

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ГАЗОВЗВЕСИ С УДАРНОЙ ВОЛНОЙ КОНТИНУАЛЬНЫМИ МАТЕМАТИЧЕСКИМИ МОДЕЛЯМИ С ИДЕАЛЬНОЙ И ДИССИПАТИВНЫМИ НЕСУЩИМИ СРЕДАМИ

© 2022 Д.А. Тукмаков

Федеральный исследовательский центр

«Казанский научный центр Российской академии наук»

(420100 Казань, ул. Лобачевского, д. 2/31)

E-mail: tukmakovda@imm.knc.ru

Поступила в редакцию: 18.06.2022

В данной работе проводится сопоставление компьютерных реализаций численных алгоритмов решения уравнений математических моделей динамики газовзвесей с вязкой теплопроводной, невязкой теплопроводной и идеальной несущими средами. Математические модели разработаны в рамках континуальной методики моделирования динамики многофазных сред. В исследовании моделировался часто встречающийся в горной промышленности процесс взаимодействия ударной волны, движущейся из однородного газа в газовзвесь. Актуальность исследования данного течения неоднородных сред связана с экранированием аэрозольными завесами промышленных взрывов. При моделировании для вязкой среды задавались однородные граничные условия Дирихле, для невязкой среды однородные граничные условия Неймана. Уравнения математической модели интегрировались конечно-разностным методом Мак–Кормака. Для преодоления численных осцилляций применялась нелинейная схема коррекции сеточных функций. Программа, реализующая континуальную методику динамики многофазных сред, состояла из блока задания граничных условий, блока, реализующего численное решение, блока учета межфазного взаимодействия. В результате сопоставления численных расчетов математических моделей динамики газовзвеси с идеальной, невязкой теплопроводной и вязкой теплопроводной несущими средами было выявлено, что в процессе движения газовзвеси наибольшее влияние на интенсивность межфазного обмена импульсом оказывает учет вязкости несущей среды газовзвеси.

Ключевые слова: численное моделирование, конечно-разностная схема, многофазные среды, континуальная модель, межфазное взаимодействие, уравнение Эйлера, уравнение Навье–Стокса.

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Тукмаков Д.А. Численное моделирование взаимодействия газовзвеси с ударной волной континуальными математическими моделями с идеальной и диссипативными несущими средами // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2022. Т. 11, № 4. С. 67–87. DOI: 10.14529/cmse220405.

Введение

Моделирование гидродинамических процессов в связи с нелинейностью систем уравнений связано с применением различных численных алгоритмов [1]–[28]. В статье [3] представлена конечно-разностная модель газовой динамики применительно к задачам физики атмосферы. В работе [5] исследована возможность применения математической модели исследования и прогнозирования погоды для изучения характеристик пограничного слоя атмосферы и его изменений над крупным промышленным городом в условиях зимнего антициклона. Получено, что математическая модель относительно хорошо описывает наблюдаемую структуру пограничного слоя. В публикации [6] проводится анализ результатов в области

численного моделирования тепломассообмена в различных объектах атомной энергетики. В исследовании [7] на основе конечно-разностного решения уравнений Навье—Стокса разработан комплекс программ моделирования гидродинамического воздействия водных потоков на берегозащитные сооружения и прибрежные конструкции. В статье [8] проводится верификация турбулентной модели для различных струйных течений, проведены численные исследования осесимметричных струй для различных температур и скоростей течения.

Одним из развивающихся разделов современной механики жидкости и газа является динамика неоднородных сред. В монографии [9] представлены теоретические основы механики многофазных сред, описаны различные методики моделирования течений неоднородных сред, в том числе многофазных сред (смесей), компоненты которых имеют различное агрегатное состояние. В монографии [10] разработаны одномерные модели динамики газозвесей, взвешенных в газе твердых частиц или жидких капель, с невязкой несущей средой. В монографии [11] представлены одномерные и плоские стационарные и нестационарные математические модели запыленных сред. В работе [12] разработана математическая модель и ее компьютерная реализация, позволявшая исследовать акустические процессы в неоднородных средах. Модель описывает процессы тепломассообмена для капли жидкости, покрытой эластичной оболочкой, в центре которой находится парогазовый пузырь. Система уравнений волновых процессов включала в себя уравнения теплопроводности и конвективной диффузии, а также граничные условия, описывающие межфазный тепло- и массоперенос между парогазовой смесью, жидкой фазой, вязкоупругой оболочкой и жидкостью-носителем. В публикации [13] рассмотрена задача моделирования сейсмического поля в неоднородной слоистой среде с включениями, построены алгоритмы моделирования сейсмических процессов в неоднородных средах с учетом влияния электромагнитного поля. В публикации [14] с использованием трехмерной нелинейной математической модели изучаются динамические процессы в однородной среде с примесью, изучены особенности трансформации примеси в море, вызванные действием переменного ветра и атмосферного давления при наличии морских течений. В исследовании [15] представлена математическая модель и численный алгоритм, а также программное средство для проведения вычислительных экспериментов, разработанные на основе методов гидродинамики для моделирования процессов многокомпонентной фильтрации. В исследовании [16] описан метод Годунова, предназначенный для расчетов течений смеси на криволинейных сетках, проведен анализ уравнений математической модели, показана их гиперболичность. В публикации [17] исследованы задачи взаимодействия ударной волны с ограниченным слоем газозвеси. Для расчетов используется гибридный метод крупных частиц второго порядка аппроксимации по пространству и времени. Исследованы зависимости ослабления ударной волны слоем газозвеси. Изучены ударно-волновые структуры в двумерных областях и влияние на них релаксационных процессов. Без применения полного гидродинамического подхода, используя уравнения акустики в исследовании [18] численно моделировалось конденсация атмосферного аэрозоля, рассмотрены различные механизмы конденсации капель аэрозоля. В работе [19] численно моделировалось нестационарное течение газа с дисперсными включениями в гиперзвуковой ударной трубе с момента начала движения возмущения до момента формирования стационарного течения. Для газа численно решалась полная гидродинамическая система уравнений, в двухмерном осесимметричном приближении, с учетом сжимаемости газа, но без учета вязкости газа. Динамика частиц описывалась с учетом полей скорости газа с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений учи-

тывающих газодинамические силы несущей среды, приложенные к частицам. Влияние частиц на течение несущей среды не учитывались, что является корректным для описания динамики дисперсной среды лишь при малых объемных содержания дисперсной компоненты [9]. В работе [20] моделировалось взаимодействие ударной волны с объемом газокapельной взвеси. Получена математическая модель двухкомпонентной сжимаемой среды. В публикации [21] разработана модель течения для численного моделирования многофазных течений с фазовыми переходами. Модель представляет собой многокомпонентную систему уравнений невязкой среды. В статье [22] численно моделировалась динамика процесса детонации, инициируемой ударным схлопыванием заполненной газом эллипсоидальной полости, заложеной во взрывчатом веществе с конденсированной фазой. Математическая модель описывала динамику многокомпонентной смеси, для численного решения уравнений математической модели использовалась конечно-разностная схема Годунова. В публикации [23] получена двухмерная численная модель детонации в неоднородной среде, основанная на методе Эйлера—Лагранжа и учитывающая дробление капель. Модель учитывала межфазный обмен массой, импульсом и межфазный теплообмен. Было обнаружено существенное влияние межфазного взаимодействия на интенсивность процесса детонации.

Из анализа публикаций в отечественных и зарубежных периодических изданиях следует, что при разработке математических моделей динамики неоднородных сред основной задачей является описание эффектов взаимодействия компонент смеси. В различных исследованиях взаимодействие компонент в движущихся смесях сопровождается не только механическими, но и термодинамическими или даже химическими процессами. При этом во многих исследованиях для упрощения математических моделей пренебрегают геометрией или же полным описанием гидродинамических свойств течений. Таким образом, дальнейшее развитие математического моделирования гидродинамики неоднородных сред может состоять как в наиболее полном описании гидродинамики процесса, так и в более подробном описании разнородных эффектов межкомпонентного взаимодействия в движущихся смесях.

Для моделирования динамики неоднородных сред в литературе существует несколько подходов [9]. В равновесном подходе динамики неоднородных сред за счет введения коэффициентов, дающих поправки на неоднородность, динамика смеси описывается как динамика однородной жидкости или газа. Диффузионный подход предполагает, что уравнения сохранения массы описывают непрерывность плотности отдельно каждой компоненты, а уравнения сохранения импульса и энергии интегрируются для всей смеси. Также существует континуальный подход, в котором для каждой компоненты смеси решается полная гидродинамическая система уравнений, включающая в себя уравнения непрерывности плотности, массы и энергии с учетом взаимодействия компонент смеси в процессе движения.

