

РАЗРАБОТКА КОМПЛЕКСА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРОГРАММ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ГРАВИМЕТРИИ И МАГНИТОМЕТРИИ ДЛЯ СЕТОК БОЛЬШОЙ РАЗМЕРНОСТИ

© 2022 А.И. Третьяков

Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН

(620990 Екатеринбург, ул. Софьи Ковалевской, д. 16)

E-mail: fr1z2rt@gmail.com

Поступила в редакцию: 29.10.2021

В настоящее время важнейшими задачами при исследовании структуры земной коры являются обратные задачи гравиметрии и задачи магнитометрии о нахождении поверхностей раздела сред на основе данных о гравитационном и магнитном поле, измеренном на некоторой площади земной поверхности. В основе методов решения этих задач лежат идеи итеративной регуляризации. После дискретизации эти задачи сводятся к системам нелинейных уравнений большой размерности, решение которых требует большого количества вычислительных ресурсов. Необходимость в повышении точности решения требует дополнительных вычислений, что влечет за собой увеличение времени счета. В работе описывается система удаленных вычислений и интегрированного в нее комплекса программ для графических ускорителей, реализующих наиболее быстрые и экономичные по памяти из разработанных ранее итерационных алгоритмов на основе градиентных методов. Эта система представляет собой веб-портал, являющийся универсальным решением для запуска задач на удаленных кластерах. Важнейшим преимуществом такого портала является его простота использования: при подключении к кластеру для осуществления вычислений более не требуется производить установку дополнительного ПО на самом кластере, также не требуется наличие привилегированной учетной записи для работы с кластером. Все что требуется — действующая учетная запись на исполняемом кластере, остальную работу по коммуникации с центром обработки данных (ЦОД) берет на себя портал. Портал может легко масштабироваться при росте количества пользователей, которые могут загружать необходимые алгоритмы и выполнять вычисления с помощью ЦОД.

Ключевые слова: обратная задача гравиметрии, обратная задача магнитометрии, веб-портал.

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Третьяков А.И. Разработка комплекса параллельных программ решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии для сеток большой размерности // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2022. Т. 11, № 1. С. 57–78. DOI: 10.14529/cmse220104.

Введение

При исследовании структуры земной коры особо важными являются обратная задача гравиметрии [1] о нахождении поверхностей раздела сред постоянной плотности по известным скачкам плотности и гравитационному полю, измеренному на некоторой площади земной поверхности, задача магнитометрии [2] о нахождении поверхностей раздела сред постоянной вертикальной намагниченности по известным скачкам намагниченности и вертикальной компоненте магнитного поля, измеренной на некоторой площади земной поверхности, и задача магнитометрии о нахождении поверхностей раздела сред постоянной произвольно направленной намагниченности по известным скачкам намагниченности и магнитному полю, измеренному на некоторой площади земной поверхности. Задачи описываются нелинейными интегральными уравнениями Фредгольма первого рода. При разработке методов

решения задач используются идеи итеративной регуляризации [3]. После дискретизации эти задачи сводятся к системам нелинейных уравнений большой размерности. Повышение точности решения задач достигается за счет использования более мелких сеток, однако это приводит к увеличению затрат на вычислительные ресурсы.

Решение геофизических задач — трудоемкий процесс, требующий использования сложного математического аппарата, а также передовых компьютерных технологий. При решении задач требуется хранение и обработка большого объема информации. Кроме того, алгоритмы обладают высокой вычислительной сложностью: увеличение объема входных данных существенно увеличивает время вычислений. Решение таких задач на персональном компьютере может занимать от нескольких часов до нескольких дней, поэтому целесообразно использовать параллельные вычисления как на графических ускорителях, так и на многопроцессорной системе. Использование графических ускорителей при этом является наиболее перспективным, так как позволяет сократить время решения задач на несколько порядков. Несмотря на значительное сокращение времени использование параллельных вычислений порождает ряд проблем. Во-первых, исследователю нужно быть не только специалистом в предметной области, но и в области вычислительной математики. Кроме этого, ему также необходимо владеть технологиями параллельного программирования. Во-вторых, вычислительные ресурсы, необходимые для исследований, имеют высокую стоимость и доступны далеко не каждому исследователю. Таким образом, получение результатов является сложной и трудоемкой работой, требующей не только мощных вычислительных ресурсов, но и больших затрат человеческого труда и финансов. Вследствие этого появляется необходимость в создании специализированного веб-портала для удаленных вычислений, который позволил бы существенно облегчить и удешевить эти процессы.

Целью данной работы является реализация разработанных ранее [4–7] быстрых и экономичных по памяти итерационных алгоритмов решения нелинейных обратных задач гравиметрии и магнитометрии о нахождении поверхностей раздела сред на основе градиентных методов в виде комплекса программ для графических ускорителей, разработка системы удаленных вычислений и интеграция в нее рассмотренных алгоритмов. Веб-портал позволяет запускать программы в удобном графическом интерфейсе (через веб-сервис) из любой точки мира при наличии сети интернет, не прибегая к использованию командной строки.

В работе [4] описано построение модифицированного метода наискорейшего спуска, линейаризованного метода сопряженных градиентов и его модифицированного варианта для решения задач гравиметрии и магнитометрии в многослойной среде. Разработаны алгоритмы для многоядерных процессоров и графических ускорителей. В работе [5] предлагается регуляризованный линейаризованный вариант нелинейного метода сопряженных градиентов для решения систем нелинейных уравнений, а также построены регуляризованные линейаризованные методы: модифицированный метод сопряженных градиентов и гибридный метод сопряженных градиентов. На основе методов разработаны алгоритмы для графических ускорителей Nvidia, которые используют свойство блочно-теплицевости матрицы производных для ее эффективного хранения в памяти. В работе [6] предложен модифицированный вариант покомпонентного градиентного метода для решения систем нелинейных уравнений. Модифицированный метод показал свою эффективность для больших углов намагниченности в задаче магнитометрии. В работе [7] разработаны параллельные алгоритмы для графических ускорителей на основе модифицированных аналогов α -процессов [8] для

решения задачи гравиметрии. Под α -процессом подразумевается рекуррентная формула $z^{k+1} = z^k - \frac{\langle A^\alpha S_n, S_n \rangle}{\langle A^{\alpha+1} S_n, S_n \rangle} S_n$, где α — некоторое фиксированное вещественное число.

В работе [9] описывается первый подход к системе удаленных вычислений. На данном этапе веб-портал позволяет пользователю запускать задание на вычисление решения обратной задачи гравиметрии и задачи Дирихле с использованием предложенных методов на МВС-1000/32. Всего на портале предустановлено 8 алгоритмов для решения данного типа задач. Пользователь может выбрать необходимый алгоритм, ввести входные параметры, выбрать количество процессоров и запустить задачу. После завершения расчетов у пользователя появляется возможность посмотреть изображение решения и скачать результаты. В работе [10] предложен ряд важных улучшений для веб-портала: система аутентификации пользователя, возможность использования графических ускорителей, выбор выходных файлов, по которым осуществляется построение изображений результатов расчета. Система аутентификации пользователя проверяет учетную запись пользователя на суперкомпьютере МВС-ИММ. Для обеспечения безопасности добавлено SSL-шифрование. Также добавлена возможность выбора планировщика вычислительных ресурсов. В работе [11] добавлена возможность работы с суперкомпьютером УРАН. Также имеются альтернативные наработки в данной отрасли. В работе [12] описывается библиотека для удаленного запуска задач, без интерфейса и хранилища алгоритмов. Данная библиотека отлично подходит для автоматизации запуска задач на удаленном кластере. В работе [13] описывается веб-портал для запуска распределенных задач на вычислительном кластере. Особенностью портала является фиксированный список решаемых задач и работа с конкретным вычислительным кластером. Также существует продукт UNICORE [14] — сложная многомодульная система. Для работы требуется установка и настройка нескольких модулей, клиента для работы с порталом. Создание и загрузку задач требуется производить каждому пользователю. На базе этого продукта есть реализованные решения запуска собственных веб-порталов. В работе [15] на базе UNICORE предлагается реализация веб-портала для высокопроизводительных вычислений в области медицины. Инструмент достаточно гибкий, но при этом необходимо установить или разработать некоторое количество модулей, для того, чтобы поддержать свой процесс запуска задач. Как правило, модули необходимо устанавливать на вычислительные узлы, находящиеся в одной сети с кластером.

Как правило, запросы на выполнение вычислений к веб-порталам осуществляются посредством различных методов API, представляющих собой комплексное решение, одно из которых описано в работе [16]. Работа представляет собой FirecREST API, обеспечивающий доступ к ресурсам высокопроизводительного компьютерного центра, что позволяет научным веб-порталам запускать задачи на удаленном кластере и впоследствии загружать на него (или скачивать с него) данные. Также имеется альтернативное решение в виде NEWT API, описанного в работе [17]. Это API поддерживает аутентификацию пользователей и их работу с очередью задач на вычисления, с файлами, папками и другими хранимыми данными.

