

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СПУТНИКОВЫХ ИНДИКАТОРОВ БИОМАССЫ ФИТОПЛАНКТОНА В МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ФОСФАТОВ В ТАГАНРОГСКОМ ЗАЛИВЕ

© 2026 А.И. Сухинов, Н.Д. Панасенко, А.Е. Чистяков, А.В. Никитина

Донской государственный технический университет

(344003 Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, д. 1)

E-mail: sukhinov@gmail.com, natalija93_93@mail.ru, cheese_05@mail.ru,

nikitina.vm@gmail.com

Поступила в редакцию: 05.10.2025

Представлена нестационарная трехмерная математическая модель транспорта многокомпонентных примесей в мелководном водоеме, основанная на системе уравнений теории мелкой воды с учетом биогеохимических процессов. Модель позволяет рассчитывать пространственно-временное распределение концентраций биогенных веществ (фосфатов, соединений азота), фито- и зоопланктона, растворенного кислорода и сероводорода. Особенностью подхода является ассимиляция данных дистанционного зондирования Земли (спутники Sentinel-2, Landsat) через преобразование спектрального индекса NDCI в поле концентраций для инициализации и верификации модели. Разработан программный модуль на языке C++, в котором реализована конечно-разностная аппроксимация уравнений предложенной математической модели с использованием попеременно-треугольного итерационного метода. На примере Таганрогского залива Азовского моря проведена серия численных экспериментов по моделированию распространения фосфатов от точечного источника (глубоководный выпуск очистных сооружений в районе н.п. Дмитриадовка). Верификация модели выполнена путем сравнения результатов расчетов с обработанными спутниковыми данными и натурными замерами. Оценка погрешности по критерию Тейла составила около 14%. На основе анализа спутниковых снимков за период 2021–2024 гг. выявлена сезонная динамика границ «цветения» воды, обусловленная эвтрофикацией. Предложенный подход демонстрирует повышение точности прогноза по сравнению с моделями, не использующими ассимиляцию спутниковых данных.

Ключевые слова: численное моделирование, фосфаты, Таганрогский залив, ассимиляция данных, дистанционное зондирование Земли, индекс NDCI, математическая модель, программный модуль.

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Сухинов А.И., Панасенко Н.Д., Чистяков А.Е., Никитина А.В. Использование спутниковых индикаторов биомассы фитопланктона в математическом моделировании распространения фосфатов в Таганрогском заливе // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2026. Т. 15, № 1. С. 38–56. DOI: 10.14529/cmse260102.

Введение

Значительный вклад в развитие методов математического моделирования геофизической гидродинамики и распространения примесей внесли работы Кибеля И.А. [1], Марчука Г.И. [2] и Моница А.С. [3]. Фундаментальный вклад в развитие численных методов математического моделирования процессов гидродинамики внесли труды академика РАН Самарского А.А. В области моделирования морских экосистем и распространения биогенных веществ значимы работы Матишова Г.Г., Лыкосова В.Н., Якушева Е.В. и др. [4–6]. Разработкой трехмерных математических моделей транспорта загрязняющих веществ в прибрежных системах занимался Холлинг К.С. В работах [7–10] приводятся результаты исследований водных экосистем на предмет эвтрофикации в том числе с учетом загряз-

нения многочисленными биогенными веществами. Численному моделированию распределения соединений фосфора, азота и кремния в воде посвятил свои труды Якушев Е.В. и последователи [11–14].

Современные исследования по моделированию трансформации биогенных элементов (азота, фосфора) в эстуариях рек и прибрежных зонах демонстрируют важность учета гидробиогеохимических процессов [6, 12]. В условиях Азовского моря и Таганрогского залива актуальны работы по спутниковому мониторингу фитопланктона и его сезонной динамике [15, 16]. Методы усвоения спутниковых данных в моделях морских экосистем позволяют повысить точность прогноза распределения загрязняющих веществ [17, 18]. Однако, для достижения цели исследования в математической модели транспорта загрязняющих веществ (ЗВ), должны учитывать не только гидрологические условия, но и гидрохимические, биологические и экологические факторы, включая продукционно-деструкционные процессы в основных биотопах конкретного водоема. Расчеты основных гидрофизических характеристик должны производиться с учетом динамически перестраиваемой геометрии расчетной области [19–23].

Ниже приведено описание существующих математических моделей распространения загрязняющих веществ. В работах [17, 24] описан комплекс математических моделей, обладающих следующими свойствами: математическая модель на основе «мелкой воды» включает систему уравнений для двумерного случая с целью изучения гидродинамических процессов; строится с учетом испарения с поверхности, осадков, задается линейной интерполяцией результатов; разработана с учетом сложной береговой линии; включает систему уравнений транспорта многокомпонентных загрязнений; для расчетов используется криволинейная сетка на основе оптимизации сеточных функционалов качества; реализована конечно-элементная аппроксимация по пространственным переменным. Выделим основные свойства математической модели, описанной в работе [14]: включает уравнения теории «мелкой воды» с сохранением нелинейных членов; в ней реализован учет возмущения поверхности воды; разработан итерационный метод специального вида, применяемый для решения СЛАУ с несимметричной исходной матрицей. Стоит отметить, что модели распространения загрязняющих веществ, описанные выше, эффективно справляются с решением конкретных задач и учитывают широкий спектр параметров. Однако, для достижения цели исследования, математическая модель и ее численная реализация в виде программного модуля должны из себя представлять удобный прикладной инструмент, в котором учитываются необходимые для расчета параметры, а также динамически изменяющаяся расчетная область.

Существует ряд программных комплексов, предназначенных для моделирования гидрофизических процессов. ShallowHMT2.0 — программа для научных расчетов, предназначенная для моделирования процессов гидрофизики, а также распространения тепла и солей в мелководных водоемах с учетом движения свободной поверхности [25]. Она может использоваться как самостоятельный инструмент для изучения и прогнозирования последствий антропогенного воздействия, сценариев развития чрезвычайных ситуаций (ЧС). В модели учитывается: вертикальный турбулентный обмен; переменная плотность жидкости; движение свободной поверхности водоема. Ее численная реализация представляет собой модуль для расчета полей температуры, солености, а также для моделирования эволюции биологических систем мелководных водоемов. Программный комплекс STREAM 2D предназначен для расчета течений, деформаций дна и переноса загрязнений в открытых потоках с ис-

пользованием технологии OpenMP (на многопроцессорных системах с общей памятью) [26]. Пакет программ Ansys Fluent представляет собой набор решателей и пре-/постпроцессоров, предназначенный для моделирования полей течений жидкостей и газов с учетом турбулентности, межфазного взаимодействия, химических реакций, горения и аэроакустических эффектов [27]. Программное обеспечение для анализа Star-CD предназначено для моделирования процессов гидро-газовой динамики и тепло-массопереноса [28]. FlowVision — Российский CAE-пакет. Он широко используется для междисциплинарного моделирования устройств и физических процессов [29]. Программа PHOENICS представляет собой модуль для исследования процессов теплопроводности и конвекции [30]. Пакеты являются универсальными и широко используются для построения и численной реализации математических моделей гидродинамических и гидрофизических процессов. Данные программные комплексы в том числе ориентированы и на многопроцессорные системы, но при этом они позволяют решать достаточно узкий круг задач. В них заложен крайне ограниченный набор моделей и алгоритмов, при расширении которого задачи будут решаться значительно эффективней.

В данной работе предлагается трехмерная нестационарная математическая модель транспорта многокомпонентных примесей в мелководном водоеме, основанная на системе уравнений теории мелкой воды с учетом биогеохимических процессов. Модель реализована в виде программного модуля на языке C++ и включает процедуру ассимиляции спутниковых данных для верификации и начальной инициализации полей концентраций основных загрязняющих веществ, фито- и зоопланктона. Статья организована следующим образом. В разделе 1 представлены материалы и методы исследования, включая описание используемых данных и процедуры ассимиляции спутниковых наблюдений. Раздел 2 содержит постановку математической задачи гидрофизики мелководного водоема и описание разностной схемы – дискретного аналога непрерывной математической модели. В разделе 3 приведены результаты численных экспериментов по моделированию распространения фосфатов, включая верификацию модели и анализ точности. В заключении подведены итоги работы и сформулированы основные выводы.

