УДК 519.86 DOI: 10.14529/cmse160402

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ВЫБОРА ИНВЕСТИЦИОННОЙ ПРОГРАММЫ ПРЕДПРИЯТИЯ

© 2016 г. А.В. Панюков, Е.Н. Козина

Южно-Уральский государственный университет

(454080 Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, д. 76)

E-mail: paniukovav@susu.ac.ru, kozinaen@susu.ac.ru

Поступила в редакцию: 18.08.2016

В статье представлены три экономико-математические модели для формирования инвестиционной программы предприятия: (1) на основе принципа гарантированного результата (т.е. принципа максимина); (2) на основе принципа максимизации ожидаемого в дисконтированного дохода при заданном ограничении сверху на его дисперсию; (3) на основе принципа максимизации ожидаемого в дисконтированного дохода при ограничении сверху вероятности его недостижимости. Последние две модели дают не гарантированные, а средние оценки доходности в уловиях риска и неопределенности. Решения предложенных задач позволяют дать системную оценку инвестиционной привлекательности предприятия, которую можно использовать при выборе эффективного инвестиционного портфеля с учетом склонности к риску лица принимающего решение.

Ключевые слова: инвестиционная программа, чистый дисконтированный доход, риск, дисперсия, вероятность, стохастическое программирование.

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Панюков А.В., Козина Е.Н. Применение математического моделирования для выбора инвестиционной программы предприятия // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2016. Т. 5, № 4. С. 19–31. DOI: 10.14529/cmse160402.

Введение

В настоящее время имеется множество моделей выбоа инвестиционной политики. На финансовых рынках наиболее известной является модель Марковица-Тобина управления портфелем ценных бумаг [1, 2], позволяющая с приемлемым риском максимизировать ожидаемую доходность. Основным элементом управления является периодическая диверсификация портфеля.

Для реализации стратегических целей предприятия также необходимо эффективное управление его инвестиционной деятельностью, с целью наиболее эффективной реализации возможных проектов, приносящих с минимальным риском максимальный финансовый результат в условиях ограниченности инвестиционных ресурсов и неопределенности их объемов [3–9]. В данном случае инвестиции являются долгосрочными, а инвестиционная программа по своей сути является стратегическим планом развития предприятия [6–9]. Она рассчитывается на определенное время и включает список различных проектов инвестирования, в котором детально указаны объемы финансовых вложений.

В настоящее время министерством экономики Российской Федерации выработаны рекомендации по оценке инвестиционных проектов предприятий [10]. В [7–9] показано, что чистый дисконтированный доход (ЧДД) является агрегированным показателем эффективности как отдельного проекта, так и всей инвестиционной программы. На основе ЧДД легко вычисляются производные показатели эффективности: (1) сроки окупаемости инвестиций, (2) норма прибыли на капитал, (3) разность между суммой доходов и инвестиционными издержками (единовременными затратами) за весь срок использования инвестиционного проекта, (4) приведенные затрат на производство продукции и др. В бизнес-плане отдельного проекта инвестирования должна быть четко обоснована экономическая целесообразность и описаны все действия по его реализации [11–13]. При этом вычисляют потоки доходов/расходов и ЧДД для всех возможных расчетных периодов начала реализации.

Целью работы является разработка математических моделей определения оптимальной инвестиционной программы предприятия, т.е. нахождение порядка выполнения множества независимых проектов, для которых построены оценки в соответствии с [10]. Для построения инвестиционной программы известны эвристические алгоритмы, в которых заложена система предпочтений их разработчиков [7, 14]. В отличие от указанных методов более разумным представляется выбор оптимальной инвестиционной программы предприятия осуществлять из множества эффективных инвестиционных программ, каждая из которых: (1) обеспечивает максимальный ожидаемый ЧДД для некоторого уровня риска возможности выполнимости программы; (2) обеспечивает минимальный риск возможности выполнить программу для некоторого значения ожидаемого ЧДД. В качестве меры риска, используется либо дисперсия ЧДД , по аналогии с подходом Марковица-Тобина [1, 2] при формирования портфеля ценных бумаг [15, 16], либо вероятность недостижимости желаемого среднего значения ЧДД [17, 18].

