

ОБ УПРАВЛЯЕМОСТИ ТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМА ОТАПЛИВАЕМЫХ ЗДАНИЙ

С.В. Панферов¹, В.И. Панферов^{1,2}

¹ Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Россия,

² Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», филиал в г. Челябинске, г. Челябинск, Россия

Температура внутреннего воздуха различных помещений отапливаемых зданий зачастую должна быть разной. Вместе с тем количество применяемых при этом управляющих воздействий достаточно ограничено: как правило, регулируют либо температуру, либо расход теплоносителя на индивидуальном тепловом пункте (ИТП) здания. Причем расход теплоносителя почти никогда не изменяют из-за неизбежности гидравлической разрегулировки системы отопления, поэтому для управления температурным режимом зданий, как правило, доступно только одно управляющее воздействие – это температура теплоносителя на ИТП. В связи с этим вполне естественно возникает вопрос об управляемости температурного режима зданий, то есть о возможности поддержания различных температур в различных помещениях. Для решения этой задачи предложено математическое описание температурного режима различных помещений здания с двухтрубной системой отопления. Это описание представляет собой матричную систему дифференциальных уравнений первого порядка. При этом используются понятия избыточной температуры внутреннего воздуха и избыточной температуры теплоносителя. Найдены условия полной управляемости объекта. Для этого была вычислена матрица управляемости, показано, что ее определитель может быть выражен через определитель Вандермонда. Это обстоятельство существенно упростило определение условий управляемости. Отмечено, что для полной управляемости объекта необходимо, чтобы все его помещения различались бы либо по теплозащитным и теплоинерционным свойствам, либо по характеристикам установленных в них отопительных приборов. В большинстве практических случаев такого различия обычно нет, поэтому температурный режим отапливаемых зданий, как правило, является неполностью управляемым.

Ключевые слова: температурный режим, отапливаемые здания, управляемость, теплоноситель, матричное описание, матрица управляемости, теплозащитные и теплоинерционные свойства помещений, характеристики отопительных приборов.

Постановка задачи. Требования, предъявляемые к температурному режиму отапливаемых зданий, заключаются в том, что температура внутреннего воздуха различных его помещений, как правило, должна отличаться. Вместе с тем возможности применяемых управляющих воздействий достаточно ограничены. Обычно регулируют (изменяют) только температуру теплоносителя на абонентском вводе здания (качественное регулирование). Расход теплоносителя при этом (количественное регулирование) почти никогда не изменяют из-за неизбежности гидравлической разрегулировки системы отопления. Далее, в двухтрубной системе отопительные приборы помещений, расположенных на разных этажах, подключаются к одному и тому же подающему стояку и к одному и тому же обратному стояку, поэтому на их входы поступает теплоноситель с одной и той же температурой. В однотрубной системе один и тот же теплоноситель последовательно пропускается через отопительные приборы разных этажей. В связи с этим в таких условиях вполне естественно возникает вопрос о том, возможно ли в этой ситуации в принципе поддерживать различные требуемые температуры внутреннего воздуха в разных поме-

щениях здания? Таким образом, необходимо исследовать вопрос об управляемости температурного режима отапливаемых зданий, причем управляемость будем понимать в смысле работ [1–4].

Решение задачи. Рассмотрим указанную задачу применительно к двухтрубной системе отопления, в которой применяется только качественное регулирование – изменение температуры теплоносителя на абонентском вводе здания и, соответственно, на входах отопительных приборов различных помещений на разных этажах.

Как это установлено [5], температурный режим отдельных помещений здания удовлетворительно может быть описан следующим дифференциальным уравнением:

$$T_i \frac{d\theta_i(\tau)}{d\tau} + \theta_i(\tau) = k_i W_{0i}(\tau), \quad (1)$$

где $\theta_i(\tau) = t_{Bi}(\tau) - t_H(\tau)$, $t_{Bi}(\tau)$, $\theta_i(\tau)$ – соответственно фактическая и избыточная температуры i -го помещения, $t_H(\tau)$ – температура наружного воздуха, T_i , k_i , $W_{0i}(\tau)$ – соответственно постоянная времени, коэффициент передачи и мощность отопительного прибора i -го помещения, τ – время.

