# ВЫЯВЛЕНИЕ УСТОЙЧИВЫХ СВЯЗЕЙ МЕЖДУ ПОКАЗАТЕЛЯМИ КОННЕКТИВНОСТИ ЭЭГ И КОМПОНЕНТАМИ ИНТЕЛЛЕКТА\*

# © 2022 Т.В. Авдеенко, А.Ю. Тимофеева, М.Ш. Муртазина, О.М. Разумникова

Новосибирский государственный технический университет (630073 Новосибирск, пр. К. Маркса, д. 20) E-mail: tavdeenko@mail.ru, a.timofeeva@corp.nstu.ru, murtazina@corp.nstu.ru, razumnikova@corp.nstu.ru Поступила в редакцию: 14.11.2022

Согласно гипотезе «нейронной эффективности» показатели интеллекта связаны со специфическими пространственными особенностями оптимальной функциональной активности мозга. Так как имеются исследования, не подтверждающие такой взаимосвязи, актуальным остается исследование вопроса ее устойчивости. Поэтому основная задача исследования заключается в поиске метрик коннективности ЭЭГ в состоянии покоя, устойчиво коррелирующих с показателями вербального и зрительно-пространственного компонентов интеллекта. В качестве потенциальных мер взаимосвязи исследуемых параметров выбраны коэффициенты корреляции Пирсона, Спирмена, полихорический коэффициент корреляции и их устойчивые аналоги, вычисленные на основе усечения, метода МСD, метода знаков. Для оценки устойчивости к выбросам применялся критерий поэлементного удаления (leave-one-out test, LOOT), на основе которого рассчитывался взвешенный робастный аналог коэффициентов корреляции. По степени отклонения от его исходного значения, рассчитанного на всей выборке, можно судить о чувствительности к выбросам. Показано, что коэффициенты корреляции, основанные на рангах и использующие усечение, наиболее устойчивы к выбросам. В результате выявлены устойчивые значимые корреляции между показателями интеллекта и коннективностью ЭЭГ в состоянии покоя, свидетельствующие о потенциально эффективной преднастройке функциональных нейронных сетей с объединением локальных и дистантно распределенных нейронных ансамблей.

Ключевые слова: ЭЭГ, состояние покоя, коннективность сетей мозга, интеллект, меры на графах, робастность, корреляция.

#### ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Авдеенко Т.В., Тимофеева А.Ю., Муртазина М.Ш., Разумникова О.М. Выявление устойчивых связей между показателями коннективности ЭЭГ и компонентами интеллекта // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2022. Т. 11, № 4. С. 19–36. DOI: 10.14529/cmse220402.

#### Введение

Трендом последних лет являются исследования взаимосвязи эффективности когнитивной деятельности человека и структурно-функциональной организации активности мозга. В ранних исследованиях [1, 2] с использованием метода позитронно-эмиссионной томографии было обнаружено, что участники с более высокими баллами при тестировании интеллекта с использованием прогрессивных матриц Равена характеризовались метаболически менее затратной по потреблению глюкозы активностью мозга по сравнению с теми, кто имел более низкие баллы. На основе этих данных была сформулирована гипотеза «нейронной

<sup>\*</sup>Статья рекомендована к публикации программным комитетом Международной конференции «Data Analytics and Management in Data Intensive Domains — 2022».

эффективности» интеллекта, которая в настоящее время является одним из подходов к пониманию связи между функционированием мозга и когнитивной деятельностью. Согласно этой гипотезе, мозг людей с высоким интеллектом работает более эффективно при выполнении сложных когнитивных задач по сравнению с функциональной активностью мозга при более низком интеллекте.

Для проверки этой гипотезы используются разные методы измерения и анализа электрической (электроэнцефаллограмма и магнитоэнцефалограмма, соответственно ЭЭГ и МЭГ) и метаболической (например, позитронной и функциональной магнитно-резонансной томографии, соответственно ПЭТ и фМРТ) активности мозга и разные способы тестирования интеллекта. В ходе этих исследований было обнаружено, что эффективное функционирование мозга может отражаться не только в большей или меньшей степени активации мозга, но и в показателях функциональной связи между различными областями мозга, в том числе префронтальных [3] или взаимодействии префронтальных и теменных отделов [4] или теменных и центрально-височных [5]. Таким образом, интеллект человека не локализован в какой-либо одной области мозга, а представлен распределенной сетью нейронных ансамблей как динамической системы, которую можно изучать с помощью методов оценки функциональной связи.

Структуру и динамику функциональных изменений этой сложной системы и паттернов коннективности внутри нее можно изучать с помощью сетевого моделирования, в основе которого лежит математическая теория графов. Данная теория предлагает ряд сетевых метрик, которым можно придать содержательный смысл, с тем чтобы впоследствии судить о влиянии топологии сети на особенности когнитивного поведения и оценивать эффективность когнитивной деятельности.

В соответствии с гипотезой нейронной эффективности уровень когнитивных способностей коррелирует с активностью мозга во время когнитивной нагрузки. Что касается взаимосвязи активности мозга в состоянии покоя и интеллектуальных способностей человека, в литературе имеются противоречивые результаты по этому поводу. Так, в работах [6, 7] утверждается о выявленной устойчивой связи метрик коннективности в альфа диапазоне с невербальным интеллектом, измеренным с помощью матриц Равена. Результаты, полученные в [8], показывают, что при выполнении теста Векслера IQ отрицательно коррелирует с общей мощностью ЭЭГ и положительно — с общим показателем конективности без значимой дифференциации этой связи в зависимости от частотного диапазона.

С использованием матриц связности для данных фМРТ в состоянии покоя с привлечением к исследованию 884 человек удалось объяснить около 20 % дисперсии общего интеллекта, однако ни одна анатомическая структура мозга или сеть не была выделена [9]. В рамках еще более крупномасштабного исследования с использованием фМРТ [10], включающего 1200 субъектов, также не было обнаружено существенных связей между показателями динамики состояния покоя мозга и общего, кристаллизованного и флюидного интеллекта.

В связи с этим целью настоящего исследования стал поиск устойчивых корреляций между метриками связности, полученных с помощью измерения ЭЭГ в состоянии покоя, и вербальных или невербальных компонентов интеллекта. Мы рассмотрели 7 метрик коннективности, предположительно характеризующих нейронную эффективность мозга, а также 4 субтеста, используемые при определении структуры интеллекта согласно методике Амтхауэра, два из которых предназначены для оценки вербальных способностей (IQ3, IQ4) и два — зрительно-пространственных (IQ7, IQ8). Для обеспечения результатов, устойчивых к выбросам, мы исследовали корреляционные меры, основанные на рангах, знаках и процедурах усечения, а также процедуру вычисления корреляции с помощью бутстрепа для тестовой и контрольной выборок, использованную в [7]. Полученные робастные процедуры использованы для поиска устойчивых связей метрик коннективности с показателями интеллекта.

