УДК 519.816 DOI: 10.14529/cmse160106

АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА КОЛЛЕКТИВНОГО ПОВЕДЕНИЯ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ

В.И. Ухоботов, Е.С. Михайлова

В предлагаемой работе рассматривается простейший механизм поведения коллектива как совокупность индивидуумов, каждый из которых, принимая решения по фиксированному вопросу, руководствуется как личным отношением к рассматриваемой проблеме, так и оценкой отношения других членов коллектива к данному вопросу. Например, индивидуум может решать: заниматься ли ему данным родом деятельности, вступать ли в данную общественную организацию, участвовать ли в данном мероприятии, голосовать ли за данное предложение и т.д. Во всех этих случаях индивидууму предстоит решать в сущности одну проблему: перейти ему в некоторое данное состояние или нет. Личное отношение каждого индивидуума к рассматриваемой проблеме и оценка им отношения других членов коллектива к данному вопросу носят неточный, расплывчатый характер. В статье принят подход, когда эта неточность рассматривается в рамках теории нечетких множеств и операций с ними. Исследуется поведение некоторых типов коллективов.

Ключевые слова: нечеткое множество, коллектив, лидер.

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Ухоботов В.И., Михайлова Е.С. Анализ механизма коллективного поведения на основе нечеткой логики // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2016. Т. 5, № 1. С. 63–68. DOI: 10.14529/cmse160106.

Введение

Для целого класса экономических и социальных задач информация о присутствующих в них параметрах и переменных носит нечеткий характер. Поэтому для их описания используются нечеткие множества. Получаемое нечеткое решение для таких задач дает возможность изначально учитывать неполноту и неточность исходных данных. Нужно отметить, что с момента публикации Л.А.Заде своей работы по нечетким множествам [1] вышло большое количество работ, в которых рассматривались математические модели исследуемых явлений из разных областей знаний в рамках теории нечетких множеств (см., например, [2–9]). Целью работы является исследование поведения коллектива индивидуумов, каждый из которых может перейти или нет в заданное состояние, при этом он руководствуется как личным отношением, так и проведенной им оценкой отношений других членов коллектива.

Статья состоит из двух частей. В первой части производится описание математической модели. Во второй части проводится анализ поведения коллектива в случае наличия или отсутствия в нем лидера.

1. Описание модели

Считаем, что перед каждым j-м индивидуумом, $j = \overline{1, N}$ стоит вопрос — перейти ему в некоторое состояние или нет [10]. Из газет, радио, из результатов опросов общественного мнения и из других источников информации у него складывается убеждение о доле $\delta_j \in [0, 1]$ членов коллектива , без него самого, которые готовы перейти в рассматриваемое состояние.

Допустим, что имеется K источников информации о переходе в заданное состояние, каждый из которых воздействует на каждого j-го индивидуума. Назовем источник информации «хорошим» для j-го индивидуума, если он убеждает его перейти в заданное состояние.

Обозначим через K_j число «хороших» для j-го индивидуума источников информации. Тогда в качестве числовой меры готовности j-го индивидуума перейти в заданное состояние можно принять величину

$$p_j = \frac{K_j}{K}. \tag{1}$$

Замечание 1. Поскольку один и тот же источник информации может быть «хорошим» для нескольких индивидуумов, то, вообще говоря,

$$\sum_{j=1}^{N} p_j = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{N} K_j \neq 1.$$

Каждый j-й индивидуум оценивает число других индивидуумов, готовых перейти в заданное состояние. Число «хороших» для всех индивидуумов без j-го источников информации равно

$$\sum_{i\neq j} K_i = K_1 + \dots + K_{j-1} + K_{j+1} + \dots + K_N,$$

а общее число всех источников информации для них равно $(N-1)K$. Поэтому в качестве меры $q_j \in [0,1]$ доли членов коллектива без j-го, которые готовы перейти в рассматриваемое состояние, можно принять величину

$$q_j = \frac{1}{(N-1)K}\sum_{i\neq j} K_i = \frac{1}{N-1}\sum_{i\neq j} p_i, j = \overline{1,N} \tag{2}$$

В качестве меры доли числа всех индивидуумов, готовых перейти в заданное состояние, можно принять число

$$m = \frac{1}{NK}\sum_{i=1}^{N} K_i = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} p_i. \tag{3}$$

В зависимости от субъективного отношения j-го индивидуума к вопросу о переходе его в заданное состояние тот или иной источник информации может или нет убеждать его переходить в заданное состояние. Считаем, что субъективное отношение j-го индивидуума характеризуется числом $a_j \in [0,1], j = \overline{1,N}$.