Построение множества эффективных инвестиционных программ (т.е. множества Парето в пространстве критериев «риск»-«ЧДД») позволит выбрать эффективную инвестиционную программу с учетом склонности к риску лица принимающего решение. В работе предложены математические модели, позволяющие строить такое множество эффективных инвестиционных программ.

Статья состоит из четырех разделов, заключения и списка литературы (19 назв.). В разделе 1 вводятся используемые обозначения и основные соотношения. В разделе 2 построена математическая модель, реализующая принцип гарантированного результата (принцип максимина). Поиск эффективного портфеля в условиях неопределенности и риска [2] рассмотрен в разделе 3. Предложены еще две математические модели основанные на различных определениях понятия «риск»: (a) дисперсия ЧДД , (b) вероятность недостижимости ожидаемого ЧДД. В разделе 4 рассмотрен модельный пример задачи и найдены численные решения для различных вариантов построения инвестиционной программы предприятия. В заключении подведены итоги исследования.

1. Общая постановка задачи

В качестве основного критерия, в соответствии с которым будет формироваться оптимальная инвестиционная программа предприятия, будет использован чистый дисконтированный доход по инвестиционной программе в целом [11, 13].

Пусть

$P = \{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$ – множество из n инвестиционных проектов, которые могут быть включены в состав инвестиционной программы;

$L = \{l_1, l_2, \ldots, l_n\}$ – множество продолжительностей реализации инвестиционных проектов (в расчетных периодах);
m – горизонт планирования (число расчетных периодов);
$R = \{r_0, r_1, \ldots, r_{m-1}\}$ – фиксированные финансовые ресурсы или объемы финансирования инвестиционной программы предприятия по расчетным периодам.

Каждый из инвестиционных проектов p_j, $j = 1, 2, \ldots, n$ может быть охарактеризован двумя показателями:
C_{js} – величина чистого дисконтированного дохода, приведенного к моменту начала реализации проекта p_j, если он был начат в период s.
I_{jsi} – потребность в финансировании инвестиционного проекта j в расчетный период i от начала реализации инвестиционной программы, при условии, что он будет начат в период s.

Показатели доходов и расходов являются прогнозируемыми величинами и зависят от ряда факторов. Поэтому целесообразно считать C_{js} и I_{jst} случайными величинами. На основе ретроспективного анализа для каждого проекта p_j, $j = 1, 2, \ldots, n$ и для всех расчетных периодов $i, s = 1, 2, \ldots m$ получены интервальные оценки чистого дисконтированного дохода $[\underline{C}_{js}, \overline{C}_{js}]$, потребностей $[\underline{I}_{jst}, \overline{I}_{jst}]$, и финансовых ресурсов предприятия $[\underline{r}_i, \overline{r}_i]$.

Введем булевы переменные

$$x_{js} = \begin{cases} 1, & \text{начало реализации проекта } p_j \text{ в расчетный период } s, \\ 0, & \text{начало реализации проекта } p_j \text{ отличается от расчетного периода } s. \end{cases} \quad (1)$$

Под реализуемым подмножеством инвестиционных проектов из заданного множества P будем понимать такое подмножество проектов, которое может быть профинансировано в рамках доступных финансовых ресурсов по периодам финансирования. Под чистым дисконтированным доходом инвестиционной программы будем понимать сумму чистых дисконтированных доходов проектов, включенных в инвестиционную программу [11], [13]. Поскольку реализация инвестиционного проекта P_j может начаться не позже чем в период $m - l_j$, то должно выполняться следующее условие:

$$\sum_{s=0}^{m-l_j} x_{js} \le 1, \quad j = 1, 2, \ldots, n. \quad (2)$$

Условие реализуемости инвестиционной программы может быть записано в виде

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{s=0}^{i} I_{jsi} x_{js} \le r_i, \quad i = 0, 1, 2, \ldots, m-1. \quad (3)$$

Определим чистый дисконтированный доход (ЧДД) инвестиционной программы. Рассмотрим инвестиционный проект p_j, который может быть включен в инвестиционную программу. С учетом (2) ЧДД от включения в программу инвестиционного проекта p_j равен

$$C_j = \sum_{s=0}^{m-l_j} C_{js} x_{js}. \quad (4)$$

ЧДД всей инвестиционной программы равен

$$C = \sum_{j=1}^{n} C_j = \sum_{j=1}^{n} \sum_{s=0}^{m-l_j} C_{js} x_{js}. \quad (5)$$