Работа организована следующим образом. Раздел 1 содержит описание исследуемых показателей и особенностей сбора данных. В разделе 2 содержится описание процесса построения графа (бинарного и взвешенного вариантов) и вычисления метрик коннективности, а также процедуры анализа робастности корреляционных мер. В разделе 3 описываются вычислительные эксперименты и их результаты. Заключение подводит итоги проделанной работы.

## 1. Сбор экспериментальных данных

ЭЭГ регистрировали в состоянии спокойного бодрствования с закрытыми глазами с помощью аппаратно-программного электроэнцефалографического комплекса «Мицар-201» (ООО «Мицар», Санкт-Петербург, РФ) в 19 отведениях (Fp1, Fp2, F7, F3, Fz, F4, F8, T3, C3, Cz, C4, T4, T5, P3, Pz, P4, T6, O1, O2), размещенных по системе 10-20. Референтным был объединенный ушной электрод.

Участки, содержащие артефактную активность, связанную с движением глаз или напряжением мышц и т.п., удаляли методом независимых компонент.

Коэффициент интеллекта (IQ) отражает эффективность выполнения различных когнитивных операций (памяти, понимания, сравнения, анализа, синтеза и т.д) в ограниченное время. Для определения IQ используется отношение ментального и хронологического возраста, т.е. 100 баллов соответствует норме: среднему количеству правильно решенных заданий в соответствующей возрастной популяции.

Одним из широко применяемых методов, используемых в России для измерения общего интеллекта и его отдельных компонентов, является тест структуры интеллекта Амтхауэра [11]. Общее время тестирования составляет 90 минут. Результаты теста позволяют получить развернутый профиль вербальных, арифметических и зрительно-пространственных интеллектуальных способностей испытуемого.

Идентификатор	Суть задачи	Исследуемые способности
IQ2	удалить лишнее слово из пяти	способности к оперированию
	СЛОВ	вербальными понятиями
IQ3	понять смысл связи в первой паре	комбинаторные способности
	слов и на основании этого указать	операций с вербальными
	пропущенное слово во второй	ассоциациями
	паре слов	
IQ7	найти фигуру, соответствующую	комбинаторные способности
	такой же, но разбитой на	операций с пространственными
	несколько частей	признаками объектов
IQ8	сопоставить кубы со специально	пространственное воображение
	обозначенными гранями	

Таблица 1. Субтесты структуры интеллекта Амтхауэра

В нашем исследовании были использованы результаты двух вербальных субтестов (IQ2 и IQ3) и двух зрительно-пространственных (невербальных) субтестов (IQ7 и IQ8), содержание которых представлено в табл. 1.

В исследовании принимали участие 107 обучающихся (25 мужчин и 82 женщины) Новосибирского государственного технического университета (НГТУ). Возраст участников варьировался от 17 до 41 лет (mean = 18.73, SD = 2.76).

## 2. Методы исследования

22

#### 2.1. Построение графа и вычисление метрик коннективности сетей мозга

Синхронизация между двумя ЭЭГ-каналами может быть оценена на основе показателей взаимосвязи между парой сигналов на определенной частоте. Одним из таких показателей является мнимая когерентность (iMOCH), которая определяется следующим образом. Сначала для (комплексных) преобразований Фурье  $x_i(f)$  и  $x_j(f)$  временных рядов  $\hat{x}_i(t)$  и  $\hat{x}_j(t)$ каналов *i* и *j*, соответственно, определяется кросс-спектр

$$S_{ij}(f) \equiv \langle x_i(f) x_j^*(f) \rangle,$$

где \* означает комплексное сопряжение, а () означает ожидаемое значение. Далее, мнимая когерентность определяется следующим образом

$$icoh_{ij}(f) \equiv \frac{Im(S_{ij}(f))}{\sqrt{S_{ii}(f)S_{jj}(f)}},$$

где  $Im(S_{ij}(f))$  — мнимая часть  $S_{ij}(f)$ . Обычно используется абсолютное значение мнимой когерентности, поскольку интерес представляет величина связности пары сигналов. В нашем исследовании iMOCH рассчитывался с помощью программного обеспечения MNE Python для пяти частотных диапазонов: дельта (менее 4 Гц), тета (4–8 Гц), альфа (8–13 Гц), бета (13–30 Гц), гамма (более 30 Гц) [12].

Таким образом, для каждого субъекта исследования и каждого частотного диапазона была построена матрица, содержащая  $19 \times 19$  пар значений (для 19 рассмотренных каналов) мнимой когерентности (матрица значений iMOCH). На практике, для увеличения отношения сигнал/шум некоторые «слабые» связи удаляются, так как они не содержат никакого релевантного физиологического сигнала. Для этого в качестве порога обнуления могут использоваться различные значения квантилей q (от 10 % до 90 %) силы связей, вычисленных для каждого субъекта исследований. Связи ниже порога q полагаются равными нулю.

На основе матрицы значений iMOCH строится матрица смежности графа. В настоящем исследовании были рассмотрены два варианта построения графа — бинарный и взвешенный. Бинарный граф строится естественным образом. Если абсолютное значение iMOCH больше выбранного порога, то соответствующий элемент матрицы смежности полагается равным единице, в противном случае — нулю.

Для построения взвешенного графа после обнуления значений ниже заданного порога матрица iMOCH, как и в [13], нормировалась путем деления всех ее значений на максимальное значение когерентности в пределах этой матрицы. Этот шаг приводит к тому, что все полученные значения ограничены интервалом от 0 до 1, что также направлено на устранение группового смещения, которое могло быть вызвано зависящей от группы силой функциональной связности [14]. Для выявления корреляций сетевой модели мозга, определенной построенным графом, с подтестами интеллекта мы воспользовались подходом, при котором графовое описание заменяется некоторым числом метрик, характеризующих связность графа с различных сторон. В теории графов существует множество показателей, количественно характеризующих связность сети. Мы рассмотрели и исследовали метрики, наиболее часто встречающиеся в подобных исследованиях. Далее приведем используемые метрики и их смысл.

Средняя и характерная длина пути (Average and Characteristic Path Length, APL, CPL) рассчитываются на основе расстояния  $d(v_i, v_j)$  между парой узлов *i* и *j* в графе. При расчете средней длины пути находится среднее арифметическое этих расстояний, при расчете характерной длины пути — медиана. Расстояние между вершинами — это длина кратчайшего пути от одной вершины к другой. Заметим, что если большинство вершин в графе не связаны (например, при задании высокого порогового значения для коэффициентов iMCOH), то медиана расстояний будет равна бесконечности. Кроме того, для бинарного графа медиана расстояний принимает целые значения и, как правило, слабо меняется в зависимости от субъектов. В таком случае она становится бесполезной для задач классификации индивидов. По этой причине далее в исследовании построен взвешенный граф.