При этом, как это нетрудно показать, мощность отопительного прибора i -го помещения может быть представлена следующим образом [6, 7]:

$$W_{0i}(\tau) = \frac{k_{Ti} F_i (\theta_T - \theta_i)}{1 + \frac{k_{Ti} F_i}{2cG_i}} \tag{2}$$

Здесь k_{Ti}, F_i, G_i – соответственно коэффициент теплопередачи, площадь поверхности теплообмена и расход теплоносителя отопительного прибора i -го помещения, c – удельная теплоемкость теплоносителя, $\theta_T = t_T - t_H, t_T, \theta_T$ – соответственно фактическая и избыточная температуры теплоносителя (одинаковы для всех отапливаемых помещений).

Если подставить соотношение (2) в уравнение (1), то оно может быть переписано в стандартном для теории управляемости [1–4] виде:

$$\frac{d\theta_i(\tau)}{d\tau} = -\frac{1+k_{ППi}}{T_i} \theta_i(\tau) + \frac{k_{ППi}}{T_i} u(\tau), \tag{3}$$

где $k_{ППi} = \frac{k_{Ti} F_i k_i}{1 + \frac{k_{Ti} F_i}{2cG_i}}, u(\tau) = \theta_T$ – управляющее воздействие.

Таким образом, температурный режим всех n помещений здания может быть описан следующим матричным уравнением:

$$\frac{d\theta(\tau)}{d\tau} = A \theta(\tau) + B u(\tau), \tag{4}$$

где $\theta(\tau) = \begin{bmatrix} \theta_1(\tau) \\ \theta_2(\tau) \\ \dots \\ \theta_n(\tau) \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} -\frac{1+k_{ПП1}}{T_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\frac{1+k_{ПП2}}{T_2} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & -\frac{1+k_{ППn}}{T_n} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} \frac{k_{ПП1}}{T_1} \\ \frac{k_{ПП2}}{T_2} \\ \dots \\ \frac{k_{ППn}}{T_n} \end{bmatrix}; u(\tau) = \theta_T$ – скалярное управление.

Условие полной управляемости системы (4) дается теоремой Калмана [1, 2, 8–14]. Для проверки условия теоремы Калмана вычислим матрицу управляемости $[BABA^2B\dots A^{n-1}B]$. В данном случае эта матрица будет иметь следующий вид:

$$[BABA^2B\dots A^{n-1}B] = \begin{bmatrix} \frac{k_{ПП1}}{T_1} & -\frac{(1+k_{ПП1})k_{ПП1}}{T_1^2} & \frac{(1+k_{ПП1})^2 k_{ПП1}}{T_1^3} & \dots & (-1)^{n-1} \frac{(1+k_{ПП1})^{n-1} k_{ПП1}}{T_1^n} \\ \frac{k_{ПП2}}{T_2} & -\frac{(1+k_{ПП2})k_{ПП2}}{T_2^2} & \frac{(1+k_{ПП2})^2 k_{ПП2}}{T_2^3} & \dots & (-1)^{n-1} \frac{(1+k_{ПП2})^{n-1} k_{ПП2}}{T_2^n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{k_{ППn}}{T_n} & -\frac{(1+k_{ППn})k_{ППn}}{T_n^2} & \frac{(1+k_{ППn})^2 k_{ППn}}{T_n^3} & \dots & (-1)^{n-1} \frac{(1+k_{ППn})^{n-1} k_{ППn}}{T_n^n} \end{bmatrix}.$$