2. Максиминная стратегия

Применение осторожной стратегии, направленной на получение максимального гарантированного ЧДД сводится к решению задачи

$$\underline{C}(x) = \sum_{j=1}^{n} \sum_{s=0}^{m-l_j} \underline{C}_{js} x_{js} \to \max_{x \in D}, \tag{6}$$

где $x = \{x_{js} : j = 1, 2, \ldots, n, \; s = 0, 1, 2, \ldots m - l_j\}$, допустимое множество D удовлетворяет ограничениям

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{s=0}^{i} \overline{I}_{jsi} x_{js} \le \underline{r}_i, \quad i = 0, 1, 2, \ldots, m-1; \tag{7}$$

$$\sum_{s=0}^{m-l_j} x_{js} \le 1, \quad j = 1, 2, \ldots, n; \tag{8}$$

$$x_{js} \in \{0, 1\}, \quad j = 1, 2, \ldots, n, \quad s = 0, 1, .., m - l_j. \tag{9}$$

Гарантированность оптимального значения задачи (6)-(9) обусловлена применением нижних оценок $\underline{C}_{js}$ ЧДД и объемов финансирования $\underline{r}_{js}$ по расчетным периодам и верхних оценок $\overline{I}_{jst}$ потребностей финансирования.

Задача (6)-(9) представляет задачу булева линейного программирования с неотрицательной матрицей условий, поэтому может быть решена псевдополиномиальным алгоритмом на основе динамического программирования.

3. Построение эффективных инвестиционных программ в условиях риска

Будем искать оптимальную инвестиционную программу предприятия в множестве эффективных инвестиционных программ (т.е. в множестве Парето в пространстве критериев «риск»-«ЧДД»). Использование интеллектуальных систем поддержки принятия решений позволит на основе выявленной системы предпочтений лица принимающего решение выбрать наиболее подходящую инвестиционную программу.

3.1. Использование дисперсии ЧДД в качестве меры риска

В качестве ожидаемого чистого дисконтированного дохода инвестиционной программы будем использовать его математическое ожидание, а в качестве меры риска — дисперсию.

Полагая, что чистый дисконтированный доход от каждого проекта $p_j \in P$ равномерно распределен в интервале $[\underline{C}_{js}, \overline{C}_{js}]$ для любого $s = 1, 2, \ldots, l_j$, находим математическое ожидание чистого дисконтированного дохода

$$\mathbf{E}\{C(x)\} = \mathbf{E}\left\{\sum_{j=1}^{n} \sum_{s=0}^{m-l_j} C_{js} x_{js}\right\} = \sum_{j=1}^{n} \sum_{s=0}^{m-l_j} (x_{js} \cdot \mathbf{E}\{C_{js}\}) = \sum_{j=1}^{n} \sum_{s=0}^{m-l_j} \left(\frac{\overline{C}_{js} + \underline{C}_{js}}{2} \cdot x_{js}\right).$$

Учитывая булев характер переменных x и независимость между чистыми дисконтированными доходами от различных проектов, находим дисперсию чистого дисконтированного дохода

$$\mathbf{D}\{C(x)\} = \mathbf{D}\left\{\sum_{j=1}^{n}\sum_{s=0}^{m-l_j} C_{js}x_{js}\right\} = \sum_{j=1}^{n}\sum_{s=0}^{m-l_j}(x_{js}\cdot\mathbf{D}\{C_{js}\}) = \sum_{j=1}^{n}\sum_{s=0}^{m-l_j}\left(\frac{(\overline{C}_{js}-\underline{C}_{js})^2}{12}\cdot x_{js}\right).$$

