

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕЙСМИЧЕСКОГО ПОЛЯ В АКУСТИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ ДВУХФАЗНЫХ, ИЕРАРХИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

*О.А. Хачай, А.Ю. Хачай*

В работе рассмотрена задача моделирования сейсмического поля (случай распространения продольной волны с учетом только сжатия и растяжения среды) в слоистой среде с включениями иерархической структуры. Построены алгоритмы моделирования в сейсмическом случае для 2-D упругой и пористой иерархической неоднородности. Исследован вопрос отражения физических свойств однофазности и двухфазности в системе уравнений решения прямой динамической сейсмологии в частотном варианте.

*Ключевые слова:* иерархическая, упругая, пористая, двухфазная среда, сейсмическое поле, алгоритмы моделирования.

### Введение

Процессы разработки нефтегазовых месторождений связаны с движением многофазных многокомпонентных сред, которые характеризуются неравновесными и нелинейными реологическими свойствами. Реальное поведение пластовых систем определяется сложностью реологии движущихся жидкостей и морфологического строения пористой среды, а также многообразием процессов взаимодействия между жидкостью и пористой средой [1]. Учет этих факторов необходим для содержательного описания процессов фильтрации за счет нелинейности, неравновесности и неоднородности, присущих реальным системам. При этом выявляются новые синергетические эффекты (потеря устойчивости с возникновением колебаний, образование упорядоченных структур). Это позволяет предложить новые методы контроля и управления сложными природными системами, которые настроены на учет этих явлений. Таким образом, пластовая система, из которой необходимо извлечь нефть, представляет собой сложную динамическую иерархическую систему.

При построении математической модели реального объекта необходимо в качестве априорной информации использовать данные активного и пассивного мониторинга, получаемые в ходе текущей эксплуатации объекта. Решение обратных задач имеет огромное значение для нефтяной промышленности, поскольку нефтяной пласт относится к числу природных систем, не поддающихся прямым измерениям и наблюдениям в целом. Исследования последних лет показали, что в эволюции динамических систем играют неустойчивости, природу которых изучает теория самоорганизации или синергетика. Информацию об их проявлениях в нефтяном пласте при его отработке можно только получить, используя данные мониторинга, чувствительные к его иерархической структуре.

Настоящая работа посвящена выводу интегральных уравнений двумерной прямой задачи для сейсмического поля в динамическом варианте. В работе произведен совместному анализу интегральных уравнений двумерных задач для сейсмического поля в рамках модели локальной иерархической неоднородности с пористым включением и чисто упругой неоднородности иерархической структуры в приближении, когда параметр Ламэ  $\mu=0$ , как во включении, так и во вмещающей его среде. В этом случае динамиче-

ская задача сеймики может рассматриваться независимо для случая распространения продольной и поперечной волны. В данной работе будет рассмотрен первый случай для предложенной модели. Полученные результаты могут быть использованы для выбора критериев комплексирования сейсмических методов исследования сложно построенных сред.

## 1. Задача о дифракции звука в двумерной пористой влагонасыщенной неоднородности $n$ -слойной среды

Эту задачу будем решать, используя подход, изложенный в работах [2–4]. Массовые силы  $\Phi$  будем считать потенциальными и сосредоточенными в первом слое  $n$ -слойной среды. Плоскость  $XOY$  совпадает с верхней плоскостью 1-го слоя,  $z=0$ . Ось  $OZ$  направлена вертикально вниз. Образующие двумерной неоднородности в виде цилиндра произвольного сечения  $S_0$  направлены вдоль оси  $OY$ . При  $\mu=0$  в каждом из слоев  $S_i$  выполняется первое уравнение из системы уравнений для прямой динамической задачи сеймики [2], преобразованное к виду:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_i + k_{1i}^2\varphi_i &= -2\pi f_i(M); \\ \vec{u} = \text{grad}\varphi; f_i(M) &= \frac{\sigma_i}{2\pi\lambda_i} \Phi_i; \end{aligned} \quad (1)$$

