

# Краткие сообщения

УДК 519.612, 534.134

## ИССЛЕДОВАНИЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО ПОТОКА И КОНСТРУКЦИИ В МОДЕЛЬНОЙ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКЕ<sup>1</sup>

*Л.Н. Бутымова, В.Я. Модорский*

В данной работе проводится анализ влияния распараллеливания задачи и параметров расчетной сетки на время выполнения задачи по расчету газодинамического потока и напряженно-деформированного состояния конструкции рабочей камеры экспериментальной установки. Разработаны физическая, математическая, твердотельная и сеточная модели отдельно для газодинамической задачи и задачи теории упругости. Обсуждаются некоторые полученные результаты вычислительных экспериментов. Обнаружено, что масштабируемость прочностного расчета ниже, чем при оценке газодинамического процесса. Предварительный анализ показал, что скорость расчета газодинамических процессов повышается при оптимизации процессов распараллеливания и построения сетки. Масштабируемость по оценке напряженно-деформированного состояния конструкции при этом не повышается. При решении связанных задач, применительно к динамическим системам «газ-конструкция» в системе инженерного анализа Ansys возможно, что продолжительность расчета окажется неприемлемой. Для решения такого рода задач, возможно, потребуется разработка новых алгоритмов.

*Ключевые слова:* газодинамический поток, напряженно-деформированное состояние конструкции, экспериментальная установка, вычислительный эксперимент, вибрации, масштабируемость, параметры расчетной сетки, распараллеливание.

### Введение

Аэроупругие явления могут приводить к отказам в работе энергетических установок ракет, самолетов, к разрушению строительных конструкций, трубопроводов различного назначения и т. д. Опасность аэроупругих явлений приводит к непрогнозируемым последствиям, которые можно обнаружить только на этапе создания натурального образца. Многовариантность конкретных реализаций аэроупругих процессов, а также сама сложность эти явлений предполагает необходимость прогноза, который может быть осуществлен с помощью вычислительного эксперимента. Для повышения надежности прогнозирования необходима верификация расчетных методик, но с использованием, возможности физического модельного эксперимента. В то же время недостаточно существующих расчетно-экспериментальных методик. Данная статья описывает процесс создания и использования расчетно-экспериментальных методик оценки колебательных процессов в аэроупругой постановке с использованием Супер ЭВМ.

Цель работы: создание и отработка методики исследования аэроупругих процессов на базе расчетно-экспериментального комплекса с использованием Супер ЭВМ.

---

<sup>1</sup>Статья рекомендована к публикации программным комитетом Международной научной конференции "Параллельные вычислительные технологии – 2014".

Большинство методик исследования аэроупругих явлений используют одно- и двухмерные модели, чаще в стационарной и квазистационарной линейной постановке, и базируются на использовании волнового уравнения. В целом принимается, что развитие колебаний зависит от относительного вклада различных физико-химических процессов, способствующих усилению, либо демпфированию возмущений. Обычно принимается, что газ воздействует на конструкцию, но необходим учет и их взаимовлияния. Кроме того, имеющиеся методики не могут объяснить влияние жесткостных и массовых характеристик, условий закрепления конструкции на колебания давления в ЭУ [1]. Особый интерес представляет поиск механизмов возникновения быстропротекающих колебательных процессов, характерное время которых имеет длительность, соизмеримую со временем распространения возмущения в конструкции.

## 1. Теоретическая часть

### 1.1. Газодинамический расчет

Сформулирована следующая физическая постановка задачи:

– процессы рассматриваются трехмерными динамическими; в качестве рабочего тела выбран воздух, который рассматривается как сжимаемый; стенки модельной камеры непроницаемые, нетеплопроводные; в начальный момент времени модельная камера заполнена воздухом, значение давления для первого варианта равно 0,3 МПа; для второго варианта – 0,1 МПа, температура воздуха – 293 К [2].

Математическая модель движения газа – это система уравнений в частных производных, включающая в себя законы сохранения массы, импульса, энергии и уравнение состояния газа. Математическая модель может быть модифицирована через интерфейс Ansys CFX.