Таким образом, построение эффективной инвестиционной программы в условиях риска сведено к задачам

$$\mathbf{E}\{C(x)\} = \sum_{j=1}^{n}\sum_{s=0}^{m-l_j}\left(\frac{\overline{C}_{js}+\underline{C}_{js}}{2}\cdot x_{js}\right) \to \max_{x\in D:\,\mathbf{D}\{C(x)\}\le d}, \tag{10}$$

$$\mathbf{D}\{C(x)\} = \sum_{j=1}^{n}\sum_{s=0}^{m-l_j}\left(\frac{(\overline{C}_{js}-\underline{C}_{js})^2}{12}\cdot x_{js}\right) \to \min_{x\in D:\,\mathbf{E}\{C(x)\}\ge e}, \tag{11}$$

где $x = \{x_{js} : j = 1, 2, \ldots, n,\ s = 0, 1, 2, \ldots m - l_j\}$, допустимое множество D удовлетворяет ограничениям (7)-(9), d и e — допустимые уровни дисперсии и математического ожидания соответственно.

Задачи (10) и (11), как и задача (6)-(9), представляют задачи булева линейного программирования с неотрицательной матрицей условий, поэтому могут быть решены псевдополиномиальным алгоритмом на основе динамического программирования.

3.2. Использование вероятности недостижимости заданного ЧДД в качестве меры риска

Пусть C — заданный уровень ЧДД. Рассмотрим вероятность достижения заданного уровня

$$\mathbf{P}\{C(x) \geqslant C\} = \mathbf{P}\left\{\sum_{j=1}^{n}\sum_{s=0}^{m-l_j} C_{js}x_{js} \geqslant C\right\} \tag{12}$$

С целью использования методов [19] приведения задач с вероятностными критериями к детерминированному виду введем в рассмотрение события

$$E_j:\ \sum_{s=0}^{m-l_j} C_{js}x_{js} = y_j,\ j = 1, 2, \ldots, n,\ \sum_{j=1}^{n} y_j \geqslant C,$$

состоящие в том, что доход от проекта p_j будет не меньше величины y_j. Учитывая (8) и (9), имеем

$$\mathbf{P}\{E_j\} = \sum_{s=0}^{m-l_j} x_{js}\mathbf{P}\{C_{js} \geqslant y_j\} = \sum_{s=0}^{m-l_j}\left(x_{js}\frac{\overline{C}_{js}-y_j}{\overline{C}_{js}-\underline{C}_{js}}\right).$$

Отсюда, учитывая независимость ЧДД различных проектов, имеем

$$\mathbf{P}\{C(x) \geqslant C\} = \prod_{j=1}^{n}\mathbf{P}\{E_j\} = \prod_{j=1}^{n}\sum_{s=0}^{m-l_j}\left(x_{js}\frac{\overline{C}_{js}-y_j}{\overline{C}_{js}-\underline{C}_{js}}\right).$$

В дальнейшем вместо задачи максимизации вероятности $\mathbf{P}\{\cdot\}$ будем рассматривать задачу максимизации ее логарифма, т.к. в силу монотонности логарифмической функции оптимальные решения обеих задач совпадают. Имеем

$$\ln \mathbf{P}\left\{C(x) \geqslant C\right\} = \sum_{j=1}^{n} \ln \left(\sum_{s=0}^{m-l_j} \left(x_{js} \frac{\overline{C}_{js} - y_j}{\overline{C}_{js} - \underline{C}_{js}} \right) \right) =$$

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{s=0}^{m-l_j} \left(x_{js} \ln \frac{\overline{C}_{js} - y_j}{\overline{C}_{js} - \underline{C}_{js}} \right) \cong - \sum_{j=1}^{n} \sum_{s=0}^{m-l_j} \left(x_{js} \frac{y_j - \underline{C}_{js}}{\overline{C}_{js} - \underline{C}_{js}} \right),$$

здесь второе равенство есть следствие (8) и (9), последнее равенство является следствием приближенного равенства $\ln(1-\xi) \cong -\xi$.

С другой стороны

$$\ln \mathbf{P}\left\{C(x) \geqslant C\right\} = \ln\left[1 - \mathbf{P}\left\{C(x) < C\right\}\right] \cong -\mathbf{P}\left\{C(x) < C\right\},$$

следовательно,

$$\mathbf{P}\left\{C(x) < C\right\} \cong \sum_{j=1}^{n} \sum_{s=0}^{m-l_j} \left(x_{js} \frac{y_j - \underline{C}_{js}}{\overline{C}_{js} - \underline{C}_{js}} \right). \tag{13}$$

Полученное равенство определяет вероятность недостижимости инвестиционной программой заданного значения ЧДД и в дальнейшем используется в качестве меры риска.