Коэффициент кластеризации — это мера склонности узлов графа создавать взаимосвязанные группы. Он измеряет вероятность того, что ближайшие соседи некоторого узла соединены:

$$CC = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{2L_i}{k_i(k_i - 1)},$$

где  $k_i$  — степень *i*-го узла, N — число узлов графа,  $L_i$  — число ребер между соседями узла *i*-го. Для неориентированного графа определяется как соотношение количества треугольников и связанных троек в графе.

Модулярность сети — мера функциональной сегрегации, которая определяет, насколько хорошо сеть может быть разделена на непересекающиеся группы узлов или модулей (кластеров, сообществ). Для ее расчета лучше разбить граф на кластеры с помощью выбранного алгоритма оптимизации модулярности, например, с помощью жадных алгоритмов, алгоритмов на основе случайного блуждания, многоуровневых алгоритмов на базе иерархического подхода. Тогда модулярность будет характеризовать концентрацию связей в выделенных кластерах по сравнению со случайным распределением связей между всеми узлами без учета кластеров:

$$Q = \frac{1}{2m} \sum_{i,j} \sum_{r} (A_{ij} - \frac{k_i k_j}{2m}) S_{ir} S_{jr},$$

где m — число ребер,  $A_{ij}$  — элемент матрицы смежности A,  $S_{ir} = 1$ , если *i*-й узел принадлежит группе r, иначе  $S_{ir} = 0$ .

Диаметр — наибольшее расстояние между любой парой узлов внутри сети:

$$D = \max(d(v_i, v_j)).$$

Для этой мере существует такая же проблема, как и для CPL. В случае невзвешенного графа диаметр принимает малое число дискретных значений, которые не позволяют выявить различия в сети интеллекта между индивидами.

Центральность по собственному вектору EC — мера влияния узла в сети. Выбирается собственный вектор, соответствующий максимальному собственному значению  $\lambda_{\max}$  мат-

рицы смежности A графа. Высокие значения собственного вектора соответствуют узлам, которые соединены со многими узлами, имеющим высокие значения центральности. Максимальное собственное значение и является коэффициентом центральности.

Центральность по близости вершины определяется как величина, обратная средней длине кратчайших путей ко всем другим вершинам графа:

$$C_i = \frac{1}{\sum_j d(v_i, v_j)}$$

Таким образом, чем более центральна вершина, тем ближе она ко всем другим вершинам. Для вычисления коэффициента центральности по близости  $\bar{C}$  значения центральностей вершин усредняются с помощью среднего арифметического.

Метрики коннективности на графах были рассчитаны с использованием пакета igraph в среде R.

#### 2.2. Робастные оценки коэффициентов корреляции

В целом при анализе взаимосвязей с использованием данных ЭЭГ проблема робастности стоит остро, поскольку для таких данных характерна высокая доля выбросов. Частично эта проблема решается на этапе предварительной обработки данных ЭЭГ. Но показатели, рассчитанные на основе данных ЭЭГ, все же содержат выбросы. Это хорошо видно по примерам корреляционных полей мер коннективности на графах и невербального интеллекта, приведенным в статье [7].

Однако обычно для оценки связи при изучении данных ЭЭГ используют коэффициент корреляции Пирсона. В работе [7] применили следующий подход, используемый в области машинного обучения [15]. Вся выборка была случайным образом разделена на две подгруппы: тестовая и валидационная выборки. Затем с помощью бутстрепа были отдельно рассчитаны коэффициенты корреляции для двух выборок — для показателей интеллекта и всех типов показателей связности. В качестве порога использовались медианные значения показателей синхронизации между ЭЭГ-каналами для индивида (то есть 50 % пар каналов с наивысшими оценками синхронизации использовались для расчета метрик графа). Из этой процедуры были взяты только те показатели, которые достоверно коррелировали с показателями интеллекта в обеих подвыборках.

Такая процедура не гарантирует получение устойчивых к выбросам результатов, поскольку, как известно, коэффициент корреляции Пирсона сильно чувствителен к выбросам. Поэтому в нашей статье мы рассмотрим робастные корреляционные меры, устойчивые к засорению, основанные на рангах, знаках и процедурах усечения. Таких робастных коэффициентов корреляции в литературе предложено множество [16]. Поэтому выбор более подходящего коэффициента должен быть обоснован исходя из особенности конкретных данных. Ранее применимость робастных коэффициентов корреляции к проблеме засорения мер коннективности на графах, построенных по данным ЭЭГ, не исследовалась. Для оценки робастности предложено использовать показатель отклонения выборочной оценки коэффициента корреляции от его робастного аналога.

Поскольку коэффициент корреляции Пирсона не устойчив при появлении в выборке выбросов, имеет смысл рассмотреть робастные оценки коэффициентов корреляции. Ряд таких оценок основаны на рангах, например, коэффициент корреляции Спирмена. Поскольку он учитывает только отношение порядка, а не количественную разницу между значениями признаков, то он устойчив, если в выборке есть отдаленные от основной совокупности точки. Тем не менее он дает сбои, если данные содержат много повторяющихся значений, то есть имеют высокую степень дискретизации. Это касается показателей IQ, которые принимают целочисленные значения. Кроме того ряд показателей связности невзвешенного графа могут принимать ограниченное число целых значений.

По этой причине имеет смысл проанализировать поведение полихорического коэффициента корреляции [17], который аналогично коэффициенту корреляции Спирмена устойчив к аномальным наблюдениям, но в отличие от него предназначен для анализа порядковокатегориальных признаков. Тем не менее он основан на предположении, что латентные непрерывные переменные, вместо которых наблюдаются соответствующие им дискретные переменные, имеют совместное нормальное распределение. Следовательно, в случае отклонения от этого предположения, в том числе и по причине выбросов, полихорический коэффициент корреляции будет давать сбои.

Другой вариант использования рангов, а также знакового метода, — квадрантный (знаковый) коэффициент корреляции [18]. Он представляет собой выборочный коэффициент корреляции между знаками отклонений от медиан.