Далее следует определить ранг этой матрицы, для этого нужно вычислить ее определитель. Если при этом учесть известное свойство определителей [15], то определитель данной матрицы управляемости может быть представлен следующим образом:

$$\det[BABA^2B\dots A^{n-1}B] = \frac{k_{ПП1}}{T_1} \times \frac{k_{ПП2}}{T_2} \times \dots \times \frac{k_{ППn}}{T_n} \times (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \begin{vmatrix} 1 & \frac{(1+k_{ПП1})}{T_1} & \frac{(1+k_{ПП1})^2}{T_1^2} & \dots & \frac{(1+k_{ПП1})^{n-1}}{T_1^{n-1}} \\ 1 & \frac{(1+k_{ПП2})}{T_2} & \frac{(1+k_{ПП2})^2}{T_2^2} & \dots & \frac{(1+k_{ПП2})^{n-1}}{T_2^{n-1}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \frac{(1+k_{ППn})}{T_n} & \frac{(1+k_{ППn})^2}{T_n^2} & \dots & \frac{(1+k_{ППn})^{n-1}}{T_n^{n-1}} \end{vmatrix}. \tag{5}$$

Как это видно из (5), определитель в данном соотношении является определителем Вандермонда [15], поэтому

$$\det \left[\begin{matrix} \text{B} & \text{A} & \text{B} & \text{A}^2 & \text{B} & \dots & \text{A}^{n-1} & \text{B} \end{matrix} \right] = \\ = \frac{k_{\text{ПП1}}}{T_1} \times \frac{k_{\text{ПП2}}}{T_2} \times \dots \times \frac{k_{\text{ППn}}}{T_n} \times (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \times \\ \times \prod_{n \geq i > k \geq 1} \left(\frac{1+k_{\text{ППi}}}{T_i} - \frac{1+k_{\text{ППk}}}{T_k} \right). \quad (6)$$

Понятно, что он не будет равен нулю только при условии, что

$$\frac{1+k_{\text{ППi}}}{T_i} \neq \frac{1+k_{\text{ППk}}}{T_k}. \quad (7)$$

Только в этом случае ранг матрицы управляемости будет равен n и согласно теореме Калмана [1, 2, 8–14] объект вполне управляем, т. е. в принципе существует управление $u(\tau) = \theta_T$, которое может обеспечить различные требуемые температуры в разных помещениях здания с двухтрубной системой отопления. Для этого различные помещения здания, как это следует из условия (7), должны отличаться либо по теплотехническим и гидравлическим характеристикам установленных в них отопительных приборов, либо по теплозащитным и теплоинерционным свойствам самих помещений. Выполнить такие условия, как правило, не представляется возможным, так как имеет место типовое строительство, при котором в каждом построенном здании обязательно имеются типовые этажи с типовыми помещениями и, соответственно, с типовыми характеристиками и установленными отопительными приборами. Поэтому в большинстве случаев температурный режим зданий не вполне управляем, т. е. не существует управления $u(\tau) = \theta_T$, которое способно обеспечить различные требуемые температуры в разных помещениях здания. Очевидно, что возможны разные температуры только для разных групп помещений с одинаковыми вышеуказанными характеристиками.

Выводы

Рассмотрена задача об управляемости температурного режима отапливаемых зданий. Установлено, что для полной управляемости объекта необходимо, чтобы все помещения здания различались бы либо по теплозащитным и теплоинерционным свойствам, либо по характеристикам установленных в них отопительных приборов. В большинстве практических случаев температурный режим отапливаемых зданий следует считать неполностью управляемым.

Литература

1. Воронов, А.А. Устойчивость, управляемость, наблюдаемость / А.А. Воронов. – М.: Наука, 1979. – 336 с.

2. Дорф, Р. Современные системы управления: пер с англ. / Р. Дорф, Р. Бишоп. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002. – 832 с.

3. Растринин, Л.А. Современные принципы управления сложными объектами / Л.А. Растринин. – М.: Сов. радио, 1980. – 232 с.

4. Панферов, В.И. Об управляемости процесса нагрева металла в нагревательных печах / В.И. Панферов, Б.Н. Парсункин, В.К. Тузов // Изв. вузов. Черная металлургия. – 1983. – № 5. – С. 156–157.

5. Панферов, В.И. К теории математического моделирования теплового режима зданий / В.И. Панферов, А.Н. Нагорная, Е.Ю. Анисимова // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2006. – Вып. 4. – № 14 (69). – С. 128–132.

6. Панферов, В.И. Об особенностях вывода уравнений регулирования систем централизованного теплоснабжения / В.И. Панферов, С.В. Панферов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2016. – Т. 16, № 1. – С. 21–30. DOI: 10.14529/ctcr160102.

