

## ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ РЕЗЕРВЫ «СПЛЮЩЕННЫХ» СИСТЕМНЫХ СЕТЕЙ<sup>1</sup>

М.Ф. Каравай, В.С. Подлазов

Рассматривается метод изменения топологии 2-шаговой системной сети «сплющенная бабочка» (*Flattened Butterfly*), обеспечивающий уменьшение размеров составляющих ее коммутаторов и, как следствие, уменьшение схемной сложности и энергопотребления при сохранении числа абонентов (процессоров), диаметра сети и коммутационных свойств. При сохранении размеров коммутаторов предлагаемый метод позволяет существенно увеличить число абонентов при сохранении диаметра сети.

*Ключевые слова:* системные сети, сплющенные сети, полные графы, квазитолные графы и орграфы, обобщенные сети Клоза, сложность и энергопотребление, число абонентов, диаметр, коммутационные свойства.

### ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Каравай М.Ф., Подлазов В.С. Топологические резервы «сплющенных» системных сетей // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2016. Т. 5, № 2. С. 84–94. DOI: 10.14529/cmse160207.

### Введение

Сеть *Flattened Butterfly* с  $n$  шагами ( $FBn$ ) [1] считается перспективной для создания плоских (однокаскадных) системных сетей на базе больших многопортовых коммутаторов-маршрутизаторов. Эта сеть получается «сплющиванием»  $n$ -каскадной  $k$ -ичной бабочки в плоскую сеть, при котором все коммутаторы с одинаковыми номерами в разных каскадах бабочки объединяются в один из расширенных коммутаторов  $FBn$ , а симплексные каналы между каскадами бабочки становятся дуплексными каналами между разными расширенными коммутаторами.

Общее число абонентов (процессоров), объединяемых  $FBn$ , составляет величину  $N=k^n$ , а ее диаметр (число скачков по сети между абонентами) — величину  $D=n$ . Сеть  $FBn$  состоит из  $M=N/k=k^{n-1}$  расширенных коммутаторов, каждый из которых состоит из  $n$  коммутаторов  $k \times k$  и имеет  $m=n(k-1)+1$  дуплексных портов. Из них  $k$  портов используются для подсоединения  $k$  абонентов и  $(n-1)(k-1)$  порт — для связи прямыми дуплексными каналами с другими коммутаторами сети. Поэтому число сетевых дуплексных каналов в  $FBn$  составляет величину  $R=(n-1)(k-1)N/k$ .

Принято считать, что сложность  $s$  и энергопотребление  $w$  коммутатора пропорциональны квадрату числа портов, поэтому сложность и энергопотребление расширенного коммутатора составляет величины  $s=b(n(n-1)+1)k^2$  и  $w=c(n(n-1)+1)k^2$ . Тогда сложность  $S$  сети  $FBn$  задается как  $S=b(n(n-1)+1)k^2N/k=b(n(n-1)+1)k^{n+1}=b(n(n-1)+1)N^{(n+1)/n}$ . Аналогично, для энергопотребления —  $W=c b(n(n-1)+1)N^{(n+1)/n}$ .

К современным системным сетям предъявляется требование минимизации диаметра. Этому требованию удовлетворяет сеть  $FB2$ . Обратим внимание на то, что она имеет топологию полного графа (рис. 1). В ней величины  $S$  и  $W$  задаются как  $S=b3k^2N/k=3bk^3$  и

<sup>1</sup>Статья рекомендована к публикации программным комитетом Международной конференции «Суперкомпьютерные дни в России – 2015».

$W=3ck^3$ , т.е. величинами пропорциональными кубу числа портов отдельного коммутатора. Поэтому уменьшение числа портов коммутаторов (даже при некотором увеличении их числа) может понизить сложность и энергопотребление сети *FB2*.

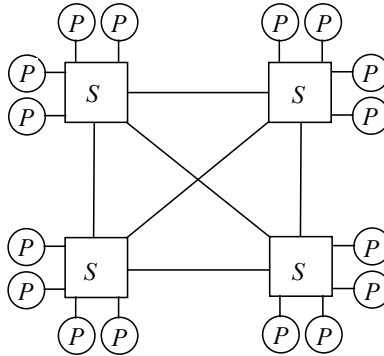


Рис. 1. Исходная сеть *FB2* при  $k=4$  ( $N=16$  и  $m=7$ )

В результате мы приходим к следующей постановке задачи для сети *FB2*, как сети с наименьшим диаметром. Практически не изменяя число абонентов сети  $N$ , число каналов  $R$  и диаметр  $D$ , требуется уменьшить сложность  $S$  и энергопотребление  $W$  сети за счет изменения ее топологии, при котором имеет место уменьшение числа портов отдельных коммутаторов. Двойственной постановкой является требование увеличить число абонентов сети, не меняя ее сложности и коммутационных возможностей.