Введем детерминированные переменные z_{ji}, $j = 1, 2, \ldots, n$, $i = 0, 1, 2, \ldots, m-1$ и рассмотрим события $A_{ji} = \{I_{jsi} \leq z_{ji}\}$ и $\{B_i = \sum_{j=1}^{n} z_{ji} \leq r_i\}$. Событие A_{ji} состоит в том, что в расчетный период i ресурсы, требуемые проекту j, начатому в любой расчетный период $s \leq m - l_j$, не превосходят значения z_{ij}. Событие B_i состоит в том, что ресурсы, требуемые всем выполняемым в расчетный период i проектам не превосходит величины r_i. Вероятности введенных событий равны

$$\mathbf{P}\left\{I_{jsi} \leq z_{ji}\right\} = \frac{z_{ji} - \underline{I}_{jsi}}{\overline{I}_{jsi} - \underline{I}_{jsi}}, \quad \mathbf{P}\left\{\sum_{j=1}^{n} z_{ji} \leq r_i\right\} = \frac{\overline{r}_i - \sum_{j=1}^{n} z_{ji}}{\overline{r}_i - \underline{r}_i}$$

Считая переменные z_{ji} фиксированными, найдем вероятности выполнения условий 3 реализуемости инвестиционной программы. Для любого расчетного периода $i = 0, 1, 2, \ldots, m-1$ имеем

$$\mathbf{P}\left\{r_i(x) = \sum_{j=1}^{n} \sum_{s=0}^{i} I_{jsi} x_{js} \leq r_i\right\} = \mathbf{P}\left\{\sum_{j=1}^{n} z_{ji} \leq r_i\right\} \cdot \prod_{j=1}^{n} \sum_{s=0}^{m-l_j} \left(x_{js} \mathbf{P}\left\{I_{jsi} \leq z_{ji}\right\}\right). \tag{14}$$

Логарифмируя равенство (14) и учитывая

$$\ln \mathbf{P}\left\{r_i(x) \leq r_i\right\} \cong -\mathbf{P}\left\{r_i(x) > r_i\right\},$$

$$\ln \mathbf{P}\left\{I_{jsi} \leq z_{ji}\right\} \cong -\mathbf{P}\left\{I_{jsi} > z_{ji}\right\} = -\frac{\overline{I}_{jsi} - z_{ji}}{\overline{I}_{jsi} - \underline{I}_{jsi}},$$

$$\ln \mathbf{P}\left\{\sum_{j=1}^{n} z_{ji} \leq r_i\right\} \cong -\mathbf{P}\left\{\sum_{j=1}^{n} z_{ji} > r_i\right\} = -\frac{\sum_{j=1}^{n} z_{ji} - \underline{r}_i}{\overline{r}_i - \underline{r}_i},$$

а также условия (8) и (9) получим

$$\mathbf{P}\left\{r_i(x) > r_i\right\} = \frac{\sum\limits_{j=1}^{n} z_{ji} - \underline{r}_i}{\overline{r}_i - \underline{r}_i} + \sum_{j=1}^{n}\sum_{s=0}^{m-l_j}\left(x_{js}\frac{\overline{I}_{jsi} - z_{ji}}{\overline{I}_{jsi} - \underline{I}_{jsi}}\right), \quad i = 1, 2, \ldots, m. \tag{15}$$

Равенство (15) определяет вероятность превышения инвестиционной программой предприятия требуемых ресурсов по расчетном периоду $i = 0, 1, 2, \ldots, m$.

