4t^2 - 9,8t^3) \cdot l, \\ Z(t, l) &= 8,9 + 3t + 6,6 \cdot 10^{-9}t^2 - 2,2 \cdot 10^{-8}t^3 + \\ &\quad + (-0,8 + 20,9t^2 - 46,7t^3) \cdot l, \end{aligned}$$

где  $0 \leq t \leq 0,3$ ;  $0 \leq l \leq 1$ ;  $t, l \in R$ .

Оставшаяся внутренняя часть поверхности отгона, вплоть до четвертого участка, остается неизменной.

На четвертом участке при неизменном уклоне прямолинейных образующих поверхности обочины образующие прямые проезжей части начинают менять угол наклона до тех пор, пока не произойдет совпадение с углом наклона образующих внутренней поверхности обочины (см. рис. 2, участок 4). Это происходит за счет вращения образующих внутренней проезжей части вокруг ее бровки. Таким образом, полный внутренний поперечный профиль отгона преобразуется в одну прямую линию. Здесь применяется тот же метод, что и для создания поверхности обочины на первом участке при изменении ее угла наклона, схема которого представлена на рис. 3. Следует отметить, что при вращении образующих прямых вокруг бровки проезжей части происходит изменение оси дороги. Новая ось дороги может быть найдена следующим образом. Из ортогональной проекции оси дороги  $\bar{P}_1(t)$  строится вертикальная цилиндрическая поверхность. Затем находится линия пересечения этой цилиндрической поверхности и линейчатой поверхности проезжей части с переменным углом наклона образующих. Полученная линия и будет «новой» осью дороги на данном участке (рис. 5).

Рассмотрим теперь моделирование поверхностных форм внешней части отгона виражного уча-

стка. Сложность конструирования второго и третьего участков заключается в том, что при вращении прямолинейных образующих поверхности дорожного полотна достигается особое горизонтальное положение одной из образующих, в котором поперечный уклон равен 0. В циклографической проекции данное положение соответствует значению полуугла при вершине конуса отображения, равному  $90^\circ$ . Из (3) следует, что ветвь огибающей циклографической проекции в этом случае терпит разрыв в бесконечно удаленной точке. По этой причине построение поверхностных форм дорожного полотна на данных участках отличается от вышерассмотренных построений.

Выше было рассмотрено формообразование поверхности первого участка внешней части отгона (рис. 4). Для остальных участков внешней части отгона построим циклографическую проекцию оси дороги, имеющую неизменный полуугол при вершине конуса отображения до конца отгона. На полученной огибающей построим вертикальную цилиндрическую поверхность  $\Psi$  и линейчатую поверхность  $\Omega$ , как показано на рис. 6. На цилиндрической поверхности необходимо определить несколько ключевых точек, по которым можно построить сплайны, определяющие подъем образующих линейчатой поверхности на конкретных участках отгона.

Каждая из ключевых точек лежит на границах между соответствующими участками отгона. Первая из ключевых точек – точка 1 – находится в плоскости проекций ( $xy$ ) на первой образующей полученной линейчатой поверхности  $\Omega$ . Для построения кубического сплайна между точками 1 и 2 имеем следующие условия: координаты точек  $\bar{T}_1$  и  $\bar{T}_2$ , значения первой  $\bar{T}_1'$  и второй  $\bar{T}_1''$  производных в точке 1, полученные из найденной ранее огибающей линии (циклографической проекции) с