1. Материалы и методы

В исследовании использовались данные различных типов, включая спутниковые наблюдения, гидрометеорологические данные и результаты натурных измерений, полученных в ходе экспедиционных работ в акватории Таганрогского залива Азовского моря. Ниже приведем их детальное описание.

1.1. Данные

Для анализа состояния акватории использовались данные дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ), доступные через открытый каталог [31], со спутников Sentinel-2 (Европейское космическое агентство) и Landsat-8/9 (NASA/USGS). Снимки Sentinel-2 имеют разрешение до 10 м с периодичностью съемки 5 дней. Снимки Landsat-8/9 имеют разрешение до 30 м с периодичностью 16 дней. Все снимки были предварительно обработаны: проведена атмосферная коррекция, географическая привязка, калибровка. Для выделения водной поверхности использовался нормализованный разностный индекс воды (NDWI).

Для задания граничных условий и верификации модели использовались гидрометеорологические данные: данные реанализа ERA5 (ECMWF) о полях приземного ветра, температуре воздуха, влажности, атмосферном давлении с пространственным разрешением 0.25°

и временным разрешением 1 час; данные о речном стоке р. Дон (гидропост г. Ростов-на-Дону) — среднесуточные расходы воды; данные о температуре и солености воды в Азовском море и Таганрогском заливе, полученные из базы данных Института океанологии РАН и региональных гидрометеорологических наблюдений, а также данные, полученные авторским коллективом в ходе экспедиционных исследований акватории Таганрогского залива Азовского моря.

В качестве источника загрязнения рассматривался глубоководный выпуск очистных сооружений канализации в районе населенного пункта (н.п.) Дмитриядовка Неклиновского района Ростовской области. Параметры точечного источника определены на основе анализа проектной документации и данных экологического мониторинга: труба диаметром 1400 мм, глубина расположения выпуска 8 м, расчетный расход сточных вод $0.5 \text{ м}^3/\text{с}$, концентрация фосфатов на выпуске варьируется от 0.05 до $0.10 \text{ мг}/\text{дм}^3$ (по данным натурных замеров за 2015–2021 гг., табл. 1), температура сточных вод $18\text{--}22^\circ\text{C}$. Для верификации модели использовались результаты натурных измерений концентраций фосфатов, проведенных в Таганрогском заливе в период с 2015 по 2021 год (табл. 1). О распределении фосфатов в акватории водоема можно косвенно судить по данным спутникового зондирования исследуемого района на предмет прозрачности воды (рис. 1).

Таблица 1. Концентрация фосфатов в Таганрогском заливе по данным натурных измерений

	2015 г.	2017 г.	2020 г.	2021 г.
Среднегодовая концентрация, $\text{мг}/\text{дм}^3$	0.032	0.0175	0.0146	0.0117
Максимальные величины, $\text{мг}/\text{дм}^3$	0.097	0.0717	0.0815	0.0504

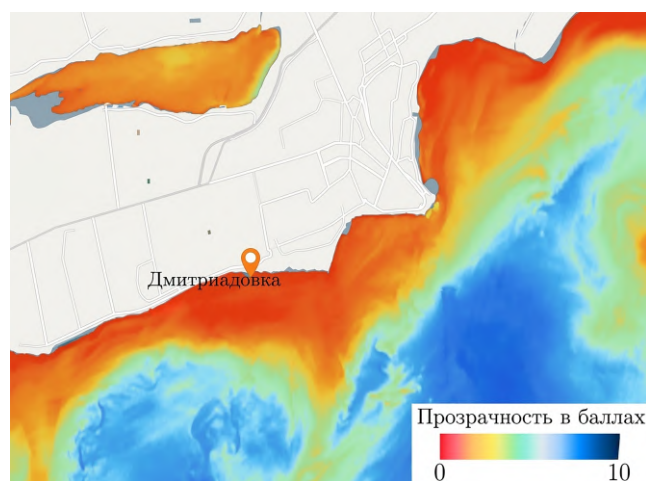


Рис. 1. Прозрачность воды в Азовском море по спутниковым данным от 05.10.2020.

Область пониженной прозрачности в Таганрогском заливе указывает на наличие загрязняющих веществ

На рис. 1 можно наблюдать пониженную прозрачность воды в Азовском море (данные приведены для 05.10.2020), что свидетельствует о повышенной концентрации загрязняющих веществ в этом районе. Повышение содержания микроорганизмов в воде свидетельствует о возросшей концентрации биогенных веществ, к которым относятся фосфаты и соединения

азота [8]. Увеличенный и восстановленный фрагмент данного изображения используется в работе в целях проверки достоверности полученных результатов численных экспериментов.

1.2. Ассимиляция спутниковых данных

Для инициализации полей концентрации загрязняющих веществ и верификации результатов моделирования использовалась процедура ассимиляции спутниковых данных, основанная на преобразовании спектральных индексов в концентрации загрязняющих биогенных веществ. Основные этапы включают расчет спектральных индексов, калибровку и объективный анализ.

По снимкам Sentinel-2 рассчитывался индекс NDCI (Normalized Difference Chlorophyll Index):

$$\text{NDCI} = \frac{B_{705} - B_{665}}{B_{705} + B_{665}},$$

где B_{705} и B_{665} — спектральная яркость в каналах 705 нм и 665 нм соответственно. Индекс NDCI коррелирует с концентрацией хлорофилла-а, который является индикатором содержания биогенных веществ (фосфатов, азота) в воде [16]. Для преобразования значений NDCI в концентрацию фосфатов использовалась эмпирическая зависимость, полученная на основе сопоставления спутниковых данных с результатами натурных измерений в Таганрогском заливе за 2020 год. Максимальное значение NDCI в районе выпуска соответствовало концентрации 0.08 мг/дм^3 (максимальная зафиксированная концентрация in-situ).

Построенное поле концентраций фосфатов использовалось в качестве начального условия для численного моделирования. Для верификации модели на последующих временных шагах также использовались обработанные спутниковые снимки, позволяющие отслеживать пространственное распределение загрязняющего вещества. Пример обработки спутникового снимка Sentinel-2 (расчет NDCI) представлен на рис. 2. Желтой линией обозначено расположение глубоководного выпуска в Таганрогском заливе, район н.п. Дмитриядовка.

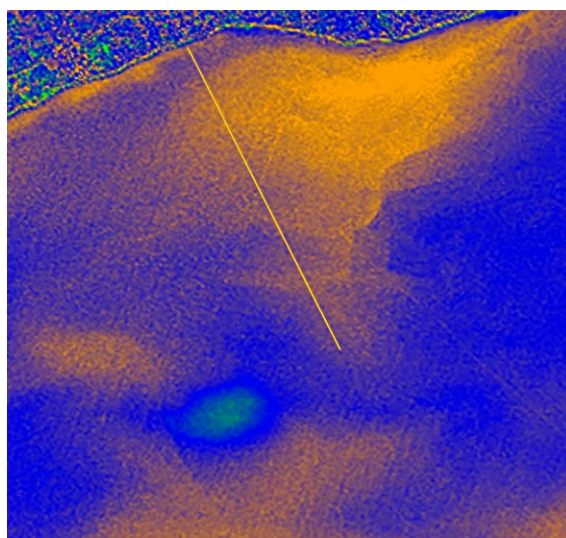


Рис. 2. Окно сервиса Google Earth Engine с результатами расчета индекса NDCI по спутниковому снимку Sentinel-2 от 26.07.2020

2. Математическая модель

2.1. Постановка задачи

Для описания транспорта многокомпонентных загрязняющих веществ в водной среде используется система уравнений диффузии-конвекции-реакции, учитывающая физико-химические и биологические процессы. Уравнение для i -й субстанции имеет следующий вид:

$$l \frac{\partial S_i}{\partial t} + u \frac{\partial S_i}{\partial x} + v \frac{\partial S_i}{\partial y} + (w + w_{gi}) \frac{\partial S_i}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_i \frac{\partial S_i}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_i \frac{\partial S_i}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_i \frac{\partial S_i}{\partial z} \right) - (k_i(T) + d_i) S_i + \psi_i(x, y, z, t), \quad (1)$$

где S_i — концентрация i -й примеси, $i = \overline{1, 6}$; 1 — общий органический азот (N); 2 — фосфаты (PO_4); 3 — фитопланктон; 4 — зоопланктон; 5 — растворенный кислород (O_2); 6 — сероводород (H_2S); x, y, z — декартовы координаты; u, v, w — составляющие вектора скорости водного потока; w_{gi} — скорость осаждения частиц; μ_i, ν_i — коэффициенты турбулентного обмена соответственно по горизонтальному и вертикальному направлениям; $k_i(T)$ — коэффициент растворимости для поллютантов, убыли — для кислорода и сероводорода, смертности — для гидробионтов; T, C — температура и соленость водной среды; d_i — коэффициент: уменьшения ЗВ за счет потребления синезелеными водорослями (цианопрокаристами); уменьшения за счет дыхания (для кислорода) и химических реакций (для кислорода и углекислого газа); выедания — для гидробионтов представителями высших трофических уровней; ψ_i — химико-биологический источник (сток).