Таким образом, если α — допустимый риск недостижимости инвестиционной программой заданного значения ЧДД, β_i — допустимый риск превышения инвестиционной программой предприятия, требуемых ресурсов по расчетном периоду $i = 0, 1, 2, \ldots, m$, то задачу нахождения максимального ожидаемого дохода можно представить в следующем виде

$$C(x, y, z) = \sum_{j=1}^{n} y_j \to \max_{x,y,z} \tag{16}$$

$$\sum_{s=0}^{m-l_j} C_{js}x_{js} = y_j,\ j = 1, 2, \ldots, n; \tag{17}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{s=0}^{m-l_j}\left(x_{js}\frac{y_j - \underline{C}_{js}}{\overline{C}_{js} - \underline{C}_{js}}\right) \le \alpha; \tag{18}$$

$$\frac{\sum\limits_{j=1}^{n} z_{ji} - \underline{r}_i}{\overline{r}_i - \underline{r}_i} + \sum_{j=1}^{n}\sum_{s=0}^{m-l_j}\left(x_{js}\frac{\overline{I}_{jsi} - z_{ji}}{\overline{I}_{jsi} - \underline{I}_{jsi}}\right) \le \beta_i, \quad i = 1, 2, \ldots, m; \tag{19}$$

$$x_{js}z_{ji} \le \overline{I}_{jsi}, \quad j = 1, 2, \ldots, n,\ s = 0, 1, 2, \ldots, m - l_j,\ i = 1, 2, \ldots, m; \tag{20}$$

$$\sum_{s=0}^{m-l_j} x_{js} \le 1, \quad j = 1, 2, \ldots, n; \tag{21}$$

$$x_{js} \in \{0, 1\}, \quad j = 1, 2, \ldots, n, \quad s = 0, 1, .., m - l_j. \tag{22}$$

4. Пример

Рассмотрим применение изложенных выше математических моделей на примере следующей задачи. К реализации предлагается $n = 7$ инвестиционных проектов, все проекты по предварительным расчетам являются экономически эффективными. Горизонт планирования инвестиционной программы $m = 11$ расчетных периодов (с 0 по 10-й). Продолжительность реализации проектов $j = 1, 2, \ldots, 7$ одинакова и составляет $l_j = 8$ расчетных периодов, следовательно, начало любог проекта возможно только в расчетные периоды $s = 0, 1, 2, 3$.

В табл. 1 приведены интервальные оценки зависимости ЧДД проектов от времени s начала реализации. В табл. 2 приведены интервальные оценки допустимых объемов финансирования инвестиционной программы предприятия по расчетным периодам i. В табл. 3 представлены интервальные оценки I_{jsi} затрат по проектам $j = 1, 2, \ldots, 7$ в расчетный периоды $i = 0, 1, \ldots, 10$. Все допустимые риски β_i превышения инвестиционной программой

Таблица 1

Зависимости ЧДД проектов от момента s начала реализации (тыс. руб.)

Проект	$s=0$		$s=1$		$s=2$		$s=3$	
j	$\underline{C}_{j0}$	$\overline{C}_{j0}$	$\underline{C}_{j1}$	$\overline{C}_{j1}$	$\underline{C}_{j2}$	$\overline{C}_{j2}$	$\underline{C}_{j3}$	$\overline{C}_{j3}$
1	655	850	585	780	522	717	466	661
2	246	441	220	415	196	391	175	370
3	164	359	146	341	131	326	117	312
4	383	578	342	537	305	500	272	433
5	334	529	298	493	266	461	237	964
6	972	1167	867	1063	774	970	691	887
7	414	609	369	565	330	525	294	490

Таблица 2

Оценки допустимых объемов финансирования инвестиционной программы по расчетным периодам i (тыс. руб.)

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\underline{r}_i$	1800	1800	1800	1800	1800	1800	1800	1800	1800	1800	1800
$\overline{r}_i$	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000

Таблица 3

Затраты по по проекту $j = 1, 2, \ldots, 7$ в расчетный период $i = 0, 1, \ldots, 10$, $s = 0, 1, 2, 3$ (тыс. руб.)