Возможность такой постановки задачи открывает разработка [2, 3] сетей с прямыми каналами, имеющих топологию квазиполных графов и орграфов, которые позволяют эффективно заменять в топологии сети полный граф с числом узлов  $N=k$  на квазиполный граф с числом узлов  $N^*=k^*(k^*-1)/\sigma-1$  (где  $\sigma$  — число независимых прямых каналов между любыми двумя узлами) или квазиполный орграф с  $N^*=(k^*)^2$  (только с одним прямым каналом  $\sigma=1$ ). В случае  $N=N^*$  это приводит к уменьшению степени узлов от  $k$  до  $k^* \approx (\sigma m)^{1/2}$ . При схемной реализации степень узла задает число его портов.

Обоснованность такой постановки подтверждается тем, что сеть с топологией квазиполного графа или орграфа является неблокируемой при самомаршрутизации пакетов каждым источником. Это означает, что она равносильна сети с топологией полного графа на произвольных перестановках пакетов и близка к ней на случайном равномерном трафике между абонентами [4]. Последний вид трафика и имеет место между коммутаторами в *FB2*.

Дело в том, что сеть *FBn* наследует коммутационные свойства сети  $n$ -каскадная  $k$ -ичная бабочка. Поэтому сеть *FBn* не является ни неблокируемой, ни даже перестраиваемой, имеет только один путь между любыми двумя процессорами и, как следствие, не обеспечивает равных задержек передачи разным абонентам. Для преодоления этого недостатка приходится использовать специальные алгоритмы маршрутизации, которые и приводят к равномерной рандомизации трафика между коммутаторами. Эти алгоритмы снижают пропускную способность сети до двух раз или аналогично повышают ее эффективный диаметр (реальные задержки передачи) [1].

Статья имеет следующую структуру. Раздел 1 содержит основные понятия, используемые для описания топологии предлагаемой сплюсненной сети. Эта топология задается квазиполными графами и орграфами. В разделе 1 приводится краткий обзор свойств и характеристик сетей с рассматриваемой топологией. В разделе 2 рассматривается мо-

дификация сети сплюснутая бабочка за счет замены полного графа на распределенный полный коммутатор и рассматриваются ее свойства и характеристики. В разделе 3 рассматривается обобщенная многокаскадная сеть, получаемая из распределенного коммутатора, и строится новая сплюснутая сеть, полученная сплюсчиванием обобщенной сети минимального диаметра. Здесь же сравниваются характеристики сплюснутых сетей минимального диаметра — «сплюснутой бабочки» и сплюснутой обобщенной сети. В заключении подводятся итоги проведенного исследования.

### 1. Квазиполные графы и орграфы

Квазиполный граф  $QFG(M^*, k^*, \sigma^*)$  — это однородный двудольный граф, каждую долю которого составляют  $M^*$  узлов степени  $k^*$ . Значение  $k^*$  выбирается минимальным, при котором любые два узла в одной доле связаны  $\sigma^* \leq k^*$  прямыми путями длины 2 через разные узлы в другой доле. Если такой граф существует, то его параметры связаны соотношением  $M^* = k^*(k^* - 1) / \sigma^* + 1$ . На рис. 2 представлена сеть с топологией квазиполного графа  $QFG(7, 4, 2)$ , т.е. с двумя путями между узлами одной доли.

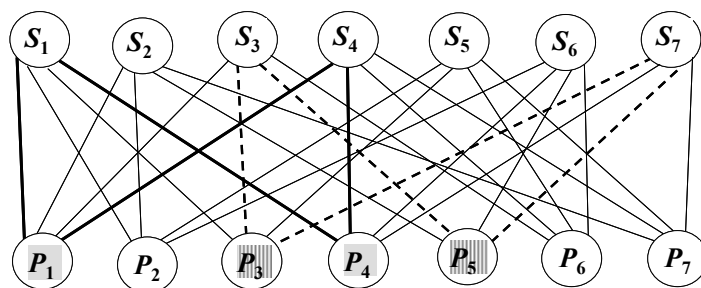


Рис. 2. Сеть с топологией квазиполного графа  $QFG(7, 4, 2)$

Квазиполные графы изоморфны симметричным блок-схемам, исследуемым в комбинаторике [2, 3]. Их построение сводится к построению соответствующих блок-схем, и осуществляется обычно комбинаторными методами, являющимися  $NP$ -сложными по  $k^*$ .

При схемной реализации узлы одной доли — это абоненты с  $k^*$  дуплексными портами, а узлы другой доли — это полные коммутаторы  $k^* \times k^*$  с  $k^*$  дуплексными портами. Таблицей инцидентности квазиполного графа является симметричная блок-схема  $B(M^*, k^*, \sigma^*)$ , которую задает табл. 1 для графа  $QFG(7, 4, 2)$ .