Рассчитываемыми переменными математической модели являются векторные и скалярные поля, разделяемые на независимые и зависимые переменные. Независимые переменные определяются из решения систем уравнений с совокупностью начальных и граничных условий, а зависимые выражаются через них.

Выбранная математическая модель включает в себя следующие соотношения:

– закон сохранения массы

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{V}) = 0$$

– закон сохранения импульса

$$\frac{\partial \rho \vec{V}}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{V} \otimes \vec{V}) = -\nabla P + \nabla \left( (\mu + \mu_t) (\nabla \vec{V} + (\nabla \vec{V})^T) \right)$$

– закон сохранения энергии

$$\frac{\partial(\rho H)}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{V} H) = \frac{\partial P}{\partial t} + \nabla \left( \left( \frac{\lambda}{c_p} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \nabla H \right)$$

где  $t$  – время;  $\rho$  – плотность;  $V$  – скорость;  $P$  – давление;  $\mu$  – динамическая вязкость;  $\mu_t$  – турбулентная динамическая вязкость;  $H$  – энтальпия;  $c_p$  – теплоемкость;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $Pr_t$  – турбулентное число Прандтля.

Используется известная  $k - \varepsilon$  модель турбулентности. Вводятся следующие соотношения:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{V} k) = \nabla \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + \mu_t G - \rho \varepsilon$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \nabla(\rho\vec{V}\varepsilon) = \nabla\left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\nabla\varepsilon\right) + C_1\frac{\varepsilon}{k}\mu_t G - C_2 f_1 \rho \frac{\varepsilon^2}{k}$$

где  $G = D_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j}$ ,  $D_{ij} = S_{ij} - \frac{2}{3}(\nabla \cdot \vec{V} + \frac{\rho k}{\mu_t}) \delta_{ij}$ ,  $S_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}$ ,  $\sigma_k = 1, \sigma_\varepsilon = 1,3$ ,  $C_1 = 1,44$ ,  $C_2 = 1,92$ ,  $f_1 = 1$ ,  $k$  – турбулентная энергия,  $\varepsilon$  – скорость диссипации турбулентной энергии,  $G$  – определяет скорость генерации турбулентной энергии,  $S_{ij}$  – удвоенный тензор скоростей деформации.

Уравнение турбулентной вязкости вычисляется по формуле Колмогорова-Прандтля:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}$$

где  $C_\mu = 0,09$  – константа.

– уравнение состояния

$$P = \rho RT$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная.

Математическая модель замыкается начальными и граничными условиями.

## 1.2. Расчет напряженно-деформированного состояния конструкции

Сформулирована следующая физическая постановка:

– конструкция рассматривается трехмерной; исследуется модельная камера, физико-механические характеристики и геометрические параметры которой, можно изменять; материал модельной камеры – упругий, однородный.

Модальный анализ служит для определения собственных частот и форм колебаний конструкции. Результаты анализа дают возможность установить число форм колебаний и шаг интегрирования по времени, что может обеспечить надежное решение задачи о динамическом поведении системы в неустановившемся режиме.

В программе Ansys Workbench модальный анализ – это решение задачи о свободных (невынужденных), затухающих или незатухающих, колебаниях дискретной системы, которая описывается следующим уравнением движения:

$$[M]\{u''\} + [C]\{u'\} + [K]\{u\} = 0$$

где  $[M]$  – матрица масс;  $[C]$  – матрица демпфирования;  $[K]$  – матрица жесткости;  $\{u''\}$  – вектор узловых ускорений;  $\{u'\}$  – вектор узловых скоростей;  $\{u\}$  – вектор узловых перемещений.

Этому уравнению придается форма, соответствующая задаче о собственных значениях. Для случая незатухающих колебаний (наиболее типичного для модального анализа) пренебрегают слагаемым  $[C]\{u'\}$ , и уравнение приводится к виду

$$([K] - \omega^2[M])\{u\} = 0$$

где  $\omega^2$  – (квадрат собственной частоты) – собственное значение,  $\{u\}$  – собственные формы колебаний, не являющиеся функциями времени.