При движении газодисперсной среды (газовзвеси) движение дисперсной компоненты формируется под действием движения несущей среды. Но при этом на несущую среду оказывает воздействие дисперсная компонента смеси. Таким образом при близких массовых долях компонент смеси возможны взаимообратные эффекты, выявить которые можно лишь при моделировании процесса математическими моделями, учитывающими взаимодействие компонент. В данной работе проводится сопоставление математических моделей динамики неоднородных сред, реализующих континуальный подход динамики многофазных сред (газовзвесей). Актуальность данного исследования заключается в том, что динамические процессы в газовзвесах возникают в различных областях техники, в частно-

сти ударно-волновые процессы встречаются в технологиях экранирования промышленных взрывов аэрозольными завесами, в различных агрегатах аэрокосмической техники. Интерес к развитию математических моделей динамики газозвесей вызван необходимостью моделирования такого рода процессов в различных аппаратах и промышленных технологиях. Новизна исследования заключается в том, что сопоставляются расчеты ударно-волнового взаимодействия однородного газа с газозвесью, полученные различными математическими моделями динамики газозвесей. В работе исследованы течения газозвесей при таких объемных содержаниях дисперсной фазы, когда невозможно пренебречь взаимобратными эффектами динамики неоднородной среды, как это делается в работе [19]. В данной работе для моделирования ударно-волновой динамики газозвесей применяется модель, в которой помимо теплообмена и обмена импульсом между компонентами смеси, а также учета сжимаемости и теплопроводности несущей среды [10], учитывается вязкость газовой фазы смеси. В рамках континуального подхода моделирования динамики газозвесей определяется влияние свойств (сжимаемость, теплопроводность, вязкость) математической модели динамики несущей среды на результаты расчетов. Сопоставление расчетов континуальных моделей несущей среды, которые отличаются между собой различными газодинамическими описаниями несущих сред, позволит определить то как параметры несущей среды влияют на межкомпонентное взаимодействие при моделировании ударно-волновых процессов в аэрозольных средах. Целью исследования является сопоставление результатов расчетов, полученных континуальными моделями с различным описанием несущей среды. Моделировались такие режимы течений газодисперсных сред, в которых возможно определить различия результатов расчетов межкомпонентного взаимодействия, полученных математическими моделями с разными описаниями динамики газовой компоненты. Задачи исследования заключаются в проведении ряда численных экспериментов для математических моделей с различными свойствами несущей среды. В рамках одного программного комплекса с помощью изменения решаемых уравнений рассматривались математические модели динамики газозвесей с вязкой теплопроводной, невязкой теплопроводной и идеальной несущими средами. Для полученных расчетов ударно-волновой динамики газозвесей проводится анализ влияния параметров модели.

Статья имеет следующую структуру. В разделе 1 представлены уравнения математических моделей динамики газозвесей с идеальной и невязкой теплопроводной несущими средами, что соответствует методике моделирования описанной в монографии [10], а также вязкой теплопроводной несущей средой. Далее в разделе 1 описан численный алгоритм решения уравнений математических моделей. Раздел 2 посвящен программной реализации численного алгоритма решения системы уравнений динамики газозвеси. В разделе 3 приведены результаты численных экспериментов, проведенных с помощью программного комплекса, описанного в разделе 2 для реализации основной идеи работы — сопоставления различных математических моделей течений газозвеси. Также в разделе 3 анализируются результаты моделирования динамики дисперсной компоненты и межкомпонентного взаимодействия в ударной волне при различных методиках моделирования движения несущей среды газозвеси. В заключении приводится краткая сводка результатов, полученных в работе, и указаны направления дальнейших исследований.

1. Математическая модель

Для описания динамики дисперсных включений, распределенных дискретно, вводится понятие «средней плотности» — произведения постоянной величины «физической плотности» дисперсной фазы на объемное содержание, которое является функцией временной и пространственных переменных, что позволяет моделировать динамику совокупности частиц как однородную среду. В представленной модели смесь состоит из двух континуумов [9] — газовой и дисперсной фазы:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial y} = 0. \quad (2)$$

Уравнение (1) описывает непрерывность плотности сжимаемого газа, уравнение (2) описывает непрерывность «средней плотности» дисперсной фазы, также описываемой как сжимаемая среда [10, 11]. При моделировании ударно-волновых процессов в газе [1, 2] и газодисперсных средах [10, 11] существенным является свойство сжимаемости.

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p - \tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho uv - \tau_{xy}) = -F_x + \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv + p - \tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2 + p - \tau_{yy}) = -F_y + \alpha \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho uv) = -F_x + \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv + p) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2 + p) = -F_y + \alpha \frac{\partial p}{\partial y} \quad (6)$$

Уравнения (3) и (4) в совокупности составляют систему уравнений Навье—Стокса, описывающую сохранение пространственных составляющих импульса вязкого газа, уравнения (5) и (6) составляют систему уравнений Эйлера, описывающую сохранение импульса невязкого газа. Отличие от классических уравнений гидродинамики заключается в наличии правых частей уравнений, отвечающих за обмен импульсом с дисперсной компонентой.

$$\frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_1 u_1 v_1) = F_x - \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1 v_1) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_1 v_1^2) = F_y - \alpha \frac{\partial p}{\partial y} \quad (8)$$

Уравнения (7) и (8) описывают сохранение пространственных составляющих импульса дисперсной фазы и не зависят от вязких свойств несущей среды напрямую, а лишь опосредованно, так как в этих уравнениях присутствуют слагаемые, отвечающие за обмен импульсом между компонентами смеси.

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}([e + p - \tau_{xx}]u - \tau_{xy}v + \lambda \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}([e + p - \tau_{yy}]v - \tau_{xy}u + \lambda \frac{\partial T}{\partial y}) = \quad (9)$$

$$= -6\alpha\lambda N u_1(T - T_1)/(d)^2 - |F_x|(u - u_1) - |F_y|(v - v_1)) + \alpha \left(\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \right),$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}([e + p]u + \lambda \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}([e + p]v + \lambda \frac{\partial T}{\partial y}) = -6\alpha\lambda N u_1 (T - T_1)/(d)^2 - \quad (10)$$

$$-|F_x|(u - u_1) - |F_y|(v - v_1)) + \alpha \left(\frac{\partial(pu)}{\partial x} + \frac{\partial(pv)}{\partial y} \right),$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}([e + p]u) + \frac{\partial}{\partial y}([e + p]v) = -|F_x|(u - u_1) - \quad (11)$$

$$-|F_y|(v - v_1)) + \alpha \left(\frac{\partial(pu)}{\partial x} + \frac{\partial(pv)}{\partial y} \right)$$

Уравнения (9)–(11) описывают сохранение энергии вязкой теплопроводной, невязкой теплопроводной и идеальной несущих сред соответственно. В уравнениях учитывается обмен импульсом и теплообмен газа с дисперсной компонентой, в случае идеальной среды в уравнении учитывается только обмен импульсом.

$$\frac{\partial e_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(e_1 u_1) + \frac{\partial}{\partial y}(e_1 v_1) = N u_1 \frac{6\alpha}{(d)^2} \lambda (T - T_1), \quad (12)$$

$$\frac{\partial e_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(e_1 u_1) + \frac{\partial}{\partial y}(e_1 v_1) = 0 \quad (13)$$

Уравнения (12) и (13) описывают сохранение энергии для вязкой теплопроводной и невязкой теплопроводных сред (12) и для идеальной среды (13). В уравнениях применяются следующие обозначения: ρ — плотность (для несущей среды плотность газа, а для дисперсной компоненты «средняя плотность») компонент, u_i, v_i — составляющие векторов скорости, компонент смеси — V_i, e_i и T_i — энергия и температура компонент смеси, p — давление газа. Индекс «1» относится к физическим величинам дисперсной компоненты смеси, переменные без индекса описывают изменение физических параметров несущей среды. Здесь λ, μ, γ — коэффициенты теплопроводности, вязкости и постоянная адиабаты для несущей газообразной среды, $I = RT_1/(\gamma - 1)$ — внутренняя энергия несущей среды (R — газовая постоянная) [2], $\tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{yy}$ — составляющие тензора вязких напряжений несущей сред (14):

$$p = (\gamma - 1)(e - \rho(u^2 + v^2)/2), \quad e = \rho(I + (u^2 + v^2)/2), \quad e_1 = \alpha \rho_{10} C_{p1},$$

$$\tau_{xx} = \mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} D \right), \quad \tau_{yy} = \mu \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} D \right), \quad \tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad (14)$$

$$D = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right).$$

Используются обозначения: α — объемное содержание дисперсной фазы, C_{p1}, ρ_{10} — удельная теплоемкость и физическая плотность вещества твердых частиц, d — диаметр частиц, предполагается, что все частицы имеют сферическую форму. Компоненты силы межфазного взаимодействия F_x (15) и F_y (16) определяются следующим образом [9]–[11]:

$$F_x = \frac{3\alpha}{4d} C d_1 \rho \sqrt{(u - u_1)^2 + (v - v_1)^2} (u - u_1), \quad (15)$$

$$F_y = \frac{3\alpha}{4d} C d_1 \rho \sqrt{(u - u_1)^2 + (v - v_1)^2} (v - v_1). \quad (16)$$