где  $i=1, \dots, n$ ,  $\Phi_i=\Phi$  при  $i=1$ , при  $i \neq 1$   $\Phi_i=0$ . Волновое число в  $i$ -ом слое равно согласно [2–4]:

$$k_{1i}^2 = k_1^2 = \omega^2 \frac{\sigma_i}{\lambda_i}; \quad (2)$$

где  $\omega$  — круговая частота,  $\sigma_i, \lambda_i$  — плотность и коэффициент Ламэ  $i$ -го слоя  $n$ -слойной среды. Пусть в  $J$ -м слое  $n$ -слойной упругой среды находится пористое влагонасыщенное включение (вода или нефть). Согласно [5], чтобы оставаться в равновесии жидкая фаза должна испытывать одинаковое во всех точках образуемого порами пространства гидростатическое давление  $p_2$ . Это давление должно действовать и на вмещающую среду. Обусловленная им ее деформация должна сводиться к изменению объема фазы  $V_1$  и пор  $V_2$  в одном и том же отношении:

$$\frac{\Delta V_1}{V_1} = \frac{\Delta V_2}{V_2} = -\frac{1}{K_0} p_2, \quad (3)$$

$K_0$  — истинный модуль сжимаемости фазы. В том же отношении меняется и весь макроскопический объем среды. Для покоящейся в пористом включении жидкости внутри включения система (1), согласно [5] после несложных преобразований записывается в виде:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_i + k_{1i}^2\varphi_i &= -2\pi(f_i(M) + \psi); \\ \vec{u} = \text{grad}\varphi; f_i(M) &= \frac{\sigma_i}{2\pi\lambda_i} \Phi_i; \psi = (1 - \chi - \frac{K}{K_0})p_2; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\psi = \begin{cases} \psi(M), M \in S_0 \\ 0, M \notin S_0 \end{cases} \quad (5)$$

$K = \lambda$  — модуль всестороннего сжатия при  $\mu=0$ ,  $\chi$  — пористость.

Введем обозначение:

$\tilde{k}(M) = k_{1i}$  — волновое число в слоистой среде  $S_i$ ,  $i=1, \dots, n$  и

$$K(M) = \begin{cases} k_{1ji} \text{ при } M \in S_0 \\ \tilde{k}(M) \text{ при } M \notin S_0 \end{cases} \quad k_{1ji}^2 = \omega^2 \frac{\sigma_{ji}}{\lambda_{ji}}; \quad (6)$$

Индекс  $ji$  обозначает свойства среды, внутри неоднородности  $S_0$ . В общем случае в произвольном слое  $S_i$  или внутри неоднородности  $S_0$  уравнение (4) с учетом (2), (5) и (6) будет иметь вид:

$$\Delta \varphi_i + k_{1i}^2 \varphi_i = -2\pi(f_i(M) + \psi); \quad (7)$$

Граничные условия в среде без разрывов заключающиеся в непрерывности вертикальной составляющей вектора смещения и компонентов тензора напряжений, согласно [2], на границах раздела  $L_i$  имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_i}{\partial z} - \frac{\partial \varphi_{i+1}}{\partial z} &= 0 \Big|_{z \in L_i}; \quad \left( \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right)_{ji} = \left( \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right)_{ja}; \\ \left[ \sigma_i(\omega^2 \varphi_i + \Phi_i) \right] - \left[ \sigma_{i+1}(\omega^2 \varphi_{i+1} + \Phi_{i+1}) \right] &= 0 \Big|_{z \in L_i}; \\ \left[ \sigma(\omega^2 \varphi + \Phi + \alpha p_2) \right]_{ji} &= \left[ \sigma(\omega^2 \varphi + \Phi) \right]_{ja}; \\ \left[ \sigma(\omega^2 \varphi + \Phi) \right] \Big|_{z=0} &= 0; \end{aligned} \quad (8)$$

индекс  $ji$  — обозначает значения  $\sigma, \varphi, \Phi$  на границе неоднородности с внутренней стороны,  $ja$  — с внешней стороны границы неоднородности, которая расположена в  $j$ -ом слое,  $L$ -граница раздела слоя, с индексом  $i$  — со стороны  $i$ -го слоя, с индексом  $i+1$  — со стороны  $(i+1)$ -го слоя,  $\alpha = 1 - \chi - \frac{K}{K_0}$ , согласно (4).