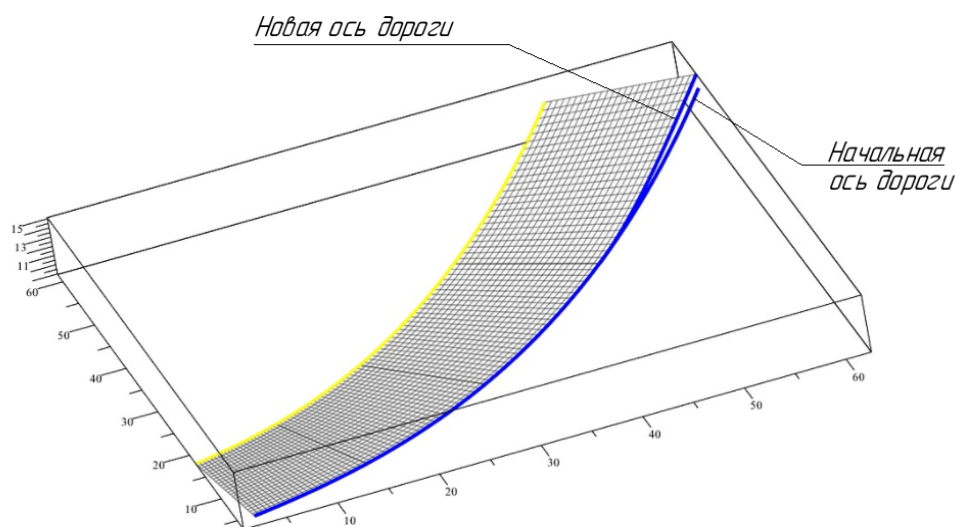


Рис. 5. Подъем оси дороги в конце отгона виражного участка

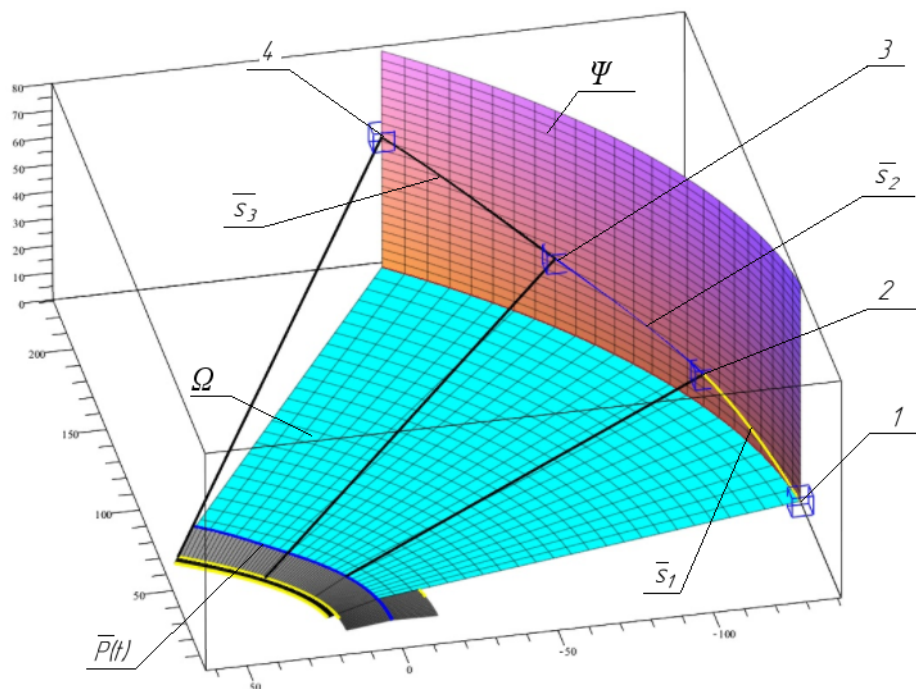


Рис. 6. Схема образования поверхности проезжей части внешней половины отгона виражного участка

первого участка. Эти четыре условия по формуле (4) позволяют найти кривую  $\bar{s}_1$ , которая определяет изменение наклона образующих линий внешней поверхности проезжей части отгона на втором участке. При этом в точке 1 достигается гладкость стыковки  $C^2$  между циклографической огибающей предыдущего участка и линией  $\bar{s}_1$ . В рассматриваемом примере уравнения кривой  $\bar{s}_1$  имеют вид:

$$\begin{aligned} x_{S1}(t) &= 1,4t^3 - 4,7t^2 + 66,2t + 60,7; \\ y_{S1}(t) &= -2,8t^3 + 13,8t^2 + 6,3t - 141,2; \\ z_{S1}(t) &= -10t^3 + 21,8t^2, \end{aligned}$$

где  $0 \leq t \leq 1$ .

Для нахождения точки 2 проведем горизонтальную прямую из последней точки второго участка до пересечения с цилиндрической поверхностью  $\Psi$  так, чтобы ортогональная проекция этой прямой была перпендикулярна ортогональной проекции оси дороги  $\bar{P}_1(t)$ . Полученная точка и будет искомой точкой 2. Аналогичным образом, зная координаты точек  $\bar{T}_2$  и  $\bar{T}_3$ , а также производные  $\bar{T}_2'$  и  $\bar{T}_2''$ , строим кривую  $\bar{s}_2$ , определяющую изменение угла наклона образующих для данного участка. Уравнения кривой  $\bar{s}_2$  следующие:

$$\begin{aligned} x_{S2}(t) &= -1,2t^3 - 2,8t^2 + 61t + 123,6; \\ y_{S2}(t) &= -2,6t^3 + 12,4t^2 + 25,6t - 123,8; \\ z_{S2}(t) &= -0,13t^3 + 2,7t^2 + 13,6t - 11,8, \end{aligned}$$

где  $0 \leq t \leq 1$ .