	$i=s$		$i=1+s$		$i=2+s$		$i=3+s$		$i=4+s$		$j=5+s$		$i=6+s$		$i=7+s$	
j	$\underline{I}_{jsi}$	$\overline{I}_{jsi}$	$\underline{I}_{jsi}$	$\overline{I}_{jsi}$	$\underline{I}_{jsi}$	$\overline{I}_{jsi}$	$\underline{I}_{jsi}$	$\overline{I}_{jsi}$	$\underline{I}_{jsi}$	$\overline{I}_{jsi}$	$\underline{I}_{jsi}$	$\overline{I}_{jsi}$	$\underline{I}_{jsi}$	$\overline{I}_{jsi}$	$\underline{I}_{jsi}$	$\overline{I}_{jsi}$
1	100	120	100	119	140	150	120	132	88	100	72	80	50	58	40	50
2	300	320	300	303	300	400	80	100	80	100	80	100	90	100	90	100
3	88	99	120	144	130	155	88	100	75	80	59	60	58	60	55	60
4	400	500	680	700	199	215	140	150	140	150	140	150	140	150	140	150
5	530	600	530	600	530	600	70	80	70	80	70	80	70	80	70	80
6	680	850	680	850	390	500	390	500	350	400	180	200	180	200	180	200
7	480	500	380	385	330	380	320	350	300	330	300	330	300	330	300	330

Таблица 4

Конкурентоспособные инвестиционные программы

Проект j	Максимин $s : x_{js} = 1$	Дисперсия ЧДД $s : x_{js} = 1$			Вероятность недостижимости ЧДД: $s : x_{js} = 1$		
		$3D_0 = 3174$	$1.5D_0 = 2116$	$D_0 = 1058$	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.03$
1	0	0	1	0	0	1	1
2	-	0	3	3	-	0	0
3	3	1	0	0	0	-	-
4	-	3	-	-	2	2	3
5	3	-	0	1	0	-	-
6	0	0	1	2	0	0	0
7	0	0	3	0	0	0	3
Номер	1	2	3	4	5	6	7
ЧДД	2644	3782	3297	2916	4044	3588	2944
D	$D_0 = 1058$	3174	2116	1058	3372	2253	1103
α	0	0.104	0.051	0.031	0.096	0.049	0.026

предприятия, требуемых ресурсов по расчетном периоду $i = 0, 1, 2, \ldots, m$ равны допустимому риску α недостижимости инвестиционной программой заданного значения ЧДД.

Результаты решения, выполненные с применением MS Excel, представлены в табл. 4. Столбцы со второго по восьмой табл. 4 соответствуют соответствуют семи оптимальным инвестиционным программам предприятия, удовлетворяющих заданному ограничению на вид и величину риска. В них для каждого проекта $j = 1, 1, \ldots, n$, включенного в инвестиционную программу, указано значение $s : \ x_{js} = 1$ расчетного периода, соответствующее началу его реализации.

При формировании инвестиционной программы по максиминной стратегии гарантированный ЧДД программы равен 2644, дисперсия гарантированного ЧДД $D_0 = 1058$.

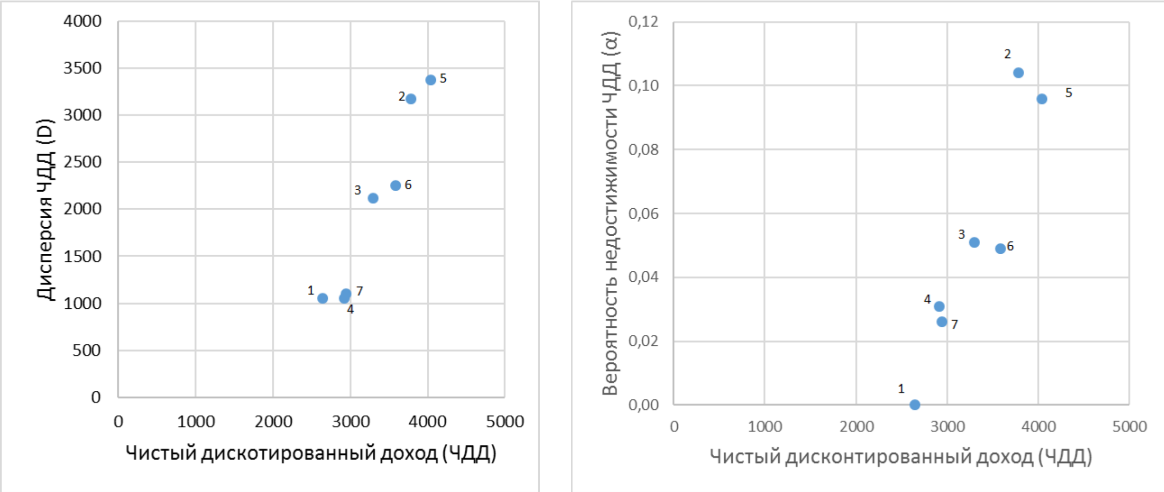
Наибольший ожидаемый ЧДД для дисперсии $D_0 = 1058$ равен 2916 и его реализует инвестиционная программа, отличающаяся от максиминной. Уровням допустимой дисперсии $1.5D_0$ и $3D_0$ соответствуют различные оптимальные по Парето инвестиционные программы, имеющие средний ЧДД равные 3297 и 3782 соответственно.