В данной работе предлагается развитие специализированного веб-портала, описанного в работах [9–11], включающее в себя идеи из альтернативных разработок и оптимизации существующих наработок. Одна из целей — сделать инструмент простым для установки, настройки и использования. Веб-портал позволяет пользователям загружать алгоритмы для решения своих собственных задач и делиться ими с другими пользователями системы. Так же появляется возможность подключения к различным вычислительным кластерам.

Статья имеет следующую структуру. В разделе 1 описываются постановки структурных обратных задач гравиметрии и магнитометрии. В разделе 2 описывается схема аппроксимации интегрального оператора в задаче магнитометрии и приводятся методы решения задач. В разделе 3 приводится описание комплекса программ, архитектура универсального веб-портала и описание численных экспериментов для модельной задачи гравиметрии. Заключение содержит краткую сводку результатов, полученных в работе, с указанием направления дальнейших исследований.

1. Структурные обратные задачи гравиметрии и магнитометрии

1.1. Постановка обратной задачи гравиметрии

Рассмотрим постановку обратной задачи гравиметрии для нескольких поверхностей раздела.

Введем трехмерную декартову систему координат, в которой плоскость xOy совпадает с земной поверхностью, а ось z направлена вертикально вниз. Предполагается, что нижнее полупространство состоит из нескольких слоев постоянной плотности, разделенных искомыми поверхностями $S_l (l = 1, \dots, L)$, где L — априорно известное число границ раздела (рис. 1).

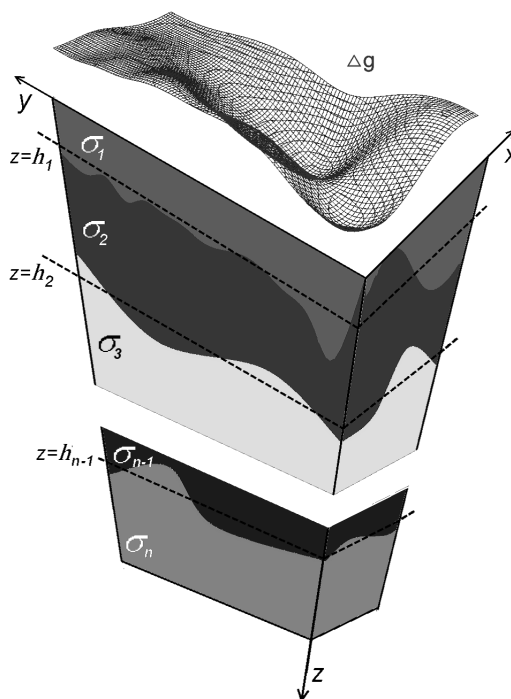


Рис. 1. Модель многослойной среды в задаче гравиметрии

Пусть поверхности раздела задаются уравнениями $\zeta_l = \zeta_l(x, y)$, скачки плотности на них равны $\Delta\sigma_l$, поверхности имеют горизонтальные асимптотические плоскости $\zeta_l = h_l$, т.е. $\lim_{|x|+|y| \rightarrow \infty} |\zeta_l(x, y) - h_l| = 0$.

Поле от суперпозиции границ с точностью до постоянного слагаемого равно

$$f \sum_{l=1}^L \Delta\sigma_l \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + \zeta_l^2(x, y)}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + h_l^2}} \right] dx dy = \Delta g(x', y', 0), \quad (1)$$

где f — гравитационная постоянная, $\Delta\sigma_l$ — скачок плотности на границе, $\zeta_l(x, y)$ — искомые поверхности.

Обратная задача состоит в определении формы поверхностей $\zeta_l(x, y)$ по данным об изменении силы тяжести на поверхности Земли $\Delta g(x', y', 0)$. Исходными данными считаются плотности слоев $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ и глубины залегания плоскостей h_l .

После дискретизации уравнения (1) на сетке $n = M \times N$ (рис. 2) с шагами $\Delta x, \Delta y$, где задана правая часть $\Delta g(x, y, 0)$ и аппроксимации интегрального оператора $A(z)$, имеем вектор правой части $F = (F_1, F_2, \dots, F_n)$ размерности n , вектор решения $z = z_1 \oplus z_2 \oplus \dots \oplus z_L$ (где \oplus — конкатенация векторов) размерности L_n и систему n нелинейных уравнений $A(z) = F$.

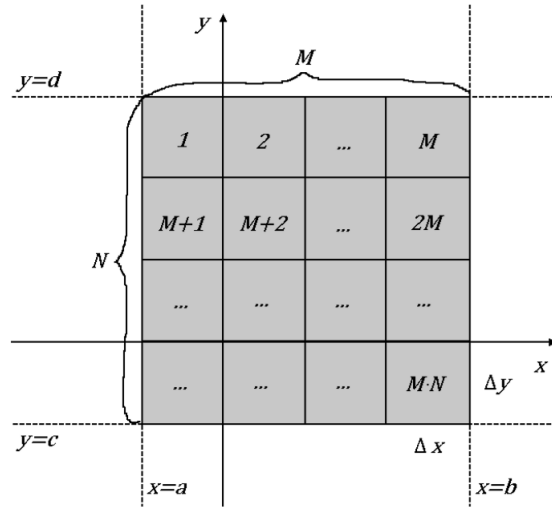


Рис. 2. Распределение индексов по сетке

1.2. Постановка обратной задачи магнитометрии

Предполагается, что нижнее полупространство состоит из нескольких слоев постоянной вертикально направленной намагниченности $J_l = J_l^z (l = 1, \dots, L)$, разделенных искомыми поверхностями $S_l (l = 1, \dots, L)$, где L — априорно известное число границ раздела (рис. 3). Магнитный эффект от такого полупространства равен сумме магнитных эффектов от всех поверхностей раздела.

Пусть поверхности раздела задаются уравнениями $\zeta_l = \zeta_l(x, y)$, скачки модулей векторов намагниченности на них равны ΔJ_l , поверхности имеют горизонтальные асимптотические плоскости $\zeta_l = h_l$, т.е. $\lim_{|x|+|y| \rightarrow \infty} |\zeta_l(x, y) - h_l| = 0$. Поле от суперпозиции границ с точностью до постоянного слагаемого равно

$$\sum_{l=1}^L \frac{\Delta J_l}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\zeta_l(x, y)}{\left((x-x')^2 + (y-y')^2 + \zeta_l^2(x, y) \right)^{3/2}} - \frac{h_l}{\left((x-x')^2 + (y-y')^2 + h_l^2 \right)^{3/2}} \right] dx dy = \Delta Z(x', y', 0), \quad (2)$$

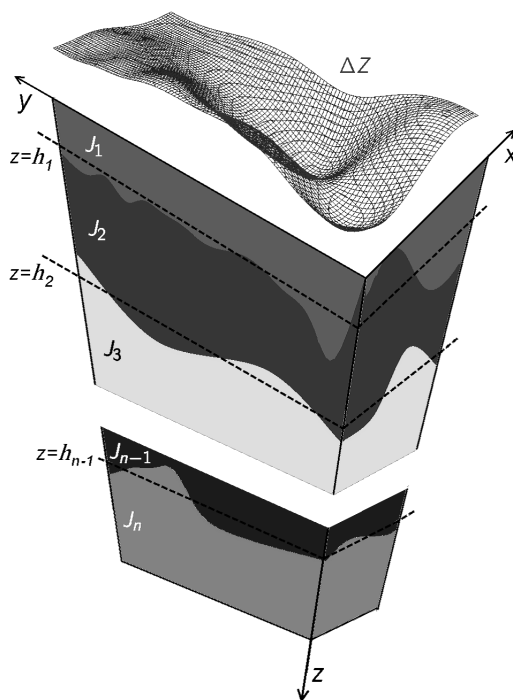


Рис. 3. Модель многослойной среды в задаче магнитометрии

где ΔJ — разность векторов намагниченности слоев, $\zeta_l(x, y)$ — искомые поверхности.

После дискретизации уравнения (2) на сетке $n = M \times N$ (рис. 2) с шагами Δx , Δy , где задана правая часть $\Delta Z(x, y, 0)$ и аппроксимации интегрального оператора $B(z)$, имеем вектор правой части $F = (F_1, F_2, \dots, F_n)$ размерности n , вектор решения $z = z_1 \oplus z_2 \oplus \dots \oplus z_L$ (где \oplus — конкатенация векторов) размерности L_n и систему n нелинейных уравнений $B[z] = F$.

1.3. Постановка обратной задачи магнитометрии для случая произвольно направленной суммарной намагниченности

Предполагается, что нижнее полупространство состоит из нескольких слоев постоянной произвольнонаправленной намагниченности $J_l = J_l^z$ ($l = 1, \dots, L$), разделенных искомыми поверхностями (рис. 4). Магнитный эффект от такого полупространства равен сумме магнитных эффектов от всех поверхностей раздела.