Расчетная область G представляет собой замкнутый бассейн, ограниченный невозмущенной поверхностью моря $z = 0$, дном $H_0 = H_0(x, y)$ — глубина до твердой поверхности водоема. Пусть Γ — граница области G , $\bar{G} = G \cup \Gamma$; σ — боковая граничная поверхность; \sum_p — часть свободной поверхности и \sum_d — поверхности дна, $\Gamma = \sigma \cup \sum_p \cup \sum_d$.

Считаем, что в водном объеме G находятся субстанции, которые в точке (x, y, z) и в момент времени t имеют концентрацию $S_i = S_i(x, y, z, t)$, [мг/л], $i = \overline{1, 6}$; t — временная переменная, [с].

Зададим начальные условия при $t = 0$

$$S_i(x, y, z, 0) \equiv S_{i0}(x, y, z). \quad (2)$$

Граничные условия на боковой поверхности σ в любой момент времени $\sigma \times (0, T]$ имеют вид:

$$\frac{\partial S_i}{\partial \mathbf{n}} = 0, \quad \text{если } (\mathbf{U}_\Gamma, \mathbf{n}) < 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial S_i}{\partial \mathbf{n}} = -\frac{u_\Gamma}{\mu_i} S_i, \quad \text{если } (\mathbf{U}_\Gamma, \mathbf{n}) \geq 0, \quad (4)$$

где \mathbf{n} — внешняя нормаль к границе области σ , \mathbf{U}_Γ — вектор скорости движения жидкости на границе Γ , u_Γ — проекция вектора скорости \mathbf{U}_Γ на направление нормали \mathbf{n} на границе области G .

Граничные условия на поверхности воды $\sum_p \times (0 < t \leq T]$ зададим следующим образом:

$$\frac{\partial S_i}{\partial \mathbf{n}} = 0. \quad (5)$$

Граничные условия на дне $\sum_d \times (0 < t \leq T]$ имеют вид:

$$\frac{\partial S_i}{\partial n} = - \frac{w_{gi}}{\nu_i} S_i. \quad (6)$$

2.2. Численная схема и параметризация

Для численного решения системы уравнений (1) используется конечно-разностная аппроксимация на равномерной сетке с шагами h_x , h_y по пространственным координатам и h_t по времени. Для аппроксимации уравнений предложенной математической модели используется разностная схема с весами. Для решения возникающих систем линейных алгебраических уравнений применяется симметризованный адаптивный попеременно-треугольный итерационный метод [32].

В табл. 2 приведены основные параметры модели, используемые в численных экспериментах. Значения коэффициентов турбулентного обмена μ_i , ν_i определены на основе полуэмпирических формул, учитывающих стратификацию и скорость течения водной среды [33]. Значение газовой постоянной $R = 0.4$ кДж/(моль·К) представляет собой эффективную газовую постоянную, используемую в параметризации уравнения Аррениуса для описания температурной зависимости скоростей биогеохимических реакций трансформации фосфатов и органического азота в водной среде. Данное значение получено эмпирическим путем при калибровке модели по натурным данным для условий Таганрогского залива и отличается от универсальной газовой постоянной ($R = 8.314$ Дж/(моль·К)), так как учитывает специфику водной среды и комплексный характер протекающих процессов [33].

Таблица 2. Параметры математической модели транспорта примесей

Параметр	Обозначение	Значение
Коэффициент турбулентности по горизонтали, м ² /с	μ_i	10 ⁻¹ –10
Коэффициент турбулентности по вертикали, м ² /с	ν_i	10 ⁻² –1
Скорость осаждения частиц, м/с	w_{gi}	0.001–0.1
Базовая скорость реакции (фосфаты), 1/с	k_{02}	0.1
Энергия активации, кДж/моль	E_a	1.0
Газовая постоянная, кДж/(моль·К)	R	0.4
Коэффициент поглощения фосфатов фитопланктоном, 1/с	d_2	0.05

Гидродинамические поля (компоненты вектора скорости движения среды — u , v , w , уровень поверхности водной среды) рассчитываются по математической модели [13]. Для учета влияния атмосферных процессов используются собственные экспедиционные исследования, данные реанализа ERA5 (скорость ветра, атмосферное давление), речного стока (р. Дон) и приливных явлений. Соленость и температура воды задаются по данным наблюдений и также влияют на коэффициенты турбулентного обмена и скорости химико-биологических реакций.

3. Численные эксперименты и результаты

3.1. Настройка модели и верификация

Для численной реализации математической модели транспорта загрязняющих веществ (уравнения (1)–(6)) разработан программный модуль на языке программирования C++.

Программный модуль включает управляющий блок (задание граничных условий, временной цикл), блок ввода начальных данных (параметры уравнений, поля скорости, солености, температуры, начальные распределения концентраций, геометрия расчетной области), блок построения сеточных уравнений (формирование коэффициентов и правых частей в канонической форме), блок решения сеточных уравнений (применение симметризованного адаптивного попеременно-треугольного итерационного метода [32]) и блок вывода результатов (запись полей концентраций в файлы).

В программной реализации использовались следующие основные параметры: шаги по пространственным координатам $h_x = 1$, $h_y = 1$ (условные единицы, соответствующие 40 м в реальной области) и по времени $h_t = 10$ с; размеры расчетной сетки $N_x = 250$, $N_y = 250$ узлов; временной интервал $t = 50, 500, 1000, 1500$ с; базовая скорость реакции $k_{01} = 0.1 \text{ с}^{-1}$; коэффициент влияния солености $\alpha_z = 1.5$; температура воды $T = 24^\circ\text{C}$; соленость $C = 10 \text{ ‰}$ (остальные параметры приведены в табл. 2).

Верификация результатов моделирования проводилась путем сравнения с обработанными спутниковыми данными Sentinel-2 за период 24–26 июля 2020 года. Для количественного сравнения использовалась обработка спутниковых снимков в программном комплексе QGIS (рис. 3): значения каждого пикселя в расчетной области нормировались на максимальную концентрацию фосфатов, зафиксированную в натурных замерах на выпуске в июне 2020 года (0.08 мг/дм^3). Нормирование на данные июня выполнено для приведения спутниковых данных к абсолютным значениям концентрации фосфатов, так как в июне были проведены наиболее полные натурные замеры на выпуске. Относительные величины на рис. 3 представляют собой нормированные значения, а не абсолютные концентрации. Числовые значения округлены до второго знака после запятой. Для количественной оценки точности использовался критерий Тейла:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (S_k - S_{k \text{ nat}})^2}{\sum_{k=1}^n S_{k \text{ nat}}^2}} \cdot 100\%,$$

где $S_{k \text{ nat}}$ — концентрация, полученная на основе обработанных натурных и спутниковых данных; S_k — концентрация, рассчитанная с помощью предложенной математической модели; n — количество замеров.

Оценка погрешности моделирования составила $\delta \approx 14\%$. По сравнению с результатами, полученными другими авторами для схожих условий моделирования распространения загрязняющих веществ в прибрежных зонах [6, 33, 34], данный показатель свидетельствует о повышении точности примерно на 6%.