Другими стандартными подходами к работе с выбросами являются методы усечения, то есть исключение части наиболее удаленных от основной массы наблюдений. Обычно задается доля  $\alpha$  отсекаемых наблюдений (в упорядоченном ряду  $\alpha/2$  минимальных и  $\alpha/2$  максимальных). Самая простая модификация обычного коэффициента корреляции Пирсона — это замена средних значений медианой и взятие сумм усеченных значений, то есть:

$$r_{\alpha} = \frac{\sum_{\alpha} (x_i - med(x))(y_i - med(y))}{(\sum_{\alpha} (x_i - med(x))^2 \sum_{\alpha} (y_i - med(y))^2)^{1/2}},$$

где med(x) — медиана x,  $\sum_{\alpha}$  — оператор суммирования по усеченной подвыборке. При  $\alpha = 0.1, 0.2$  коэффициент использовался в работе [19]. Обозначим этот коэффициент как trimmed median coefficient.

Еще один подход предполагает использование робастных главных переменных:

$$u_i = \frac{x_i - med(x)}{\sqrt{2}MAD(x)} + \frac{y_i - med(y)}{\sqrt{2}MAD(y)}, \quad v_i = \frac{x_i - med(x)}{\sqrt{2}MAD(x)} - \frac{y_i - med(y)}{\sqrt{2}MAD(y)}$$

где MAD(z) = med(|z - med(z)|) — медианное абсолютное отклонение. На их основе рассчитывается усеченный коэффициент корреляции.

Шевляков [20] ввел робастный коэффициент корреляции, который использует медианы абсолютных отклонений Хампеля для получения медианного коэффициента корреляции:

$$r_{med} = \frac{med^2|u| - med^2|v|}{med^2|u| + med^2|v|}.$$

Задача оценки коэффициента корреляции непосредственно связана с задачей линейной регрессии — подгонки прямой условного математического ожидания. Отсюда, используя робастные оценки наклона, полученные с помощью метода наименьших медиан квадратов [21], приходим к робастной оценке вида:

$$r_{LMS} = \sqrt{\hat{\beta}_{x|y}\hat{\beta}_{y|x}},$$

где  $\hat{\beta}_{x|y}, \hat{\beta}_{y|x}$  — устойчивые оценки коэффициентов наклона в регрессии x от y и y от x, соответственно.

Наконец, для устойчивой оценки ковариационной матрицы может быть использован метод MCD (Minimum Covariance Determinant). В методе MCD минимизируется объем гауссовского доверительного эллипсоида, что эквивалентно определителю классической ковариационной матрицы. Среднее значение подмножества обеспечивает начальную оценку параметров сдвига, а перемасштабированная ковариационная матрица — начальную оценку разброса. Рассчитываются расстояния Махаланобиса от оценки сдвига до всех точек для этой ковариационной матрицы, и точки, находящиеся в пределах эллипсоида с 97.5 % доверительным уровнем, объявляются хорошими. Окончательные оценки представляют собой среднее значение и перемасштабированную ковариацию хороших точек.

Чтобы проверить устойчивость оценок коэффициентов корреляции, использовался критерий поэлементного удаления (leave-one-out test, LOOT), при котором одна точка удаляется из набора данных, а корреляция пересчитывается [22]. Эту процедуру можно повторить n раз для набора данных с n точками, каждый раз удаляя другую точку данных. Результатом является n рассчитанных коэффициентов корреляции.

С использованием такой процедуры может быть рассчитан робастный коэффициент корреляции, предложенный в [22]. Он основан на идее средневзвешенного значения корреляций, рассчитанных в LOOT. Идея состоит в том, чтобы взвесить корреляции в соответствии с их отличием от фактической корреляции следующим образом:

$$w_i = |r_{actual} - r_{i,LOOT}|^a,$$

где  $r_{actual}$  — значение коэффициента корреляции, рассчитанное по всей выборке,  $r_{i,LOOT}$  — значение коэффициента корреляции при удалении *i*-й точки данных в LOOT, a = 1 + n/12. Соответственно, робастный коэффициент рассчитывает следующим образом:

$$r_{Rob} = \frac{\sum_{i}^{n} w_{i} r_{i,LOOT}}{\sum_{i}^{n} w_{i}}$$

Тогда по модулю отклонения  $r_{actual}$  от  $r_{Rob}$  можно судить об устойчивости коэффициента корреляции. Значимость робастного коэффициента можно проверить с помощью перестановочного критерия.

#### 3. Вычислительные эксперименты

Описанный в предшествующем разделе подход был использован для анализа данных записей ЭЭГ 107 испытуемых в состоянии покоя, а также значений их компонентов IQ2, IQ3, IQ7, IQ8 структуры интеллекта по методу Амтхауэра.

Для оценки синхронизации между парой сигналов использовалась мнимая когерентность (iMOCH). Она рассчитана с помощью программного обеспечения MNE Python. В качестве порога *q* использовался 60-процентный квантиль показателя мнимой когерентности между ЭЭГ-каналами для каждого человека. Значения iMOCH ниже порога обнулялись. На основе матрицы значений iMOCH построен взвешенный граф.

При анализе вариации значений мер коннективности на графах обнаружена проблема наличия выбросов. Для их выявления использовались расстояния Махаланобиса, рассчитанные для каждой пары переменных отклика (показателя IQ) и объясняющей переменной (мер коннективности на графах). В качестве порогового значения взят квантиль распределения хи-квадрат уровня 95 % с 2 степенями свободы. В результате доля выбросов достигала 7.5 %. Все пары показателей разбиты на три группы в зависимости от уровня засорения: – низкий (меньше 3 %),

- средний (3-5 %),

– высокий (больше 5 %).

Для каждой из этих групп отдельно оценивалась робастность коэффициентов корреляции.

Таблица 2.	Средние значения абсолютных отклонений $r_{actual}$	от $r_{Rob}$
	в зависимости от доли выбросов	

Коэффициент корреляции	Весь набор	<3~%	3–5~%	>5~%
Пирсона	0.0283	0.0270	0.0247	0.0307
LMS	0.1790	0.2642	0.2015	0.1507
MCD	0.0390	0.0291	0.0320	0.0448
Полихорический	0.0294	0.0303	0.0260	0.0314
Медианный Шевлякова	0.0483	0.0416	0.0530	0.0463
Квадрант (знаковый)	0.0160	0.0204	0.0156	0.0156
Спирмена	0.0142	0.0122	0.0122	0.0157
Усеченный	0.0186	0.0172	0.0167	0.0200
Усеченный медианный	0.0157	0.0179	0.0143	0.0163

Для четырех показателей IQ рассчитывались корреляции с каждым из семи показателей связности графа в пяти диапазонах частот. Тем самым суммарно 140 коэффициентов. В табл. 2 приведены средние значения абсолютных отклонений  $r_{actual}$  от  $r_{Rob}$ , рассчитанные по множеству из 140 коэффициентов и по подмножеству коэффициентов, соответствующих группам с различной долей выбросов.