Пусть поверхности раздела задаются уравнениями $\zeta_l = \zeta_l(x, y)$, скачки модулей векторов намагниченности на них равны ΔJ_l , поверхности имеют горизонтальные асимптотические плоскости $\zeta_l = h_l$, т.е. $\lim_{|x|+|y| \rightarrow \infty} |\zeta_l(x, y) - h_l| = 0$. Поле от суперпозиции границ с точностью до постоянного слагаемого равно

$$\frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\Delta J_x(x-x') + \Delta J_y(y-y') - \Delta J_z h}{\left((x-x')^2 + (y-y')^2 + h^2 \right)^{3/2}} - \frac{\Delta J_x(x-x') + \Delta J_y(y-y') - \Delta J_z \zeta_l(x, y)}{\left((x-x')^2 + (y-y')^2 + \zeta_l^2(x, y) \right)^{3/2}} \right] dx dy = \Delta Z(x', y', 0), \quad (3)$$

где $\Delta J = (\Delta J_x, \Delta J_y, \Delta J_z)$ — скачок намагниченности слоев.

После дискретизации уравнения (3) получаем систему нелинейных уравнений $B[z] = F$.

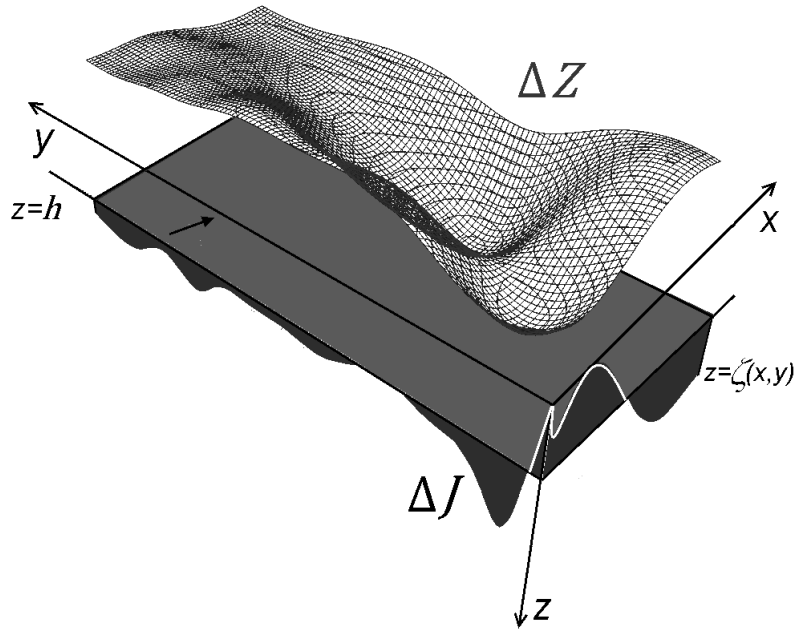


Рис. 4. Модель многослойной среды в задаче магнитометрии для случая произвольно направленной суммарной намагниченности

Обратные задачи гравиметрии и магнитометрии являются существенно некорректными задачами, решение которых обладает сильной чувствительностью к погрешностям правых частей, полученных в результате измерений и предварительной обработки геофизических данных. Поэтому при решении задач используются методы итеративной регуляризации.

2. Методы решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии

2.1. Схема аппроксимации интегрального оператора в задаче магнитометрии

Для каждой ячейки сетки с индексами (i, j) строится элементарный параллелепипед высотой $|\Delta Z|$, $\Delta Z = (Z(x_i, y_j) - h)$, имеющий намагниченность $J = (J_x, J_y, J_z) = \text{sign}(\Delta Z)\Delta J$. Поле от криволинейной поверхности будет равно сумме полей от всех элементов разбиения:

$$\Delta Z(x, y) \approx \sum_{ij} \Delta Z_{ij}.$$

Найдем выражение для поля прямоугольного параллелепипеда со сторонами, параллельными координатным осям. Для этого воспользуемся теоремой Пуассона

$$\Delta Z = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial z} \langle J, \nabla V \rangle = -\frac{1}{4\pi} (J_x V_{xz} + J_y V_{yz} + J_z V_{zz}).$$

Выражения для вторых производных V_{xz} и V_{yz} потенциала приводятся в [18]

$$V_{xz} = \left\| \left\| \left(\eta - y + \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2} \right) \right\|_{\xi_1}^{\xi_2} \right\|_{\eta_1}^{\eta_2} \Big|_{\zeta_1}^{\zeta_2},$$

$$V_{yz} = \left\| \left\| \left(\xi - x + \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2} \right) \right\|_{\xi_1}^{\xi_2} \right\|_{\eta_1}^{\eta_2} \Big|_{\zeta_1}^{\zeta_2}.$$

Получим выражение для V_{zz} . Производная потенциала однородного тела произвольной формы:

$$V_{zz} = 3 \int_V \frac{(\zeta - z)^2}{\left((\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2 \right)^{5/2}} d\xi d\eta d\zeta.$$

Подставляем пределы и поочередно интегрируем. Получаем

$$V_{zz} = \left\| \left\| \tan^{-1} \left(\frac{(\xi - x)(\eta - y)}{(\zeta - z) \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2}} \right) \right\|_{\xi_1}^{\xi_2} \right\|_{\eta_1}^{\eta_2} \Big|_{\zeta_1}^{\zeta_2}.$$

Данная схема позволяет достичь более высокого уровня точности при меньших затратах вычислительных ресурсов.

2.2. Градиентные методы

Для решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии для случая двуслойной среды в работе используются следующие методы:

- регуляризованный линейризованный метод сопряженных градиентов (РЛМСГ) [5, 6]

$$z^{k+1} = z^k - \psi \frac{\langle p^k, S_\alpha(z^k) \rangle}{\|A'(z^k) p^k\|^2 + \alpha \|p^k\|^2} p^k, p^k = S_\alpha(z^k) + \beta^k p^{k-1}, p^0 = S_\alpha(z^0),$$

$$\beta^k = \max \left\{ 0, \frac{\langle S_\alpha(z^k), S_\alpha(z^k) - S_\alpha(z^{k-1}) \rangle}{\|S_\alpha(z^{k-1})\|^2} \right\}, \quad (4)$$

$$S_\alpha(z) = A'(z)^T (A(z) - F) + \alpha (z - z^0),$$

где z^0 — начальное приближение, z^k — приближенное решение на k -ой итерации, α — параметр регуляризации, ψ — демпфирующий множитель. В качестве условия останова используется (5) при достаточно малом ε .

$$\frac{\|A(z) - F\|}{\|F\|} < \varepsilon \quad (5)$$

- покомпонентный градиентный метод (ПГМ) [6]

$$z_i^{k+1} = z_i^k - \psi \frac{A_i(z^k) - F_i + \alpha \|z^k - z^0\|^2}{\|\nabla A_i(z^k)\|^2} \left(\frac{\partial A_i(z^k)}{\partial z_i} \right), \quad (6)$$

где $z_i - i$ компонента приближенного решения, $i = 1..n$, $k \in \mathbb{N}$, ψ — демпфирующий множитель. В данном методе меньше действий по сравнению с методом сопряженных градиентов, но больше чувствительность к возмущенным данным.

- модифицированный регуляризованный линейризованный метод сопряженных градиентов (МРЛМСГ) [5]

$$z^{k+1} = z^k - \psi \frac{\langle p^k, S_\alpha^0(z^k) \rangle}{\|A'(z^0)p^k\|^2 + \alpha \|p^k\|^2} p^k, p^k = S_\alpha^0(z^k) + \beta^k p^{k-1}, p^0 = S_\alpha^0(z^0),$$

$$\beta^k = \max \left\{ 0, \frac{\langle S_\alpha^0(z^k), S_\alpha^0(z^k) - S_\alpha^0(z^{k-1}) \rangle}{\|S_\alpha^0(z^{k-1})\|^2} \right\}, \quad (7)$$

$$S_\alpha^0(z) = A'(z^0)^T (A(z) - F) + \alpha (z - z^0),$$

где z^0 — начальное приближение, z^k — приближенное решение на k -ой итерации, α — параметр регуляризации, ψ — демпфирующий множитель. В качестве условия останова используется (5) при достаточно малом ε .

- модифицированные α -процессы [7]:

метод минимальной невязки (ММН)

$$z^{k+1} = z^k - \psi \frac{\langle (A'(z^0) + \bar{\alpha}I) \overline{S_\alpha}(z^k), \overline{S_\alpha}(z^k) \rangle}{\|(A'(z^0) + \bar{\alpha}I) \overline{S_\alpha}(z^k)\|^2} \overline{S_\alpha}(z^k); \quad (8)$$

метод наискорейшего спуска (МНС)

$$z^{k+1} = z^k - \psi \frac{\|\overline{S_\alpha}(z^k)\|^2}{\langle (A'(z^0) + \bar{\alpha}I) \overline{S_\alpha}(z^k), \overline{S_\alpha}(z^k) \rangle} \overline{S_\alpha}(z^k); \quad (9)$$

метод минимальной ошибки (ММО)

$$z^{k+1} = z^k - \psi \frac{\langle (A'(z^0) + \bar{\alpha}I)^{-1} \overline{S_\alpha}(z^k), \overline{S_\alpha}(z^k) \rangle}{\|\overline{S_\alpha}(z^k)\|^2} \overline{S_\alpha}(z^k), \quad (10)$$

где z^0 — начальное приближение, z^k — приближенное решение на k -ой итерации, α — параметр регуляризации, ψ — демпфирующий множитель. В качестве условия останова используется (5) при достаточно малом ε .