3.2. Анализ результатов моделирования

На рис. 4 представлены результаты моделирования распространения фосфатов от точечного источника на временных интервалах 50, 500, 1000 и 1500 с при следующих значениях параметров: компоненты скорости течения $u = -3.5 \text{ м/с}$, $v = -3.5 \text{ м/с}$, коэффициент турбулентности $\mu_i = 3 \text{ м}^2/\text{с}$. Цветовая шкала соответствует концентрации. На начальном этапе ($t_i = 50$ с) формируется локальное пятно загрязнения в непосредственной близости от выпуска недостаточно очищенных вод. С течением времени под действием течения и турбулентной диффузии происходит распространение пятна в юго-западном направлении, соответствующем преобладающему течению в данном районе Таганрогского залива. К моменту времени $t_i = 1500$ с (25 мин) площадь загрязненной зоны увеличивается, а мак-

2.89	4.05	5.70	6.76	7.31	8.00	8.44	7.20
4.08	5.92	7.23	8.68	8.85	9.33	9.49	7.19
5.74	7.30	8.94	9.94	10.43	10.18	8.81	6.55
6.63	8.47	10.06	11.07	11.64	10.67	8.26	6.75
7.23	8.78	10.79	12.19	11.90	11.05	8.36	6.68
7.26	8.94	12.04	12.31	12.10	10.56	8.02	6.68
7.84	9.37	10.61	11.40	11.35	9.96	7.65	6.20
8.37	8.22	9.66	11.04	10.95	8.74	7.06	5.49
7.32	7.52	9.30	9.82	9.09	7.46	6.08	4.96
6.39	6.73	7.48	7.91	6.92	6.13	5.70	4.62
5.99	6.05	6.57	6.67	6.22	5.63	5.08	4.47
5.77	6.12	6.30	6.42	5.92	5.58	4.83	4.73

Рис. 3. Нормированные значения концентрации фосфатов в расчетной области, полученные на основе обработки спутниковых снимков Sentinel-2 (NDCI). Цветовая шкала отображает абсолютные значения концентрации

симальная концентрация в центре пятна снижается с 0.08 до 0.04 мг/дм³ за счет процессов переноса и турбулентного перемешивания.

На рис. 5 представлено сравнение спутниковых данных и результатов моделирования. Качественное соответствие наблюдается между формой и расположением пятна загрязнения, зафиксированного на спутниковых снимках и результатами моделирования через 0.5 ч (рис. 5б) и 1 ч (рис. 5г) после начала сброса. На рис. 5а представлена исходная форма пятна загрязнения (обработанный спутниковый снимок), на рис. 5в представлена конечная форма пятна по спутниковым данным, на рис. 5г отображена конечная форма пятна по результатам расчетов.

Для оценки долгосрочного распространения загрязняющего вещества осуществлено прогнозное моделирование на период до 28 суток. На рис. 6 представлено распределение концентрации загрязняющего вещества S в Азовском море и Таганрогском заливе через 10, 16, 22 и 28 дней после начала сброса. Результаты демонстрируют неравномерное распределение концентрации загрязняющего вещества по акватории залива, обусловленное гидродинамическими процессами и изменением метеорологических условий в период моделирования. Максимальные концентрации наблюдаются вблизи источника сброса, с формированием шлейфа в западном направлении.

На основе разработанного программного модуля и методов обработки спутниковых данных осуществлен мониторинг границ «цветения» вод в районе н.п. Дмитриадовка за май 2021–2024 гг. (рис. 7). Для обработки спутниковых снимков и их анализа использовался программный комплекс [35], включающий модули прогнозирования гидродинамических и гидрофизических процессов. Результаты показывают четкую сезонную цикличность процессов эвтрофикации: максимальные площади цветения воды наблюдаются в мае каждого года, что связано с сочетанием повышенной температуры воды, интенсивной солнечной радиации и продолжающимся поступлением со сточными водами биогенных веществ, вызывающих особенно в весенне-летний период интенсивный рост водорослей. В 2022 и 2023 гг. отмечено увеличение площади «цветения» по сравнению с 2021 г., что может быть связано с изменениями гидрологических условий и антропогенной нагрузкой.

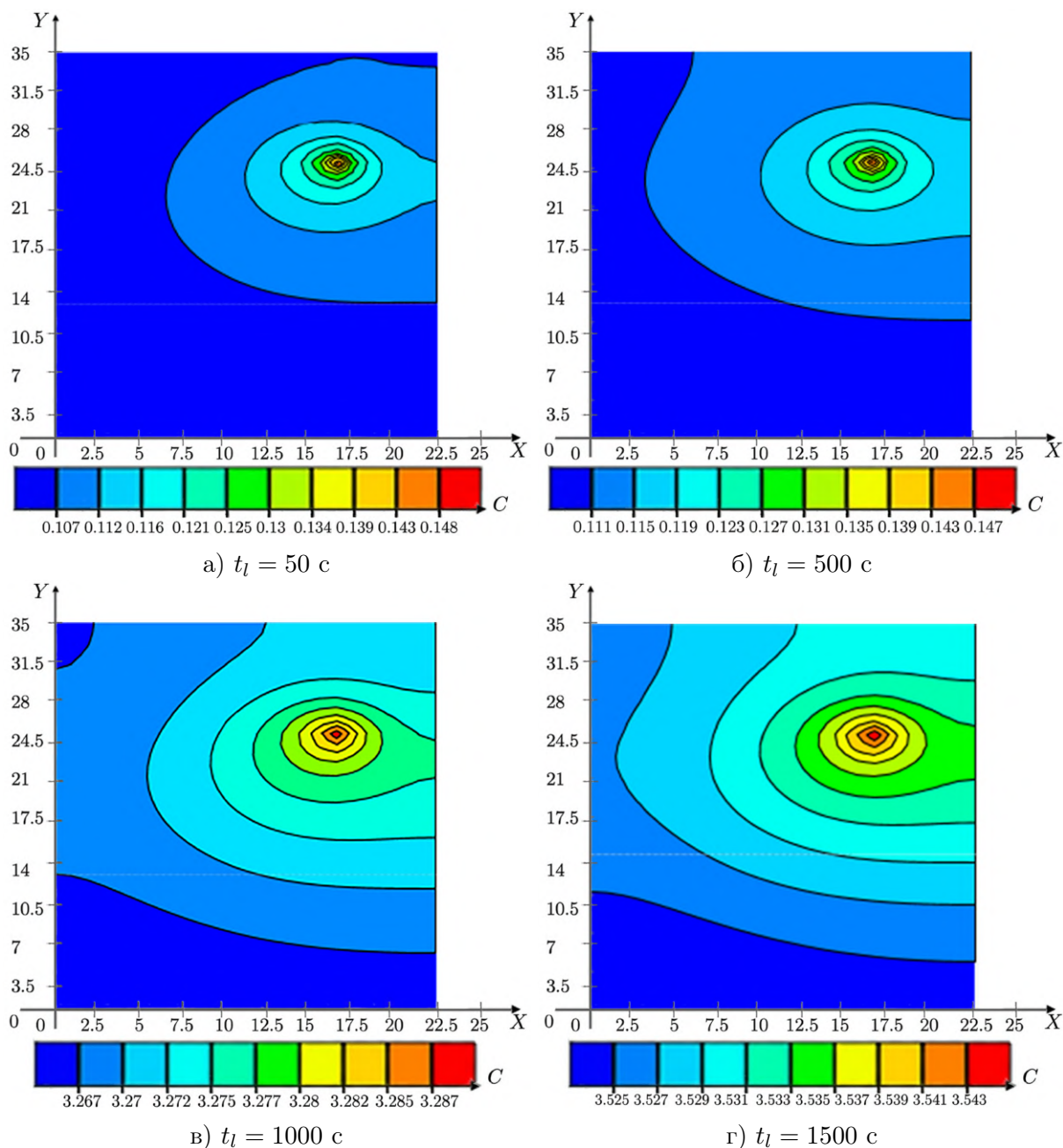
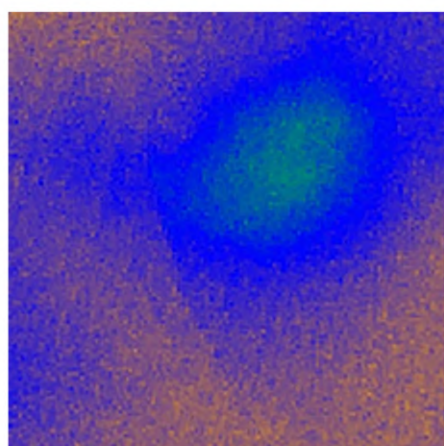


Рис. 4. Распределение концентрации фосфатов (мг/дм^3) в различные моменты времени. По осям X и Y — пространственные координаты (условные единицы)