Условия затухания на бесконечности согласно [2] имеют вид:

$$r \operatorname{grad} \varphi_i = O(1), \quad r \left( \frac{\partial \varphi_i}{\partial r} - ik_1 \varphi_i \right) = o(1). \quad (9)$$

Пусть:

$$\tilde{\varphi}_i = \varphi_i - \varphi_i^0, \quad (10)$$

где  $i=1, \dots, j, ji, \dots, n$ ,  $\varphi_i^0$  - потенциал нормального сейсмического поля в слоистой среде в отсутствие неоднородности:  $\varphi_{ji}^0 = \varphi_i^0$  и

$$\Delta \varphi_i^0 + k_{1i}^2 \varphi_i^0 = -2\pi f_i(M); \quad (11)$$

$$\frac{\partial \varphi_i^0}{\partial z} - \frac{\partial \varphi_{i+1}^0}{\partial z} = 0 \Big|_{z \in L_i}; \quad (12)$$

$$\left[ \sigma_i (\omega^2 \varphi_i^0 + \Phi_i) \right] - \left[ \sigma_{i+1} (\omega^2 \varphi_{i+1}^0 + \Phi_{i+1}) \right] = 0 \Big|_{z \in L_i}.$$

На контуре неоднородности  $\varphi^0$  и  $\frac{\partial \varphi^0}{\partial n}$  непрерывны. Алгоритм вычисления нормального поля при дифракции звука в слоистой среде для произвольного источника возбуждения изложен в работах [6–7].

$\tilde{\varphi}_i$  – потенциал аномального сейсмического поля, который, как легко показать с учетом (2),(4),(7) и (11) удовлетворяет уравнению:

$$\Delta \tilde{\varphi}_i + K^2(M) \tilde{\varphi}_i = -(K^2(M) - \tilde{k}^2(M))(\varphi_i^0 + \alpha p_2); \quad (13)$$

и граничным условиям:

$$\frac{\partial \tilde{\varphi}_i}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{\varphi}_{i+1}}{\partial z} = 0 \Big|_{z \in L_i}; \left( \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial n} \right)_{ji} = \left( \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial n} \right)_{ja}; \quad (14)$$

$$\left[ \sigma_i \omega^2 \tilde{\varphi}_i \right] - \left[ \sigma_{i+1} \omega^2 \tilde{\varphi}_{i+1} \right] = 0 \Big|_{z \in L_i};$$

На контуре неоднородности:

$$[\sigma \tilde{\varphi}]_{ja} - [\sigma \tilde{\varphi}]_{ji} = (\sigma_{ja} - \sigma_{ji})(\varphi_j^0 + \alpha p_2) \quad (15)$$

Функция источника сейсмического поля  $G_{Sp}(M, M^0)$  определяется как решение следующей краевой задачи [3–4]:

$$\Delta G_{Spi} + \tilde{k}^2 G_{Spi}(M, M^0) = -2\pi \delta(M - M^0); \quad (16)$$

и граничным условиям:

$$\frac{\partial G_{Sp,i}}{\partial z} - \frac{\partial G_{Sp,i+1}}{\partial z} = 0 \Big|_{z \in L_i}; \left[ \sigma \omega^2 G_{Sp} \right] \Big|_{z=0} = 0; \quad (17)$$

$$\left[ \sigma_i \omega^2 G_{Sp,i} \right] - \left[ \sigma_{i+1} \omega^2 G_{Sp,i+1} \right] = 0 \Big|_{z \in L_i}.$$

На контуре неоднородности  $G_{Sp}(M, M^0)$  и  $\frac{\partial G_{Sp}(M, M^0)}{\partial n}$  непрерывны. Применим формулу Грина [2] для функций  $\tilde{\varphi}_i$  и  $G_{Sp}(M, M^0)$  для каждого слоя  $n$ -слойной среды при  $i \neq j$ :

$$\int_{L_i} (\tilde{\varphi}_i \frac{\partial G_{Sp,i}}{\partial n} - G_{Sp,i} \frac{\partial \tilde{\varphi}_i}{\partial n}) dl_i - \int_{L_{i+1}} (\tilde{\varphi}_{i+1} \frac{\partial G_{Sp,i+1}}{\partial n} - G_{Sp,i+1} \frac{\partial \tilde{\varphi}_{i+1}}{\partial n}) dl_{i+1} = \begin{cases} 2\pi \tilde{\varphi}_i(M^0) n p u M^0 \in S_i \\ 0 n p u M^0 \notin S_i \end{cases} \quad (18)$$