Обмен импульсом компонент смеси определяется коэффициентом сопротивления C_{d1} . Теплообмен и обмен импульсом составляющих газозвеси определяются [10] относительным числом Маха M_1 , относительным числом Рейнольдса Re_1 , относительным числом Нуссельта Nu_1 и числом Прандтля Pr_1 , выражения для определения коэффициентов взаимодействия компонент смеси имеют следующий вид (17):

$$C_{d1} = C_{d1}^0 \phi(M_1) \phi(\alpha), \quad C_{d1}^0 = \frac{24}{Re_1} + \frac{4}{Re_1^{0.5}} + 0.4, \quad \phi(M_1) = 1 + \exp\left(-\frac{0.427}{M_1^{0.63}}\right),$$

$$\phi(\alpha) = (1 - \alpha)^{-2.5}, \quad Re_1 = d\rho|\mathbf{V} - \mathbf{V}_1|/\mu, \quad M_1 = |\mathbf{V} - \mathbf{V}_1|,$$

$$Pr_1 = c_{p1}\mu(\lambda)^{-1}, \quad Nu_{12} = 2 \exp(-M_1) + 0/459 Re_1^{0.55} Pr_1^{0.33}.$$

Для векторов скорости компонент смеси используется обозначение $\mathbf{V} = [u, v]$, $\mathbf{V}_1 = [u_1, v_1]$. Система уравнений (1), (2), (5)–(8), (11), (13) описывает динамику газозвеси с идеальной (невязкой и нетеплопроводной несущей средой) с учетом обмена импульсом между несущей средой и дисперсной компонентой. Уравнения (1), (2), (5)–(8), (10), (12) соответствуют математической модели динамики газозвеси с несущей средой (невязким теплопроводным газом), разработанной в монографии [10]. Система уравнений (1)–(4), (7)–(9), (12) описывает движение газозвеси с сжимаемой, теплопроводной и вязкой несущей средой. Система уравнений дополнялась соответствующими граничными условиями. На границах расчетной области задавались однородные граничные условия Дирихле для составляющих скорости несущей и дисперсной фазы при моделировании динамики вязкой среды и однородные граничные условия Неймана при моделировании динамики невязкой среды, для остальных функций в обоих случаях задавались однородные граничные условия Неймана [1, 2]. Для интегрирования систем уравнений применялся явным конечно-разностный метод Мак–Кормака [2]. Рассмотрим численный алгоритм на примере скалярного нелинейного дифференциального уравнения в частных производных (18) от функции f , где $a(f)$, $b(f)$, $c(f)$ — нелинейные функции:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial a(f)}{\partial x} + \frac{\partial b(f)}{\partial y} = c(f). \quad (18)$$

Для нелинейного уравнения (18) численное решение явным конечно-разностным методом Мак–Кормака на n -ом временном слое записывается следующим образом [2] (19):

$$f_{jk}^* = f_{jk}^{n-1} - \frac{\Delta t}{\Delta x}(a_{j+1k}^{n-1} - a_{jk}^{n-1}) - \frac{\Delta t}{\Delta y}(b_{jk+1}^{n-1} - b_{jk}^{n-1}) + \Delta t c_{jk}^{n-1},$$

$$f_{jk}^n = 0.5(f_{jk}^* + f_{jk}^n) - 0.5 \frac{\Delta t}{\Delta x}(a_{jk}^* - a_{j-1k}^*) - 0.5 \frac{\Delta t}{\Delta y}(b_{jk}^* - b_{jk-1}^*) + 0.5 \Delta t c_{jk}^*. \quad (19)$$

Здесь Δt , Δx , Δy — шаги по переменной времени и пространственным направлениям.

С целью подавления численных осцилляций использовалась схема нелинейной коррекции сеточной функции (20) [3, 4]. Пусть $Z_{j,k}^n$ — произвольная независимая функция на n -ом временном слое в узле j, k . Тогда алгоритм коррекции имел бы следующий вид:

$$Z_{j,k}^{n*} = Z_{j,k}^n + \kappa(\delta Z_{j+1/2,k}^n - \delta Z_{j-1/2,k}^n), \quad (20)$$

где $Z_{j,k}^{n*}$ — скорректированная функция. Данный алгоритм выполняется в случае, когда $(\delta Z_{j-1/2,k}^n \delta Z_{j+1/2,k}^n) < 0$ или $(\delta Z_{j+1/2,k}^n \delta Z_{j+3/2,k}^n) < 0$. Здесь используются обозначения

$\delta Z_{j-1/2,k}^n = Z_j^n - Z_{j-1,k}^n$, $\delta Z_{j+1/2,k}^n = Z_{j+1,k}^n - Z_{j,k}^n$, $\delta Z_{j+3/2,k}^n = Z_{j+2,k}^n - Z_{j+1,k}^n$, где κ — коэффициент коррекции. Величина шага по времени при реализации численного алгоритма выбирается исходя из условия Куранта—Фридрихса—Леви [2].

2. Компьютерная реализация

Программный комплекс, с помощью которого проводились вычислительные эксперименты в данной работе, реализует математическую модель, составленную из уравнений (1)–(4), (7)–(9), (12), описывающую динамику газозвеси с вязкой, сжимаемой, теплопроводной несущей средой. Изменения в структуре численно интегрируемых уравнений позволяет проводить расчеты как для математической модели динамики газозвеси с невязкой теплопроводной несущей средой, описанной в монографии [10], так и для математической модели, в которой отсутствует вязкость и теплопроводность несущей среды.

В вычислительной гидродинамике компьютерная реализация конечно-разностной модели течения жидкости или газа состоит из следующих частей: определение геометрических параметров физической области течения, формирование конечно-разностного разбиения области моделирования, задание граничных условий и непосредственно самого процесса численного интегрирования системы аэро-гидродинамических уравнений. В данной работе компьютерная программа написана на языке программирования Fortran. Программный код, составляющий компьютерную модель, представляет собой набор последовательно реализуемых компонент. Алгоритм программной реализации численной модели динамики газозвеси имеет следующую последовательность:

- 1) задаются физические параметры газа и твердых частиц;
- 2) из файлов считываются начальные значения функций, геометрия области и характеристики ее сеточного разбиения;
- 3) строится сеточное разбиение области течения смеси;
- 4) определяется значение величин межфазного обмена импульсом и межфазного теплообмена;
- 5) реализуется конечно-разностное решение уравнений динамики смеси;
- 6) проводится нелинейная коррекция сеточных функций.
- 7) значения искомых функций в узлах сетки на каждом временном слое выводятся в файл.

Вычисление значений параметров неоднородной среды на каждом последующем временном слое осуществляется последовательным применением шагов 4)–6). Программный комплекс состоит из нескольких компонент: подпрограмма задания граничных условий, подпрограмма формирования конечно-разностного разбиения физической области, подпрограмма расчета взаимодействия компонент смеси, основная численного решения уравнений динамики газозвеси.

На рис. 1 изображена структура программы моделирования динамики аэрозольей. Расчеты течения газозвеси формируются программой численного решения уравнений динамики неоднородной среды, для функционирования основной программы необходимы подпрограммы: подпрограмма формирования сеточного разбиения физической области, подпрограмма задания граничных условий системы уравнений математической модели, подпрограмма межкомпонентного взаимодействия, описывающая обмен импульсом и теплообмен компонент смеси. Для работы объектного модуля необходима информация о физических параметрах моделируемой смеси и геометрических параметрах физической области и количестве узлов конечно-разностного разбиения области. Начальные параметры содержат-