Точка 3 находится на пересечении последней образующей третьего участка внутренней поверх-

ности проезжей части и цилиндрической поверхности  $\Psi$ . Для определения кривой на этом участке имеем шесть граничных условий:  $\bar{T}_3$ ,  $\bar{T}_4$ ,  $\bar{T}_3'$ ,  $\bar{T}_4'$ ,  $\bar{T}_3''$  и  $\bar{T}_4''$  (для точки 4 в ходе принятых допущений принимаем известными параметры виражного участка, стыкуемого с рассматриваемым участком отгона). Для достижения второго порядка гладкости между точками 3 и 4 строим эрмитов сплайн пятой степени  $\bar{s}_3$ , уравнение которого имеет вид [17]:

$$P(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5,$$

где  $t_1 \leq t \leq t_2, t \in R$ .

Полученные в ходе вычислений параметрические уравнения кривой  $\bar{s}_3$  имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} x_{S3}(t) &= 48,9t^5 - 136,5t^4 + 105,4t^3 + 4,8t^2 + 25t + 180,6; \\ y_{S3}(t) &= -10,2t^5 + 40,6t^4 - 52,2t^3 + 33,8t^2 + 33,8t - 88,4; \\ z_{S3}(t) &= 41,5t^5 - 128,5t^4 + 114,1t^3 - 6,1t^2 + 1,8t + 25,4, \end{aligned}$$

где  $0 \leq t \leq 1$ .

Таким образом, полученные кривые между точками 1–4, состыкованные по второму порядку гладкости и рассмотренные совместно с соответствующими им участками оси дороги на отгоне виража, позволяют получить линейчатые поверхности. Отсекая данные поверхности вертикальной цилиндрической поверхностью  $E(t,l)$  внешней кромки проезжей части, как показано на рис. 7, получаем искомые поверхности проезжей части на внешней стороне дорожного полотна. Таким же образом получаем поверхности для внешней обочины.

## Инженерная геометрия и компьютерная графика

Итоговая визуализация отгона виражного участка в рассматриваемом примере представлена на рис. 8. Для большей наглядности показаны насыпи, полученные путем построения циклографической проекции от бровок обочины.

### Заключение

В работе рассмотрена возможность моделирования поверхностных форм отгона виражного участка на основе циклографического отображения.

Задавая ось дороги, можно получить модель отгона на виражном участке автомобильной дороги, состоящего из нескольких участков, соединенных между собой по условию гладкости. Полученная модель математически формализуема и допускает аналитические решения ее систем уравнений. Это делает предлагаемую модель доступной для использования в современных информационных технологиях проектирования поверхностных форм дорожного полотна.

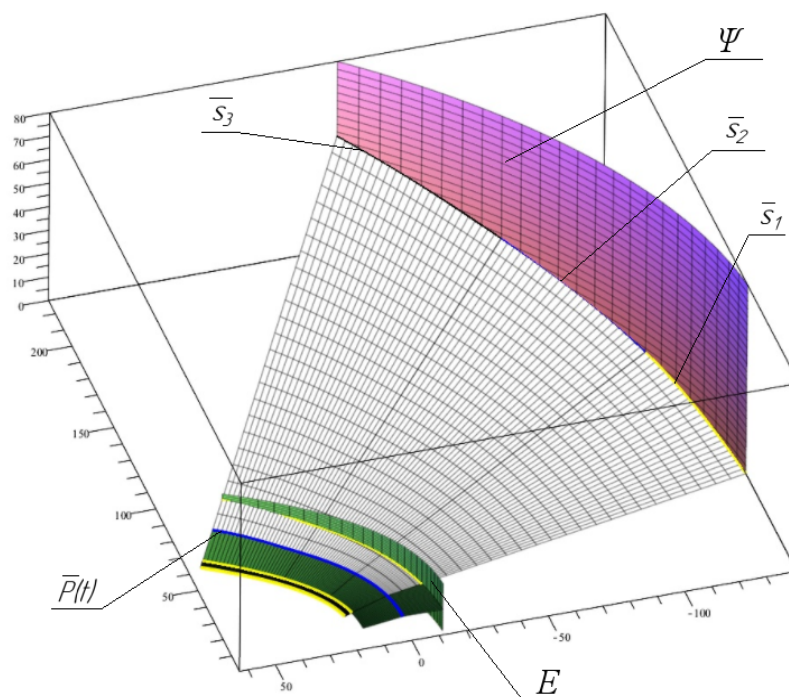


Рис. 7. Схема образования поверхности проезжей части внешней половины отгона виражного участка