При  $i=j$ :

$$\int_{L_j} (\tilde{\varphi}_j \frac{\partial G_{Sp,j}}{\partial n} - G_{Sp,j} \frac{\partial \tilde{\varphi}_j}{\partial n}) dl_j - \int_{L_{j+1}} (\tilde{\varphi}_{j+1} \frac{\partial G_{Sp,j+1}}{\partial n} - G_{Sp,j+1} \frac{\partial \tilde{\varphi}_{j+1}}{\partial n}) dl_{j+1} + \oint_{c_{ja}} (\tilde{\varphi}_{ja} \frac{\partial G_{Sp,j}}{\partial n} - G_{Sp,j} \frac{\partial \tilde{\varphi}_{ja}}{\partial n}) dc_{ja} = \begin{cases} 2\pi \tilde{\varphi}_j(M^0) n p u M^0 \in S_j - S_0 \\ 0 n p u M^0 \notin S_j - S_0 \end{cases} \quad (19)$$

$c_{ja}$  – контур неоднородности  $C$  (внешняя сторона).

Домножим выражения (18) и (19) на  $\sigma_i$  и сложим их с учетом граничных условий, в результате чего получим:

$$\frac{\sigma_j}{2\pi} \oint_c (\tilde{\varphi}_{ja} \frac{\partial G_{Sp,j}}{\partial n} - G_{Sp,j} \frac{\partial \tilde{\varphi}_{ja}}{\partial n}) dc = \begin{cases} \sigma(M^0) \tilde{\varphi}(M^0) n p u M^0 \in S_j - S_0 \\ 0 n p u M^0 \notin S_j - S_0 \end{cases} \quad (20)$$

Применим формулу Грина для функций  $\tilde{\varphi}_{ji}$  и  $G_{Sp,j}(M, M^0)$  для внутренности области  $S_0$ , с учетом (4), (5), (11), (12), (13), (14), (15), (16) и (17) получим:

$$\frac{k_{1ji}^2 - k_{1j}^2}{2\pi} \iint_{S_0} \varphi(M) G_{Sp,j}(M, M^0) d\tau_M - \frac{1}{2\pi} \oint_c (\tilde{\varphi}_{ji} \frac{\partial G_{Sp,j}}{\partial n} - G_{Sp,j} \frac{\partial \tilde{\varphi}_{ji}}{\partial n}) dc = \begin{cases} (\tilde{\varphi}(M^0) + \alpha p_2) n p u M^0 \in S_0 \\ 0 n p u M^0 \notin S_0 \end{cases} \quad (21)$$

Домножим выражение (21) на  $\sigma_{ji}$  и сложим полученный результат с выражением (20). С учетом граничных условий на контуре неоднородности получим:

$$\frac{\sigma_{ji}(k_{1ji}^2 - k_{1j}^2)}{2\pi} \iint_{S_0} \varphi(M) G_{Sp,j}(M, M^0) d\tau_M + \frac{(\sigma_{ja} - \sigma_{ji})}{2\pi} \oint_c \varphi^0(M) \frac{\partial G_{Sp,j}}{\partial n} dc - \frac{(\sigma_{ja} - \sigma_{ji})}{2\pi} \oint_c G_{Sp,j} \frac{\partial \varphi}{\partial n} dc - \frac{(\sigma_{ja} - \sigma_{ji})}{2\pi} \oint_c G_{Sp,j} \frac{\partial \varphi^0}{\partial n} dc = \sigma(M^0) (\tilde{\varphi}(M^0) + \alpha p_2); \quad (22)$$