Интересно, что максимальные отклонения актуального от робастного коэффициента корреляции наблюдаются для совершенно разных входных показателей в зависимости от выбранной меры корреляции. Максимальное отклонение для LMS объясняется тем, что в качестве знака коэффициента  $r_{LMS}$  взят знак оценки коэффициента наклона  $\hat{\beta}_{y|x}$ . В случае слабой взаимосвязи эта оценка принимает как положительные, так и отрицательные значения, поэтому знаки коэффициентов  $r_{i,LOOT}$  варьируются от отрицательных к положительным. При этом абсолютные значения  $r_{i,LOOT}$  в среднем составляют 0.3589. Это противоречит тому, что связь между переменными достаточно слабая.

Минимальные отклонения  $r_{actual}$  от  $r_{Rob}$  имеют коэффициенты корреляции с использованием усечения, а также на основе рангов (коэффициент корреляции Спирмена). Такие преимущества обнаруживаются для любой рассматриваемой доли выбросов. Лучше всего себя показывает коэффициент корреляции Спирмена. Поэтому, хотя в данных обнаруживается проблема связок (дискретности), оценки коэффициента корреляции Спирмена остаются устойчивыми к выбросам. Можно порекомендовать его использование в дальнейших исследованиях.

Значимость робастного коэффициента корреляции Спирмена можно проверить с помощью перестановочного критерия. Для этого из исходной выборки извлекалась подвыборка того же объема 500 раз с возвращением. В табл. 3 приведены средние оценки робастных коэффициентов корреляции Спирмена, при этом коэффициенты, значимые на уровне 5 %, помечены символами \*\*, на уровне 10 % — символом \*. Результаты представлены для тех

Метрика	IQ2	IQ3	IQ7	IQ7	IQ8
	гамма	дельта	тэта	альфа	тэта
Центральность	-0.1365	-0.1179	0.1235	$-0.212^{**}$	0.2245**
по собственному вектору					
Модулярность	0.292**	-0.0185	-0.0379	0.042	0.0322
APL	-0.1112	-0.0302	0.1829*	-0.2046*	0.2960**
CPL	-0.1063	-0.0216	0.1616	-0.2222**	0.2925**
Диаметр	-0.1786*	-0.1192	0.1232	-0.1992*	0.2606**
Коэффициент	-0.0313	-0.2472**	-0.1051	-0.0187	0.0130
кластеризации					
Центральность	0.1088	0.0397	$-0.1945^{**}$	0.1871*	-0.2971**
по близости					

Таблица 3. Значимые корреляции между показателями интеллекта и метриками коннективности, взвешенный граф

показателей IQ и частотных диапазонов, для которых обнаружена устойчивая значимая связь.

Наибольшее количество показателей коннективности, рассчитанных для ЭЭГ в тетадиапазоне, коррелирует с IQ8. Однако вследствие их мультиколлинеарности (VIF > 5) подмножество мер коннективности было сокращено до трех (центральность по собственному вектору, CPL, диаметр) с приемлемыми значениями VIF.

Следовательно, обнаруженные связи выделенных метрик коннективности в тетадиапазоне для IQ8 указывают, что его повышению соответствуют широко распределенные по коре нейронные сети, обеспечивающие преднастройку к эффективным комбинаторным операциям со зрительно различающимися пространственно представленными объектами при тестировании этих способностей. Этот результат соответствует функциональной специализации тета ритма, который связывают с формированием и сохранением пространственной памяти и коммуникацией отдаленных областей мозга [23]. Связь этих метрик с другим зрительно-пространственным компонентом интеллекта — IQ7 для тета диапазона подобна IQ8, но менее выражена (см. табл. 3), а в большей степени представлена на альфа частотах. Негативные корреляции IQ7 с CPL и показателем центральности по собственному вектору можно рассматривать как диффузно представленные активированные центры взаимосвязи корковых областей, необходимых для поиска и анализа элементарных характеристик сравниваемых геометрических фигур.

Метрики коннективности устойчиво и значимо связанные с вербальными компонентами интеллекта представлены показателем модулярности на гамма частотах для IQ2 и коэффициентом кластеризации низкочастотных дельта колебаний для IQ3. Высокочастотные бета и гамма ритмы связывают с готовностью решения разнообразных проблем, в том числе решения вербальных задач [24], а дельта осцилляции — с процессами интернальной концентрации внимания и выполнения семантических заданий [25]. Следовательно, эта функциональная специфика гамма и дельта ритмов хорошо соответствует обнаруженным устойчивым связям показателей коннективности ЭЭГ и вербальных компонентов интеллекта.



**Рис. 1.** Значимые корреляции между метриками коннективности и компонентами интеллекта для различных пороговых значений, взвешенный граф

Для проверки устойчивости выявленных корреляций аналогичные процедуры были выполнены для других порогов (квантили уровня от 0.1 до 0.8 показателя когерентности). На рис. 1 представлены значения робастных коэффициентов корреляции Спирмена, значимых на уровне 10 %, полученные в ходе перестановочного критерия. Как правило, связь обнаруживается в широком диапазоне пороговых значений. Кроме этого для компонента IQ7 выявлена устойчивая положительная связь (корреляции в среднем 0.2) с центральностью по близости, значимая при пороговых значениях от 0.4 до 0.7.

Метрика	IQ2	IQ2	IQ3	IQ3	IQ7
	дельта	альфа	дельта	тэта	дельта
Центральность	-0.0861	-0.0455	-0.1507	-0.0632	0.035
по собственному вектору					
Модулярность	0.2132**	-0.001	-0.0502	$-0.2743^{**}$	8.00E-04
APL	-0.1941*	0.2603**	0.0443	0.0765	$-0.1935^{*}$
Диаметр	-0.0106	-0.0292	0.0036	0.0435	$-0.1436^{**}$
Коэффициент	0.0660	0.0196	$-0.2447^{**}$	-0.1708*	0.0662
кластеризации					
Центральность	0.1260	$-0.2613^{**}$	-0.0784	-0.0602	0.1974*
по близости					

Таблица 4. Значимые корреляции между показателями интеллекта и метриками коннективности, бинарный граф

Для сравнения тот же анализ был проведен для невзвешенного графа. В табл. 4 показаны значимые результаты для порога 0.6. Есть только одно совпадение с результатами, полученными для взвешенного графа (см. табл. 3): отрицательная связь между IQ3 и коэффициентом кластеризации в дельта-диапазоне. В целом, единичные веса графов приводят к более слабым корреляциям. Кроме того, возникает упомянутая выше проблема низкого числа уникальных значений. В некоторых случаях это приводит к нулевой вариации меры связности среди индивидуумов, например, для CPL.