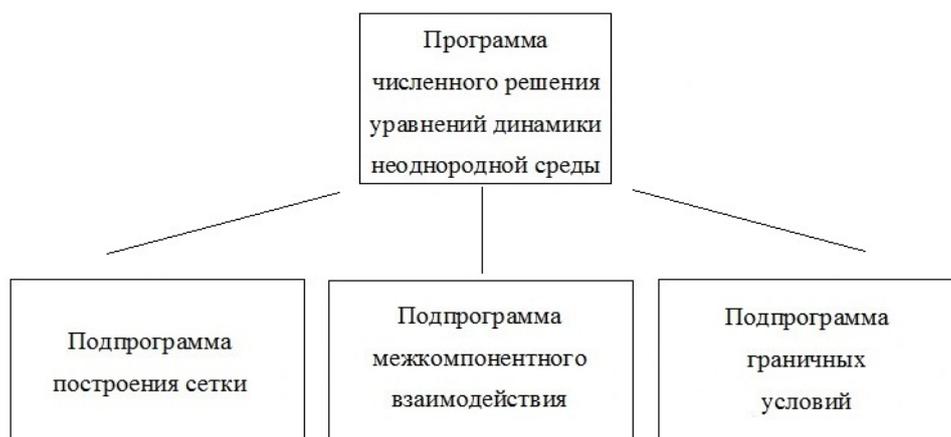


Рис. 1. Структура программного комплекса моделирования динамики двухфазной смеси

ся в двух файлах: файл с данными о физических свойствах движущихся сред и файл с данными области течения и параметрами ее конечно-разностного разбиения. Вызов подпрограммы построения сетки осуществляется перед циклом численного решения системы уравнений в основной программе, построения конечно-разностного решения явного метода Мак–Кормака. Вызов подпрограммы граничных условий осуществляется на каждом временном слое в основной программе. В основной программе реализуются метод конечно-разностного решения и схема нелинейной коррекции сеточных функций, необходимая для преодоления численных осцилляций и применяемая после получения численных решений на каждом временном слое. После вычисления функций динамики компонент смеси рассчитываются величины межкомпонентного взаимодействия. Вычисленные на предыдущем временном слое значения межкомпонентного обмена импульсом и теплообмена применяются при определении значений искомых функций на следующем временном слое. Функции динамики компонент смеси в программе задаются двумерными динамическими массивами двойной точности (`double precision`). Файл с начальными значениями параметров неоднородной среды считывается в основной программе. При написании алгоритма численного решения для математических операций применялись встроенные функции языка Fortran. При помощи оператора `COMMON` осуществляется связь переменных и массивов, которые используются одновременно и в основной программе расчета динамики газозвеси, а также во вспомогательных подпрограммах. В основной программе на каждом временном слое с помощью оператора `CALL` производится вызов вспомогательных подпрограмм. Таким образом, структура кода программы, численного решения уравнений континуальной математической модели динамики неоднородной среды, отличается от кода программы моделирования динамики однородной среды наличием дополнительной подпрограммы расчета взаимодействия компонент смеси.

Программный комплекс, примененный в данной работе, разработан на основе континуального подхода [9] методики моделирования динамики дисперсных сред в сжимаемой газовой среде [10] в процессе работы над диссертацией [24]. Программный комплекс моделирования динамики газозвеси с учетом взаимодействия компонент смеси был развитием уже существовавшего программного комплекса численного моделирования динамики одиночной частицы в сжимаемом газе [4]. Развитие программного комплекса заключалось

в добавлении расчета полной гидродинамической системы уравнений движения для дисперсной компоненты и в учете взаимообратного (воздействующего на каждую компоненту смеси) межкомпонентного взаимодействия. В работе [25] проводится сопоставление физического эксперимента по ударно-волновому течению газозвеси с численными расчетами, полученными вышеописанным программным комплексом.

3. Вычислительные эксперименты

В работе исследовалось распространение прямого скачка давления из однородного газа в газозвесь, моделировалось течение происходящее в ударной трубе [1, 10]. С учетом наличия поверхности раздела сред «неоднородная среда — однородная среда», наиболее адекватно такой процесс может быть описан только в рамках континуального подхода динамики неоднородных сред [10, 11]. Ударная труба представляет собой канал, разделенный мембраной, часть канала заполнена газом с меньшим давлением — камера низкого давления, часть канала заполнена газом имеющим большее давление — камера высокого давления. В отличие от классических работ по ударным трубам предполагалось, что в камере низкого давления расположена газозвесь — взвесь твердых частиц. Начальный разрыв давления задавался через температуру газа $T = T_{20} = 2 \cdot T_{10}, x \leq L/2$, таким образом давление в камере высокого давления ударной трубы вдвое превосходит давление газа в камере низкого давления $p_{20} = 2 \cdot p_{10} = 196$ кПа. Длина канала $L=2$ м, ширина канала $h=0.1$ м. Несущая среда описывалась как воздух. Физическая плотность материала дисперсной компоненты и теплоемкость материала дисперсной компоненты составляла $\rho_{10}=2700$ кг/м³, $p_1=903$ Дж/кг·К, дисперсность частиц — $d=2$ мкм.

Рассмотрим результаты применения конечно-разностного метода (15) при интегрировании системы уравнений (1)–(13) программным комплексом, описанным в разделе 2.

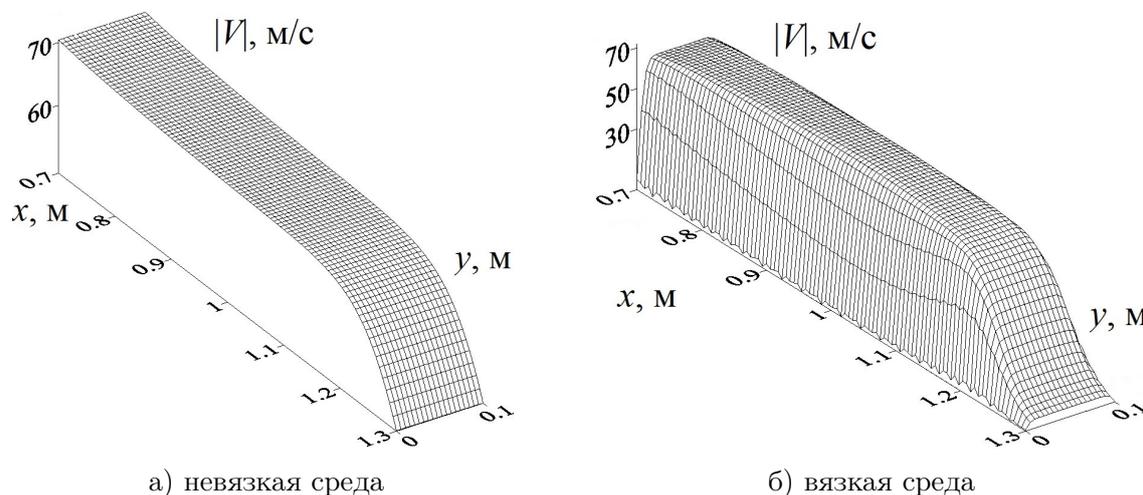


Рис. 2. Двухмерное распределение модуля скорости газа, при распространении ударной волны

На рис. 2 изображено распределение модуля скорости газа $V = \sqrt{u^2 + v^2}$ при моделировании движения ударной волны в канале с однородными граничными условиями Неймана для невязкой среды (рис. 2а) и с однородными граничными условиями Дирихле (рис. 2б) для вязкой среды. Можно наблюдать равномерное в y -направлении распределение скорости для невязкой среды, в случае движение ударной волны в канале в вязкой среде, можно

наблюдать «параболический» [1, 2] профиль скорости несущей среды. При моделировании течений сплошных сред в узких каналах более предпочтительным, чем модель невязкой среды, является описание течения с учетом пристеночной вязкости в канале [1, 2].

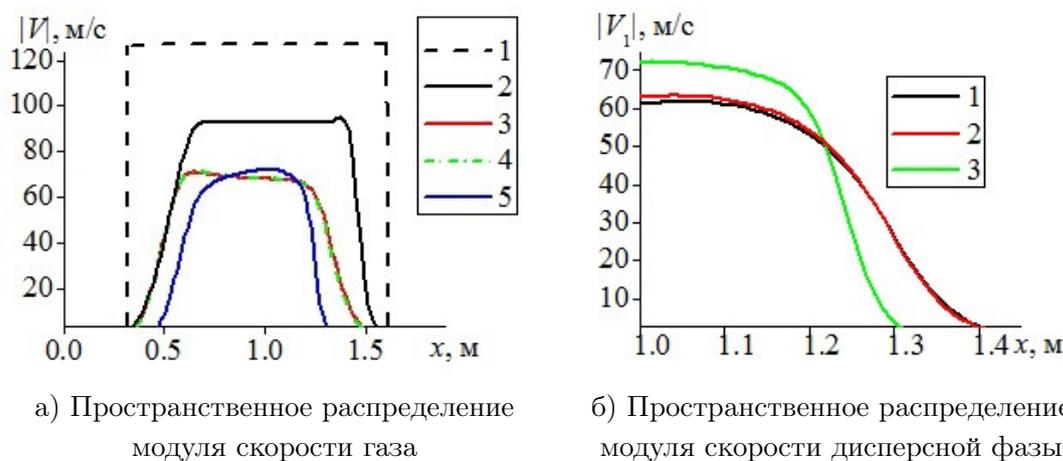


Рис. 3. Сопоставление расчетов модуля скорости спутного потока газа и модуля скорости дисперсной фазы для различных математических моделей

На рис. 3а представлены сопоставления скорости газа как при распространении ударной волны из газа в газозвесь, так и в однородной среде, на оси симметрии канала, где достигаются наибольшие значения скоростей. Кривые 1 и 2 — соответственно аналитическое решение скорости спутного потока, полученное для идеального газа в работе [1] и численный расчет для распространения ударной волны в идеальном газе. Аналитически рассчитанное решение имеет большую интенсивности спутного потока газа. Кривые 3 и 4 — результаты расчетов динамики ударной волны из однородного газа в газозвесь, полученные по моделям идеальной несущей среды и теплопроводной несущей среды [10]. Кривая 5 — результаты расчетов распространения ударной волны из однородного газа в газозвесь с учетом вязкости несущей среды. Численные расчеты динамики несущей среды до взаимодействия ударной волны с газозвесью по математическим моделям с идеальной и невязкой теплопроводной несущей средой [10] совпадают с численными расчетами спутного потока в однородном идеальном газе. Наибольшее значение скорости дисперсной компоненты при движении ударной волны по газозвеси достигается в расчетах по математической модели с вязкой несущей средой (рис. 3, кривая 3). Скорость дисперсной компоненты при расчетах по математической модели с теплопроводной невязкой несущей средой [10] (кривая 2) немного больше, чем скорость дисперсной компоненты с идеальной несущей средой (кривая 1). Модуль скорости дисперсной компоненты при учете вязкости несущей среды имеет большее значение, при этом можно наблюдать, что непосредственно ударно-волновое возмущение по дисперсной фазе распространяется с меньшей скоростью относительно расчетов с невязкими несущими средами.