Допущения при расчете свободных колебаний:

– матрицы  $[K]$  и  $[M]$  являются константами, что означает следующее:  
 – принимается линейное упругое поведение материалов; используется теория малых деформаций, не учитываются нелинейные эффекты; матрица  $[C]$  отсутствует, значит не учитываются эффекты демпфирования; вектор сил  $\{F\}$  отсутствует, значит не рассчитывается возбуждение конструкции внешними силами; закрепление конструкции не является обязательным условием расчета, как в задачах статики; форма свободных коле-

баний вычисляется в относительных единицах и не позволяет определить абсолютные смещения.

Анализ гармонического воздействия используется для определения параметров установившегося движения линейной системы при синусоидальном силовом возбуждении. Этот вид анализа актуален при исследовании влияния нагрузок, меняющихся во времени по гармоническому закону.

Разрешающее уравнение для этого вида анализа представляет собой специальный случай общего уравнения движения, в котором вынуждающая сила  $\{F(t)\}$  является синусоидальной функцией времени с известной амплитудой  $F_0$ , частотой  $\omega$  и фазовым углом  $\varphi$ :

$$\{F(t)\} = \{F_0(\cos(\omega t) + \varphi) + i \sin((\omega t) + \varphi)\}$$

Перемещения меняются синусоидально с частотой  $\omega$ , но не обязаны совпадать по фазе с вынуждающей силой. Нагрузки могут быть в форме узловых сил, начальных перемещений или распределенными по элементу. Для заданной частоты пользователь имеет возможность найти перемещения либо в виде набора амплитуд и фазовых углов, либо в виде реальной и мнимой частей решения.

Для проведения гармонического анализа доступны три метода: полный, редуцированный и метод суперпозиций. Полный метод предполагает использование полных, возможно, несимметричных, матриц  $[K]$ ,  $[M]$  и  $[C]$ . Это делает возможным выполнение некоторых сложных видов гармонического анализа в области акустики, пьезоэлектричества и динамики вращающихся валов. Этот метод анализа является одношаговым. Метод приведения (редуцированный) и метод суперпозиции форм колебаний можно использовать для линейных задач, приводящих к симметричным матрицам. Редуцированный метод основан на сокращении матриц  $[K]$ ,  $[M]$  и  $[C]$  способом приведения Гуаня и дает решение за два шага (решение приведенного уравнения движения и затем повторный проход - шаг расширения решения). Многошаговый метод суперпозиции требует предварительного проведения модального анализа для выполнения следующих шагов решения.

Математическая модель замыкается граничными условиями.

При анализе свободных колебаний механические и тепловые нагрузки задаются. Можно задавать способ закрепления конструкции. Используется фиксированное закрепление модельной камеры – FixedSupport (жесткая заделка). При проведении гармонического анализа приложим циклические перемещения (Displacement) к торцу модельной камеры. Амплитуда равна 1 мкм.

## 2. Проведение вычислительных экспериментов

При подготовке и проведении вычислительного эксперимента использовалась система инженерного анализа Ansys.

Ansys – программный пакет конечно-элементного анализа, решающий задачи в различных областях инженерной деятельности (прочность конструкций, термодинамика, динамика жидкостей и газов, электромагнетизм), включая связанный междисциплинарный анализ.