7. Панферов, В.И. О некоторых решениях проблемы управления централизованным теплоснабжением / В.И. Панферов, С.В. Панферов // Труды Академэнерго. – 2016. – № 2. – С. 95–108.

8. Kalman, R.E. Controllability of linear dynamical systems / R.E. Kalman, Y.S. Ho, K.S. Narendra // Contributions to Differential Equations. – 1963. – V. 1. – P. 189–213.

9. Ailon, A. Controllability of generalized linear time invariant systems / A. Ailon // IEEE Trans. Aut. Control. – 1987. – V. AC-32, № 5. – P. 429–432.

10. Cobb J. D. Controllability, observability and duality in singular systems / J.D. Cobb // IEEE Trans. Autom. Control. – 1984. – V. 29, № 12. – P. 1076–1082.

11. Campbell, S.L. Observability of linear time varying descriptor systems / S.L. Campbell, W.J. Terrel // SIAM J. Matrix Anal, and Appi. – 1991. – V. 12, № 3. – P. 484–496.

12. Cheng, Z. Controllability of generalized dynamical systems with constrained control / Z. Cheng, H. Hong, J. Zhang // J. Austral. Math. B. – 1988. – V. 30, № 1. – P. 69–78.

13. Koumboulis, F.N. On Kalman's Controllability and Observability Criteria for Singular Systems / F.N. Koumboulis, B.G. Mertzios // Circuits Systems Signal Process. 1999. – V. 18, № 3. – P. 269–290.

14. Paraskevopoulos P.N. Observers for singular systems / P.N. Paraskevopoulos, F.N. Koumboulis // IEEE Trans. Autom. Contr. – 1992. – V. 37, № 8. – P. 1211–1215.

15. Математические основы теории автоматического регулирования / В.А. Иванов, В.С. Медведев, Б.К. Чемоданов, А.С. Ющенко. – М.: Высш. шк., 1971. – 808 с.

Панферов Сергей Владимирович, кандидат технических наук, доцент кафедры градостроительства, инженерных сетей и систем, Южно-Уральский государственный университет (Челябинск).

Панферов Владимир Иванович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры информационно-аналитического обеспечения управления в социальных и экономических системах, Южно-Уральский государственный университет (Челябинск), профессор кафедры авиационных комплексов и конструкций летательных аппаратов, Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», филиал в г. Челябинске (Челябинск); tgsiv@mail.ru.

Поступила в редакцию 13 января 2019 г.

DOI: 10.14529/build190210

ON CONTROLLABILITY OF THE TEMPERATURE MODE OF HEATED BUILDINGS

S.V. Panferov¹

V.I. Panferov^{1,2}, tgsiv@mail.ru

¹ South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

² Russian Air Force Military Educational and Scientific Center "Air Force Academy named after Professor N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin", Chelyabinsk branch, Chelyabinsk, Russian Federation

The temperature of the internal air of different rooms of heated buildings often must be different. At the same time, the number of control actions applied in this case is rather limited – as a rule, they regulate either the temperature or the coolant flow rate at the individual heat point (IHP) of the building. Moreover, the coolant flow rate almost never changes due to the inevitability of hydraulic deregulation of the heating system, therefore, as a rule, only one control action is available to control the temperature regime of buildings – this is the temperature of the coolant at the IHP. In this regard, an issue quite naturally arises on the controllability of the temperature regime of buildings, that is, on the possibility of maintaining different temperatures in different rooms. To solve this problem, a mathematical description of the temperature conditions of various rooms in a building with a two-pipe heating system has been proposed. This description is a matrix system of first-order differential equations. The concepts of excess internal air temperature and excess coolant temperature are used. The conditions of complete controllability of the object were found. For this, the controllability matrix was calculated, it was shown that its determinant can be expressed in terms of the Vandermonde determinant. This circumstance greatly simplified the definition of the conditions of controllability. It was noted that for the complete controllability of the object, it is necessary that all its premises would differ either in heat-shielding and heat-inertial properties, or in the characteristics of the heating devices installed in them. In most practical cases, usually, there is no such distinction; therefore, the temperature regime of heated buildings, as a rule, is not fully controlled.