На рис. 4а представлено распределение модуля скорости газа в канале при различных сеточных разбиениях области в момент времени $t=1$ мс, для математической модели с несущей средой (идеальным газом). Для разбиений сетки $N_x=120$, $N_y=24$ ширина области затронутой спутным потоком газа за ударной волной в камере низкого давления и спутным потоком за волной разряжения, в камере высокого давления, составляет $L_w=1282$ мм, для разбиений расчетной области $N_x=140$, $N_y=28$, $N_x=160$, $N_y=32$, $N_x=180$, $N_y=36$, $N_x=200$,

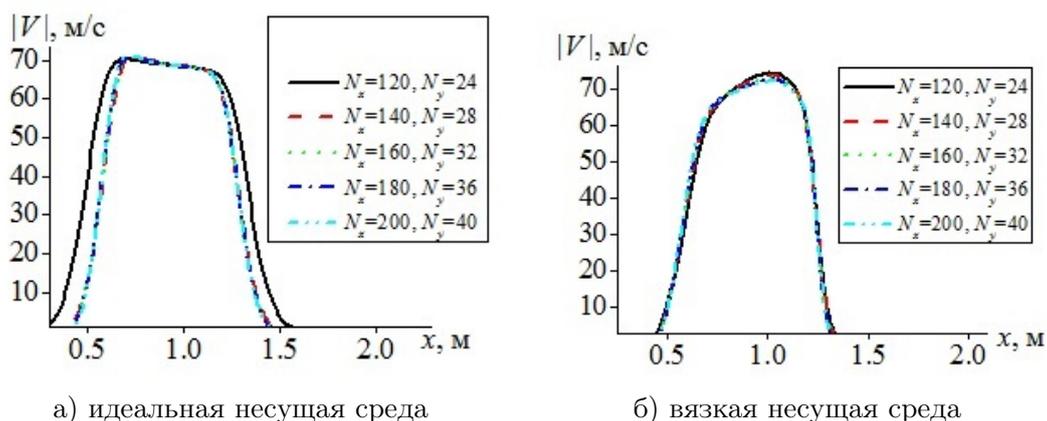


Рис. 4. Пространственное распределение модуля скорости газа, для различных сеточных разбиений

$N_y=40$ ширина зоны движения газа составляет соответственно $L_w=1083$ мм, $L_w=1053$ мм, $L_w=1031$ мм, $L_w=1026$ мм. Для данных сеточных разбиений скорости ударной волны составляют соответственно $\theta = 521$ м/с, $\theta = 445$ м/с, $\theta = 430$ м/с, $\theta = 418$ м/с, $\theta = 416$ м/с. Аналогичны результаты для математической модели с вязкой теплопроводной несущей средой в тот же момент времени изображены на рис. 4б. Для разбиения расчетной области $N_x=120$, $N_x=24$ ширина области затронутой движением газа составляет $L_w=892$ мм для разбиений расчетной области $N_x=140$, $N_y=28$, $L_w=872$ мм, $N_x=160$, $N_y=32$, $L_w=858$ мм, $N_x=180$, $N_y=36$, $L_w=852$ мм, $N_x=200$, $N_y=40$, $L_w=848$ мм ширина зоны движения газа составляет соответственно $L_w=1083$ мм, $L_w=1053$ мм, $L_w=1031$ мм, $L_w=1026$ мм. Скорости движения ударных волн для указанных разбиений составляют $\theta = 314$ м/с, $\theta = 305$ м/с, $\theta = 298$ м/с, $\theta = 294$ м/с, $\theta = 292$ м/с. При измельчении сеточных разбиений как для невязкой, так и для вязкой несущих сред происходит равномерное уменьшение скорости ударно-волнового возмущения и области, затронутой движением газа — ударной волны в камере низкого давления и волны разряжения в камере высокого давления.

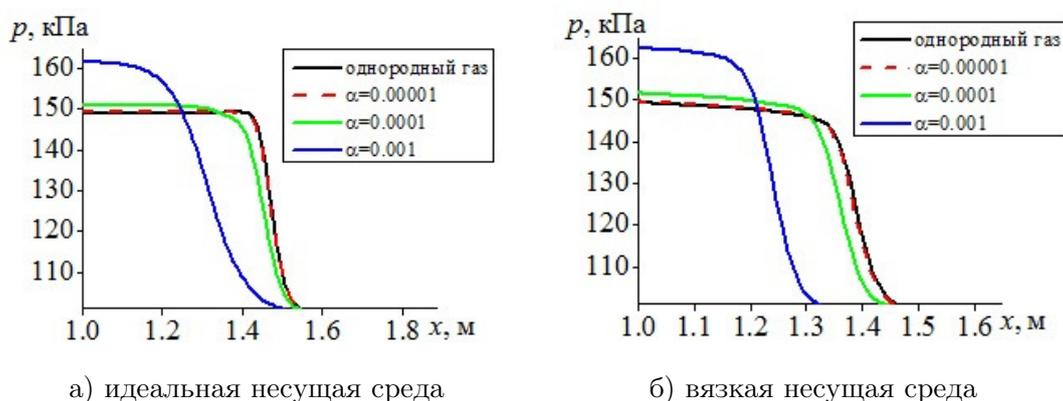


Рис. 5. Пространственное распределение давления газа для различных объемных содержаний дисперсной фазы и однородной среды

На рис. 5 представлены пространственные распределения давления в ударной волне, движущейся в однородном газе и газозвесьях с различными объемными содержаниями дисперсной фазы, для математических моделей несущей среды, описываемой как идеальный

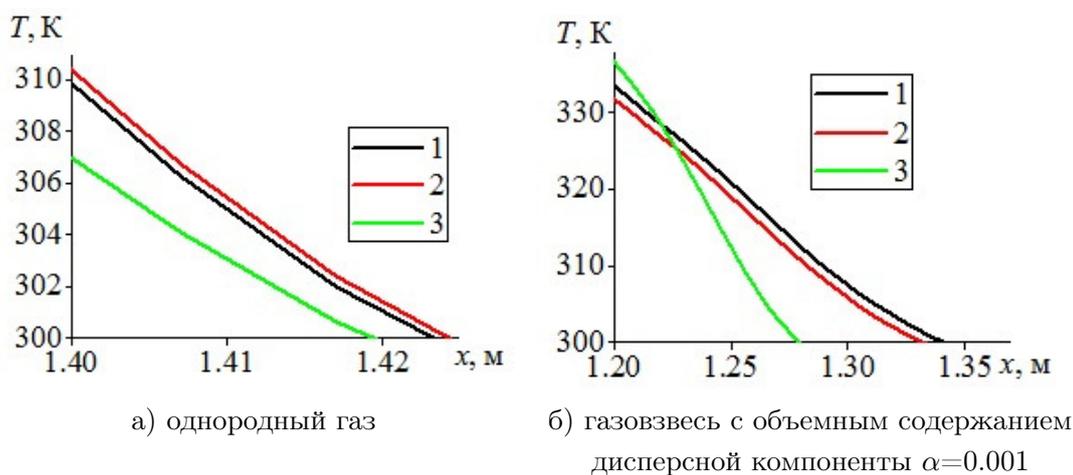


Рис. 6. Пространственное распределение температуры газа при моделировании однородной и неоднородной сред, кривые: 1 — идеальная несущая среда, 2 — невязкая теплопроводная несущая среда, 3 — вязкая несущая среда

газ (рис. 5а) и вязкий теплопроводный газ (рис. 5б). Для объемного содержания дисперсной фазы $\alpha=0.0001$ скорость ударной волны в расчетах по модели несущей среды (идеального газа) составляет 99.67% от скорости движения однородного газа, для модели динамики вязкого теплопроводного газа скорость ударной волны для того же объемного содержания дисперсной фазы составляет 94.36% от скорости движения ударной волны в однородном вязком газе. При объемном содержании дисперсной фазы $\alpha=0.001$ скорость ударной волны в расчетах, проведенных для несущей среды (идеального газа), составляет 86% от скорости движения однородного газа, для модели динамики вязкого теплопроводного газа скорость ударной волны составляет 69.9% от скорости движения ударной волны в однородном вязком газе.