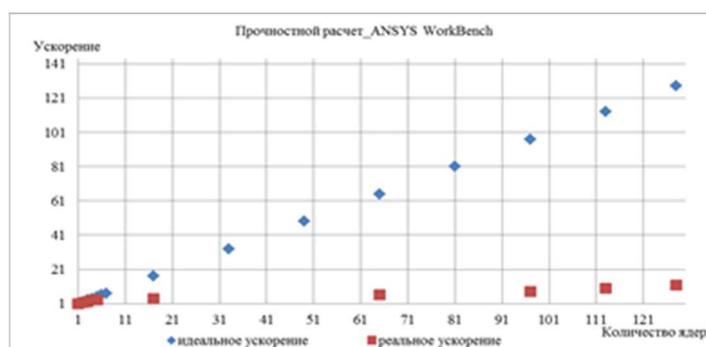
При проведении вычислительных экспериментов использовался кластер Пермского национального исследовательского политехнического университета (ПНИПУ), имеющий следующие технические характеристики:

– 88 вычислительных узлов; 128 четырехядерных процессоров «Barcelona-3» (всего 512 ядер); 48 восьмиядерных процессоров «IntelXeon E5-2680» (всего 384 ядра); пиковая производительность 20 Тфлопс; производительность в тестовом пакете Linpack 78%; объем системы хранения информации 12 ТБ; объем оперативной памяти 128 Гбайт/узел; операционная система Windows HPC Server 2008; 13-е место в рейтинге ТОП-50 в СНГ (по состоянию на 01.09.2008г.).

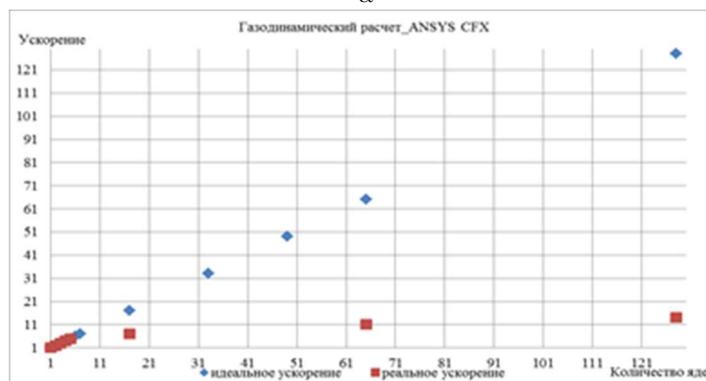
Было получено ускорение (рис. 1), рассчитанное при использовании параллельного алгоритма для  $p$  процессоров, по сравнению с последовательным вариантом выполнения вычислений, определяемое по формуле

$$S_p(n) = T_1(n)/T_p(n),$$

где величина  $n$  используется для параметризации вычислительной сложности решаемой задачи и может пониматься, например, как количество входных данных задачи,  $T_1(n)$  – время последовательного решения задачи на ЭВМ,  $T_p(n)$  – время выполнения алгоритма на  $p$  процессорах.



а



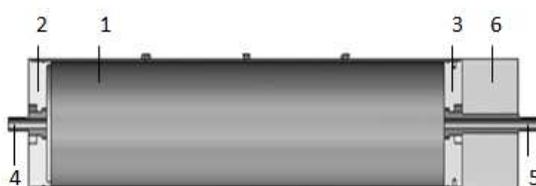
б

**Рис. 1.** Ускорение при использовании параллельного алгоритма:

а – прочностной расчет; б – газодинамический расчет

Проведена проверка сходимости решения на сгущающихся сетках.

Для верификации расчетов междисциплинарных аэроупругих задач была разработана модельная экспериментальная установка (рис.2). Установка состоит из модельной камеры, основания, генератора колебаний, системы регистрации и измерения National Instruments. В качестве чувствительных элементов используются высокочастотные вибродатчики с рабочим диапазоном частот от 0 до 100 кГц и датчики давления, работающие в диапазоне частот от 0 до 40 кГц.



**Рис. 2.** Конструктивная схема экспериментальной установки:

1 – корпус, 2, 3 – крышки, 4, 5 – штуцеры, 6 – сменные элементы

При этом потребовалась реализация следующих этапов проведения физического эксперимента: анализ характерных геометрических размеров исследуемого объекта, физико-механических характеристик материалов, из которых данный объект изготовлен, конструктивных особенностей, значимых с точки зрения колебательных процессов, анализ действующих нагрузок, создание виртуальной модели объекта физического эксперимента, вычислительный эксперимент по оценке собственных и вынужденных колебаний, верификация, анализ результатов вычислительного и физического экспериментов.