Воспользуемся равенством [2]:

$$\frac{(\sigma_{ja} - \sigma_{ji})}{2\pi} \oint_c (\varphi^0(M) \frac{\partial G_{Sp,j}}{\partial n} - G_{Sp,j} \frac{\partial \varphi^0(M)}{\partial n}) dc = \begin{cases} (\sigma_{ja} - \sigma_{ji}) \varphi^0(M^0) n p u M^0 \in S_0 \\ 0 n p u M^0 \notin S_0 \end{cases} \quad (23)$$

Тогда выражение (22) с учетом (23) можно переписать в виде:

$$\frac{(k_{1ji}^2 - k_{1j}^2)}{2\pi} \iint_{S_0} \varphi(M) G_{Sp,j}(M, M^0) d\tau_M + \frac{\sigma ja}{\sigma ji} \varphi^0(M^0) - \frac{(\sigma ja - \sigma ji)}{\sigma ji 2\pi} \oint_c G_{Sp,j} \frac{\partial \varphi}{\partial n} dc = (\varphi(M^0) + \alpha p_2) \text{ при } M^0 \in S_0 \quad (24)$$

$$\frac{\sigma ji (k_{1ji}^2 - k_{1j}^2)}{\sigma(M^0) 2\pi} \iint_{S_C} \varphi(M) G_{Sp,j}(M, M^0) d\tau_M + \varphi^0(M^0) - \frac{(\sigma ja - \sigma ji)}{\sigma(M^0) 2\pi} \oint_c G_{Sp,j} \frac{\partial \varphi}{\partial n} dc = \varphi(M^0) \text{ при } M^0 \notin S_0 \quad (24')$$

Таким образом, решив интегро-дифференциальное уравнение (24) и определив распределение потенциала вектора смещений внутри неоднородности, мы можем, используя второе интегро-дифференциальное представление (24'), определить потенциал вектора смещений в любом слое, а затем, используя соотношение (1), вычислить распределение вектора смещений в любом слое.

## 2. Сопоставление алгоритмов моделирования сейсмического поля для случаев упругого и пористого включения

Сравним полученные выражения с решением задачи дифракции сейсмического поля в рамках той же геометрической модели но с различными физическими свойствами включения. В работе [3] выписана система интегро-дифференциальных уравнений для случая упругого включения в  $n$ -слойной среде:

$$\frac{(k_{1ji}^2 - k_{1j}^2)}{2\pi} \iint_{S_0} \varphi(M) G_{Sp,j}(M, M^0) d\tau_M + \frac{\sigma ja}{\sigma ji} \varphi^0(M^0) - \frac{(\sigma ja - \sigma ji)}{\sigma ji 2\pi} \oint_c G_{Sp,j} \frac{\partial \varphi}{\partial n} dc = \varphi(M^0) \text{ при } M^0 \in S_0$$

$$\frac{\sigma ji (k_{1ji}^2 - k_{1j}^2)}{\sigma(M^0) 2\pi} \iint_{S_C} \varphi(M) G_{Sp,j}(M, M^0) d\tau_M + \varphi^0(M^0) - \frac{(\sigma ja - \sigma ji)}{\sigma(M^0) 2\pi} \oint_c G_{Sp,j} \frac{\partial \varphi}{\partial n} dc = \varphi(M^0) \text{ при } M^0 \notin S_0 \quad (25)$$

Обозначения в (25) те же, что и в (24) и (24'). Сравнивая (25) и (24), легко заметить, что имеет место различие в структуре свободного члена в интегро-дифференциальном уравнении для внутренней задачи. Это, безусловно, скажется на различии в решении внешней задачи для этих двух моделей. Однако наличие пористого включения не приводит к изменению волнового числа для рассматриваемой задачи распространения продольной волны в рамках двух разных моделей среды, что может свидетельствовать о

неинформативности кинематических характеристик продольных волн для идентификации пористого влагонасыщенного включения.

### 3. Моделирование дифракции звука на упругой неоднородности иерархического типа с пористым включением

Рассмотрим задачу дифракции звука на двумерной упругой неоднородности с иерархической структурой, расположенной в  $j$ -ом слое  $n$ -слойной среды [4]. Если при переходе на следующий иерархический уровень ось двухмерности не меняется, а меняются только геометрии сечений вложенных структур, то аналогично (1) можно выписать итерационный процесс моделирования сейсмического поля (случай формирования только продольной волны).