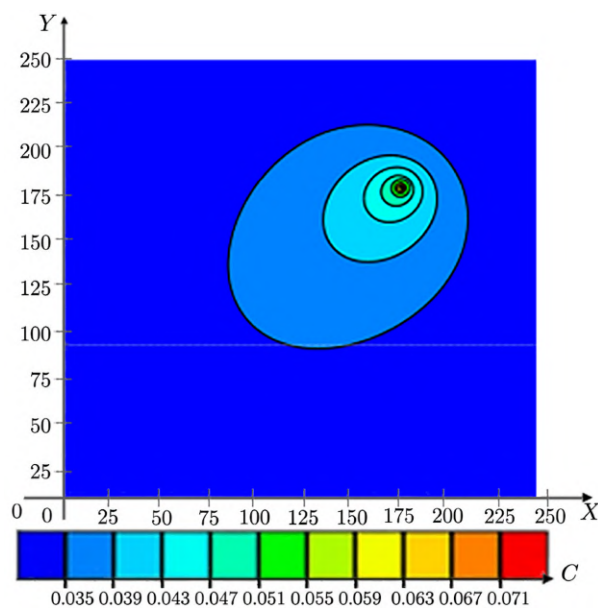
Заключение

Разработана трехмерная нестационарная математическая модель транспорта многокомпонентных примесей в мелководном водоеме, учитывающая гидродинамические и биогеохимические процессы. Модель основана на системе уравнений теории мелкой воды с включением уравнений диффузии-конвекции для шести компонентов: общего органического азота, фосфатов, фитопланктона, зоопланктона, растворенного кислорода и сероводорода.

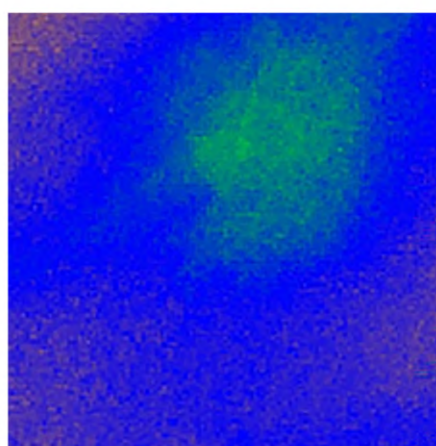
Создан программный модуль на языке C++, реализующий конечно-разностную аппроксимацию уравнений с использованием симметризованного адаптивного попеременно-треугольного итерационного метода. Особенностью разработки является реализация про-



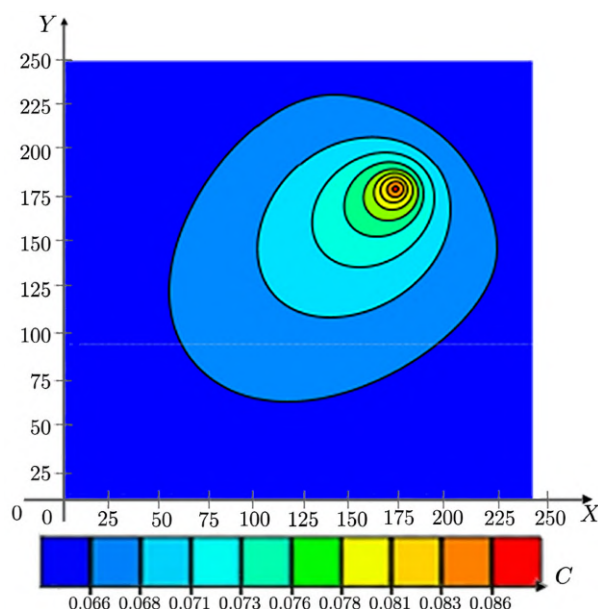
а) Исходная форма пятна загрязнения (спутниковые данные)



б) Результаты моделирования ($t_l = 0.5$ ч)



в) Конечная форма пятна (спутниковые данные)



г) Результаты моделирования ($t_l = 1$ ч)

Рис. 5. Верификация математической модели: сравнение спутниковых данных и результатов моделирования распространения фосфатов

цедуры ассимиляции спутниковых данных: преобразование спектрального индекса NDCI, рассчитанного по снимкам Sentinel-2, в поле концентраций фосфатов для инициализации модели и верификации результатов.

Проведены численные эксперименты по моделированию распространения фосфатов от точечного источника в Таганрогском заливе. Верификация модели показала хорошее качественное и количественное соответствия результатов расчетов данным спутникового зондирования. Оценка погрешности по критерию Тейла составила около 14%, что примерно

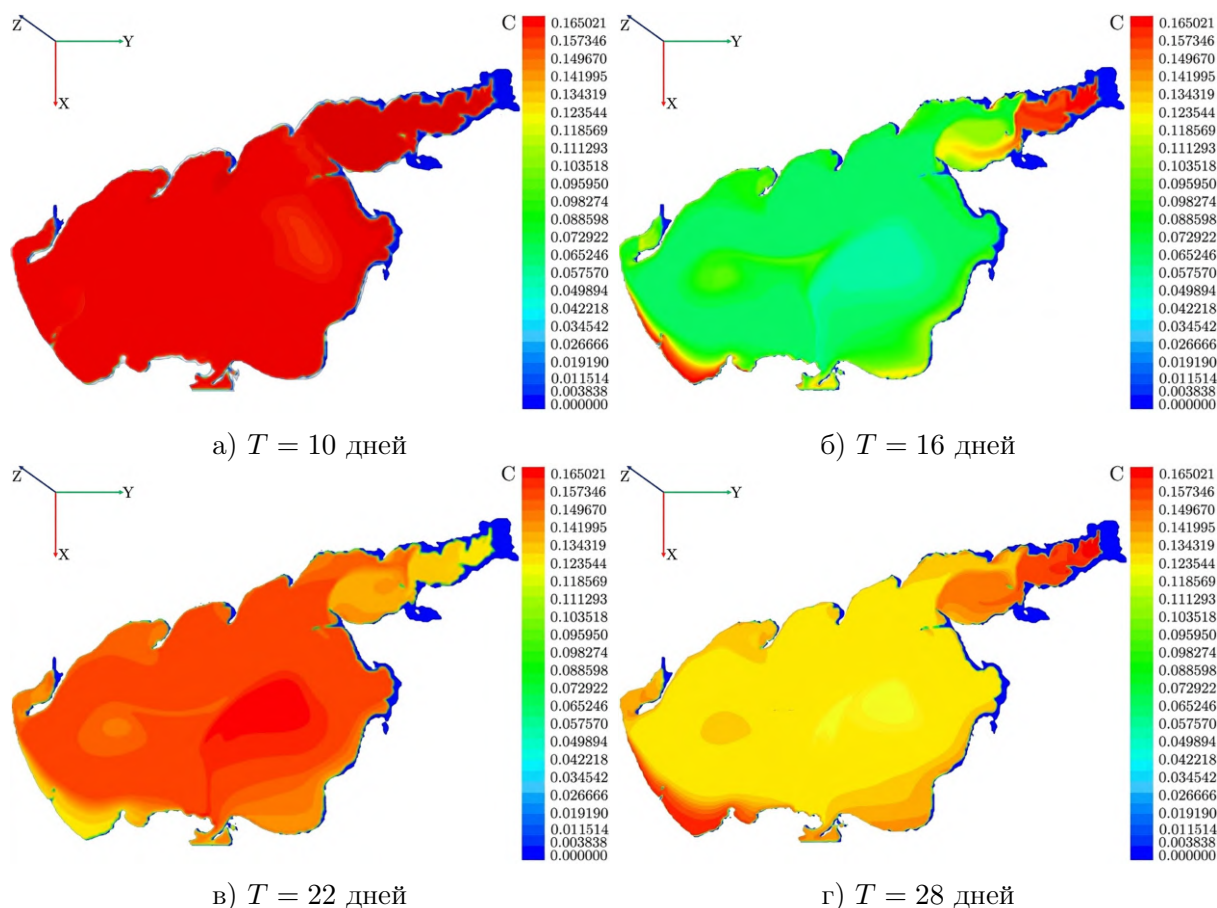


Рис. 6. Распределение концентрации загрязняющего вещества S ($\text{мг}/\text{дм}^3$) в Азовском море и Таганрогском заливе через T дней после начала сброса