Keywords: temperature conditions, heated buildings, controllability, coolant, matrix description, controllability matrix, heat-shielding and heat-inertial properties of premises, characteristics of heating devices.

References

1. Voronov A.A. *Ustoychivost', upravlyayemost', nablyudayemost'* [Stability, Controllability, Observability]. Moscow, Science Publ., 1979. 336 p.
2. Dorf R., Bishop R. *Sovremennyye sistemy upravleniya* [Modern Control Systems. Per from English]. Moscow, Laboratory of Basic Knowledge Publ., 2002. 832 p.
3. Rastrigin L.A. *Sovremennyye printsipy upravleniya slozhnymi ob'yektami* [Modern Principles of Management of Complex Objects]. Moscow, Sov. Radio, 1980. 300 p.
4. Panferov V.I., Parsunkin B.N., Tuzov V.K. [On the Controllability of the Process of Heating a Metal in Heating Furnaces]. *Izv. vuzov. Chernaya metallurgiya* [News of Higher Education Institutions. Ferrous metallurgy], 1983, no. 5, pp. 156–157. (in Russ.)
5. Panferov V.I., Nagornaya A.N., Anisimova E.Yu. [To the Theory of Mathematical Modeling of the Thermal Regime of Buildings]. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technology, Management, Electronics*, 2006, vol. 4, no. 14(69), pp. 128–132. (in Russ.)

6. Panferov V.I., Panferov S.V. [About Features of the Derivation of the Equations of Regulation of Centralized Heat Supply Systems]. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technology, Management, Electronics*, 2016, vol. 16, no. 1, pp. 21–30. DOI: 10.14529/ct-sr160102.
7. Panferov V.I., Panferov S.V. [On Some Solutions to the Problem of Managing Centralized Heat Supply] *Trudy Akadem-energo* [Works of Academenergo], 2016, no. 2, pp. 95–108. (in Russ.)
8. Kalman R.E., Ho Y.S., Narendra K.S. Controllability of Linear Dynamical Systems. *Contributions to Differential Equations*, 1963, vol. 1, pp. 189–213.
9. Ailon A. Controllability of Generalized Linear Time Invariant Systems. *IEEE Trans. Aut. Control*, 1987, vol. AC-32, no. 5, pp. 429–432.
10. Cobb J.D. Controllability, Observability and Duality in Singular Systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1984, vol. 29, no. 12, pp. 1076–1082.
11. Campbell S.L., Terrel W.J. Observability of Linear Time Varying Descriptor Systems. *SIAM J. Matrix Anal. and Appl.*, 1991, vol. 12, no. 3, pp. 484–496.
12. Cheng Z., Hong H., Zhang J. Controllability of Generalized Dynamical Systems with Constrained Control. *J. Austral. Math. B*, 1988, vol. 30, no. 1, pp. 69–78.
13. Koumboulis F.N., Mertzios B.G. On Kalman's Controllability and Observability Criteria for Singular Systems. *Circuits Systems Signal Process*, 1999, vol. 18, no. 3, pp. 269–290.
14. Paraskevopoulos P.N., Koumboulis F.N. Observers for Singular Systems. *IEEE Trans. Autom. Contr.*, 1992, vol. 37, no. 8, pp. 1211–1215.
15. Ivanov V.A., Medvedev V.S., Chemodanov B.K., Yushchenko A.S. *Matematicheskiye osnovy teorii avtomaticheskogo regulirovaniya* [Mathematical Foundations of the Theory of Automatic Control]. Moscow, Higher School Publ., 1971. 808 p.

Received 13 January 2019

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Панферов, С.В. Об управляемости температурного режима отапливаемых зданий / С.В. Панферов, В.И. Панферов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». – 2019. – Т. 19, № 2. – С. 62–66. DOI: 10.14529/build190210

FOR CITATION

Panferov S.V., Panferov V.I. On controllability of the temperature mode of heated buildings. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Construction Engineering and Architecture*. 2019, vol. 19, no. 2, pp. 62–66. (in Russ.). DOI: 10.14529/build190210