На рис. 6 изображены распределения температуры газа вдоль координаты x вблизи переднего края ударной волны в однородном газе (рис. 6а) и в газозвеси (рис. 6б), полученные для различных математических моделей динамики газа. При моделировании распространения возмущения поля температуры в однородном газе скорость распространения возмущения в невязком теплопроводном и вязком теплопроводном газе составляют 99.71% и 97.62% от скорости распространения возмущения в идеальном газе. В газозвеси с объемным содержанием дисперсной фазы $\alpha=0.001$ скорость движения возмущения поля температуры газовой компоненты газозвеси в невязкой теплопроводной среде, которая рассматривается в качестве газовой фазы при составлении математических моделей в монографии [10] и в вязком теплопроводном газе составляют соответственно 97.26% и 81.33% от скорости движения возмущения температуры несущей среды рассчитанной по модели динамики идеального газа. Таким образом выявлено, что для континуального подхода моделирования, учитывающего температурную неравновесность несущей среды и дисперсной фазы, влияние, которое оказывает дисперсная компонента на распространение ударно-волнового возмущения полей давления и температуры несущей среды имеет существенные отличия при расчетах с газовой компонентой — вязкой теплопроводной средой, невязкой теплопроводной и идеальной средой.

На рис. 7 представлены распределения величин модуля скоростного скольжения $|\mathbf{V} - \mathbf{V}_1| = \sqrt{(u - u_1)^2 + (v - v_1)^2}$ для газозвесей с различными объемными содержаниями дис-

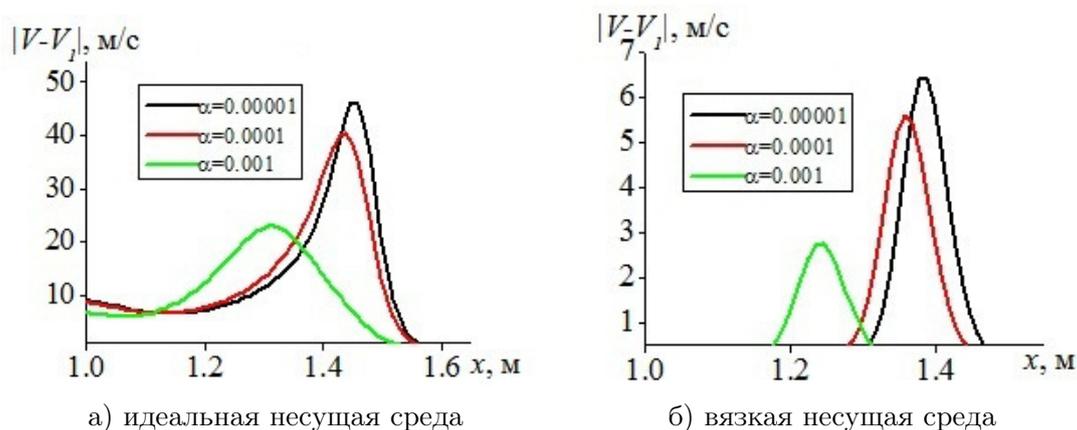


Рис. 7. Пространственное распределение модуля межфазного скоростного скольжения в газозвесьях с различным объемным содержанием дисперсной компоненты

персной фазы. Величина скоростного скольжения существенно выше в модели идеального газа (рис. 7а). Меньшая интенсивность скоростного скольжения в вязкой среде (рис. 7б) может объясняться большим межфазным взаимодействием, в связи с чем менее существенны различия в скоростях компонент двухфазной смеси.

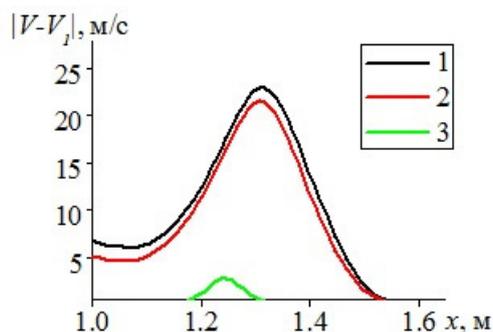


Рис. 8. Пространственное распределение модуля скоростного скольжения, кривые: 1 — идеальная несущая среда, 2 — невязкая теплопроводная несущая среда, 3 — вязкая несущая среда

Интенсивность скоростного скольжения рис. 8 при моделировании динамики несущей среды моделями идеального газа и невязкого теплопроводного газа имеет близкое значение, существенно большее, чем в вязкой среде. Данная закономерность демонстрирует, то, что при моделировании движения ударной волны по газозвеси в канале определяющим фактором является вязкость несущей среды, а такое свойство несущей среды как теплопроводность имеет существенно меньшее значение.

На рис. 9 представлено пространственное распределение величины кинетической энергии несущей среды газозвеси ρV^2 (рис. 9а) и дисперсной компоненты $\rho_1 V_1^2$ (рис. 9б) при распространении ударной волны из однородного газа в газозвесь с объемным содержанием дисперсной компоненты $\alpha=0.001$, для различных моделей динамики несущей среды: кривая 1 — идеальный газ, кривая 2 — невязкий теплопроводный газ, кривая 3 — вязкий теплопроводный газ. При моделировании несущей среды как невязкой теплопроводной и при моделировании несущей среды как идеальной кинетическая энергия несущей среды достигает больших максимальных значений, чем в случае учета вязкости газовой компо-

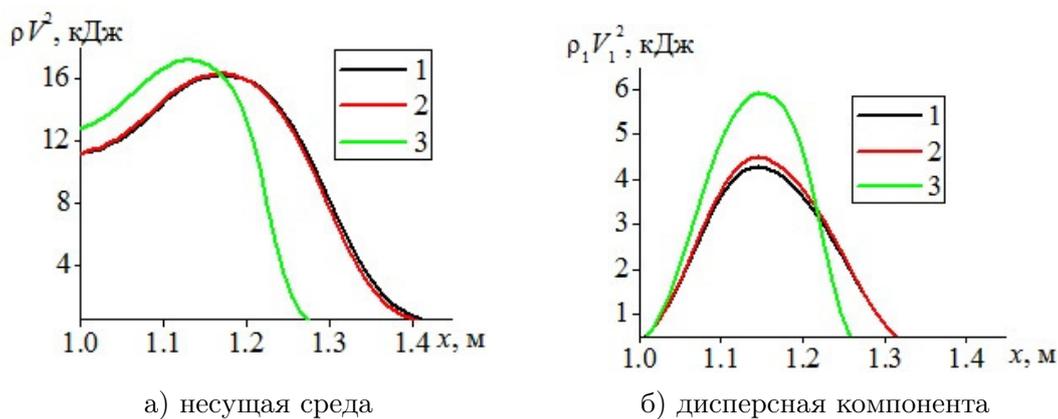


Рис. 9. Пространственное распределение кинетической энергии компонент газозвеси

ненты. При этом максимальное значение кинетической энергии дисперсной фазы в ударной волне от соответствующей величины для модели несущей среды (идеального газа) для модели вязкого газа составляет 138.76%, а для модели невязкого теплопроводного газа — 105.3 % соответственно. Столь существенное отличие в кинетической энергии дисперсной компоненты может иметь критическое значение при моделировании процессов отражения промышленных взрывов применяемых в геотехнологиях [10]. Сопоставление численных расчетов кинетической энергии дисперсной компоненты и скоростного скольжения газовой и дисперсной фаз смеси в ударной волне демонстрирует, что в вязкой среде межфазное взаимодействие, которое является определяющим при моделировании смесей с равными массовыми долями компонент, имеет большую интенсивность, чем в невязких средах. Что является более правильным с точки зрения физики таких процессов, так как существующие в природе газы и жидкости являются вязкими, в то время как отсутствие вязкости или теплопроводности является допущением, применяемым при разработке математических моделей динамики сплошных сред.

Заключение

В работе проведено сопоставление численных расчетов распространения ударной волны из однородного газа в газозвесь, полученных для различных математических моделей динамики несущей среды. В работе выявлено, что при моделировании динамики вязкой теплопроводной среды величины скоростного скольжения фаз смеси существенно меньше, чем аналогичные величины при описании несущей среды как идеальной. Определено, что при моделировании ударно-волновой динамики газозвесей в каналах, влияние вязкости несущей среды наиболее существенный фактор взаимодействия газовой и дисперсной компонент смеси. При описании газовой компоненты газозвеси как вязкой среды межфазное скоростное скольжение достигает меньших величин, чем в случае невязкой несущей среды. Также при учете вязкости несущей среды кинетическая энергия дисперсной компоненты имеет большую величину. Учет теплопроводности невязкой несущей среды также приводит к результатам расчетов с несколько меньшим скоростным скольжением фаз и большей кинетической энергией дисперсной компоненты в сравнении с результатами, полученными для несущей среды — идеального газа. Данные эффекты можно объяснить большей интенсивностью взаимодействия между компонентами смеси при учете вязких напряжений газа в ударно-волновом течении. Представленные сопоставления моделей показали, что в

зависимости от выбора математической модели описания несущей среды могут наблюдаться важные (при расчете технологических процессов и агрегатов) отличия в интенсивности межкомпонентного взаимодействия и кинетической энергии дисперсной компоненты в ударно-волновом течении. Таким образом данное исследование выявило, что в континуальном подходе динамики неоднородных сред при моделировании динамики несущей среды системами уравнений Навье—Стокса и Эйлера результаты расчетов, кроме отличий в полях скоростей несущей среды, отличаются также интенсивностью взаимодействия компонент в моделируемых течениях. Выявленные закономерности, возможно использовать при разработке вычислительных моделей скоростных потоков в газозвесах с большим объемным содержанием дисперсной фазы. Дальнейшим развитием представленной математической модели динамики газозвесей можно предположить увеличение геометрии с плоской до трехмерной, а также учет взаимодействия между частицами дисперсной компоненты смеси.