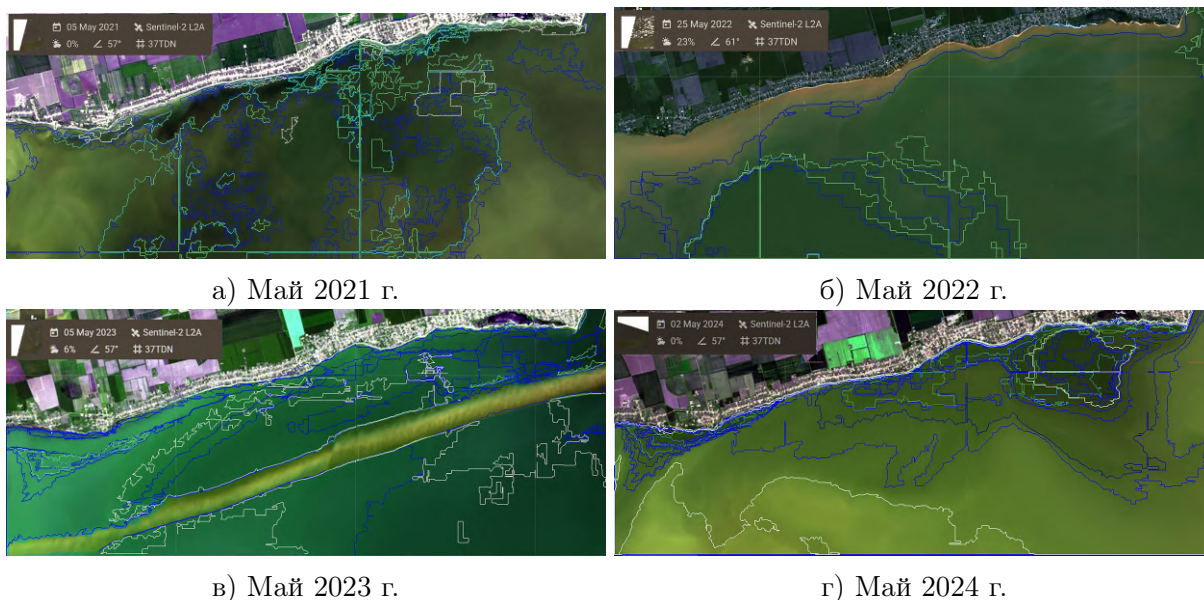


Рис. 7. Границы «цветения» вод в районе н.п. Дмитриадовка (май 2021–2024 гг.), полученные на основе обработки спутниковых данных. Цветом отражена интенсивность индекса NDCI

на 6% точнее по сравнению с результатами, полученными без использования ассимиляции спутниковых данных.

На основе анализа серии спутниковых снимков за 2021–2024 гг. выявлена четкая сезонная динамика границ «цветения» водной среды в районе н.п. Дмитриадовка, связанная с процессами эвтрофикации. Максимальные площади покрытия водорослями наблюдаются в мае–июне каждого года.

Разработанный программный модуль позволяет учитывать специфические для мелководных экосистем биогеохимические процессы и эффективно ассимилировать данные дистанционного зондирования Земли.

Перспективным направлением дальнейших исследований является развитие модели за счет включения более детального описания трофических взаимодействий и учета влияния климатических изменений на динамику эвтрофикации изучаемого гидробиоценоза.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-71-20001, <https://rscf.ru/project/25-71-20001/>.

Литература

1. Кибель И.А. Введение в гидродинамические методы краткосрочного прогноза погоды. М.: Гостехиздат, 1957. 375 с.
2. Марчук Г.И. Численные методы в прогнозе погоды. Л.: Гидрометеиздат, 1967. 358 с.
3. Монин А.С., Полубаринова-Кочина П.Я., Хлебников В.И. Космология. Гидродинамика. Турбулентность: А.А. Фридман и развитие его научного наследия. М.: Наука, 1989. 328 с.
4. Матишов Г.Г., Шохин И.В., Набоженко М.В., Польшин В.В. Многолетние изменения донных сообществ Азовского моря в связи с характером осадконакопления и гидрологическим режимом // *Океанология*. 2008. Т. 48, № 3. С. 425–435.
5. Лыкосов В.Н. Современные проблемы математического моделирования климата и прогноза погоды // *Известия РАН. Физика атмосферы и океана*. 2020. Т. 56, № 3. С. 5–18.
6. Yakushev E., Pogojeva M., Polukhin A., *et al.* Arctic inshore biogeochemical regime influenced by coastal runoff and glacial melting (case study for the Templefjord, Spitsbergen) // *Geosciences*. 2022. Vol. 12, no. 1. P. 44. DOI: 10.3390/geosciences12010044.
7. Закруткин В.Е., Решетняк О.С., Усова Е.В. О допустимых антропогенных нагрузках на водосборах рек степной зоны Юга России (в пределах Ростовской области) // *Степи Северной Евразии: материалы X международного симпозиума (Международного степного форума)*. Оренбург, 2024. С. 463–468.
8. Чистяков А.Е., Кузнецова И.Ю. Оценка экологических рисков мелководного водоема при проведении дноуглубительных работ // *Безопасность техногенных и природных систем*. 2024. № 2. С. 37–46. DOI: 10.23947/2541-9129-2024-8-2-37-46.
9. Коваль Л.Г. Зоо и некрозоопланктон Чёрного моря. Киев: Наукова думка, 1984. 127 с.
10. Петипа Т.С., Павлова Е.В. Смертность зоопланктона в Севастопольской бухте // *Доповіді НАНУ*. 1995. Т. 6. С. 146–148.

11. Гурова Ю.С., Якушев Е.В., Березина А.В. и др. Численное моделирование динамики окислительно-восстановительных условий на границе вода – донные отложения в Южной бухте // Моря России: от теории к практике океанологических исследований: тезисы докладов Всероссийской научной конференции, Севастополь, 25–29 сентября, 2023. Севастополь: ФГБУН ФИЦ МГИ РАН, 2023. С. 246–247. DOI: 10.29039/2413-5577-2023-2-71-90.
12. Пахомова С.В., Ершова А.А., Жданов И.А., Якушев Е.В. Методы исследования загрязнения микропластиком природных вод: современное состояние и рекомендации // Океанологические исследования. 2024. Т. 52, № 1. С. 80–120. DOI: 10.29006/1564-2291.JOR-2024.52(1).5.
13. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Кузнецова И.Ю. и др. Регуляризованная разностная схема для решения задач гидродинамики // Математическое моделирование. 2022. Т. 34, № 2. С. 85–100. DOI: 10.20948/mm-2022-02-07.
14. Лященко Т.В., Чистяков А.Е., Никитина А.В. Моделирование процесса распространения загрязнения водной экосистемы фосфатами // Computational Mathematics and Information Technologies. 2023. Т. 7, № 4. С. 47–53. DOI: 10.23947/2587-8999-2023-7-4-47-53.
15. Сухоруков Б.Л., Решетняк Н.В., Сапрыгин В.В. Информативность мультиспектральных (OLCI) и гиперспектральных данных при оценке состояния пресноводных экосистем на примере Цимлянского водохранилища // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2022. Т. 19, № 1. С. 239–252. DOI: 10.21046/2070-7401-2022-19-1-239-252.
16. Белова Ю.В., Развеева И.Ф., Рахимбаева Е.О. Разработка алгоритма семантической сегментации данных дистанционного зондирования Земли для определения фитопланктонных популяций // Advanced Engineering Research. 2024. Т. 24, № 3. С. 283–292. DOI: 10.23947/2687-1653-2024-24-3-283-292.
17. Белова Ю.В., Никитина А.В. Применение методов усвоения данных наблюдений для моделирования распространения загрязняющих веществ в водоеме и управления устойчивым развитием // Безопасность техногенных и природных систем. 2024. № 3. С. 39–48. DOI: 10.23947/2541-9129-2024-8-3-39-48.
18. Белова Ю.В., Филина А.А., Чистяков А.Е. Прогнозирование динамики летних видов фитопланктона на основе методов усвоения спутниковых данных // Computational Mathematics and Information Technologies. 2024. Т. 8, № 4. С. 27–34. DOI: 10.23947/2587-8999-2024-8-4-27-34.
19. Литвинов В.Н., Руденко Н.Б., Грачева Н.Н. Разработка модели параллельноконвейерного вычислительного процесса для решения системы сеточных уравнений // Advanced Engineering Research. 2023. Т. 23, № 3. С. 329–339. DOI: 10.23947/2687-1653-2023-23-3-329-339.
20. Кудинов Н.В., Филина А.А., Никитина А.В. и др. Моделирование вертикальных движений морской воды в стратифицированных водоемах // Advanced Engineering Research. 2023. Т. 23, № 2. С. 212–224. DOI: 10.23947/2687-1653-2023-23-2-212-224.
21. Горелкина А.К., Яковлев И.В. Математическая модель Гаусса для определения распространения загрязняющих веществ в регионах с повышенной техногенной нагрузкой // Вестник Омского государственного аграрного университета. 2025. № 1(57). С. 156–165.