Можно заметить, что для модифицированных методов матрица производных интегрального оператора вычисляется в начальной точке и не пересчитывается в дальнейшем процессе. Матрица $A'(z^0)$ при $z^0 = \text{const}$ является блочно-теплицевой. На рис. 5 изображена структура матрицы производных интегрального оператора для случая двухслойной среды, где $k, l = 1..M$ — индекс блока, $p, q = 1..N$ — индекс внутри блока. Блоки с одинаковыми индексами совпадают, элементы внутри блока с одинаковыми индексами имеют одно и то же значение. На рис. 6 изображена структура матрицы производных интегрального оператора для случая многослойной среды. Она состоит из L больших блоков, где L — число границ раздела. Каждый такой блок имеет блочно-теплицевую структуру. Для хранения такой матрицы достаточно хранить одну строку, для вычисления любого элемента в матрице достаточно применить соответствующий сдвиг относительно сохраненной строки. Это позволяет сократить время счета и затраты на оперативную память.

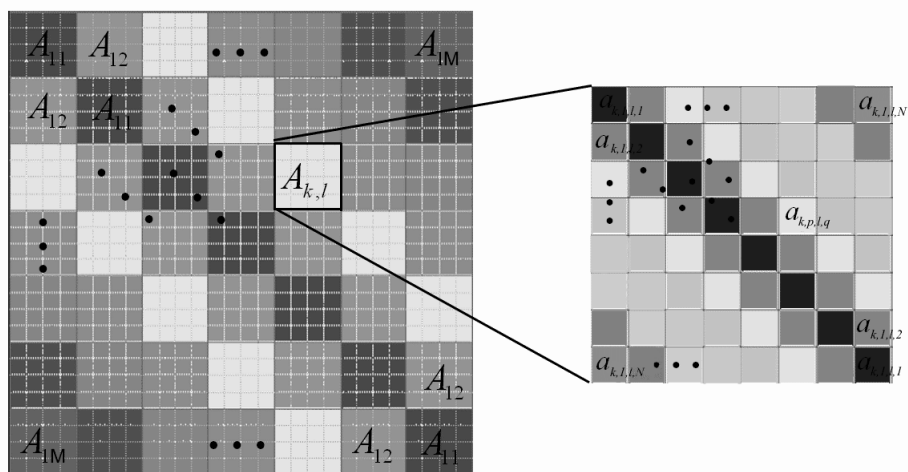


Рис. 5. Структура матрицы производных интегрального оператора для случая двухслойной среды

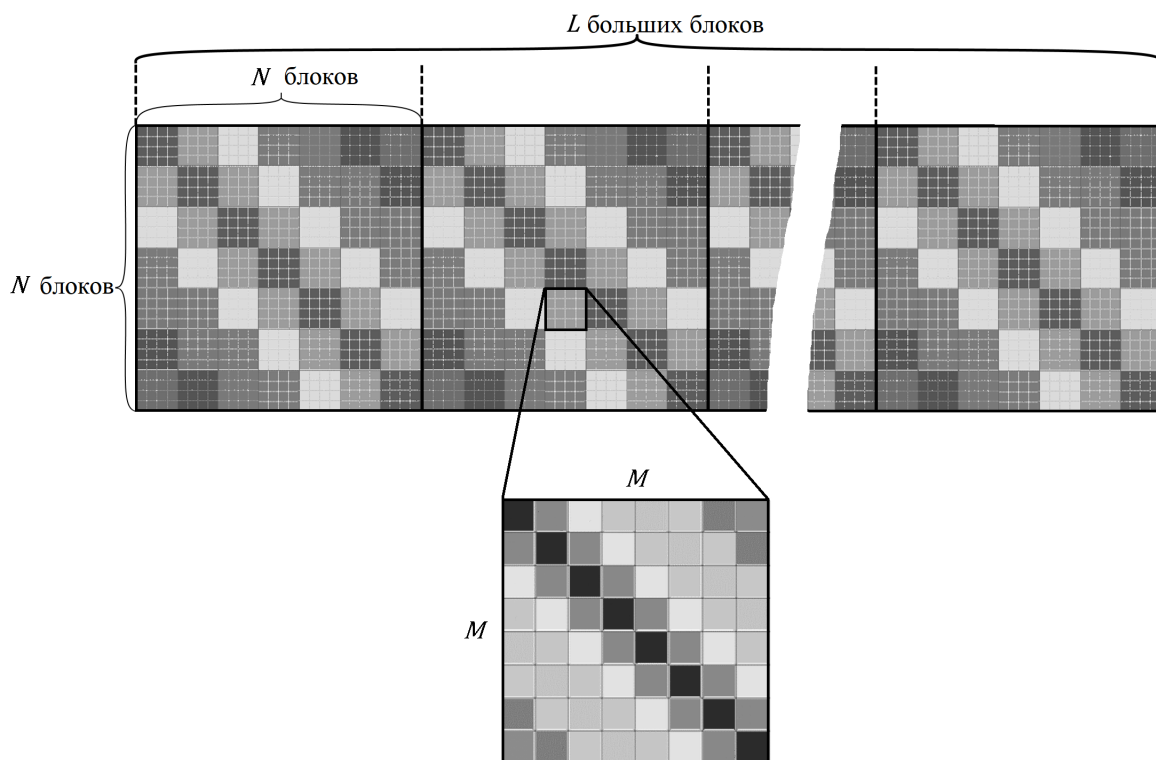


Рис. 6. Структура матрицы производных интегрального оператора для случая многослойной среды

Для решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии для случая многослойной среды используются:

• линеаризованный метод сопряженных градиентов с весовыми множителями (ЛМС-ГВМ) [5]

$$\begin{aligned} z^{k+1} &= z^k - \psi \frac{\langle p^k, S_\alpha(z^k) \rangle}{\|A_k p^k\|^2 + \alpha \|p^k\|^2} p^k, \\ p^k &= v^k + \beta^k p^{k-1}, p^0 = v^0, v^0 = \Lambda S_\alpha(z^k), \\ \beta^k &= \max \left\{ 0, \frac{\langle v^k, v^k - v^{k-1} \rangle}{\|v^{k-1}\|^2} \right\}, \\ S_\alpha(z) &= A_k^T (A(z) - F), \end{aligned} \tag{11}$$

где z^0 — начальное приближение, z^k — приближенное решение на k -ой итерации, α — параметр регуляризации, ψ — демпфирующий множитель, Λ — диагональная матрица, состоящая из весовых множителей. В качестве условия останова используется (5) при достаточно малом ε .

• модифицированный линеаризованный метод сопряженных градиентов с весовыми множителями (ММСГВМ) [5]

$$\begin{aligned} z^{k+1} &= z^k - \psi \frac{\langle p^k, S_0(z^k) \rangle}{\|A'(z^0) p^k\|} p^k, \\ p^k &= v^k + \beta^k p^{k-1}, p^0 = v^0, \\ \beta^k &= \max \left\{ \frac{\langle v^k, v^k - v^{k-1} \rangle}{\|v^{k-1}\|}, 0 \right\}, \\ v &= \Lambda S(z), \\ S_0(z) &= A'(z^0)^* (A(z) - F), \end{aligned} \tag{12}$$

где z^0 — начальное приближение, z^k — приближенное решение на k -ой итерации, α — параметр регуляризации, ψ — демпфирующий множитель, Λ — диагональная матрица, состоящая из весовых множителей. В качестве условия останова используется (5) при достаточно малом ε .

3. Комплекс программ и вычислительные эксперименты

3.1. Описание комплекса программ

На основе вышеописанных методов для решения структурных обратных задач гравиметрии и магнитометрии разработаны алгоритмы для графических ускорителей, входящие в состав комплекса программ. Алгоритмы встроены в систему удаленных вычислений. Описание входных и выходных данных, а также рекомендации по использованию также загружены на веб-портал. Для запуска задачи необходимо загрузить файл с аномальным полем, указать глубину и количество графических ускорителей. После окончания работы программы на выходе будет файл с восстановленной поверхностью и ее изображение.