**Рис. 2.** Значимые корреляции между метриками коннективности и компонентами интеллекта для различных пороговых значений, бинарный граф

Анализ вариации коэффициентов корреляции при изменении пороговых значений для бинарного графа показал, что в целом результаты менее стабильны. На рис. 2 представлены отдельные случаи, когда коэффициент корреляции Спирмена оказывался значим не для единичных, а для нескольких пороговых значений подряд.

Для сравнения применена процедура, описанная в статье [7]. Хотя коэффициент корреляции Пирсона по результатам нашего исследования также оказался не сильно чувствителен к выбросам, тем не менее процедура из статьи [7] не позволила выделить каких-либо значимых закономерностей во взаимосвязи интеллекта и метрик коннективности ЭЭГ. В частности, на 5 %-м уровне одновременно в тестовой и валидационной выборках оказались значимы только две взаимосвязи: коэффициент кластеризации с IQ3 в тета-диапазоне и с IQ8 в бета-диапазоне. Обе корреляции отрицательные. Первая взаимосвязь выявлена и с помощью коэффициента Спирмена, хотя с помощью робастного аналога ее значимость не подтвердилась (см. табл. 3). Вторая взаимосвязь не подтверждается с помощью коэффициента Спирмена, поскольку пара показателей коэффициент кластеризации в бета-диапазоне и IQ8 характеризуются высокой долей выбросов. Следовательно, процедура из статьи [7] приводит к обнаружению некорректных корреляций, обусловленных влиянием выбросов, тем самым ее нельзя считать робастной.

Таким образом, в ходе исследования получены следующие результаты.

- 1. Мы не подтвердили эффективность процедуры расчета корреляций с помощью бутстрепа для тестовой выборки и проверочной выборки из [7]. Она не позволила выявить корректных корреляций.
- 2. Получены следующие стабильные результаты при использовании взвешенного метода построения графа коннективности:

- выявлена устойчивая связь невербального компонента IQ8 с пятью метриками коннективности в тета диапазоне для последовательности порогов от 20 % до 70 % включительно (положительная связь с такими метриками, как центральность по собственному вектору, APL, CPL, диаметр и отрицательная — с метрикой центральность по близости);
- выявлена устойчивая связь невербального компонента IQ7 с четырьмя метриками коннективности в альфа диапазоне для порогов от 20 % до 70 % включительно (отрицательная связь с метриками центральность по собственному вектору, APL, CPL и положительная — с центральностью по близости);
- выявлена устойчивая отрицательная связь вербального компонента IQ3 с метрикой коннективности коэффициент кластеризации в дельта диапазоне для порогов от 30 % до 80 % включительно;
- положительная связь вербального компонента IQ2 с метрикой коннективности модулярность в альфа диапазоне значима для порогов 30 % и 70 % и в гамма диапазоне только для порога 60 %.
- 3. При использовании бинарного метода построения графа коннективности:
  - подтверждена полученная с помощью взвешенного метода устойчивая отрицательная связь вербального компонента IQ3 с метрикой коннективности коэффициент кластеризации в дельта диапазоне для порогов от 30 % до 80 % включительно;
  - получены менее стабильные результаты о существовании связи вербального компонента IQ2 с метриками коннективности в альфа и гамма диапазонах в зависимости от значения порога в диапазоне 30 %–60 %.

#### Заключение

В работе была исследована проблема робастности коэффициентов корреляции при оценивании связи между показателями интеллекта и метриками связности графа ЭЭГ в состоянии покоя. В первоначальный исследуемый набор вошли усеченные и ранговые коэффициенты корреляции, знаковая корреляция, также рассмотрены устойчивые методы оценивания, такие как MCD и LMS. Для оценки робастности были использованы отклонения выборочного коэффициента корреляции от взвешенного робастного коэффициента. В результате оказалось, что популярные робастные методы оценивания (MCD и LMS) дают худшие результаты, поскольку очень чувствительны к выбросам. Усеченная корреляция, а также ранговая корреляция (коэффициент корреляции Спирмена) оказались наиболее устойчивыми. На основании значимой устойчивости коэффициента корреляции Спирмена, именно он был использован для получения и интерпретации результатов оценки взаимосвязи метрик коннективности с компонетами интеллекта.

Применяя предложенный подход, были выявлены устойчивые взаимосвязи между графовыми метриками связности ЭЭГ и показателями интеллекта, таким образом, получила очередное подтверждение гипотеза «нейронной эффективности» интеллекта. Более того, выявление значимой связи компонента IQ7, который можно отнести к невербальным компонентам интеллекта, с метриками коннективности APL и CP в альфа диапазоне соответствуют ранее полученным результатам для этого диапазона ЭЭГ, представленным в работе [7].

Однако следует отметить, что обнаруженные устойчивые связи отличаются разнообразием их распределения в различных частотных диапазонах ЭЭГ для различных показателей интеллекта. Разные формы обнаруженных устойчивых связей вербальных и невербальных компонентов интеллекта с метриками коннективности для высокочастотных и низкочастотных ритмов ЭЭГ свидетельствуют о дифференциации преднастройки функциональных нейронных сетей с объединением локальных и дистантно распределенных нейронных ансамблей, обеспечивающих эффективность выполнения соответствующих вербальных или зрительно-пространственных заданий.

Авторы выражают благодарность студентам и аспирантам кафедры психологии и педагогики НГТУ, принимавшим участие в регистрации и первичной обработке ЭЭГ.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № FSUN-2020-0009).

# Литература

- Haier R.J., Siegel B.V.Jr., Nuechterlein K.H., et al. Cortical glucose metabolic rate correlates of abstract reasoning and attention studied with positron emission tomography // Intelligence. 1988. Vol. 12, no. 2. P. 199–217. DOI: 10.1016/0160-2896(88)90016-5.
- Haier R.J., Siegel B., Tang C., et al. Intelligence and changes in regional cerebral glucose metabolic rate following learning // Intelligence. 1992. Vol. 16, no. 3–4. P. 415–426. DOI: 10.1016/0160-2896(92)90018-M.
- Neubauer A.C., Fink A. Intelligence and neural efficiency: measures of brain activation versus measures of functional connectivity in the brain // Intelligence. 2009. Vol. 37, no. 2. P. 223– 229. DOI: 10.1016/j.intell.2008.10.008.
- Jung R.E., Haier R.J. The parieto-frontal integration theory (P-FIT) of intelligence: Converging neuroimaging evidence // Behavioral and Brain Sciences. 2007. Vol. 30, no. 2. P. 135–154. DOI: 10.1017/S0140525X07001185.
- Dreszer J., Grochowski M., Lewandowska M., et al. Spatiotemporal complexity patterns of resting-state bioelectrical activity explain fluid intelligence: Sex matters // Human brain mapping. 2020. Vol. 41, no. 17. P. 4846–4865. DOI: 10.1002/hbm.25162.
- Langer N., Pedroni A., Gianotti L.R.R., et al. Functional brain network efficiency predicts intelligence // Hum. Brain Map. 2012. Vol. 33, no. 6. P. 1393–1406. DOI: 10.1002/hbm.21297.
- Zakharov I., Tabueva A., Adamovich T., *et al.* Alpha Band Resting-State EEG Connectivity Is Associated With Non-verbal Intelligence // Front. Hum. Neurosci. 2020. Vol. 14. P. 10. DOI: 10.3389/fnhum.2020.00010.
- Luo S., Chen R., Yang Z., Li K. Intelligence level might be predicted by the characteristics of EEG signals at specific frequencies and brain regions // Journal of Mechanics in Medicine and Biology. 2021. Vol. 21, no. 9. P. 2140047. DOI: 10.1142/S0219519421400479.
- Dubois J., Galdi P., Han Y., et al. Resting-state functional brain connectivity best predicts the personality dimension of openness to experience // Personality neuroscience. 2018. Vol. 1. P. e6. DOI: 10.1017/pen.2018.8.
- Kruschwitz J.D., Waller L., Daedelow L.S., *et al.* General, crystallized and fluid intelligence are not associated with functional global network efficiency: a replication study with the human connectome project 1200 data set // Neuroimage. 2018. Vol. 171. P. 323–331. DOI: 10.1016/j.neuroimage.2018.01.018.