22. Белихов А.Б., Леготин Д.Л., Сухов А.К. Современные компьютерные модели распространения загрязняющих веществ в атмосфере // Вестник Костромского государственного университета им. Н.А. Некрасова. 2013. Т. 19, № 1. С. 14–19.
23. Сысоева Е.В., Гельманова М.О. Методы расчета рассеивания загрязняющих веществ в городской атмосфере // Вестник МГСУ. 2022. № 8. С. 1027–1045. DOI: 10.22227/1997-0935.2022.8.1027-1045.
24. Сухинов А.И., Кузнецова И.Ю. Математическая модель транспорта трехкомпонентной взвеси // Computational Mathematics and Information Technologies. 2023. Т. 7, № 3. С. 39–48. DOI: 10.23947/2587-8999-2023-7-3-39-48.
25. Katsnelson B.G., Petnikov V.G., Lynch J. Fundamentals of shallow water acoustics. Springer Science & Business Media, 2012. 540 p. DOI: 10.1007/978-1-4419-9777-7.
26. Васильева Е.С., Белякова П.А., Алексюк А.И. и др. Моделирование быстроразвивающихся паводков на малых реках Северного Кавказа с использованием современных данных автоматизированной гидрометеорологической сети // Водные ресурсы. 2021. Т. 48, № 2. С. 135–146. DOI: 10.31857/S0321059621020164.
27. Лукачѳев С.В., Бирюк В.В., Горшкалѳев А.А. Использование Ansys Fluent для исследования газодинамических и тепловых процессов в малоразмерном двухтактном ДВС // Машиностроение и компьютерные технологии. 2014. № 12. С. 128–135.
28. Дайлюденко В.Ф. Применение программного пакета STARCD для моделирования двухфазного направленного потока в ограниченной области при различных режимах взаимодействия частиц // Информатика. 2010. № 1(25). С. 91–101.
29. Аксенов А.А. FlowVision: индустриальная вычислительная гидродинамика // Компьютерные исследования и моделирование. 2017. Т. 9, № 1. С. 520.
30. Ефимов М.Ю. Разработка и реализация основ компилятора C# с помощью Microsoft Phoenix // Информатика, телекоммуникации и управление. 2010. № 4(103). С. 164–169.
31. Earth Observing System LandViewer Pricing. URL: <http://eos.com/landviewer/account/pricing> (дата обращения: 11.08.2025).
32. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Проценко С.В., Сидорякина В.В. Решение сеточных уравнений симметризованным адаптивным попеременно-треугольным итерационным методом. 2022. Заявка № 2022680018 от 27.10.2022. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2022681029.
33. Чикин А.Л. Двухслойная математическая модель ветровых течений в водоемах, имеющих большие площади мелководья // Математическое моделирование. 2009. Т. 21, № 12. С. 152–160.
34. Бердников С.В., Селютин В.В., Сурков Ф.А., Тютюнов Ю.В. Моделирование морских экосистем: опыт, современные подходы, направления развития (обзор). Часть 1. Сквозные модели // Морской гидрофизический журнал. 2022. Т. 38, № 1(223). С. 105–122. DOI: 10.22449/0233-7584-2022-1-105-122.
35. Панасенко Н.Д. Прогноз состояния прибрежных систем с помощью математического моделирования на основе космических снимков // Computational Mathematics and Information Technologies. 2023. Т. 7, № 4. С. 54–65. DOI: 10.23947/2587-8999-2023-7-4-54-65.

Сухинов Александр Иванович, член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой «Математика и информатика», Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

Панасенко Наталья Дмитриевна, кандидат технических наук, доцент кафедры «Математика и информатика», доцент кафедры «Информационная безопасность в вычислительных системах и сетях», Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

Чистяков Александр Евгеньевич, доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем», Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

Никитина Алла Валерьевна, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем», Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

DOI: 10.14529/cmse260102

USING SATELLITE INDICATORS OF PHYTOPLANKTON BIOMASS IN MATHEMATICAL MODELING OF PHOSPHATE SPREADING IN TAGANROG BAY

© 2026 A.I. Sukhinov, N.D. Panasenko, A.E. Chistyakov, A.V. Nikitina

Don State Technical University

(pl. Gagarina 1, Rostov-on-Don, 344003 Russia)

E-mail: sukhinov@gmail.com, natalija93_93@mail.ru, cheese_05@mail.ru,

nikitina.vm@gmail.com

Received: 05.10.2025

A non-stationary three-dimensional mathematical model for the transport of multicomponent impurities in a shallow water body is presented, based on a system of shallow water equations that account for biogeochemical processes. The model allows for the calculation of the spatio-temporal distribution of concentrations of biogenic substances (phosphates, nitrogen compounds), phytoplankton and zooplankton, dissolved oxygen, and hydrogen sulfide. A distinctive feature of the approach is the assimilation of Earth remote sensing data (Sentinel-2, Landsat satellites) through the conversion of the spectral NDCI index into a concentration field for model initialization and verification. A software module in C++ has been developed, implementing a finite-difference approximation of the equations of the proposed mathematical model using an alternating triangular iterative method. Using the example of the Taganrog Bay of the Azov Sea, a series of numerical experiments were conducted to model the spread of phosphates from a point source (deep-water discharge of treatment facilities near the settlement of Dmitriadovka). Model verification was performed by comparing the calculation results with processed satellite data and in-situ measurements. The error estimate according to Theil's criterion was 14%. Based on the analysis of satellite images for the period 2021–2024, seasonal dynamics of the boundaries of “algal bloom” due to eutrophication were revealed. The proposed approach demonstrates an improvement in forecast accuracy compared to models that do not use the assimilation of satellite data.

Keywords: numerical simulation, phosphates, Taganrog Bay, data assimilation, remote sensing, NDCI index, mathematical model, software module.

FOR CITATION

Sukhinov A.I., Panasenko N.D., Chistyakov A.E., Nikitina A.V. Using Satellite Indicators of Phytoplankton Biomass in Mathematical Modeling of Phosphate Spreading in Taganrog Bay. Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering. 2026. Vol. 15, no. 1. P. 38–56. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse260102.

This paper is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Non Commercial 4.0 License which permits non-commercial use, reproduction and distribution of the work without further permission provided the original work is properly cited.