На данный момент в системе удаленных вычислений доступны следующие методы, реализованные для графических ускорителей (рис. 7):

- Задача гравиметрии для одной границы:
 - регуляризованный линеаризованный МСГ (4);
 - модифицированный регуляризованный линеаризованный МСГ (7);
 - гибридный МСГ [6];

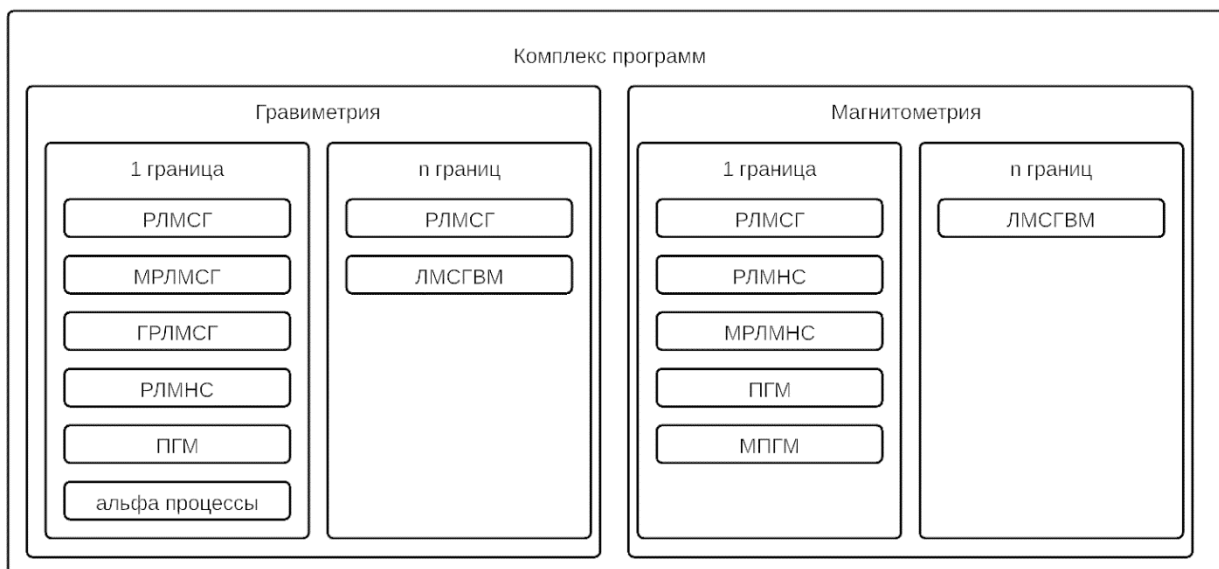


Рис. 7. Структура комплекса программ

- линейризованный МНС [6];
- покомпонентный градиентный метод (6);
- модифицированные альфа процессы (8)–(10).
- Задача гравиметрии для нескольких границ:
 - линейризованный МСГ с весовыми множителями (11);
 - модифицированный МСГ с весовыми множителями (12).
- Задача магнитометрии для одной границы:
 - регуляризованный линейризованный МСГ (4);
 - покомпонентный градиентный метод (6);
 - модифицированный покомпонентный градиентный метод [6];
 - линейризованный МНС [7];
 - модифицированный МНС [7].
- Задача магнитометрии для нескольких границ:
 - линейризованный МСГ с весовыми множителями (11).

Рекомендации по использованию методов:

- для зашумленных данных в задачах гравиметрии и магнитометрии лучше подходят модифицированные α -процессы;
- для модельных задач и слабозашумленных данных рекомендуется покомпонентный метод;
- для задач с несколькими границами необходимо использовать МСГ с весовыми множителями.

Алгоритмы решения обратной задачи гравиметрии на основе градиентных методов численно реализованы на суперкомпьютере кластерного типа «Уран». Алгоритмы реализованы на видеоускорителях NVIDIA Tesla с помощью технологии CUDA и библиотеки Cublas.

На первом шаге на всех графических ускорителях выделяется память под вектора и матрицы, копируется вектор правой части уравнения. Затем на каждом устройстве запускается набор ядерных функций. Данные функции реализованы таким образом, чтобы минимизировать необходимость синхронизации данных между различными ускорителями.

Например, в алгоритме, реализующем РЛМСГ, имеется 3 ядерных функции, которые выполняются в рамках каждой итерации:

1. На данном этапе вычисляются элементы матрицы A' , компоненты векторов S_α , p^k , β^k . После завершения функции CalculateStep1 на центральном процессоре собирается коэффициент β^k и передается на все графические ускорители.
2. Затем вычисляется числитель и знаменатель основного уравнения. После завершения функции CalculateStep2 на центральном процессоре производится деление числителя на знаменатель.
3. Полученные вычисления используются для окончательного расчета вектора z^{k+1} в функции CalculateZ.

Предполагается, что ускорители установлены на 1 вычислительном узле — это позволяет минимизировать сетевые расходы. Центральный процессор в такой схеме занимается диспетчеризацией видеокарт. Для сетки 512×512 хранение матрицы производных требует 512 ГБ. Поэтому элементы матрицы производной оператора вычисляются «на лету» во время выполнения векторно-матричных операций. Используется способ автоматической настройки параметров выполнения подпрограмм на GPU: найден оптимальный размер блока для эталонного размера сетки 256×256 , для другого размера сетки параметры пропорционально пересчитываются.

3.2. Описание веб-портала

В данной работе предлагается веб-портал, в котором учтены недостатки работ [9–11] и используются удачные идеи из работ [12, 14]. Из работы [12] используется идея общения с кластером с использованием личных учетных данных пользователя, с учетом этого появляется возможность работы с произвольным кластером. Идея о возможности самостоятельной загрузки алгоритмов пользователями взята из [14].

Предлагаемый веб-портал является универсальным решением для запуска задач на удаленных кластерах. При подключении удаленного кластера не требуется производить установку дополнительного ПО на самом кластере, также нет необходимости в привилегированной учетной записи. Общение с кластером ведется через ssh-туннель. Пользователю, для работы с сервисом, требуется действующая учетная запись. Взаимодействие с центром обработки данных (ЦОД) берет на себя портал, пользователям нет необходимости в прямом подключении к кластеру.

Преимуществами веб-портала являются:

- Нет привязки к конкретному кластеру и его ПО.
- Нет ограничений на список алгоритмов/задач. Пользователи сами могут загружать алгоритмы, делать их публичными на всех/определенную группу людей.
- Гибкая настройка пред- и постобработки задач.

Важной особенностью является то, что работа по планированию (учет времени и приоритизация) пользовательских задач остается на стороне кластера, что позволяет сильно упростить логику взаимодействия с удаленными узлами и не конфликтовать с пользователями, использующими кластер напрямую.

Входные данные и результаты работы хранятся непосредственно на кластере — это позволяет уменьшить требования к вычислительным ресурсам и объему хранилища. В базе данных хранятся учетные данные пользователей, авторизационная информация и список задач. Система управления базой данных (СУБД) может быть установлена вместе с основ-

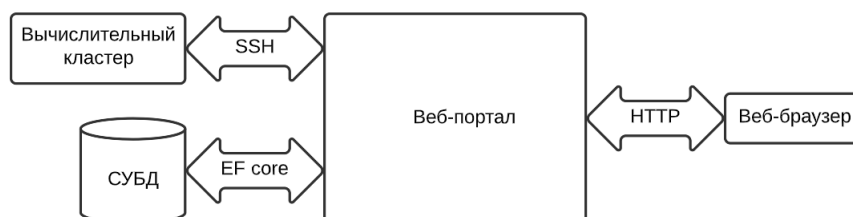


Рис. 8. Структура веб-портала

ным веб-приложением на одних и тех же серверах, т.к. объем хранимых данных невелик. При необходимости СУБД может быть вынесена на отдельные серверы.

Портал может масштабироваться при росте количества пользователей и задач за счет реплицирования основного приложения и шардирования БД по пользователям. Так же за счет реплицирования повышается надежность и отказоустойчивость.

Веб-портал имеет следующую структуру (рис. 8):

- Веб-интерфейс — написан с использованием технологии blazor [19] (реализация web assembler под .net core). Blazor — перспективная технология, позволяющая писать код для браузера на языке C#. Впоследствии код компилируется веб-ассемблером в двоичный код для последующего исполнения браузером. Данный подход позволяет писать достаточно эффективный код, т.к. не происходит преобразований в javascript-код и последующей интерпретации. Общение с серверной частью происходит по протоколу http.
- Серверная часть — использует ASP.NET [20] core фреймворк и язык C#, для взаимодействия с базой данных используется EF core [21].
- СУБД — может использоваться любая реляционная СУБД, для которой реализован драйвер под EF core.

На рис. 9 представлена структура БД. Таблицы с префиксом AspNet созданы фреймворком ASP.NET для корректной работы авторизации. В таблице ssh_user_settings хранится информация об учетных данных пользователей, необходимых для подключения к кластеру. В таблице programs содержится информация о загруженных алгоритмах и скриптах для предобработки входных данных и постобработки результатов вычислений. Таблица tasks хранит информацию о запущенных и завершенных заданиях на расчеты.

Логические модули:

- Раздел администрирования. Здесь ведется учет пользователей и групп.
- Программы. В данном разделе производится загрузка новых программ, редактирования существующих и запуск.
- Задания. В данном разделе находится список запущенных задач. Для исполняющихся задач можно посмотреть время запуска и статус. Для готовых есть возможность скачать архив с выходными данными.
- Настройки. Здесь описываются настройки для подключения к вычислительным кластерам: ip-адрес кластера, ssh-ключи для подключения (так же есть возможность воспользоваться логином и паролем). Использование ssh-ключей позволяют сделать взаимодействие с кластером более безопасным, т.к. не требуется передачи и хранения логина и пароля, а также появляется возможность отзыва скомпрометированных ключей.