- Coemets E.H., Liimets H.I. Intellectual Tasks—Series 730. Russian Version of The Amthauer's Test Based on the Estonian Methodic. Novosibirsk: Novosibirsk NSU Publisher, 1973. 24 p.
- Li T., Xue T., Wang B., Zhang J. Decoding Voluntary Movement of Single Hand Based on Analysis of Brain Connectivity by Using EEG Signals // Frontiers in human neuroscience. 2018. Vol. 12. P. 381. DOI: 10.3389/fnhum.2018.00381.
- Mehraram R., Kaiser M., Cromarty R., et al. Weighted network measures reveal differences between dementia types: An EEG study // Human brain mapping. 2020. Vol. 41, no. 6. P. 1573–1590. DOI: 10.1002/hbm.24896.
- Onnela J.P., Saramäki J., Kertész J., Kaski K. Intensity and coherence of motifs in weighted complex networks // Physical Review E. 2005. Vol. 71, no. 6. P. 065103. DOI: 10.1103/PhysRevE.71.065103.
- Gareth J. An Introduction to Statistical Learning: with Applications in R. Berlin: Springer, 2013.
- Shevlyakov G., Smirnov P. Robust estimation of the correlation coefficient: An attempt of survey // Austrian Journal of Statistics. 2011. Vol. 40, no. 1–2. P. 147–156.
- Roscino A., Pollice A. A generalization of the polychoric correlation coefficient // Data analysis, classification and the forward search / ed. by S. Zani, A. Cerioli, M. Riani, et al. Springer, 2006. P. 135–142. DOI: 10.1007/3-540-35978-8\_16.
- Blomqvist N. On a measure of dependence between two random variables // The Annals of Mathematical Statistics. 1950. Vol. 21. P. 593–600.
- Gnanadesikan R., Kettenring J.R. Robust estimates, residuals and outlier detection with multiresponse data // Biometrics. 1972. Vol. 28. P. 81–124.
- Shevlyakov G.L. On robust estimation of a correlation coefficient // Journal of Mathematical Sciences. 1997. Vol. 83, no. 3. P. 434–438. DOI: 10.1007/BF02400929.
- Rousseeuw P.J. Least median of squares regression // Journal of the American Statistical Association. 1984. Vol. 79. P. 871–880.
- 22. Niven E.B., Deutsch C.V. Calculating a robust correlation coefficient and quantifying its uncertainty // Computers and Geosciences. 2012. Vol. 40. P. 1–9. DOI: 10.1016/j.cageo.2011.06.021.
- Coglin L.L. Mechanisms and functions of theta rhythms // Annual Rev. Neurosci. 2013. Vol.36, no. 1. P. 295–312. DOI: 10.1146/annurev-neuro-062012-170330.
- 24. Kumar J., Bhuvaneswari P. Analysis of electroencephalography (EEG) signals and its categorization A study // Procedia engineering. 2012. Vol. 38. P. 2525–2536. DOI: 10.1016/j.proeng.2012.06.298.
- 25. Harmony T. The functional significance of delta oscillations in cognitive processing // Frontiers in Integrative Neuroscience. 2013. Vol. 7. P. 83. DOI: 10.3389/fnint.2013.00083.

Авдеенко Татьяна Владимировна, д.т.н., профессор, кафедра теоретической и прикладной информатики, Новосибирский государственный технический университет (Новосибирск, Российская Федерация) Тимофеева Анастасия Юрьевна, к.э.н., кафедра теоретической и прикладной информатики, Новосибирский государственный технический университет (Новосибирск, Российская Федерация)

Муртазина Марина Шамильевна, к.ф.н., к.т.н., кафедра автоматизированных систем управления, Новосибирский государственный технический университет (Новосибирск, Российская Федерация)

Разумникова Ольга Михайловна, д.б.н., доцент, кафедра психологии и педагогики, Новосибирский государственный технический университет (Новосибирск, Российская Федерация)

#### DOI: 10.14529/cmse220402

# IDENTIFICATION OF ROBUST CORRELATIONS BETWEEN EEG CONNECTIVITY METRICS AND INTELLIGENCE COMPONENTS

## © 2022 T.V. Avdeenko, A.Yu. Timofeeva, M.Sh. Murtazina, O.M. Razumnikova

Novosibirsk State Technical University (pr. K. Marksa 20, Novosibirsk, 630073 Russia) E-mail: tavdeenko@mail.ru, a.timofeeva@corp.nstu.ru, murtazina@corp.nstu.ru, razumnikova@corp.nstu.ru Received: 14.11.2022

According to the "neural efficiency" hypothesis, intelligence indicators are associated with specific spatial features of the optimal functional activity of the brain. Since there are studies that do not confirm such a relationship, the study of the issue of its stability remains relevant. Therefore, the main task of the study is to find metrics of EEG connectivity at rest that are stably correlated with indicators of the verbal and visual-spatial components of intelligence. Pearson's and Spearman's correlation coefficients, polychoric correlation coefficient and their stable analogs calculated on the basis of truncation, the MCD method, and the sign method were chosen as potential measures of the relationship of the studied parameters. To assess the robustness to outliers, the "leave-one-out test" (LOOT) procedure was used, on the basis of which a weighted robust analog of the correlation coefficients was calculated. By the degree of deviation from its initial value, calculated for the entire sample, one can judge the sensitivity to outliers. It is shown that rank-based correlation coefficients using truncation are the most resistant to outliers. As a result, stable significant correlations were found between intelligence indicators and EEG connectivity at rest, indicating a potentially effective pre-tuning of functional neural networks with the combination of local and distantly distributed neural ensembles.