Эта таблица задает схему межсоединений узлов разных долей в сети. Первая колонка задает коммутаторы, а строки — номера подсоединенных к ним абонентов.

Таблица 1

Межсоединения в  $QFG(7, 4, 2)$

Блоки $4 \times 4$	$B(7, 4, 2)$ $QFG(7, 4, 2)$			
1	1	2	3	4
2	1	2	5	7
3	1	3	5	6
4	1	4	6	7
5	2	3	6	7
6	2	4	5	6
7	3	4	5	7

Нахождение прямого пути между любыми двумя абонентами сводится к нахождению номеров выходных портов абонентов и коммутаторов, однозначно задающих этот путь. Прокладка прямого канала — это просто передача короткого пакета-зонда по выбранному пути с подтверждением его приема.

Основные коммутационные свойства сети с топологией квазиполного графа состоят в следующем [2, 3]. Во-первых, это сеть с прямыми каналами. Во-вторых, эти каналы находятся и строятся путем самомаршрутизации. В-третьих, эта сеть является неблокируемой, т.е. обеспечивает бесконфликтную реализацию любой перестановки пакетов данных между абонентами, т.е. равносильна сети с топологией полного графа. В-четвертых, эта сеть является  $(\sigma^*-1)$ -отказоустойчивой по каналам, т.е. отказ  $(\sigma^*-1)$ -го канала у любых абонентов сохраняет первые три свойства. Более того, они сохраняются и при отказе любых  $(\sigma^*-1)$ -го коммутаторов.

Квазиполный орграф определяется только при  $\sigma^*=1$  и для направленных дуг. Квазиполный орграф  $QFDG(M^*, k^*)$  — это однородный двудольный граф, каждую долю которого составляют  $M^*$  узлов степени  $k^*$ . Значение  $k^*$  выбирается минимальным, при котором любые два узла в одной доле связаны прямыми путями длины 2 через разные узлы в другой доле.

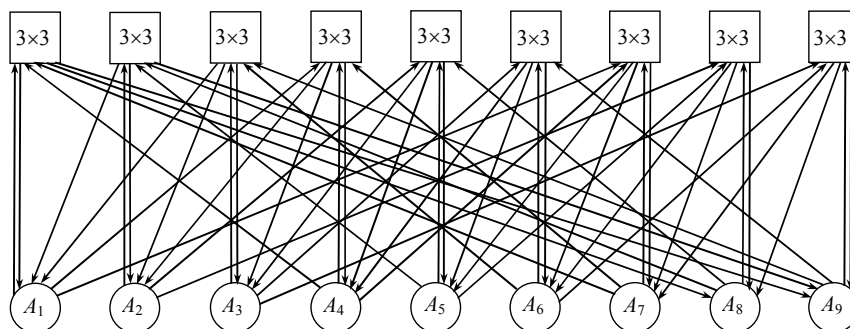


Рис. 3. Квазиполный орграф  $QFDG(9, 3)$ , полученный из 2-мерного 3-ичного мультикольца [3]

Такой орграф всегда существует, и его параметры связаны соотношением  $M^*=(k^*)^2$ . На рис. 3 и рис. 4 даны примеры разных квазиполных орграфов  $QFDG(9, 3)$ . В этих орграфах схемы межсоединений задают табл. 2 и табл. 3 соответственно.

Таблица 2

Межсоединения в квазиполном орграфе по рис. 3

Коммутаторы 3×3	Дуги от абонентов			Дуги к абонентам		
	1	2	3	1	2	3
1	1	9	8	1	4	7
2	2	1	9	2	5	8
3	3	2	1	3	6	9
4	4	3	2	4	7	1
5	5	4	3	5	8	2
6	6	5	4	6	9	3
7	7	6	5	7	1	4
8	8	7	6	8	2	5
9	9	8	7	9	3	6

В общем случае при произвольном  $k^*$  на пересечении  $i$ -ой строки ( $1 \leq i \leq M^*$ ) и  $j$ -го столбца ( $1 \leq j \leq k^*$ ) в левой части таблицы содержится номер  $(i-j) \bmod (M^*+1)$ , а в правой — номер  $[i+(j-1)k^*] \bmod (M^*+1)$ .

При произвольном  $k^*$  на пересечении  $i$ -й строки ( $1 \leq i \leq M^*$ ) и  $j$ -го столбца ( $1 \leq j \leq k^*$ ) в левой части таблицы содержится номер  $\lfloor i/k^* \rfloor k^* + j$ , а в правой — номер  $(i) \bmod (k^*+1) + (j-1)k^*$ .