### 3. Экспериментальная часть

Для проведения экспериментальных исследований влияния физико-механических характеристик материала конструкции на характеристики резонансных колебаний необходимо было подобрать такие геометрические и массовые характеристики модельной камеры, чтобы был обеспечен резонанс модельной камеры и газовой полости.

Задавались следующие исходные данные:

**Таблица 1**

Исходные данные для вычислительного эксперимента

Материал	Сталь $i = 1$	Титановый сплав $i =$ <b>2</b>	Алюминиевый сплав $i = 3$
Толщина оболочки, $\delta$ , м	0,001	0,001	0,001
Длина оболочки, $L$ , м	1	1	1

В результате расчетов определены  $m_{рез}^i$ :

- для стали ( $i = 1$ ):  $m_{рез}^1 = 24,27$  кг;
- для титанового сплава ( $i = 2$ ):  $m_{рез}^2 = 12,14$  кг;
- для алюминиевого сплава ( $i = 3$ ):  $m_{рез}^3 = 8,5$  кг.

Вместе с тем проведены численные расчеты для труб со следующими характеристиками:

**Таблица 2**

Характеристики модельной камеры

Материал	Сталь $i = 1$	Титановый сплав $i =$ <b>2</b>	Алюминиевый сплав $i = 3$
Толщина оболочки, $\delta$ , м	0,001	0,001	0,001
Длина оболочки, $L$ , м	1	1	1

В результате численных расчетов в Ansys Workbench определены  $f_{рез}^i$ :

для стали ( $i = 1$ ):  $f_{рез}^1 = 367$  Гц;

для титанового сплава ( $i = 2$ ):  $f_{рез}^2 = 333$  Гц;

для алюминиевого сплава ( $i = 3$ ):  $f_{рез}^3 = 350$  Гц.

Физический эксперимент показал следующие результаты:

- для корпуса из алюминия резонансная частота для конструкции находится в пределах от 250 Гц до 350 Гц, а для газа от 200 Гц до 400 Гц;
- для корпуса из латуни резонансная частота для конструкции находится в пределах от 350 Гц до 550 Гц, а для газа от 200 Гц до 400 Гц;
- для корпуса из меди резонансная частота для конструкции находится в пределах от 700 Гц до 850 Гц, а для газа от 200 Гц до 350 Гц;
- для корпуса из стали с толщиной стенки 0,5 мм резонансная частота для конструкции находится в пределах от 700 Гц до 900 Гц, а для газа от 200 Гц до 350 Гц [3].

## Заключение

1. Принят и реализован комплексный подход к вычислительному моделированию работы экспериментальной установки: исследованы как газодинамические процессы, так и напряженно-деформированное состояние конструкции.

2. Разработаны физическая и математическая постановки и 3D модели рабочей камеры экспериментальной установки для оценки газодинамических параметров и компонент и оценке напряженно-деформированного состояния вычислительного эксперимента в системе инженерного анализа Ansys.

3. Подготовлены и проведены газодинамические и прочностные вычислительные эксперименты, в ходе которых рассмотрены переходные процессы в модельной камере для нескольких вариантов ее исполнения.

4. Проведен анализ собственных и вынужденных колебаний модельной камеры. Определены формы и частоты собственных колебаний конструкции. Определены формы, амплитуды и частоты вынужденных колебаний.

5. В ходе анализа напряженно-деформированного состояния конструкции модельной камеры получены поля перемещений, деформации и напряжений.

6. Разработана конфигурация системы измерения и регистрации экспериментальной установки с использованием оборудования фирмы National Instruments и программного обеспечения LabVIEW.

7. Подготовлены и проведены физические эксперименты, в ходе которых подтверждена работоспособность основных элементов экспериментальной установки; проведено исследование сигналов вибродатчиков, датчиков давления, установленных вдоль образующей модельной камеры; выявлено резонансное взаимодействие корпуса установки и газовой полости на частоте около 300 Гц.