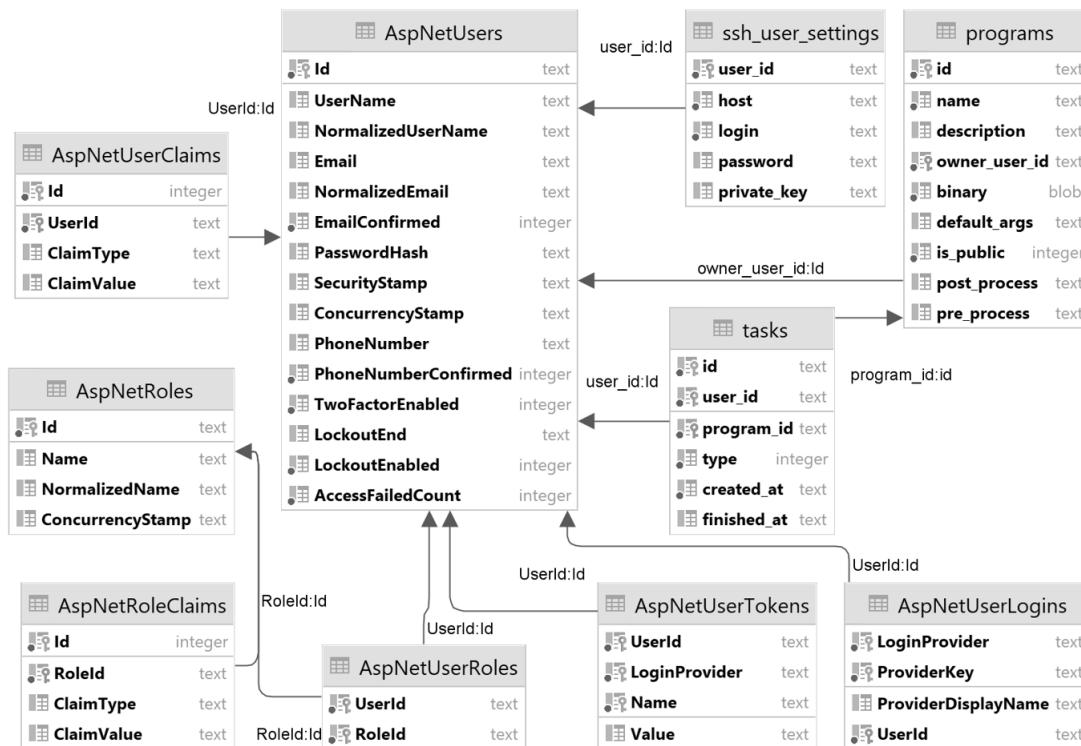


Рис. 9. Структура базы данных

На рис. 10 представлена схема взаимодействия пользователя с веб-порталом. При первом входе на веб-портал пользователю необходимо пройти регистрацию и указать учетные данные для подключения к вычислительному кластеру. Далее он может создать и настроить алгоритмы решения необходимых ему задач (загруженные программы могут использоваться в личных целях, либо могут быть доступны всем пользователям). Загружать можно как готовый исполняемый файл, так и исходный код (при наличии соответствующего компилятора или интерпретатора). После загрузки формируется шаблон для запуска задачи, в котором описываются параметры, необходимы для запуска и требуемые шаги для предобработки входных данных и постобработки выходных файлов. После этого пользователь выбирает алгоритм, загружает входные данные и ставит задание в очередь на выполнение. После завершения выполнения задания происходит постобработка выходных данных и появляется возможность скачать результаты работы.

Предварительно на портал загружен набор алгоритмов для решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии. Запуск этих задач возможен на многопроцессорных вычислительных узлах, либо на узлах, оборудованных графическими ускорителями.

При запуске задачи создается соответствующая запись в БД. После чего производится копирование входных данных на выбранный кластер и запуск задачи с переданными параметрами.

Далее, до тех пор, пока задача не завершится, производится периодический опрос статуса. После завершения работы в БД появляется отметка об окончании и ссылка на архив с выходными данными.

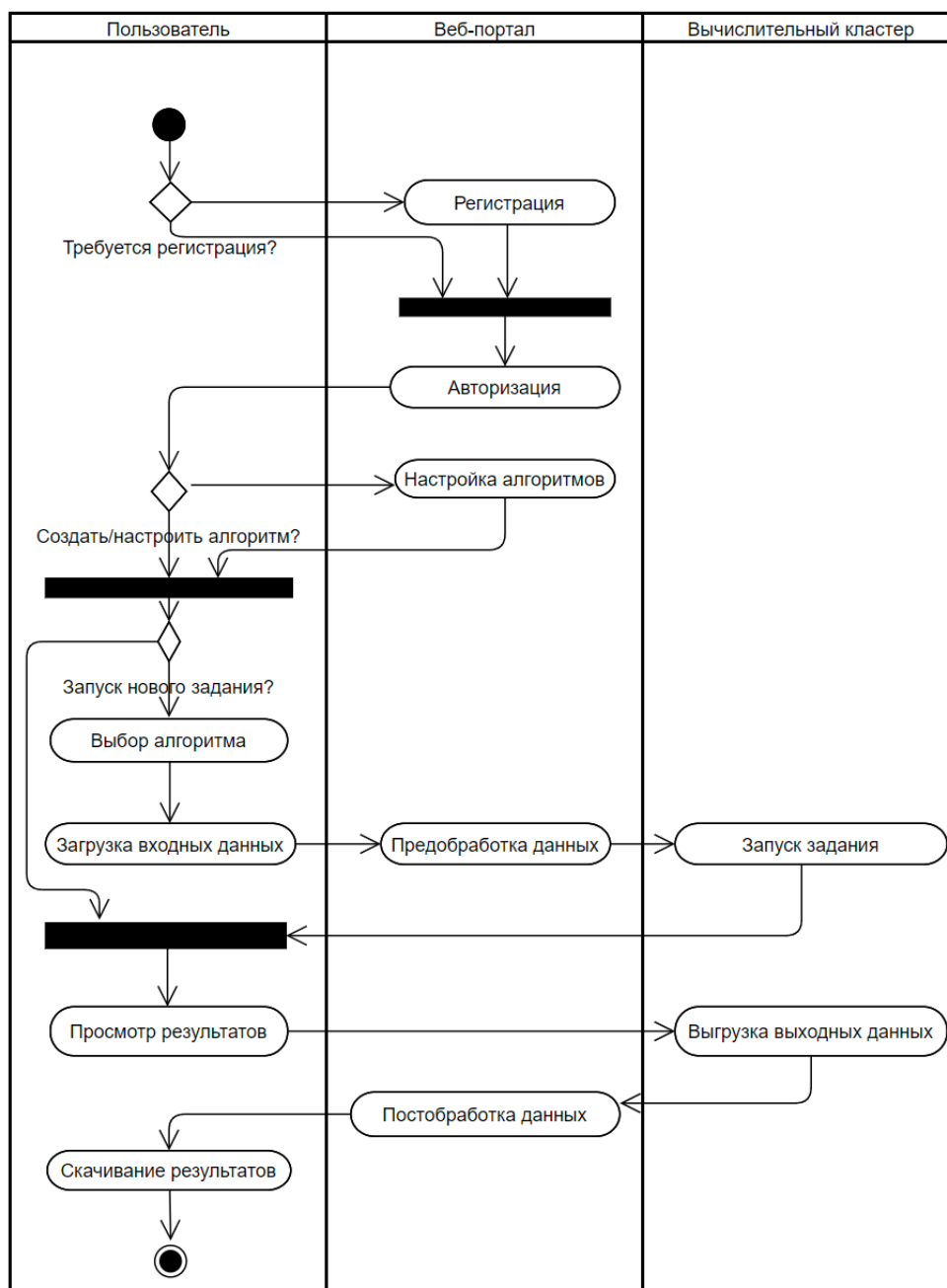


Рис. 10. Схема взаимодействия пользователя с веб-порталом

3.3. Численные эксперименты

Численные эксперименты проводились на суперкомпьютере УРАН с использованием графических ускорителей M2090 с помощью разработанного веб-портала.

Целью эксперимента является сравнение методов ЛМСГВМ и ММСГВМ решения обратной задачи гравиметрии для нескольких границ по времени счета с помощью разработанного веб-портала. Сравнение эффективности методов для одной границы приводятся в работах [5–7].