Заметим специально, что при схемной реализации квазиполного орграфа встречные пути между каждой парой абонентов на участке абонент-коммутатор задаются парой встречных симплексных каналов, которые могут быть подсоединены к разным коммутаторам и могут не образовывать дуплексных каналов. Поэтому далее в работе связи между абонентами и коммутаторами для квазиполного графа подсчитываются в числе дуплексных каналов, а для квазиполного орграфа — в числе пар встречных симплексных каналов.

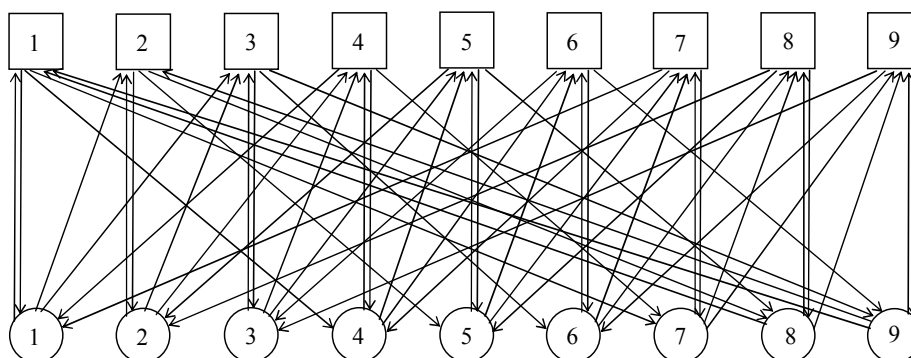


Рис. 4. Квазиполный оргграф  $QFDG(9, 3)$ , полученный из 2-мерного 3-ичного обобщенного гиперкуба

Таблица 3

Межсоединения в квазиполном орграфе по Рис. 4

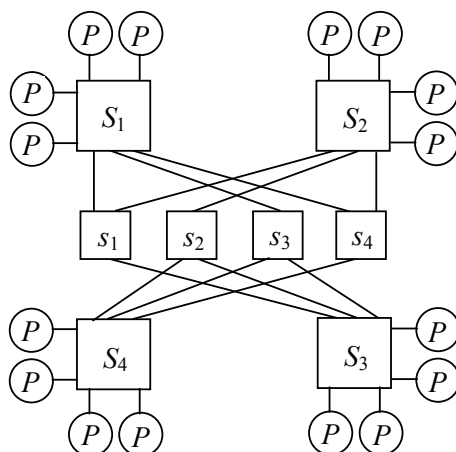
Коммутаторы $3 \times 3$	Дуги от абонентов			Дуги к абонентам		
	1	2	3	1	4	7
1	1	2	3	1	4	7
2	1	2	3	2	5	8
3	1	2	3	3	6	9
4	4	5	6	1	4	7
5	4	5	6	2	5	8
6	4	5	6	3	6	9
7	7	8	9	1	4	7
8	7	8	9	2	5	8
9	7	8	9	3	6	9

## 2. Предлагаемое решение

Сначала рассмотрим вариант изменения топологии для сети  $FB2$ , сложность и энергопотребление которой составляют величины  $S=3bN^{3/2}$  и  $W=3cN^{3/2}$ . Для этого расширим  $FB2$ , заменив в ней полный граф на квазиполный граф или оргграф, в котором расширенные коммутаторы  $FB2$  являются абонентами (рис. 5). Расширенную сеть  $FB2$  будем обозначать как  $EB2$ .

В  $EB2$  к каждому расширенному коммутатору с  $m^*=2k^*-1$  дуплексными портами добавляется вторичный коммутатор с  $k^*-1$  портами. Каналы между расширенными и вторичными коммутаторами прокладываются согласно таблицам межсоединений в квазиполном графе или орграфе [3]. На рис. 5 используется квазиполный граф (рис. 2), который обеспечивает два прямых пути между любыми двумя первичными коммутаторами.

Любые два расширенных коммутатора в  $EB2$  связаны через один вторичный коммутатор, поэтому формально диаметр  $EB2$  задается как  $D^*=1,5D$ . Однако передачи пакетов через вторичные коммутаторы осуществляются по прямым каналам без их буферизации, и задержки в сетях  $FB2$  и  $EB2$  различаются только на очень малую часть длительности пакетов, т.е с практической точки зрения можно принять, что  $D^* \approx D$ .



**Рис. 5.** Сеть  $EB2$  при  $k=4$  ( $M^*=16$  и  $m=7$ ).  $S_i$  и  $s_i$  — это составные и вторичные коммутаторы соответственно. Связи между  $s_i$  задает  $QFG(4, 3, 2)$

При использовании топологии квазиполного орграфа сеть  $EB2$  будет содержать  $M^*=(k^*-1)^2$  расширенных и  $M^*=(k^*-1)^2$  вторичных коммутаторов, и объединять  $N^*=k^*M^*=k^*(k^*-1)^2$  абонентов и использовать  $R^*=M^*(k-1)$  дуплексных каналов.