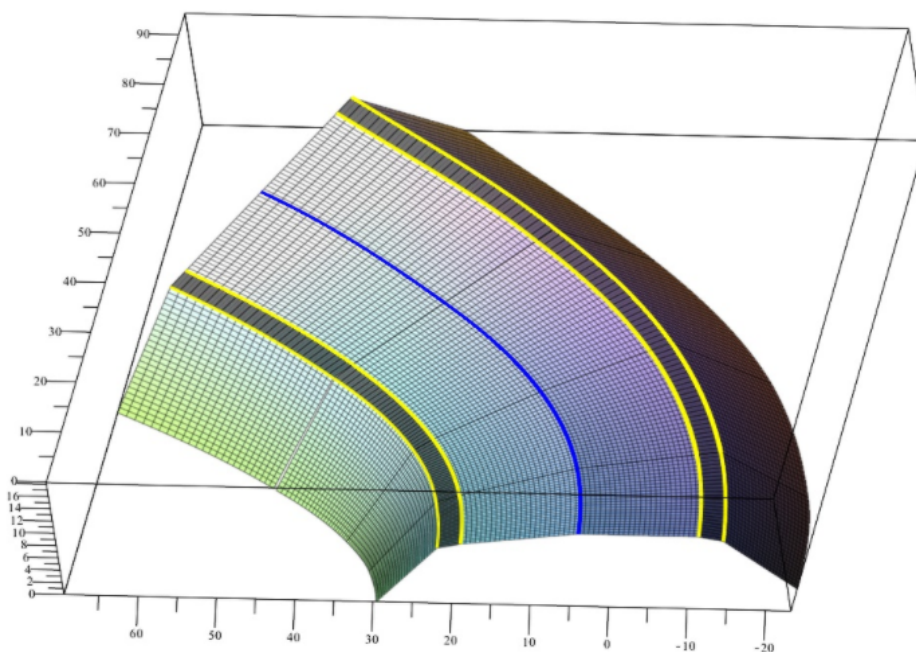


Рис. 8. Итоговая модель поверхностных форм отгона виражного участка

## Литература

1. Кузьмин, В.И. Автоматизированное конструирование виражей безопасных конструкций на закруглениях автомобильных дорог / В.И. Кузьмин, А.И. Левтеров // *Вестн. Харьк. нац. автомоб.-дор. ун-та.* – 2009. – Вып. 47. – С. 29–33.
2. Автомобильные дороги: СНиП 2.05.02-85. – Введ. 1987-01-01. – Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1986. – 56 с.
3. Бойков, В.Н. Автоматизированное проектирование автомобильных дорог (на примере IndorCAD/Road) / В.Н. Бойков, Г.А. Федотов, В.И. Пуркин. – М.: Изд-во МАДИ, 2005. – 224 с.
4. Пуркин, В.И. Основы автоматизированного проектирования автомобильных дорог / В.И. Пуркин. – М.: МАДИ, 2000. – 141 с.
5. Сальков, Н.А. Математическое моделирование линейных и поверхностных форм автомобильных дорог на подходах к мостам / Н.А. Сальков // *Труды МАДИ: Прикладные теоретические вопросы проектирования переходов через водотоки.* – М., 1989. – С. 60–66.
6. Система автоматизированного проектирования автомобильных дорог IndorCAD/Road 5.0. Справочное руководство. – Томск: ООО «ИндорСофт», 2004. – 275 с.
7. Сальков, Н.А. Моделирование автомобильных дорог [Электронный ресурс] / Н.А. Сальков. – М.: ИНФРА-М, 2012. – 120 с. – (Научная мысль). – ISBN 978-5-16-006756-8.
8. Panchuk, K.L. Cyclographic Modeling of Surface Forms of Highways / K.L. Panchuk, A.S. Niteyskiy, E.V. Lyubchinov // *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering.* – 2017. – 262. – 012108. DOI: 10.1088/1757-899X/262/1/012108.
9. Федотов, В.А. Теоретические, экспериментальные и практические основы автоматизированного проектирования развязок движения на пересечениях автомобильных дорог в разных уровнях: дис. ... канд. техн. наук / В.А. Федотов. – М., 1979. – 292 с.
10. Fiendler, W. Cyclographie oder Construction der Aufgabenüber Kreise und Kugeln und elementare Geometrie der Kreis- und Kugelsysteme / W. Fiendler. – Leipzig, Druckund Verlagvon B.G. Teubner, 1882. – 284 p.
11. Emil MullerDr. Vorlesungenüber Darstellende Geometrie. II. Band: Die Zyklographie. Edited from the manuscript by Dr. Josef Leopold Krames / Dr. Emil Muller. – Leipzig and Vienna, Franz Deuticke, 1929. – 476 p.
12. Pottmann, H. Computational Line Geometry / H. Pottmann, J. Wallner. – Berlin. Heidelberg: Springer Verlag, 2001. – 565 p.