В экспериментах использовалась квазиреальная модель 4-слойной среды размерностью $2^9 \times 2^9$. На рис. 11 представлено суммарное гравитационное поле, полученное путем решения прямой задачи с тремя модельными поверхностями S_1, S_2, S_3 (рис. 12) с асимптотическими

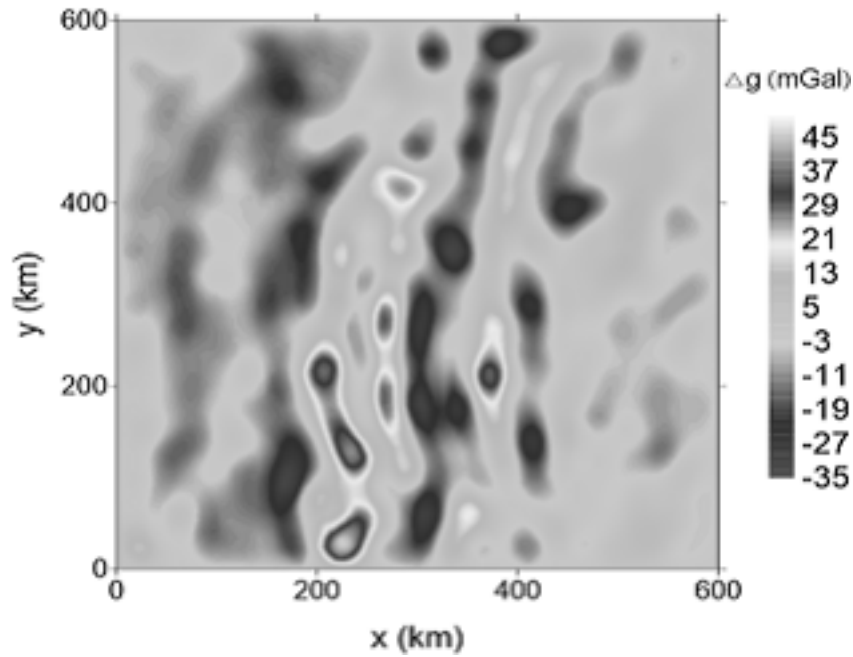


Рис. 11. Суммарное гравитационное поле

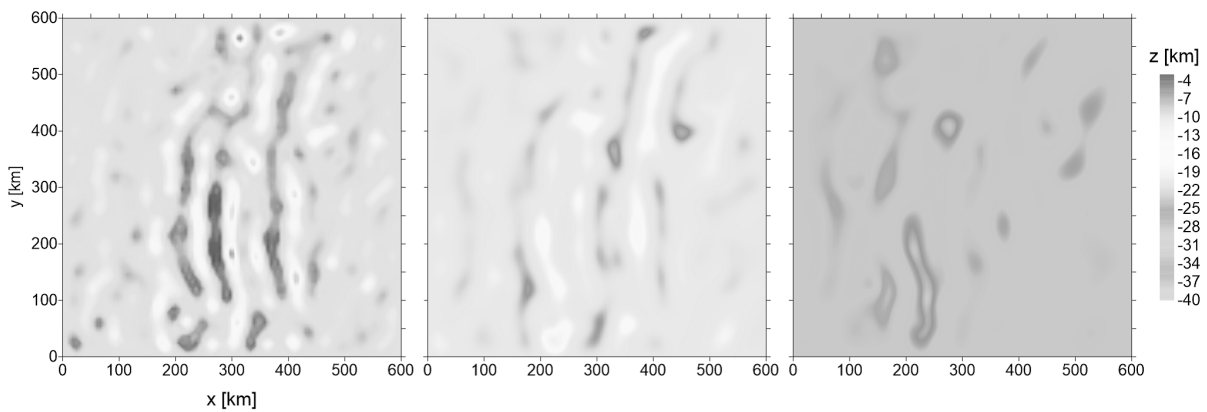


Рис. 12. Модельные поверхности S_1, S_2, S_3

плоскостями $H_1 = 10$ км, $H_2 = 20$ км, $H_3 = 30$ км и скачками плотности $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 0.2$ г/см³.

При решении задачи использовались следующие параметры: $\psi = 1$, $\alpha = 0.1$. Значения были подобраны экспериментальным путем. Условием останова было выбрано $\frac{\|A(z)-F\|}{\|F\|} < \varepsilon$, $\varepsilon = 0.01$. Относительная погрешность при этих условиях составляет $\delta = \frac{\|z-z^*\|}{\|z^*\|} < 0.01$.

Запуск расчетов производится на странице списка загруженных программ. Результаты вычислений можно посмотреть на странице списка задач. Для приведенных алгоритмов для постобработки результатов используется модуль взаимодействия с Surfer. Это позволяет вывести изображения поверхностей на странице результатов.

Для сравнения времени счета решения задачи используются формулы ускорения и эффективности параллельных алгоритмов:

$$S_m = \frac{T_1}{T_m}, \quad E_m = \frac{S_m}{m},$$

Таблица 1. Результаты численных экспериментов

Алгоритм	Время (1 gpu), мин	Время (8 gpu), мин	Ускорение, S	Эффективность, E
ЛМСГВМ	12	1.73	6.93	0.86
ММСГВМ	5.3	0.74	7.16	0.89

где S_m — ускорение для m графических ускорителей, T_1 — время счета на 1 графическом ускорителе, T_m — время счета на m графических ускорителях, E_m — эффективность для m графических ускорителей.

В таблице представлены результаты эксперимента для ММСГ, МСГ с весовыми множителями:

Можно заметить, что методы показали высокую эффективность: 86% и 89% соответственно. Для ММСГВМ время счета на 8 графических ускорителей составляет менее 1 минуты для модельной задачи на сетке $2^9 \times 2^9$.

Заключение

В статье затронута проблема высокоточного исследования структуры земной коры, для преодоления которой требуется наиболее эффективно уметь решать обратные задачи гравиметрии и задачи магнитометрии о нахождении поверхностей раздела сред на основе данных о гравитационном и магнитном поле, измеренном на некоторой площади земной поверхности. Для задачи магнитометрии для случая произвольно направленной суммарной намагниченности построена схема аппроксимации интегрального оператора. Предложенная схема при меньших затратах вычислительных ресурсов позволяет достичь более высокого уровня точности. На основе метода решения данной задачи, а также на базе других методов градиентного типа разработан комплекс параллельных программ решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии для сеток большой размерности для графических ускорителей. Также в статье поднимается проблема обмена перечисленным комплексом программ для дальнейших вычислений всеми заинтересованными лицами. Для ее решения была разработана система удаленных вычислений или веб-портал, разрешающий совместное использование комплексом программ, встроенным в него. Также веб-портал позволяет загружать пользовательские алгоритмы, что помогает распространять и делиться другим пользователям своими наработками. Система удаленных вычислений проста в установке и настройке и при необходимости может быть установлена на другие серверы. Для задачи гравиметрии проведены численные эксперименты на суперкомпьютере УРАН для методов ЛМСГВМ и ММСГВМ с использованием графических ускорителей M2090. ММСГВМ показал хорошую эффективность порядка 89%. Время счета на 8 графических ускорителях составляет менее 1 минуты против 5.3 минут на 1 ускорителе. В качестве одного из перспективных улучшений веб-портала может быть добавлена возможность автоматизировано проводить серию экспериментов над входными данными, применяя разные алгоритмы из комплекса программ, что позволит построить наиболее оптимальное решение задачи гравиметрии и задачи магнитометрии.

Литература

1. Нумеров Б.В. Интерпретация гравитационных наблюдений в случае одной контактной поверхности // Докл. АН СССР. 1930. № 21. С. 569–574.

2. Малкин Н.Р. О решении обратной магнитометрической задачи для случая одной контактной поверхности (случай пластообразно залегающих масс) // Докл. АН СССР. Сер. А. 1931. № 9. С. 232–235.
3. Bakushinskiy A., Goncharsky A. Ill-posed problems: theory and applications. Springer Science & Business Media, 1994. DOI: 10.1007/978-94-011-1026-6.
4. Акимова Е.Н., Мисилов В.Е., Скурыдина А.Ф., Третьяков А.И. Градиентные методы решения структурных обратных задач гравиметрии и магнитометрии на суперкомпьютере «Уран» // Вычислительные методы и программирование. 2015. Т. 16, № 1. С. 155–164. DOI: 10.26089/NumMet.v16r116.
5. Akimova E.N., Misilov V.E., Tretyakov A.I. Optimized algorithms for solving structural inverse gravimetry and magnetometry problems on GPUs // Parallel Computational Technologies. Vol. 753. Springer, 2017. P. 144–155. Communications in Computer and Information Science. DOI: 10.1007/978-3-319-67035-5_11.
6. Akimova E.N., Misilov V.E., Tretyakov A.I. Modified Componentwise Gradient Method for Solving Structural Magnetic Inverse Problem // Parallel Computational Technologies. Vol. 910. Springer, 2018. P. 162–173. Communications in Computer and Information Science. DOI: 10.1007/978-3-319-99673-8_12.
7. Akimova E.N., Misilov V.E., Tretyakov A.I. Using Multicore and Graphics Processors to Solve the Structural Inverse Gravimetry Problem in a Two-Layer Medium by Means of α -Processes // Parallel Computational Technologies. Vol. 1063. Springer, 2019. P. 285–296. Communications in Computer and Information Science. DOI: 10.1007/978-3-030-28163-2_20.
8. Васин В.В. Основы теории некорректных задач. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2020. 313 с.
9. Акимова Е.Н., Гемайдинов Д.В. Параллельные алгоритмы решения обратной задачи гравиметрии и организация удаленного взаимодействия между МВС-1000 и пользователем // Вычислительные методы и программирование. 2008. Т. 9. С. 129–140.
10. Акимова Е.Н., Белоусов Д.В., Мисилов В.Е. Алгоритмы решения обратных геофизических задач на многопроцессорных вычислительных системах // Сибирский журнал вычислительной математики. 2013. Т. 16, № 2. С. 107–121.
11. Akimova E.N., Misilov V.E., Skurydina A.F., Martyshko M.P. Specialized web portal for solving problems on multiprocessor computing systems // CEUR Workshop Proceedings. 2015. Vol. 1513. P. 123–129.
12. Tsidaev A. .NET Library for Seamless Remote Execution of Supercomputing Software // CEUR-WS. 2017. Vol. 1990. P. 79–83.
13. Kuklin E., Pravdin S. A Web-based System for Launching Large Experiment Series on Supercomputers // CEUR-WS. 2018. Vol. 2281. P. 136–145.
14. Erwin D.W. UNICORE — a grid computing environment // Concurrency and Computation: Practice and Experience. 2002. Vol. 14. P. 1395–1410. DOI: 10.1002/cpe.691.
15. Grosch A., Waldmann M., Göbbert J.H., Lintermann A. A Web-Based Service Portal to Steer Numerical Simulations on High-Performance Computers // 8th European Medical and Biological Engineering Conference. Vol. 80. Springer, 2020. P. 57–65. DOI: 10.1007/978-3-030-64610-3_8.