Сложность каждой спарки расширенного и вторичного коммутаторов составляет величину  $s^*=3b(k^*)^2+b(k^*-1)^2 \approx 4b(k^*)^2$ , а сложность всей сети — величину  $S^*=N^*s^*/k^* \approx 4b(N^*)^{4/3}$ . По постановке задачи  $N \approx N^*$ , поэтому имеет место оценка  $S/S^* \approx 3(N)^{1/6}/4$ . При  $N^*=10^3 \approx N=1024$  имеет место оценка  $S/S^* \approx 2,4$ , а при  $N=32K$  и  $N^*=33K$  ( $K=1024$ ) — оценка  $S/S^* \approx 4,3$ . Аналогично для энергопотребления.

В сети  $EB2$  с топологией квазиполного орграфа для  $N^*=1100$  имеем  $k^*=11$  и  $W^*=c10^2(3 \cdot 11^2+10^2)$ . В сети  $FB2$  для  $N=1024$  имеем  $k=32$  и  $W=3c32^3$ . Поэтому при  $N^* \approx N$  имеем  $W/W^* \approx 2,4$ .

Вариант сети  $FB2$  при  $N \approx 32K$  в настоящее время технически нереализуем, т.к. требует составных коммутаторов с 363 портами, тогда как самой большой однокристалльный коммутатор  $YARC$  [5] имеет только 64 дуплексных порта. В этом случае придется использовать сеть  $FBn$  с  $n > 2$ .

Сравним характеристики сетей  $EB2$  и  $FB3$  при  $N^*=33K$  и  $N=32K$  ( $K=1024$ ). Для  $EB2$  имеем:  $k^*=33$ ,  $M^*=(k^*-1)^2=K$ ,  $R^*=(k^*-1)^3=32K$  и  $W^*=cK(3 \cdot 33^2+32^2)$ . Для  $FB3$  имеем  $k=32$ ,  $M=k^2=K$ ,  $R=2M(k-1)=62K$  и  $W=7cK32^2$ . Теперь  $W/W^* \approx 1,8$  при  $R/R^*=1,94$  и  $D/D^*=1,5$ , здесь более высокое энергопотребление сопровождается еще увеличением числа каналов и задержек передачи.

В случае использования топологии квазиполного графа появляется возможность иметь несколько прямых каналов через разные вторичные коммутаторы. В частности, для *EFB2* при  $\sigma=2$  можно выбрать  $k^*=13$  и получить  $M^*=1027$  и  $W^*=c12^2(3 \cdot 13^2 + 12^2)$ , т.е. иметь  $W/W^* \approx 1,3$  при  $N=1024$ . При  $\sigma=2$  также можно реализовать вариант с  $k^*=32$  и  $M^*=16401$ . Правда, необходимые для этого *QFG(79, 13, 2)* и *QFG(513, 32, 2)* еще необходимо построить [6, 7].

### 3. Сплющивание обобщенной сети

Обобщенными мы называем сложенные многокаскадные сети, в которых межкаскадные соединения имеют топологию квазиполного графа или орграфа [8]. В частности, 2-каскадная обобщенная сеть получается из квазиполного графа или орграфа по рис. 2 — рис. 4 заменой каждого абонента на дуплексный коммутатор  $k^* \times k^*$  (коммутатор ВВ), каждого узла другой доли — на коммутатор  $k^* \times k^*$  (коммутатор хребта), а ребра — на дуплексные каналы для графа или пары симплексных каналов для орграфа. Такая сеть объединяет  $N^*=k^*[k^*(k^*-1)/\sigma+1]$  абонентов, если она получена из квазиполного графа, и  $N^*=(k^*)^3$  абонентов, если она получена из квазиполного орграфа.

При сплющивании 2-каскадной обобщенной сети одноименные коммутаторы ВВ и хребта объединяются в один расширенный коммутатор с  $m^*=2k^*-1$  дуплексными портами. Такая сплюснутая сеть состоит из  $M^*=N^*/k^*$  расширенных коммутаторов, любые два из которых связаны  $2(k^*-1)$  парами симплексных каналов, использует  $R^*=2M^*(k^*-1)$  таких пар каналов и формально имеет диаметр  $D^*=3$ . Обозначим такую сплюснутую обобщенную сеть как *FG2*.

При использовании топологии квазиполного орграфа сложность сети *FG2* задается выражением  $S^*=4b(k^*)^4=4b(N^*)^{4/3}$ . *FG2*, как и сеть *FB2*, не является перестраиваемой и имеет только один путь между любыми двумя абонентами. Отношение сложностей *FB2* и *FG2* при  $N \approx N^*$  задается выражением  $S/S^*=3bN^{1/6}/4$ , т.е. таким же соотношением как и для *FB2* и *EB2* в предыдущем параграфе. Число сетевых портов составного коммутатора в *FB2* задается величиной  $r=k-1=N^{1/2}-1$ , а в *FG2* — величиной  $r^*=2(k^*-1)=2(N^{1/3}-1)$ .