Идею, изложенную в работе [4] для решения прямой задачи для двумерного случая распространения продольной волны через локальную упругую неоднородность с иерархической структурой, расположенной в  $J$ -ом слое  $n$ -слойной среды, распространим на случай, когда на  $L$ -ом иерархическом уровне окажется пористое влагонасыщенное включение.

$$\begin{aligned}
 & \frac{(k_{1jil}^2 - k_{1j}^2)}{2\pi} \iint_{S_{Cl}} \varphi_l(M) G_{Sp,j}(M, M^0) d\tau_M + \frac{\sigma_{ja}}{\sigma_{jil}} \varphi_{l-1}^0(M^0) - \\
 & - \frac{(\sigma_{ja} - \sigma_{jil})}{\sigma_{jil} 2\pi} \oint_c G_{Sp,j} \frac{\partial \varphi_l}{\partial n} dc = \varphi_l(M^0), M^0 \in S_{Cl} \\
 & \frac{\sigma_{jil}(k_{1jil}^2 - k_{1j}^2)}{\sigma(M^0) 2\pi} \iint_{S_{Cl}} \varphi_l(M) G_{Sp,j}(M, M^0) d\tau_M + \varphi_{l-1}^0(M^0) - \\
 & - \frac{(\sigma_{ja} - \sigma_{jil})}{\sigma(M^0) 2\pi} \oint_c G_{Sp,j} \frac{\partial \varphi_l}{\partial n} dc = \varphi_l(M^0), M^0 \notin S_{Cl}
 \end{aligned} \tag{26}$$

где  $G_{Sp,i}(M, M^0)$  — функция источника сейсмического поля, она совпадает с функцией выражения (16), (17),  $k_{1jil}^2 = \omega^2(\sigma_{jil} / \lambda_{jil})$  — волновое число для продольной волны. В приведенном выражении индекс  $ji$  обозначает принадлежность свойств внутри неоднородности,  $ja$  — вне неоднородности,  $l=1...L-1$  — номер иерархического уровня,  $\vec{u}_l = grad \varphi_l$ ,  $\varphi_l^0$  — потенциал нормального сейсмического поля в слоистой среде в отсутствие неоднородности предыдущего ранга, если  $l=2...L$ ,  $\varphi_l^0 = \varphi_{l-1}$ , если  $l=1$ ,  $\varphi_l^0 = \varphi^0$ , что совпадает с соответствующим выражением из [4]. Если при переходе на следующий иерархический уровень ось двухмерности не меняется, а меняются только геометрии сечений вложенных структур, то аналогично [4] можно выписать итерационный процесс моделирования сейсмического поля (случай формирования только продольной волны). Итерационный процесс относится к моделированию вектора смещений при переходе с предыдущего иерархического уровня на последующий уровень. Внутри каждого иерархического уровня интегро-дифференциальное уравнение и интегро-дифференциальное

представление выписаны для потенциала, через которого выражается вектор смещений (26). Если на некотором иерархическом уровне структура локальной неоднородности распадается на несколько неоднородностей, то двойной и контурные интегралы в выражениях (26) берутся по всем неоднородностям. Если  $l=L$ , то внутри неоднородностей предыдущего иерархического уровня оказывается пористая влагонасыщенная неоднородность. В этом случае система (26) с учетом (24) и (24') переписывается в виде:

$$\begin{aligned} & \frac{(k_{1jil}^2 - k_{1j}^2)}{2\pi} \iint_{S_{0l}} \varphi_l(M) G_{Sp,j}(M, M^0) d\tau_M + \frac{\sigma_{ja}}{\sigma_{jil}} \varphi_{l-1}^0(M^0) - \\ & - \frac{(\sigma_{ja} - \sigma_{jil})}{\sigma_{jil} 2\pi} \oint_c G_{Sp,j} \frac{\partial \varphi_l}{\partial n} dc = (\varphi_l(M^0) + \alpha p_2), M^0 \in S_{0l} \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma_{jil}(k_{1jil}^2 - k_{1j}^2)}{\sigma(M^0) 2\pi} \iint_{S_{0l}} \varphi_l(M) G_{Sp,j}(M, M^0) d\tau_M + \varphi_{l-1}^0(M^0) - \\ & - \frac{(\sigma_{ja} - \sigma_{jil})}{\sigma(M^0) 2\pi} \oint_c G_{Sp,j} \frac{\partial \varphi_l}{\partial n} dc = \varphi_l(M^0), M^0 \notin S_{0l}, l = L \end{aligned} \quad (27')$$

Если  $l=L+1$  и на следующем уровне неоднородность снова упругая, то для дальнейшего продолжения итерационного процесса мы снова можем использовать выражения (26).