References

1. Kibel I. Introduction to Hydrodynamic Methods of Short-Term Weather Forecasting. Moscow: Gostekhizdat, 1957. 375 p. (in Russian).
2. Marchuk G. Numerical Methods in Weather Forecasting. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1967. 358 p. (in Russian).
3. Monin A., Polubarinova-Kochina P., Khlebnikov V. Cosmology. Hydrodynamics. Turbulence: A.A. Friedman and the Development of His Scientific Heritage. Moscow: Nauka, 1989. 328 p. (in Russian).
4. Matishov G., Shokhin I., Nabozhenko M., Pol'shin V. Long-Term Changes in the Bottom Communities of the Azov Sea in Connection with the Nature of Sedimentation and Hydrological Regime. Oceanology. 2008. Vol. 48, no. 3. P. 425–435. (in Russian).
5. Lykosov V. Modern Problems of Mathematical Modeling of Climate and Weather Forecasting. Izvestiya RAN. Fizika atmosfery i okeana. 2020. Vol. 56, no. 3. P. 5–18. (in Russian).
6. Yakushev E., Pogojeva M., Polukhin A., *et al.* Arctic inshore biogeochemical regime influenced by coastal runoff and glacial melting (case study for the Templefjord, Spitsbergen). Geosciences. 2022. Vol. 12, no. 1. P. 44. DOI: 10.3390/geosciences12010044.
7. Zakrutkin V., Reshetnyak O., Usova E. On Permissible Anthropogenic Loads on the Catchments of Rivers in the Steppe Zone of the South of Russia (within the Rostov Region). Steppes of Northern Eurasia: Proceedings of the X International Symposium (International Steppe Forum). Orenburg, 2024. P. 463–468. (in Russian).
8. Chistyakov A., Kuznetsova I. Assessment of Environmental Risks of a Shallow Water Body during Dredging Works. Safety of Technogenic and Natural Systems. 2024. No. 2. P. 37–46. (in Russian) DOI: 10.23947/2541-9129-2024-8-2-37-46.
9. Koval L. Zoo and Necrozooplankton of the Black Sea. Kyiv: Naukova Dumka, 1984. 127 p. (in Russian).
10. Petipa T., Pavlova E. Zooplankton Mortality in Sevastopol Bay. Dopovidi NASU. 1995. Vol. 6. P. 146–148. (in Russian).
11. Gurova Y., Yakushev E., Berezina A., *et al.* Numerical Modeling of the Dynamics of Oxidation-Reduction Conditions at the Water-Bottom Sediment Interface in Yuzhnaya Bay. Seas of Russia: from theory to practice of oceanographic research: Abstracts of reports of the All-Russian scientific conference, Sevastopol, September 25–29, 2023. Sevastopol: FSBSI FRC MHI RAS, 2023. P. 246–247. (in Russian) DOI: 10.29039/2413-5577-2023-2-71-90.

12. Pakhomova S., Ershova A., Zhdanov I., Yakushev E. Methods for Studying Microplastic Pollution of Natural Waters: Current Status and Recommendations. *Oceanological Research*. 2024. Vol. 52, no. 1. P. 80–120. (in Russian) DOI: 10.29006/1564-2291.JOR-2024.52(1).5.
13. Sukhinov A., Chistyakov A., Kuznetsova I., *et al.* Regularized Difference Scheme for Solving Hydrodynamic Problems. *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2022. Vol. 34, no. 2. P. 85–100. (in Russian) DOI: 10.20948/mm-2022-02-07.
14. Lyashchenko T., Chistyakov A., Nikitina A. Pollutions Spreading Process Modelling in an Aquatic Ecosystem. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2023. Vol. 7, no. 4. P. 47–53. (in Russian) DOI: 10.23947/2587-8999-2023-7-4-47-53.
15. Sukhorukov B., Reshetnyak N., Saprygin V. Information Content of Multispectral (OLCI) and Hyperspectral Data in Assessing the State of Freshwater Ecosystems Using the Tsimlyansk Reservoir as an Example. *Modern Problems of Remote Sensing of the Earth from Space*. 2022. Vol. 19, no. 1. P. 239–252. (in Russian) DOI: 10.21046/2070-7401-2022-19-1-239-252.
16. Belova Y., Razveeva I., Rakhimbaeva E. Development of an Algorithm for Semantic Segmentation of Earth Remote Sensing Data to Determine Phytoplankton Populations. *Advanced Engineering Research*. 2024. Vol. 24, no. 3. P. 283–292. (in Russian) DOI: 10.23947/2687-1653-2024-24-3-283-292.
17. Belova Y., Nikitina A. Application of Methods of Observational Data Assimilation to Model the Spread of Pollutants in a Reservoir and Manage Sustainable Development. *Safety of Technogenic and Natural Systems*. 2024. No. 3. P. 39–48. (in Russian) DOI: 10.23947/2541-9129-2024-8-3-39-48.
18. Belova Y., Filina A., Chistyakov A. Forecasting the Dynamics of Summer Phytoplankton Species Based on Satellite Data Assimilation Methods. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2024. Vol. 8, no. 4. P. 27–34. (in Russian) DOI: 10.23947/2587-8999-2024-8-4-27-34.
19. Litvinov V., Rudenko N., Gracheva N. Model of a Parallel-Pipeline Computational Process for Solving a System of Grid Equations. *Advanced Engineering Research*. 2023. Vol. 23, no. 3. P. 329–339. (in Russian) DOI: 10.23947/2687-1653-2023-23-3-329-339.
20. Kudinov N., Filina A., Nikitina A., *et al.* Simulation of Vertical Movements of Seawater in Stratified Reservoirs. *Advanced Engineering Research*. 2023. Vol. 23, no. 2. P. 212–224. (in Russian) DOI: 10.23947/2687-1653-2023-23-2-212-224.
21. Gorelkina A., Yakovlev I. Mathematical Gaussian Model for Determining the Spread of Pollutants in Regions with Increased Technogenic Load. *Bulletin of Omsk State Agrarian University*. 2025. No. 1(57). P. 156–165. (in Russian).
22. Belikhov A., Legotin D., Sukhov A. Modern Computer Models of Pollutant Dispersion in the Atmosphere. *Bulletin of the Kostroma State University named after N.A. Nekrasov*. 2013. Vol. 19, no. 1. P. 14–19. (in Russian).
23. Sysoeva E., Gel'manova M. Methods for Calculating the Dispersion of Pollutants in the Urban Atmosphere. *Bulletin of Moscow State University of Civil Engineering*. 2022. No. 8. P. 1027–1045. (in Russian) DOI: 10.22227/1997-0935.2022.8.1027-1045.

24. Sukhinov A., Kuznetsova I. Mathematical Model of Three-Component Suspension Transport. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2023. Vol. 7, no. 3. P. 39–48. (in Russian) DOI: 10.23947/2587-8999-2023-7-3-39-48.
25. Katsnelson B., Petnikov V., Lynch J. *Fundamentals of Shallow Water Acoustics*. Springer Science & Business Media, 2012. 540 p. DOI: 10.1007/978-1-4419-9777-7.
26. Vasil'eva E., Belyakova P., Aleksyuk A., *et al.* Simulating Flash Floods in Small Rivers of the Northern Caucasus with the Use of Data of Automated Hydrometeorological Network. *Water Resources*. 2021. Vol. 48, no. 2. P. 182–193. (in Russian) DOI: 10.1134/S0097807821020160.
27. Lukachev S., Biryuk V., Gorshkalov A. Using Ansys Fluent to Study Gas-Dynamic and Thermal Processes in a Small-Sized Two-Stroke Internal Combustion Engine. *Mechanical Engineering and Computer Technologies*. 2014. No. 12. P. 128–135. (in Russian).
28. Daylyudenko V. Application of the STARCD Software Package for Modeling a Two-Phase Directed Flow in a Limited Region under Various Particle Interaction Regimes. *Computer Science*. 2010. No. 1(25). P. 91–101. (in Russian).
29. Aksenov A. *FlowVision: Industrial Computational Fluid Dynamics*. *Computer Research and Modeling*. 2017. Vol. 9, no. 1. P. 520. (in Russian).
30. Efimov M. Development and Implementation of the Basics of a C# Compiler Using Microsoft Phoenix. *Computer Science, Telecommunications and Management*. 2010. No. 4(103). P. 164–169. (in Russian).
31. Earth Observing System LandViewer Pricing. URL: <http://eos.com/landviewer/account/pricing> (accessed: 11.08.2025).
32. Sukhinov A., Chistyakov A., Protsenko S., Sidoryakina V. Solution of Grid Equations by Symmetrized Adaptive Alternating-Triangular Iterative Method. 2022. Application No. 2022680018 dated 27.10.2022 (in Russian). Certificate of registration of computer program RU 2022681029.
33. Chikin A. The Two-Layer Mathematical Model of the Wind Currents in the Basin with Different Level of Deep. *Mathematical Modeling*. 2009. Vol. 21, no. 12. P. 152–160. (in Russian).
34. Berdnikov S., Selyutin V., Surkov F., Tyutyunov Y. Modeling of Marine Ecosystems: Experience, Modern Approaches, Directions of Development (Review). Part 1: End-To-End Models. *Physical Oceanography*. 2022. Vol. 29, no. 1. P. 98–114. (in Russian) DOI: 10.22449/0233-7584-2022-1-105-122.
35. Panasenko N. Forecasting the State of Coastal Systems Using Mathematical Modeling Based on Satellite Images. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2023. Vol. 7, no. 4. P. 54–65. (in Russian) DOI: 10.23947/2587-8999-2023-7-4-54-65.