В табл. 4 сравниваются характеристики сетей *FB2* и *FG2* при одинаковых размерах расширенных коммутаторов. Видно, что *FG2* имеет в 6÷10 раз большее число абонентов при немного меньшей удельной схемной сложности.

Таблица 4

Сравнительные характеристики сетей *FB2* и *FG2* для квазиполного орграфа ( $K=1024$ )

<i>FB2</i>	$m$	$k$	$N$	$M$	$R/N$	$S/N$
<i>FG2</i>	$m^*$	$k^*$	$N^*$	$M^*$	$R^*/N^*$	$S^*/N^*$
<i>FB2</i>	31	16	$K/4$	16	0,94	48
<i>FG2</i>		11	$1,3K$	121	1,82	44
<i>FB2</i>	47	24	$0,56K$	24	0,96	72
<i>FG2</i>		16	$4K$	256	1,88	64
<i>FB2</i>	63	32	$K$	32	0,97	96
<i>FG2</i>		22	$10,4K$	484	1,81	88

Энергопотребление сетей  $FB2$  и  $FG2$  при одинаковом числе абонентов  $N=1024 \approx N^*=1000$  имеем  $k=32$ ,  $k^*=10$  и  $W/W^* \approx 2,5$ . При этом в сети  $FB2$  используется  $R=k(k-1)=992$  дуплексных канала (1984 симплексных канала). В сети  $FG2$  используется  $R^*=2(k^*)^2(k^*-1)=1800$  пар симплексных каналов, т.е. почти в два раза больше, чем в сетях  $FB2$  и  $EB2$ . При этом каждый составной коммутатор в  $FB2$  имеет  $r=31$  сетевой порт, а в  $FG2$  — только  $r^*=20$  сетевых портов.

В случае использования топологии квазиполного графа в сети появляется возможность иметь несколько прямых каналов через разные коммутаторы хребта. Для этого абоненты одного расширенного коммутатора должны связываться с друг другом только через другие расширенные коммутаторы. При этом  $s=3bk^2$ . В частности, для  $FB2$  с  $N=1024$  в  $FG2$  с  $\sigma^*=2$  можно выбрать  $k^*=13$  и получить  $M^*=79$ ,  $N^*=1027$  и  $W^*=c3M^*13^2$ . Поэтому  $W/W^* \approx 2,4$  и  $R^*=2M^*(k^*-1)=1896$  пар симплексных каналов, т.е.  $R^* \approx 1,91R$ . Здесь опять в  $FB2$   $r=31$ , а в  $FG2$  только  $r^*=24$ .

В табл. 5 сравниваются характеристики сетей  $FB2$  и  $FG2$  при одинаковых размерах расширенных коммутаторов (в скобках приведены параметры  $FB2$ ). Видно, что  $FG2$  имеет в несколько раз большее число абонентов, в полтора раза меньшую удельную сложность и повышенную канальную отказоустойчивость и/или пропускную способность.

Таблица 5

Сравнительные характеристики сетей  $FB2$  и  $FG2$   
для топологии квазиполного графа ( $K=1024$ )

$\sigma$	$m^*$	$k^*$	$N^* (N)$	$M^*$	$R^*/N^*$	$S^*/N^* (S/N)$
2	31	11	616 ( $K/4$ )	56	1,82	33 (48)
3			407 ( $K/4$ )	37		
2	47	16	1936 ( $0,56K$ )	121	1,88	48 (72)
3			1296 ( $0,56K$ )	81		
2	63	22	5104 ( $K$ )	232	1,91	66 (96)
3			3410 ( $K$ )	155		

Для топологии квазиполного графа отдельным случаем является вариант с  $\sigma^*=k^*/2$ , при котором обобщенная сеть становится 2-каскадной сложенной неблокируемой сетью [8, 9]. Она обозначается как  $FN2$ . Для этого достаточно использовать дуплексные коммутаторы ВВ  $(k^*/2) \times k^*$  с  $1,5k^*$  дуплексными портами и хребтовые коммутаторы  $k^* \times k^*$  с  $k^*$  дуплексными портами. Сложность и тех и других задается как  $b(k^*)^2$ . Число таких коммутаторов задается как  $M^*=2k^*-1$ .

Сплющивание такой неблокируемой сети порождает неблокируемую сеть объединяющую  $N^*=M^*k^*/2=k^*(k^*-1/2)$  абонентов, состоящую из  $M^*$  расширенных коммутаторов с  $m^*=2,5k^*-1$  дуплексными портами каждый при сложности  $s=2b(k^*)^2$ .