Keywords: EEG, resting state, brain network connectivity, intelligence, graph measures, robustness, correlation.

#### FOR CITATION

Avdeenko T.V., Timofeeva A.Yu., Murtazina M.Sh., Razumnikova O.M. Identification of Robust Correlations between EEG Connectivity Metrics and Intelligence Components. Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering. 2022. Vol. 11, no. 4. P. 19–36. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse220402.

This paper is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Non Commercial 4.0 License which permits non-commercial use, reproduction and distribution of the work without further permission provided the original work is properly cited.

## References

- Haier R.J., Siegel B.V.Jr., Nuechterlein K.H., *et al.* Cortical glucose metabolic rate correlates of abstract reasoning and attention studied with positron emission tomography. Intelligence. 1988. Vol. 12, no. 2. P. 199–217. DOI: 10.1016/0160-2896(88)90016-5.
- Haier R.J., Siegel B., Tang C., et al. Intelligence and changes in regional cerebral glucose metabolic rate following learning. Intelligence. 1992. Vol. 16, no. 3–4. P. 415–426. DOI: 10.1016/0160-2896(92)90018-M.
- Neubauer A.C., Fink A. Intelligence and neural efficiency: measures of brain activation versus measures of functional connectivity in the brain. Intelligence. 2009. Vol. 37, no. 2. P. 223–229. DOI: 10.1016/j.intell.2008.10.008.
- Jung R.E., Haier R.J. The parieto-frontal integration theory (P-FIT) of intelligence: Converging neuroimaging evidence. Behavioral and Brain Sciences. 2007. Vol. 30, no. 2. P. 135– 154. DOI: 10.1017/S0140525X07001185.
- Dreszer J., Grochowski M., Lewandowska M., et al. Spatiotemporal complexity patterns of resting-state bioelectrical activity explain fluid intelligence: Sex matters. Human brain mapping. 2020. Vol. 41, no. 17. P. 4846–4865. DOI: 10.1002/hbm.25162.
- Langer N., Pedroni A., Gianotti L.R.R., et al. Functional brain network efficiency predicts intelligence. Hum. Brain Map. 2012. Vol. 33, no. 6. P. 1393–1406. DOI: 10.1002/hbm.21297.
- Zakharov I., Tabueva A., Adamovich T., *et al.* Alpha Band Resting-State EEG Connectivity Is Associated With Non-verbal Intelligence. Front. Hum. Neurosci. 2020. Vol. 14. P. 10. DOI: 10.3389/fnhum.2020.00010.
- Luo S., Chen R., Yang Z., Li K. Intelligence level might be predicted by the characteristics of EEG signals at specific frequencies and brain regions. Journal of Mechanics in Medicine and Biology. 2021. Vol. 21, no. 9. P. 2140047. DOI: 10.1142/S0219519421400479.
- Dubois J., Galdi P., Han Y., et al. Resting-state functional brain connectivity best predicts the personality dimension of openness to experience. Personality neuroscience. 2018. Vol. 1. P. e6. DOI: 10.1017/pen.2018.8.
- Kruschwitz J.D., Waller L., Daedelow L.S., *et al.* General, crystallized and fluid intelligence are not associated with functional global network efficiency: a replication study with the human connectome project 1200 data set. Neuroimage. 2018. Vol. 171. P. 323–331. DOI: 10.1016/j.neuroimage.2018.01.018.
- Coemets E.H., Liimets H.I. Intellectual Tasks—Series 730. Russian Version of The Amthauer's Test Based on the Estonian Methodic. Novosibirsk: Novosibirsk NSU Publisher, 1973. 24 p.
- Li T., Xue T., Wang B., Zhang J. Decoding Voluntary Movement of Single Hand Based on Analysis of Brain Connectivity by Using EEG Signals. Frontiers in human neuroscience. 2018. Vol. 12. P. 381. DOI: 10.3389/fnhum.2018.00381.
- Mehraram R., Kaiser M., Cromarty R., et al. Weighted network measures reveal differences between dementia types: An EEG study. Human brain mapping. 2020. Vol. 41, no. 6. P. 1573– 1590. DOI: 10.1002/hbm.24896.

- Onnela J.P., Saramäki J., Kertész J., Kaski K. Intensity and coherence of motifs in weighted complex networks. Physical Review E. 2005. Vol. 71, no. 6. P. 065103. DOI: 10.1103/PhysRevE.71.065103.
- Gareth J. An Introduction to Statistical Learning: with Applications in R. Berlin: Springer, 2013.
- Shevlyakov G., Smirnov P. Robust estimation of the correlation coefficient: An attempt of survey. Austrian Journal of Statistics. 2011. Vol. 40, no. 1–2. P. 147–156.
- Roscino A., Pollice A. A generalization of the polychoric correlation coefficient. Data analysis, classification and the forward search / ed. by S. Zani, A. Cerioli, M. Riani, et al. Springer, 2006. P. 135–142. DOI: 10.1007/3-540-35978-8\_16.
- Blomqvist N. On a measure of dependence between two random variables. The Annals of Mathematical Statistics. 1950. Vol. 21. P. 593–600.
- Gnanadesikan R., Kettenring J.R. Robust estimates, residuals and outlier detection with multiresponse data. Biometrics. 1972. Vol. 28. P. 81–124.
- Shevlyakov G.L. On robust estimation of a correlation coefficient. Journal of Mathematical Sciences. 1997. Vol. 83, no. 3. P. 434–438. DOI: 10.1007/BF02400929.
- Rousseeuw P.J. Least median of squares regression. Journal of the American Statistical Association. 1984. Vol. 79. P. 871–880.
- 22. Niven E.B., Deutsch C.V. Calculating a robust correlation coefficient and quantifying its uncertainty. Computers and Geosciences. 2012. Vol. 40. P. 1–9. DOI: 10.1016/j.cageo.2011.06.021.
- Coglin L.L. Mechanisms and functions of theta rhythms. Annual Rev. Neurosci. 2013. Vol. 36, no. 1. P. 295–312. DOI: 10.1146/annurev-neuro-062012-170330.
- Kumar J., Bhuvaneswari P. Analysis of electroencephalography (EEG) signals and its categorization A study. Procedia engineering. 2012. Vol. 38. P. 2525–2536. DOI: 10.1016/j.proeng.2012.06.298.
- Harmony T. The functional significance of delta oscillations in cognitive processing. Frontiers in Integrative Neuroscience. 2013. Vol. 7. P. 83. DOI: 10.3389/fnint.2013.00083.