13. Pottmann, H. Applications of Laguerre geometry in CAGD / H. Pottmann, M. Peternell // *Comput. Aided Geom. Design.* – 1998. – № 15. – P. 165–186.
14. Cho, H.C. Clifford algebra, Lorentzian geometry, and rational parametrization of canal surfaces / H.C. Cho, H.I. Choi, S-H. Kwon, D.S. Lee, N-S. Wee // *Computer Aided Geometric Design.* – 2004. – Vol. 21. – P. 327–339.
15. Панчук, К.Л. Циклографическая начертательная геометрия: моногр. / К.Л. Панчук, Н.В. Кайгородцева. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2017. – 232 с.
16. Rogers, D.F. Mathematical Elements for computer graphics / D.F. Rogers. – McGraw-Hill Publishing Company – New York, 1990. – 604 p.
17. Завьялов, Ю.С. Методы сплайн-функций / Ю.С. Завьялов, Б.И. Квасов, В.Л. Мирошниченко. – М.: Наука, 1980. – 355 с.

Любчинов Евгений Владимирович, аспирант, кафедры «Инженерная геометрия и САПР», Омский государственный технический университет (Омск), lubchinov.E.V@yandex.ru

Панчук Константин Леонидович, доктор технических наук, профессор кафедры «Инженерная геометрия и САПР», Омский государственный технический университет (Омск), panchuk\_kl@mail.ru

Поступила в редакцию 20 ноября 2018 г.



## GEOMETRIC SIMULATION OF SURFACE FORMS OF SUPERELEVATION ATTAINMENT OF A HIGHWAY BASED ON CYCLOGRAPHIC MAPPING

E.V. Lyubchinov, *Lubchinov.E.V@yandex.ru*

K.L. Panchuk, *panchuk\_kl@mail.ru*

Omsk State Technical University, Omsk, Russian Federation

Theoretical studies on highway design consider the road axis as a basic element that defines spatial forms of other road elements: the roadway, the roadside verge, and the slopes. Based on this principle of shaping of the road elements, mathematical models of shaping based on the cyclographic method of simulation of space and its objects are proposed in this article.

Shaping of surface forms of road elements on its transition segment and on a curve essentially differs from shaping on a straightway section by a number of specific features that impede and complicate the process of theoretical and practical shaping. The article describes the possibility to construct mathematical models of shaping a superelevation attainment segment on the basis of cyclographic mapping of the road axis. An example with detailed analysis and visualization of each stage of shaping is given.

Results of the work can be used for development of modern specialized CAD of highways.

*Keywords:* geometric simulation, cyclographic mapping, highways, curves, superelevation attainments.