В табл. 6 сравниваются характеристики сетей  $FB2$  и  $FN2$  при одинаковых размерах расширенных коммутаторов. Видно, что  $FN2$  имеет в примерно в полтора раза меньшее число абонентов и немного большую удельную сложность.

Неблокируемая сеть  $FN2$  не требует использования специальных алгоритмов маршрутизации и не испытывает сокращения пропускной способности и увеличения задержек передачи на произвольном равномерном трафике, как это имеет место у  $FB2$ .



Таблица 6

Сравнительные характеристики сетей  $FB2$  и  $FN2$   
для топологии квазиполного орграфа ( $K=1024$ )

$FB2$	$m$	$k$	$N$	$M$	$R/N$	$S/N$
$FN2$	$m^*$	$k^*$	$N^*$	$M^*$	$R^*/N^*$	$S^*/N^*$
$FB2$	31	16	$K/4$	16	0,94	48
$FN2$		14	189	27	1,82	46
$FB2$	47	24	$0,56K$	24	0,96	72
$FN2$		20	390	39	1,88	80
$FB2$	63	32	$K$	32	0,97	96
$FN2$		26	663	51	1,81	104

## Заключение

Предложена модификация сети в расширенную сеть  $EB2$ , которая состоит в замене топологии полного графа на топологию квазиполного графа или орграфа, осуществляемая за счет введения промежуточного слоя малых коммутаторов. Она может осуществляться без изменения числа абонентов (процессоров), диаметра сети и числа используемых каналов, и обеспечивать более чем трехкратное снижение энергопотребления сети. Эта модификация позволяет многократно увеличить число абонентов при использовании коммутаторов одинакового размера без увеличения удельного энергопотребления.

Предложена новая сплюснутая сеть минимального диаметра  $FG2$ , полученная из 2-каскадной обобщенной сети, имеющая характеристики сети  $EB2$ . Сеть  $FG2$  имеет в несколько раз большее число абонентов при равной и меньшей удельной сложности, чем сеть  $FB2$ . Сеть  $FG2$  может иметь несколько независимых каналов между абонентами, что обеспечивает большую канальную отказоустойчивость и большую пропускную способность. Накладными расходами при этом является двукратное увеличение удельного числа проводов.

Рассмотрен предельный по числу каналов вариант сети  $FG2$ , полученный сплюсыванием нового вида неблокируемой сети — сеть  $FN2$ . По сравнению с  $FB2$  она имеет примерно равное удельное энергопотребление и меньшие задержки передачи, но и меньшее число абонентов. Возможность эффективного применения сети  $FN2$  требует дальнейшего исследования.

## Литература

1. Kim J., Dally W.J., Abts D. Flattened Butterfly: A Cost-Efficiently Topology for High-Radix Networks. URL: [http://www.cs.berkeley.edu/~kubitron/courses/cs258-S08/handouts/papers/ISCA\\_FBFLY.pdf](http://www.cs.berkeley.edu/~kubitron/courses/cs258-S08/handouts/papers/ISCA_FBFLY.pdf) (дата обращения: 3.09.2015).
2. Каравай М.Ф., Подлазов В.С. Метод инвариантного расширения системных сетей многопроцессорных вычислительных систем. Идеальная системная сеть // АиТ. 2010. № 12. С. 166–176.
3. Каравай М.Ф., Подлазов В.С. Распределенный полный коммутатор как «идеальная» системная сеть для многопроцессорных вычислительных систем // Управление большими системами: сборник трудов (электронный журнал). М.: ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН. 2011. Вып. 34. С. 92–116.

4. Каравай М.Ф., Подлазов В.С. Расширенный обобщенный гиперкуб как отказоустойчивая системная сеть для многопроцессорных систем // Управление большими системами: сборник трудов (электронный журнал). М.: ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН. 2013. Вып. 45. С. 344–371.
5. Scott S., Abts D., Kim J., Dally W. The Black Widow High-radix Clos Network // Proc. 33<sup>rd</sup> Intern. Symp. Comp. Arch. (ISCA'2006). 2006. URL: [http://cva.stanford.edu/publications/2006/ISCA\\_YARC.pdfm](http://cva.stanford.edu/publications/2006/ISCA_YARC.pdfm) (дата обращения: 3.09.2015).
6. Каравай М.Ф., Пархоменко П.П., Подлазов В.С. Комбинаторные методы построения двудольных однородных минимальных квазиполных графов (симметричных блок-схем) // АиТ. 2009. № 2. С. 153–170.
7. Каравай М.Ф., Подлазов В.С. Расширенные блок-схемы для идеальных системных сетей // Проблемы управления. 2012. № 4. С. 45–51.
8. Подлазов В.С., Соколов В.В. Обобщенные сети Клоза // АиТ. 2009. № 10. С. 158–170.
9. Подлазов В.С. Новый вид неблокируемой сети // АиТ. 2014. № 10. С. 139–152.