8. Обнаружено, что масштабируемость прочностного расчета ниже, чем при оценке газодинамического процесса. Предварительный анализ показал, что скорость расчета газодинамических процессов повышается при оптимизации процессов распараллеливания и построения сетки. Масштабируемость по оценке напряженно-деформированного состояния конструкции при этом не повышается. При решении связанных задач, применительно к динамическим системам «газ-конструкция» в системе инженерного анализа Ansys возможно, что продолжительность расчета окажется неприемлемой. Для решения такого рода задач, возможно, потребуется разработка новых алгоритмов.

## Литература

1. Модорский В.Я., Соколкин Ю.В. Газоупругие процессы в энергетических установках. / Под ред. Ю.В. Соколкина. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 176 с.
2. Бутымова Л.Н., Модорский В.Я., Соколкин Ю.В. Разработка экспериментальной установки и исследование влияния материала корпуса на резонансные частоты в системе «газ-конструкция» // Научно-технический вестник Поволжья. — 2013. — № 6. — С. 197–200.
3. Бутымова Л.Н., Модорский В.Я. Исследование колебательных процессов на резонансных режимах в модельной установке // Научно-технический вестник Поволжья. — 2013. — № 6. — С. 193–196.

Бутымова Лилия Николаевна, программист Центра высокопроизводительных вычислительных систем, Пермский национальный исследовательский политехнический университет (Пермь, Российская Федерация), liliya85@gmail.com.

Модорский Владимир Яковлевич, д.т.н., профессор кафедры «Механика композиционных материалов и конструкций», директор Центра высокопроизводительных вычислительных систем Пермский национальный исследовательский политехнический университет (Пермь, Российская Федерация), modorsky@pstu.ru

*Поступила в редакцию 11 апреля 2014 г.*

---

*Bulletin of the South Ural State University  
Series "Computational Mathematics and Software Engineering"  
2014, vol. 3, no. 2, pp. 92–100*

---

## INVESTIGATION OF GAS DYNAMIC FLOW AND STRUCTURE IN EXPERIMENTAL EQUIPMENT

*L.N. Butymova*, Perm National Research Polytechnic University  
(Perm, Russian Federation),

*V.Ya. Modorsky*, Perm National Research Polytechnic University  
(Perm, Russian Federation)

This paper have analyzes the influence of parallelization and computational grid parameters on execution time analysis of gas-dynamic flow and stress-strain state of the structure in the experimental equipment. It discusses some results of computational experiments. Physical, mathematical, and solid-state grid models were developed separately for gas dynamic tasks and tasks the theory of elasticity. The some results discuss of computational experiments. It is found that the strength's calculation's scalability lower than gas flow's process in the evaluation. Preliminary analysis has shown that the velocity of gas-dynamic processes of calculation raises at parallelization process optimization and constructing the mesh. Scalability is not increased the evaluation of stress-strain state of the structure. Possible that duration of the calculation will be unacceptable at the decision of related the tasks in relation to dynamical systems "gas-construction" in the system engineering analysis Ansys. For solving this kind of tasks may need to develop new algorithms.

*Keywords: gas dynamic flow, stress-strain state of the structure, the experimental equipment, computational experiment, vibration, scalability, parameters of the computational grid, paralleling.*

## References

1. Modorsky V.Ya, Sokolkin Y.V. Gas–Elasticity processes in power plants. / Ed. Y. Sokolkin.—M.: FIZMATLIT, 2007. — S. 176.
2. Butymova L.N., Modorsky V.Ya., Sokolkin Y.V. Development the experimental equipment and research influence of the material properties on the resonant frequencies in the system «gas–construction» // Scientific and Technical Bulletin of the Volga region. — 2013. — № 6. —P. 197–200.
3. Butymova L.N., Modorsky V.Ya. Research of oscillatory processes in resonance modes in the model construction // Scientific and Technical Bulletin of the Volga region. — 2013. — № 6. —P. 193–196.

*Received 11 April 2014.*