Обозначим через x_j — j-го индивидуума и рассмотрим нечеткие множества [9]

$$A = (x_1|a_1), \dots, (x_N|a_N), Q = (x_1|q_1), \dots, (x_N|q_N), P = (x_1|p_1), \dots, (x_N|p_N).$$

Нечеткое множество A характеризует готовность индивидуумов принять пропаганду за счет их субъективного отношения к вопросу о переходе в заданное состояние; нечеткое множество Q определяется зависимостью индивидуумов от поведения оставшихся членов; нечеткое множество P характеризует готовность индивидуумов перейти в заданное состояние.

Нечеткое множество P зависит от нечетких множеств A и Q. Эту зависимость зададим в виде объединения

$$P = A \vee Q.$$

Эта зависимость означает, что [9]

$$p_j = \max(a_j; q_j), j = \overline{1, N} \tag{4}$$

2. Анализ модели

Из формул (3) и (4) получим, что

$$m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \max(a_i; q_i). \tag{5}$$

Далее из формул (2) и (3) следует, что

$$q_j = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1} p_i - \frac{1}{N-1} p_j = \frac{N}{N-1} m - \frac{1}{N-1} p_j$$

Подставим сюда формулу (4). Получим

$$q_j = \frac{N}{N-1} m - \frac{1}{N-1} \max(a_j; q_j), j = \overline{1, N} \tag{6}$$

Случай абсолютно зависимого коллектива. Это значит, что $a_j = 0, j = \overline{1, N}$. Тогда из (5) и (6) получим, что

$$m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} q_i,$$

$$q_j = \frac{N}{N-1} m - \frac{1}{N-1} q_j, j = \overline{1, N}$$

Отсюда следует, что $q_j = m, j = \overline{1, N}$, а число m может принимать любое значение на отрезке $[0, 1]$.

Рассмотренный случай характеризует полную зависимость индивидуумов от внешнего воздействия. Такой коллектив абсолютно неориентирован и его состояние не определено до тех пор, пока не появится лидер.

Случай одного лидера в абсолютно зависимом коллективе.

Это значит, что, например, $a_1 = 1$, а все остальные $a_j = 0, j = \overline{2, N}$. Тогда из формул (5) и (6) получим, что

$$m = \frac{1}{N} \left(1 + \sum_{i=2}^{N} q_i \right),$$

$$q_1 = \frac{N}{N-1} m - \frac{1}{N-1},$$

$$q_j = \frac{N}{N-1} m - \frac{1}{N-1} q_j, j = \overline{2, N}.$$

Отсюда следует, что $m = 1$ и $q_i = 1, i = \overline{1, N}$.

Таким образом, абсолютно зависимый коллектив является абсолютно управляемым. Лидер может привести его в нужное состояние.

Рассмотрим случай, когда в абсолютно зависимом коллективе ($a_j = 0, j = \overline{3, N}$), наряду с лидером ($a_1 = 1$) имеется еще индивидуум, у которого $0 < a_2 \leq 1$. Тогда из (5) и (6) получим, что

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{N}\left(1 + max(a_2; q_2) + \sum_{i=3}^{N} q_j\right), \\ q_2 &= \frac{N}{N-1}m - \frac{1}{N-1}max(a_2; q_2), \\ q_j &= \frac{N}{N-1}m - \frac{1}{N-1}q_j, j = \overline{3, N}. \end{aligned} \tag{7}$$

Отсюда следует, что $q_j = m, j = \overline{3, N}$ и

$$m = \frac{1}{2}\left(1 + max(a_2; q_2)\right). \tag{8}$$

Случай 1. Пусть $q_2 \leq a_2$. Тогда из (7) и (8) получим, что

$$m = \frac{1 + a_2}{2};$$
$$q_2 = \frac{N}{2(N-1)}(1 + a_2) - \frac{1}{N-1}a_2 = \frac{N + (N-2)a_2}{2(N-1)}$$

Поэтому рассматриваемый случай $q_2 \leq a_2$ возможен, если

$$N + (N-2)a_2 \leq 2(N-1)a_2 \Leftrightarrow a_2 = 1.$$

Следовательно, $m = 1$.

Случай 2. Пусть $a_2 < q_2$. Тогда из (7) и (8) имеем, что $q_2 = m$ и $m = 1$.

Заключение

В работе построена и рассмотрена простейшая модель коллективного поведения на основании нечеткой логики. Выделен случай абсолютно зависимого коллектива, который характеризуется полной зависимостью от внешнего воздействия. Также рассмотрен случай одного лидера в абсолютно зависимом коллективе. Показано, что в абсолютно зависимом коллективе доля числа всех индивидуумов, готовых перейти в заданное состояние, равняется единице.

С использованием результатов, полученных в данной работе, планируется рассмотреть случаи, когда коллектив содержит более двух лидеров.

Литература

1. Заде Л.А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. М.: Мир, 1976. 165 с.

2. Алтунин А.Е., Семухин М.В. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях. Тюмень: Изд-во Тюмен. гос. ун-та, 2002. 265 с.

3. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств. М.: Радио и связь, 1982. 432 с.