16. Cruz F.A., Dabin A.J., Dorsch J.P., *et al.* FirecREST: a RESTful API to HPC systems // IEEE/ACM International Workshop on Interoperability of Supercomputing and Cloud Technologies (SuperCompCloud). 2020. P. 21–26. DOI: 10.1109/SuperCompCloud51944.2020.00009.
17. Cholia S., Skinner D., Boverhof J. NEWT: A RESTful service for building High Performance Computing web applications // Gateway Computing Environments Workshop (GCE). 2010. P. 1–11. DOI: 10.1109/GCE.2010.5676125.
18. Шванк О.А., Люстих Е.Н. Интерпретация гравитационных наблюдений. Л.: Гостоптехиздат, 1947. 400 с.
19. Introduction to ASP.NET Core Blazor. Microsoft. 2021. URL: <https://docs.microsoft.com/en-us/aspnet/core/blazor> (дата обращения: 29.10.2021).
20. Документация по ASP.NET. Microsoft. 2021. URL: <https://docs.microsoft.com/ru-ru/aspnet/core> (дата обращения: 29.10.2021).
21. Entity Framework Core. Microsoft. 2021 URL: <https://docs.microsoft.com/ru-ru/ef/core> (дата обращения: 29.10.2021).

Третьяков Андрей Игоревич, старший программист Института математики и механики им. Н.Н. Красовского Уральского отделения РАН (Екатеринбург, Российская Федерация)

DOI: 10.14529/cmse220104

DEVELOPMENT OF THE PARALLEL PROGRAMS COMPLEX FOR SOLVING THE INVERSE GRAVIMETRIC AND MAGNETOMETRY PROBLEMS FOR LARGE GRIDS

© 2022 A.I. Tretyakov

N.N. Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics, UrB RAS

(S. Kovalevskaya st. 16, Ekaterinburg, 620990 Russia)

E-mail: fr1z2rt@gmail.com

Received: 29.10.2021

The most important problems in studying of the structure of the earth's crust are the inverse problems of gravimetry and the problems of magnetometry. The problem is in finding interfaces between layers with different constant densities using known gravitational data. The methods for solving these problems are based on the ideas of iterative regularization. After discretization, these are reduced to systems of nonlinear functions of large dimensions. The need to improve the accuracy of the results of solving problems entails an increase in the computation time. The paper describes a remote computing system and an integrated program complex for graphics accelerators that implement the fastest and most memory-efficient algorithms developed earlier and based on gradient methods. The remote computing system considered in the work is a web portal that is a universal solution for launching tasks on remote clusters. The most important advantage of the portal is the simplicity of its use: when connecting to a cluster to carry out calculations, you no longer need to install additional software on the cluster itself, and you do not need a privileged account to work with the cluster. All that is required is a valid account on the remote cluster, the rest of the work on communication with the data processing center (DPC) is taken over by the portal. The portal can easily scale with the growth of the number of users who can download the necessary algorithms and perform calculations using the data center.

Keywords: inverse gravimetry problem, inverse magnetometry problem, web-portal.

FOR CITATION

Tretiakov A.I. Development of the Parallel Programs Complex for Solving the Inverse Gravimetric and Magnetometry Problems for Large Grids. Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering. 2022. Vol. 11, no. 1. P. 57–78. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse220104.

This paper is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Non Commercial 4.0 License which permits non-commercial use, reproduction and distribution of the work without further permission provided the original work is properly cited.

References

1. Numerov B.V. Interpretation of gravity observations for one contact surface. Proc. USSR Acad. Sci. 1930. No. 21. P. 569–574. (in Russian)
2. Malkin N.R. On solution of inverse magnetic problem for one contact surface (the case of layered masses). Proc. USSR Acad. Sci. 1931. No. 9. P. 232–235. (in Russian)
3. Bakushinskiy A., Goncharsky A. Ill-posed problems: theory and applications. Springer Science & Business Media, 1994. DOI: 10.1007/978-94-011-1026-6.
4. Akimova E.N., Misilov V.E., Skurydina A.F., Tretiakov A.I. Gradient methods for solving inverse gravimetry and magnetometry problems on the Uran supercomputer. Numerical Methods and Programming. 2015. Vol. 16. P. 155–164. (in Russian) DOI: 10.26089/NumMet.v16r116.
5. Akimova E.N., Misilov V.E., Tretiakov A.I. Optimized algorithms for solving structural inverse gravimetry and magnetometry problems on GPUs. Parallel Computational Technologies. Vol. 753. Springer, 2017. P. 144–155. Communications in Computer and Information Science. DOI: 10.1007/978-3-319-67035-5_11.
6. Akimova E.N., Misilov V.E., Tretiakov A.I. Modified Componentwise Gradient Method for Solving Structural Magnetic Inverse Problem. Parallel Computational Technologies. Vol. 910. Springer, 2018. P. 162–173. Communications in Computer and Information Science. DOI: 10.1007/978-3-319-99673-8_12.
7. Akimova E.N., Misilov V.E., Tretiakov A.I. Using Multicore and Graphics Processors to Solve the Structural Inverse Gravimetry Problem in a Two-Layer Medium by Means of α -Processes. Parallel Computational Technologies. Vol. 1063. Springer, 2019. P. 285–296. Communications in Computer and Information Science. DOI: 10.1007/978-3-030-28163-2_20.
8. Vasin V.V. Fundamentals of the theory of ill-posed problems. Novosibirsk, SB RAS, 2020. 313 p.
9. Akimova E.N., Gemaidinov D.V. Parallel Algorithms for Solving the Inverse Gravimetry Problem and Organization of Remote Communication between PCS1000 and the User. Numerical Methods and Programming. 2008. Vol. 9, no. 1. P. 129–140. (in Russian)
10. Akimova E.N., Belousov D.V., Misilov V.E. Algorithms for solving inverse geophysical problems on parallel computing systems. Numerical Analysis and Applications. 2013. Vol. 6, no. 2. P. 98–110. DOI: 10.1134/S199542391302002X.

11. Akimova E.N., Misilov V.E., Skurydina A.F., Martyshko M.P. Specialized web portal for solving problems on multiprocessor computing systems. CEUR Workshop Proceedings. 2015. Vol. 1513. P. 123–129.
12. Tsidaev A. .NET Library for Seamless Remote Execution of Supercomputing Software. CEUR-WS. 2017. Vol. 1990. P. 79–83.
13. Kuklin E., Pravdin S. A Web-based System for Launching Large Experiment Series on Supercomputers. CEUR-WS. 2018. Vol. 2281. P. 136–145.
14. Erwin D.W. UNICORE — a grid computing environment. Concurrency and Computation: Practice and Experience. 2002. Vol. 14. P. 1395–1410. DOI: 10.1002/cpe.691.
15. Grosch A., Waldmann M., Göbbert J.H., Lintermann A. A Web-Based Service Portal to Steer Numerical Simulations on High-Performance Computers. 8th European Medical and Biological Engineering Conference. Vol. 80. Springer, 2020. P. 57–65. DOI: 10.1007/978-3-030-64610-3_8.
16. Cruz F.A., Dabin A.J., Dorsch J.P., *et al.* FirecREST: a RESTful API to HPC systems. IEEE/ACM International Workshop on Interoperability of Supercomputing and Cloud Technologies (SuperCompCloud). 2020. P. 21–26. DOI: 10.1109/SuperCompCloud51944.2020.00009.
17. Cholia S., Skinner D., Boverhof J. NEWT: A RESTful service for building High Performance Computing web applications. Gateway Computing Environments Workshop (GCE). 2010. P. 1–11. DOI: 10.1109/GCE.2010.5676125.
18. Schwank O.A., Lustikh E.N. Interpretation of gravitational observations. Theory and practice of solving the direct and inverse problem of gravimetric reconnaissance. Moscow-Leningrad, SRTI of oil and mountain-fuel literature, 1947. 400 p.
19. Introduction to ASP.NET Core Blazor. Microsoft. 2021. URL: <https://docs.microsoft.com/en-us/aspnet/core/blazor> (accessed: 29.10.2021).
20. ASP.NET documentation. Microsoft. 2021. URL: <https://docs.microsoft.com/ru-ru/aspnet/core> (accessed: 29.10.2021).
21. Entity Framework Core. Microsoft. 2021 URL: <https://docs.microsoft.com/ru-ru/ef/core> (accessed: 29.10.2021).