Каравай Михаил Фёдорович, заведующий лабораторией технической диагностики и отказоустойчивости, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН (Москва, Российская Федерация), mkaravay@ipu.ru

Подлазов Виктор Сергеевич, главный научный сотрудник, лаборатория технической диагностики и отказоустойчивости, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН (Москва, Российская Федерация), podlazov@ipu.ru

*Поступила в редакцию 17 сентября 2015 г.*

---

*Bulletin of the South Ural State University  
Series “Computational Mathematics and Software Engineering”  
2016, vol. 5, no. 2, pp. 84–94*

---

DOI: 10.14529/cmse160207

## TOPOLOGICAL RESERVES OF FLATTENED NETWORKS

**M.F. Karavay**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Science of RAS, Moscow, Russian Federation

**V.S. Podlazov**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Science of RAS, Moscow, Russian Federation

A method of modification the topology of double-hop system network type of Flattened Butterfly is considered. The method ensures diminution of component switch sizes and as a consequence of that feature decrease in hardware complexity and power consuming, preserving number of network nodes (processors), network diameter and functional characteristics. In case of retain the original component switch size the method gives a possibility to enhance number of network nodes dramatically with preservation of network diameter.

*Keywords: system-area networks, flattened networks, full graphs, quasyfull graphs and digraphs, generalized Clos networks, complexity and power consumption, number of subscribers (processors), diameter, switching features.*

## FOR CITATION

Karavay M.F., Podlazov V.S. Topological Reserves of Flattened Networks. Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering. 2016. vol. 5, no. 2. pp. 84–94. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse160207.

## References

1. Kim J., Dally W. J., Abts D. Flattened Butterfly: A Cost-Efficiently Topology for High-Radix Networks. URL: [http://www.cs.berkeley.edu/~kubitron/courses/cs258-S08/handouts/papers/ISCA\\_FBFly.pdf](http://www.cs.berkeley.edu/~kubitron/courses/cs258-S08/handouts/papers/ISCA_FBFly.pdf) (accessed: 3.09.2015).
2. Karavay M. F., Podlazov V. S. An Invariant Extension Method for System Area Networks of Multicore Computational Systems. An Ideal System Network. Automation and Remote Control. 2010. vol. 71, no. 12. pp. 2644–2654.
3. Karavay M. F., Podlazov V. S. Raspredeleenny polnyy kommutator kak «ideal'naya» sistemnaya set' dlya mnogoprotsessornykh vychislitel'nykh sistem [Distributed Full Switch as Ideal System Area Network for Multiprocessor Computers]. *Upravlenie bol'shimi sistemami: sbornik trudov (elektronnyy zhurnal)* [Large-scale Systems Control: Transaction (electronic journal)]. Moscow, Publishing of V.A. Trapeznikov Institute of Control Science of RAS. 2011. vol. 34. pp. 92–116. (in Russian)
4. Karavay M. F., Podlazov V. S. Rasshirennyy obobshchenny giperkub kak otkazoustoychivaya sistemnaya set' dlya mnogoprotsessornykh sistem [Extended Generalized Hypercube as Fail-safe System Network for Multiprocessor Systems]. *Upravlenie bol'shimi sistemami: sbornik trudov (elektronnyy zhurnal)* [Large-scale Systems Control: Transaction (electronic journal)]. Moscow, Publishing of V.A. Trapeznikov Institute of Control Science of RAS. 2013. vol. 45. pp. 344–371. (in Russian)
5. Scott S., Abts D., Kim J., and Dally W. The Black Widow High-radix Clos Network. Proc. 33<sup>rd</sup> Intern. Symp. Comp. Arch. (ISCA'2006). 2006. URL: <http://cva.stanford.edu/people/jjk12/isca06.pdf> (accessed: 3.09.2015).
6. Karavay M. F., Parkhomenko P. P., Podlazov V. S. Combinatorial Methods for Constructing Bipartite Uniform Minimal Quasicomplete Graphs (Symmetrical Block Designs). Automation and Remote Control. 2009. vol. 70, no. 2. pp. 312–327.
7. Karavay M. F., Podlazov V. S. Rasshirennye blok-skhemyy dlya ideal'nykh sistemnykh setey [Expanded Block-Diagrams for Ideal System Area Networks]. *Problemy Upravleniya* [Control Sciences]. 2012. no. 4. pp. 45–51. (in Russian)
8. Podlazov V. S., Sokolov V. V. Generalized Clos Networks. Automation and Remote Control. 2009. vol. 70, no. 10. pp. 1737–1748.
9. Podlazov V. S. A New Form of an Unblockable Network. Automation and Remote Control. 2014. vol. 75, no. 10. pp. 1826–1836.

*Received September 17, 2015.*