4. Кудинов Ю.И. Нечеткие модели вывода в экспертных системах // Техническая кибернетика. 1997. № 5. С. 13–29

5. Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1981. 208 с.

6. Танака Х., Цукияма Г., Асаи К. Модель нечеткой системы, основанной на логической структуре // Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения. Пер. с англ. / Под редакцией Р.Р. Ягера. М.: Радио и связь, 1986. С. 186–199.

7. Тэрано Т. Прикладные нечеткие системы. М.: Мир, 1993. 368 с.

8. Cox E. Fuzzy Modeling and Genetic Algorithms for Data Mining and Exploration. Morgan Kaufmann Pub., 2005. 540 p.

9. Ухоботов В.И. Избранные главы теории нечетких множеств: учебное пособие. Челябинск: Изд-во Челяб. гос. ун-та, 2011. 245 с.

10. Краснощеков П.С. Некоторые результаты математического моделирования одного механизма коллективного поведения. Социология. 4М. № 3-4. 1993. С. 65–83.

Ухоботов Виктор Иванович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой теории управления и оптимизации, Челябинский государственный университет (Челябинск, Российская Федерация), ukh@csu.ru

Михайлова Екатерина Сергеевна, аспирант, кафедра теории управления и оптимизации, Челябинский государственный университет (Челябинск, Российская Федерация), mihailova.katherine@gmail.com

Поступила в редакцию 7 июля 2015 г.

Bulletin of the South Ural State University
Series "Computational Mathematics and Software Engineering"
2016, vol. 5, no. 1, pp. 63–68

DOI: 10.14529/cmse160106

THE ANALYSIS OF THE MECHANISM OF COLLECTIVE BEHAVIOUR BASED ON FUZZY LOGIC

V.I. Ukhobotov, Chelyabinsk State University, Chelyabinsk, Russian Federation
E.S. Mihailova, Chelyabinsk State University, Chelyabinsk, Russian Federation

In this paper an elementary mechanism of collective behaviour has been examined. This collective is considered as number of persons. Each member of the group makes a certain decision based on his own relation and the relations of other members. For instance, whether to engage in certain activity, whether to join to public organisation, whether to participate in the arrangements, to vote affirmatively etc. These cases can be united into one: the person should decide whether to go into certain state. Personal opinion of each member of the group and opinions of other members according to the problem can be inaccurate or fuzzy. In this paper this fuzziness is considered according the theory of fuzzy sets and modeling. The behaviour of several types of collectives is researched.

Keywords: fuzzy set, collective behaviour, leader.

FOR CITATION

Ukhobotov V.I., Mihailova E.S. The Analysis of the Mechanism of Collective Behaviour Based on Fuzzy Logic. Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering. 2016. vol. 5, no. 1. pp. 63–68. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse160106.

References

1. Zadeh L.A. The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning. New York, American Elsevier Publishing Company, 1973. 161 p.
2. Altunin A.E., Semuhin M. B. *Modeli i alroritmy prinyatiya reshenii v nechetkih usloviyah* [Models and Algorithms in Decision Making in Fuzzy Conditions]. Tyumen, Publishing of the Tyumen State University, 2002. 265 p.(in Russian)
3. Kaufmann A. *Vvedenie v teoriyu nechetkih mnozhestv* [Introducing to the fuzzy sets theory]. Moscow, Radio i svyaz, 1982. 432 p. (in Russian)
4. Kudinov Yu.I. Nechetkie modeli vyvoda v ekspertnyh sistemah [Fuzzy Models of Output in Expert Systems]. *Tekhnicheskaya kibernetika* [The engineering cybernetics]. 1997. no 5. pp. 75–83. (in Russian)
5. Orlovskii S.A. *Problemy pinyatiya reshenii pri nechetkoi ishodnoi informasii* [The Problems of Decision Making in a Basic Fuzzy Information]. Moscow, Nauka, Gl. red. phys.-math. lit., 1981. 208 p. (in Russian)
6. Tanaka H., Uejima S., Asai K. Linear Regression Analysis with Fuzzy Model. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. 1982. vol. 12. pp. 903–907.
7. Terano T. Applied Fuzzy Systems. Academic Press, 1989. 314 p.
8. Cox E. Fuzzy Modeling and Genetic Algorithms for Data Mining and Exploration. Morgan Kaufmann Pub., 2005. 540 p.
9. Ukhobotov V.I. *Izbrannye glavy teorii nechetkix mnozhestv: uchebnoe posobie* [The Selected Chapters of the Theory of Fuzzy Sets: study guide]. Chelyabinsk, Publishing of Chelyabinsk State University, 2011. 245 p. (in Russian)
10. Krasnoschekov P.S. *Nekotorye resul'taty matematicheskogo modelirovaniya odnogo mekhanisma kollektivnogo povedeniya* [Some results of mathematical modeling of one mechanism of collective behaviour]. Sociology, 1993. no 3-4. pp. 65–83. (in Russian)

Received July 7, 2015.