Работа выполнена в рамках государственного задания ФИЦ КазНЦ РАН по теме «Развитие динамики многофазных сред, аэрогидроупругих систем и механики оболочек с приложениями в машиностроении и нефтедобыче» № 121021800126-4.

Литература

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. Москва: Изд-во «Дрофа», 2003. 784 с.
2. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2-х т.: Т. 2. Пер. с англ. Москва: Изд-во «Мир», 1991. 552 с.
3. Музафаров И.Ф., Утюжников С.В. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа // Математическое моделирование. 1993. Т. 2, № 3. С. 74–83.
4. Тукмаков А.Л. Зависимость механизма дрейфа твердой частицы в нелинейном волновом поле от ее постоянной времени и длительности прохождения волновых фронтов // Прикладная механика и техническая физика. 2011. Т. 52, № 4. С. 106–115.
5. Ленская О.Ю., Абдуллаев С.М., Приказчиков А.И., Соболев Д.Н. Численное моделирование характеристик пограничного слоя атмосферы крупного промышленного города (на примере г. Челябинска) // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2013. Т. 2, № 2. С. 65–82. DOI: 10.14529/cmse130206.
6. Волков В.Ю., Голибродо Л.А., Крутиков А.А. и др. Разномасштабные задачи теплообмена в атомной энергетике // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2017. Т. 6, № 4. С. 60–73. DOI: 10.14529/cmse170405.
7. Проценко С.В., Атаян А.М., Чистяков А.Е. и др. Экспериментальное исследование силовых нагрузок на опоры надводной конструкции на основе математической модели волновых процессов // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2019. Т. 8, № 3. С. 27–42. DOI: 10.14529/cmse190302.
8. Мадалиев М.Э. Численное исследование осесимметричных струйных течений на основе турбулентной модели ν_t -92 // Вестник Южно-Уральского государственного университета.

- тета. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2020. Т. 9, № 4. С. 67–78. DOI: 10.14529/cmse200405.
9. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. Москва: Изд-во «Наука», 1987. 464 с.
10. Кутушев А.Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. Санкт-Петербург: Изд-во «Недра», 2003. 284 с.
11. Федоров А.В., Фомин В.М., Хмель Т.А. Волновые процессы в газозвесах частиц металлов. Новосибирск: Изд-во «Параллель», 2015. 301 с.
12. Fedorov Y.V., Panin K.A. Heat and mass transfer in the acoustics of liquid with encapsulated droplets // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2022. Vol. 43, no. 2. P. 376–380. DOI: 10.1134/S1995080222050122.
13. Хачай О.А., Хачай А.Ю. Моделирование сейсмического поля в акустическом приближении двухфазных, иерархически неоднородных сред // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2014. Т. 3, № 1. С. 33–43. DOI: 10.14529/cmse140103.
14. Черкесов Л.В., Шульга Т.Я. Исследование влияния стационарных течений на динамические процессы и эволюцию загрязнений в азовском море // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2017. Т. 6, № 1. С. 56–72. DOI: 10.14529/cmse170104.
15. Равшанов Н., Курбонов Н.М. Компьютерное моделирование процесса фильтрации флюидов в пористых средах // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2015. Т. 4, № 2. С. 89–106. DOI: 10.14529/cmse150207.
16. Суров В.С. Гиперболическая модель односкоростной теплопроводной смеси с учетом межфракционного теплообмена // Теплофизика высоких температур. 2018. Т. 56, № 6. С. 914–923. DOI: 10.31857/S004036440003570-1.
17. Садин Д.В., Голиков И.О., Давидчук В.А. Моделирование взаимодействия ударной волны с ограниченным неоднородным слоем газозвеси гибридным методом крупных частиц // Вычислительные методы и программирование. 2021. Т. 22, № 1. С. 1–13. DOI: 10.26089/NumMet.v22r101.
18. Liu C., Zhao Y., Tian Z., Zhou H. Numerical Simulation of Condensation of Natural Fog Aerosol under Acoustic Wave Action // Aerosol Air and Quality Reserch. 2021. Vol. 21, no. 4. P. 1–21. DOI: 10.4209/aaqr.2020.06.0361.
19. Веревкин А.А., Циркунов Ю.М. Течение дисперсной примеси в сопле Лаваля и рабочей секции двухфазной гиперзвуковой ударной трубы // Прикладная механика и техническая физика. 2008. Т. 49, № 5. С. 102–113.
20. Yeom G.S., Chang K.S. Shock wave diffraction about a wedge in a gas-microdroplet mixture // International journal of heat and mass transfer. 2010. Vol. 53. P. 5073–5088. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2010.07.056.
21. Saurel R., Boivin P., Le Metayer O. A general formulation for cavitating, boiling and evaporating flows // Computers and Fluids. 2016. Vol. 128. P. 53–64. DOI: 10.1016/j.compfluid.2016.01.004.

22. Kapila A.K., Schwendeman D.W., Gambino J.R., Henshaw W.D. A numerical study of the dynamics of detonation initiated by cavity collapse // *Shock Waves*. 2015. Vol. 25. P. 545–572. DOI: 10.1007/s00193-015-0597-9.
23. Watanabe H., Matsuo A., Chinnayya A., *et al.* Numerical analysis of the mean structure of gaseous detonation with dilute water spray // *Journal of Fluid Mechanics*. 2020. Vol. 887. DOI: 10.1017/jfm.2019.1018.
24. Тукмаков Д.А. Численное исследование динамики газозвесей в нелинейных волновых полях: дис. канд. физ-мат. наук: 01.02.05. Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, 2015. 135 с. URL: https://kpfu.ru/dis_card?p_id=1958 (дата обращения: 08.09.2022).
25. Нигматулин Р.И., Губайдуллин Д.А., Тукмаков Д.А. Ударно-волновой разлет газозвесей // *Доклады академии наук*. 2016. Т. 466, № 4. С. 418–421. DOI: 10.7868/S0869565216040101.
26. Тукмаков Д.А. Численное исследование влияния плотности материала дисперсной компоненты на интенсивность генерации акустического импульса в электрически заряженной газозвеси // *Математические заметки СВФУ*. 2020. Т. 27, № 4. С. 99–109. DOI: 10.25587/SVFU.2020.77.39.008.
27. Тукмаков Д.А. Сопоставление математических моделей динамики электрически заряженных газозвесей для различных концентраций дисперсной компоненты // *Прикладная информатика*. 2022. Т. 17, № 1. С. 39–54. DOI: 10.37791/2687-0649-2022-17-1-39-54.
28. Тукмаков А.Л., Тукмаков Д.А. Численное исследование влияния параметров дисперсных частиц на осаждение твердой фазы электрически заряженной полидисперсной газозвеси // *Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика*. 2022. Т. 12, № 1. С. 90–102. DOI: 10.18500/1816-9791-2022-22-1-90-102.

Тукмаков Дмитрий Алексеевич, к.ф.-м.н., н.с., Федеральный исследовательский центр «Казанский научный центр Российской академии наук» (Казань, Российская Федерация)

NUMERICAL SIMULATION OF THE INTERACTION OF A GAS SUSPENSION WITH A SHOCK WAVE BY CONTINUAL MATHEMATICAL MODELS WITH IDEAL AND DISSIPATIVE CARRIER MEDIA

© 2022 D.A. Tukmakov

Federal Research Center “Kazan Scientific Center of the Russian Academy of Sciences”

(Lobachevsky 2/31, Kazan, 420100 Russia)

E-mail: tukmakovda@imm.knc.ru

Received: 18.06.2022

This paper compares computer implementations of numerical algorithms for solving the equations of mathematical models of the dynamics of gas suspensions with viscous heat-conducting, inviscid heat-conducting and ideal carrier media. Mathematical models are developed within the framework of the continuum technique for modeling the dynamics of multiphase media. In the study, the process of interaction of a shock wave moving from a homogeneous gas into a gas suspension, which is often encountered in the mining industry, was modeled. The relevance of the study of this flow of inhomogeneous media is associated with the shielding of industrial explosions by aerosol curtains. When modeling for a viscous medium, homogeneous Dirichlet boundary conditions were set, for an inviscid medium, homogeneous Neumann boundary conditions. The equations of the mathematical model were integrated by the McCormack finite difference method. To overcome numerical oscillations, a nonlinear scheme for correcting grid functions was used. The program that implements the continuum method for the dynamics of multiphase media consisted of a block for specifying boundary conditions, a block that implements a numerical solution, and a block for accounting for interfacial interaction. As a result of comparing numerical calculations of mathematical models of the dynamics of a gas suspension with an ideal, inviscid heat-conducting and viscous heat-conducting carrier media, it was found that during the movement of a gas suspension, the viscosity of the carrier medium of the gas suspension has the greatest influence on the intensity of interfacial momentum exchange.