### References

1. Kuz'min V. I., Levterov A.I. [Automated Construction of Cornering Safety Structures on the Rounding of Highways]. *Bulletin of Kharkov National Automobile and Highway University*, 2009, iss. 47, pp. 29–33. (in Russ.).
2. SNiP 2.05.02-85. [Highways]. Moscow, TSITP Gosstroya SSSR Publ., 1986. 56 p. (in Russ.).
3. Boykov V.N., Fedotov G.A., Purkin V.I. *Avtomatizirovannoye proyektirovaniye avtomobil'nykh dorog (na primere IndorCAD/Road)* [The Automated Design of Highways (Using the Example of IndorCAD / Road)]. Moscow, MADI Publ., 2005. 224 p. DOI: 10.17273/BOOK.2005.1
4. Purkin V.I. *Osnovy avtomatizirovannogo proyektirovaniya avtomobil'nykh dorog* [Basics of Computer-Aided Design of Highways]. Moscow, MADI Publ., 2000. 141 p.
5. Sal'kov N.A. [Mathematical Modeling of Linear and Superficial Forms of Highways on Approaches to Bridges] *Trudy MADI: Prikladnyye teoreticheskiye voprosy proyektirovaniya perekhodov cherez vodotoki* [MADI Proceedings: Applied Theoretical Questions for the Design of Transitions through Waterways]. Moscow, 1989, pp. 60–66. (in Russ.).
6. *Sistema avtomatizirovannogo proyektirovaniya avtomobil'nykh dorog IndorCAD/Road 5.0. Spravochnoye rukovodstvo* [The system of Computer-Aided Design of Highways IndorCAD / Road 5.0. Reference Guide]. Tomsk, LLC "IndorSoft" Publ., 2004. 275 p. DOI: 10.17273/BOOK.2005.1
7. Sal'kov N.A. *Modelirovaniye avtomobil'nykh dorog* [Modeling of Highways]. Moscow, INFRA-M Publ., 2012. 120 p.
8. Panchuk K.L., Niteyskiy A.S., Lyubchinov E.V. [Cyclographic Modeling of Surface Forms of Highways]. *IOP Conference. Ser. Materials Science and Engineering*, 2017, no. 262, 012108. DOI: 10.1088/1757-899X/262/1/012108.
9. Fedotov V.A. *Teoreticheskiye, eksperimental'nyye i prakticheskiye osnovy avtomatizirovannogo proyektirovaniya razvyazok dvizheniya na peresecheniyakh avtomobil'nykh dorog v raznykh urovnyakh*. Dis. kand. tekhn. nauk [Theoretical, Experimental and Practical Bases of Computer-Aided Design of Traffic Interchanges at the Intersections of Highways in Different Levels. Cand. sci. diss.]. Moscow, 1979. 292 p.
10. Fiendler W. [Cyklographie oder Construction der Aufgabenüber Kreise und Kugeln und elementare Geometrie der Kreis- und Kugelsysteme]. Leipzig, Druckund Verlagvon B.G. Teubner, 1882. 284 p.
11. Dr. Emil Muller. [Vorlesungenüber Darstellende Geometrie. II. Band: Die Zyklographie. Edited from the Manuscript by Dr. Josef Leopold Krames]. Leipzig and Vienna, Franz Deuticke, 1929. 476 p. DOI: 10.1002/zamm.19290090357

12. Pottmann H., Wallner J. [Computational Line Geometry]. Berlin. Heidelberg, Springer Verlag, 2001. 565 p.
13. Pottmann H., Peternell M. [Applications of Laguerre Geometry in CAGD]. *Comput. Aided Geom. Design*, 1998, no. 15, pp. 165–186.
14. H.C. Cho, H.I. Choi, S-H. Kwon, D.S. Lee, N-S. Wee [Clifford Algebra, Lorentzian Geometry, and Rational Parametrization of Canal Surfaces]. *Computer Aided Geometric Design*, 2004, vol. 21, pp. 327–339. DOI: 10.1016/j.cagd.2003.11.001
15. Panchuk K.L., Kaygorodtseva N.V. *Tsiklograficheskaya nachertatel'naya geometriya: monografiya* [Cyclographic Descriptive Geometry: a Monograph]. Omsk, OmGTU Publ., 2017. 232 p.
16. Rogers D.F. [Mathematical Elements for Computer Graphics]. New York, McGraw-Hill Publishing Company, 1990. 604 p.
17. Zav'yalov Yu.S., Kvasov B.I., Miroshnichenko V.L. *Metody splayn-funktsiy* [Methods of Spline Functions]. Moscow, Nauka Publ., 1980. 355 p.

Received 20 November 2018

---

**ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ**

Любчинов, Е.В. Геометрическое моделирование поверхностных форм отгона виража автомобильной дороги на основе циклографического отображения / Е.В. Любчинов, К.Л. Панчук // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». – 2019. – Т. 19, № 1. – С. 68–77. DOI: 10.14529/build190109

**FOR CITATION**

Lyubchinov E.V., Panchuk K.L. Geometric Simulation of Surface Forms of Superelevation Attainment of a Highway Based on Cyclographic Mapping. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Construction Engineering and Architecture*. 2019, vol. 19, no. 1, pp. 68–77. (in Russ.). DOI: 10.14529/build190109

---