## Заключение

В работе рассмотрена задача моделирования сейсмического поля (случай распространения продольной волны с учетом только сжатия и растяжения среды) в слоистой среде с включениями иерархической структуры. Построены алгоритмы моделирования в сейсмическом случае для 2-D упругой и пористой неоднородности. Исследован вопрос отражения физических свойств однофазности и двухфазности в системе уравнений решения прямой динамической сейсмологии в частотном варианте. Представляет интерес с использованием полученных алгоритмов исследовать вопрос об изучении связи между тензорами напряжения и деформации на каждом иерархическом уровне и о возможном отклонении ее от обобщенного закона Гука. С другой стороны с увеличением степени иерархичности среды увеличивается степень пространственной нелинейности распределения составляющих вектора смещений, что предполагает исключение методов линеаризации задачи при создании методов интерпретации данных динамической сейсмологии. Кроме того, усложняется процесс комплексирования методов, использующих волновые поля для изучения отклика среды с иерархической многофазной структурой. Эта проблема неразрывно связана с формулировкой и решением обратной задачи для распространения электромагнитного и сейсмического полей в таких сложных средах, что является нашей ближайшей задачей.



## Литература

1. Хасанов, М.М. Нелинейные и неравновесные эффекты в реологически сложных средах / М.М. Хасанов, Г.Т. Булгакова. — Москва — Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. — 288 с.
2. Купрадзе, В.Д. Граничные задачи теории колебаний и интегральные уравнения / В.Д. Купрадзе — М. — Ленинград: Гос. Изд-во технико-теоретической литературы, 1950. — 280 с.
3. Хачай, О.А. О комплексировании сейсмических и электромагнитных активных методов для картирования и мониторинга состояния двумерных неоднородностей в N-слоистой среде / О.А. Хачай, А.Ю. Хачай // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». — 2011. — № 2(219), Вып. 13. — С. 49–56.
4. Хачай, О.А. Моделирование электромагнитного и сейсмического поля в иерархически неоднородных средах / О.А. Хачай, А.Ю. Хачай // Вестник ЮУрГУ. Серия «Вычислительная математика и информатика». — 2013. — Т. 2, № 2, — С. 48–55.
5. Френкель, Я.И. К теории сейсмических и сейсмоэлектрических явлений во влажной почве / Я.И. Френкель // Известия АН СССР, серия географическая и геофизическая. — 1944. — Т. 8., № 4, — С. 133–150.
6. Хачай, А.Ю. Алгоритм решения прямой динамической задачи сейсмологии при возбуждении горизонтальной точечной силой, расположенной в произвольном слое n-слоистой упругой изотропной среды / А.Ю. Хачай // Информатика и математическое моделирование, УрГУ, Екатеринбург. — 2006. — С. 170–278.
7. Хачай А.Ю. Алгоритм решения прямой динамической задачи сейсмологии при возбуждении точечным источником вертикальной силы, расположенной в произвольном слое n-слоистой упругой изотропной среды / А.Ю. Хачай // Информатика и математическое моделирование. УрГУ, Екатеринбург. — 2006. — С. 279–310.