Keywords: numerical simulation, finite difference scheme, multiphase media, continuum model, interfacial interaction, Euler equation, Navier–Stokes equation.

FOR CITATION

Tukmakov D.A. Numerical Simulation of the Interaction of a Gas Suspension with a Shock Wave by Continual Mathematical Models with Ideal and Dissipative Carrier Media. Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering. 2022. Vol. 11, no. 4. P. 67–87. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse220405.

This paper is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Non Commercial 4.0 License which permits non-commercial use, reproduction and distribution of the work without further permission provided the original work is properly cited.

References

1. Loitsyansky L.G. Fluid and Gas Mechanics. Moscow: Publishing “Drofa”, 2003. 784 p. (in Russian)
2. Fletcher C.A. Computation Techniques for Fluid Dynamics. Berlin: Publishing Springer-Verlang, 1988. 409 p. DOI: 10.1007/978-3-642-97071-9.

3. Muzafarov I.F., Utyuzhnikov S.V. Application of compact difference schemes to the study of unsteady compressible gas flows. *Mathematical Modeling*. 1993. Vol. 5, no. 3. P. 74–83. (in Russian)
4. Tukmakov A.L. Dependence of the mechanism of solid particle drift in a nonlinear wave field on the time constant and wave front passage time. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2011. Vol. 52, no. 4. P. 590–598. DOI: 10.1134/S0021894411040122.
5. Lenskaya O.Yu., Abdullaev S.M., Prikazchikov A.I., Sobolev D.N. Numerical modeling of the characteristics of the boundary layer of the atmosphere of a large industrial city (on the example of Chelyabinsk). *Bulletin of the South Ural State University. Computational Mathematics and Software Engineering*. 2013. Vol. 2, no. 2. P. 65–82. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse130206.
6. Volkov V.Y., Golibrodo L.A., Krutikov A.A., *et al.* Multiscale problems of heat and mass transfer in nuclear energy. *Bulletin of the South Ural State University. Computational Mathematics and Software Engineering*. 2017. Vol. 6, no. 4. P. 600073. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse170405.
7. Protsenko S.V., Atayan A.M., Chistyakov A.E., *et al.* Experimental study of power loads on the supports of a surface structure based on a mathematical model of wave processes. *Bulletin of the South Ural State University. Computational Mathematics and Software Engineering*. 2019. Vol. 8, no. 3. P. 27–42. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse190302.
8. Madaliev M.E. Numerical study of axisymmetric jet flows based on the turbulent model ν_t -92. *Bulletin of the South Ural State University. Computational Mathematics and Software Engineering*. 2020. Vol. 9, no. 4. P. 670078. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse170405.
9. Nigmatulin R.I. *Dinamika mnogofaznyh sred.* Dynamics of multiphase media. Part 1. Moscow: Publishing “Nauka”, 1987. 464 p. (in Russian)
10. Kutushev A.G. *Mathematical modeling of wave processes in aerodisperse and powder media.* St. Petersburg: Publishing “Nedra”, 2003. 284 p. (in Russian)
11. Fedorov A.V., Fomin V.M., Khmel T.A. *Wave processes in gas suspensions of metal particles.* Novosibirsk: Publishing “Parallel”, 2015. 301 p. (in Russian)
12. Fedorov Y.V., Panin K.A. Heat and mass transfer in the acoustics of liquid with encapsulated droplets. *Lobachevskii Journal of Mathematics*. 2022. Vol. 43, no. 2. P. 376–380. DOI: 10.1134/S1995080222050122.
13. Khachai O.A., Khachai A.Y. Modeling of a seismic field in the acoustic approximation of two-phase, hierarchically inhomogeneous media. *Bulletin of the South Ural State University. Computational Mathematics and Software Engineering*. 2014. Vol. 3, no. 1. P. 33–43. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse140103.
14. Cherkesov L.V., Shulga T.Y. Study of the influence of stationary currents on dynamic processes and the evolution of pollution in the Sea of Azov. *Bulletin of the South Ural State University. Computational Mathematics and Software Engineering*. 2017. Vol. 6, no. 1. P. 56–72. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse170104.
15. Ravshanov N., Kurbonov N.M. Computer modeling of the process of fluid filtration in porous media. *Computational Mathematics and Software Engineering*. 2015. Vol. 4, no. 2. P. 89–106. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse150207.

16. Surov V.S. Hyperbolic model of a single speed, heat conductive mixture with interfractional heat transfer. *High Temperature*. 2018. Vol. 56, no. 6. P. 890–899. DOI: 10.1134/S0018151X1806024X.
17. Sadin D.V., Golikov I.O., Davidchuk V.A. Modeling the interaction of a shock wave with a limited inhomogeneous layer of a gas suspension by a hybrid method of large particles. *Computational methods and programming*. 2021. Vol. 22, no. 1. P. 1–13. (in Russian) DOI: 10.26089/NumMet.v22r101.
18. Liu C., Zhao Y., Tian Z., Zhou H. Numerical Simulation of Condensation of Natural Fog Aerosol under Acoustic Wave Action. *Aerosol air and quality reserch*. 2021. Vol. 21, no. 4. P. 1–21. DOI: 10.4209/aaqr.2020.06.0361.
19. Verevkin A.A., Tsirkunov Y.M. Flow of a dispersed phase in the laval nozzle and in the test section of a two-phase hypersonic shock tunnel. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2008. Vol. 49, no. 5. P. 789–798. DOI: 10.1007/s10808-008-0099-y.
20. Yeom G.S., Chang K.S. Shock wave diffraction about a wedge in a gas-microdroplet mixture. *International journal of heat and mass transfer*. 2010. Vol. 53. P. 5073–5088. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2010.07.056.
21. Saurel R., Boivin P., Le Metayer O. A general formulation for cavitating, boiling and evaporating flows. *Computers and Fluids*. 2016. Vol. 128. P. 53–64. DOI: 10.1016/j.compfluid.2016.01.004.
22. Kapila A.K., Schwendeman D.W., Gambino J.R., Henshaw W.D. A numerical study of the dynamics of detonation initiated by cavity collapse. *Shock Waves*. 2015. Vol. 25. P. 545–572. DOI: 10.1007/s00193-015-0597-9.
23. Watanabe H., Matsuo A., Chinnayya A., *et al.* Numerical analysis of the mean structure of gaseous detonation with dilute water spray. *Journal of Fluid Mechanics*. 2020. Vol. 887. DOI: 10.1017/jfm.2019.1018.
24. Tukmakov D.A. Numerical study of the dynamics of gas suspensions in nonlinear wave fields: dis. cand. physics and mathematics sciences: 01.02.05 Kazan (Volga Region) Federal University, Kazan, 2015. 135 p. URL: https://kpfu.ru/dis_card?p_id=1958 (accessed: 08.09.2022). (in Russian)
25. Nigmatulin R.I., Gubaidullin D.A., Tukmakov D.A. Shock Wave Dispersion of Gas-Particle Mixtures. *Doklady Physics*. 2016. Vol. 61, no. 2. P. 70–73. DOI: 10.1134/S1028335816020038.
26. Tukmakov D.A. Numerical study of the influence of the density of the material of the dispersed component on the intensity of the generation of an acoustic pulse in an electrically charged gas suspension. *Mathematical notes of NEFU*. 2020. Vol. 27, no. 4. P. 99–109. (in Russian) DOI: 10.25587/SVFU.2020.77.39.008.
27. Tukmakov D.A. Comparison of mathematical models of the dynamics of electrically charged gas suspensions for various concentrations of the dispersed component. *Applied Informatics*. 2022. Vol. 17, no. 1. P. 39–54. (in Russian) DOI: 10.37791/2687-0649-2022-17-1-39-54.
28. Tukmakov A.L., Tukmakov D.A. Numerical study of the influence of the parameters of dispersed particles on the deposition of the solid phase of an electrically charged polydisperse gas suspension. *Bulletin of the Saratov University. New series. Series: Mathematics. Mechanics. Informatics*. 2022. Vol. 22, no. 1. P. 90–102. (in Russian) DOI: 10.18500/1816-9791-2022-22-1-90-102.