Хачай Ольга Александровна, д.ф.-м.н., ведущий научный сотрудник, Институт геофизики УрО РАН, Екатеринбург [olgakhachay@yandex.ru](mailto:olgakhachay@yandex.ru)

Хачай Андрей Юрьевич, к.ф.-м.н., доцент, Уральский Федеральный Университет, Екатеринбург, [andrey.khachay@usu.ru](mailto:andrey.khachay@usu.ru)

*Поступила в редакцию 20 декабря 2013 г.*

## MODELING OF SEISMIC FIELDS IN HIERARCHIC HETEROGENEOUS TWO PHASE MEDIA

*O.A. Hachay*, Institute of Geophysics UB RAS (Yekaterinburg, Russian Federation)

*A.Y. Khachay*, Ural Federal University (Yekaterinburg, Russian Federation)

In the paper is considered a problem for modeling seismic fields (case of longitudinal wave distribution with account of medium of compression and tension) in a layered medium with inclusions of hierarchic structure. It had been constructed an algorithms for 2D modeling of sound diffraction on porous fluid saturated intrusion of hierarchic elastic structure, located in the layer number  $J$  of  $N$ -layered elastic medium. It is analyzed the problem of reflection of physical features of one phase and two phase inclusions in the solution equations of the straight dynamical problem in a frequency variant.

*Keywords:* hierarchic medium, elastic, porous, two phase, seismic field, algorithms of modeling.

## References

1. Hasanov M.M., Bulgakova G.G. Nelineinie I neravnovesnie effecti v reologicheski sloznych sredach [Nonlinear and non-equilibrium effects in rheological complicated Media]. Moscow, Izevsk, Publishing of the Institute of computing research, 2003. 288 p.
2. Kupradze V.D. Granichnie zadachi teorii kolebanij I integralnie uravnenija [Boundary problems of the theory of oscillations and integral equations]. Moscow, Leningrad, Publishing in "Izdatelstvo tehniko-teoreticheskoy literaturi", 1950. 280 p.
3. Hachay O.A., Khachay A.Y. O kompleksirovanii seismicheskikh I elektromagnitnich aktivnich metodov dlja kartirovaniya I monitoringa sostojaniya dvumernich neodnorodnostey v  $N$ -sloinoy srede [About Integrating Seismic and Electromagnetic Active Methods for Mapping and Monitoring of the State of 2-D Heterogeneous Objects in  $N$ -layered Medium]. Vestnik Yuzhno-Uralskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya "Kompyuternije tehnologii, upravlenije, radioelektronika" [Bulletin of South Ural State University. Series "Computer technologies, control, radioelectronics"], 2011. No 2 (219). P. 49–56.
4. Hachay O.A., Khachay A.Y. Modelirovaniye electromagnitnogo I seismicheskogo polja v ierarchicheski neodnorodnich sredach. [Modelling of electromagnetic and seismic fields in hierarchic heterogeneous media]. Vestnik Yuzhno-Uralskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya "Vichislitel'naja matematika I informatika" [Bulletin of South Ural State University. Series: "Computational mathematics and Software Engineering"], 2013. V. 2, No 2, P. 48–55.

5. Frenkel Ya.I. K teorii seismicheskikh i seismoelektricheskikh yavlenij vo vlaznoi pochve [To the theory of seismic and seismoelectric effects in a humide soil], *Izvestija AN USSR*, 1944. V. 8, No 4, P. 133–150.
6. Khachay A.Y. Algorithm reshenija prjamoj dinamicheskoy zadachi seismiki pri vzbuzdenii gorizontальной tochečnoj siloj, raspolozhennoj v proizvolnom sloje n-slojnoj uprugoj izotropnoj sredi [Algorithm of solution of straight dynamical seismic problem by excitation of horizontal local force, located in an arbitrary layer of an n-layered elastic isotropic media]. *Informatika I matematicheskije modelirovanije* [Informatics and mathematical modeling]. Ekaterinburg, Publishing in the Ural State University, 2006. P. 170–278.
7. Khachay A.Y. Algorithm reshenija prjamoj dinamicheskoy zadachi seismiki pri vzbuzdenii tochečnim istočnikom vertikalnoj sili, raspolozhennoj v proizvolnom sloje n-slojnoj uprugoj izotropnoj sredi [Algorithm of solution of straight dynamical seismic problem by excitation of a local source of verical force, located in an arbitrary layer of an n-layered elastic isotropic media]. *Informatika I matematicheskije modelirovanije* [Informatics and mathematical modeling]. Ekaterinburg, Publishing in the Ural State University, 2006. P. 279–310.

*Received 20 December 2013*