Увеличение уровня α вероятности недостижимости возможного ожидаемого значения ЧДД в стохастических моделях также ведет к различным инвестиционным программам с возрастающими средними ожидаемыми значениями ЧДД. Поскольку стохастическая модель (16)-(22), в отличие от модели 10)-(11), допускает риск превышения инвестиционной программой предприятия требуемых ресурсов по расчетным периодам, то возможные средние значения ожидаемых ЧДД в стохастической модели оказываются выше.

Образы всех проектов из табл.4 в системах координат «дисперсия ЧДД»-«ожидаемый ЧДД» и «вероятность недостижимости»-«ожидаемый ЧДД» представлены на рисунке. Построенные в примере инвестиционные программы предприятия являются эффективными (т.е. принадлежат множеству Парето в пространстве критериев «мера риска»-«ЧДД»).

Заключение

Рассмотренные модели оптимальной инвестиционной программы с фиксированными объемами финансирования позволяют формировать оптимальные по Парето инвестицион-



Образы проектов в различных пространствах критериев

ные программы при известном распределении финансовых средств по периодам. Представленные модификации данной модели, учитывают неопределенность финансовых ресурсов для поддержки инвестиционных проектов.

Решения соответствующих задач дают системную оценку инвестиционной привлекательности моделируемого предприятия и могут быть использованы в интеллектуальных системах поддержки выбора эффективного портфеля с учетом производных показателей эффективности: (1) сроки окупаемости инвестиций, (2) норма прибыли на капитал, (3) разность между суммой доходов и инвестиционными издержками (единовременными затратами) за весь срок использования инвестиционного проекта, (4) приведенные затрат на производство продукции и др. и склонности к риску лица принимающего решение.

Применение использованных в исследовании универсальных программных средств, таких как MS Excel, Cplex и т.п. не позволяют решать задачи большой размерности. Направление дальнейшего исследования — построение программного обеспечения, позволяющего за счет учета специфики задачи решать задачи большой размерности.

Литература

1. Кибзун А.И., Чернобровов А.И. Алгоритм решения обобщенной задачи Марковица // Автоматика и телемеханика 2011. № 2. С. 77–92.

2. Новоселов А.А. Математическое моделирование финансовых рисков: Теория измерения. Новосибирск: Наука, 2001. 102 с.

3. Dilger R.J., Gonzales O.R. SBA Small Business Investment Company Program // Journal of Current Issues in Finance, Business and Economics. 2012. Vol. 5. No. 4. P. 407–417.

4. Михалина Л.М., Голованов Е.Б. Изменение инвестиционной активности субъектов малого бизнеса в условиях коррупционной среды // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Экономика и менеджмент. 2014. Т. 8(3). С. 41–47.

5. Schlegel D., Frank F., Britzelmaier B. Investment decisions and capital budgeting practices in German manufacturing companies. // International Journal of Business and Globalisation. 2016. Vol. 16, No. 1. P. 66–78.

6. Юзвович Л.И. Экономическая природа и роль инвестиций в национальной экономической системе // Финансы и кредит. 2010. № 9. С. 48–52.

7. Гамилова Д.А. Обоснование эффективности проведения инвестиционной политики предприятия // Инновации и инвестиции. 2010. № 2. С. 37–41.

8. Сергеева Д.П. Методы оценки эффективности инвестиционных проектов с учетом рекомендаций минэкономики // Инновационная наука. 2015. № 9. С. 201–204.

9. Желнова К.В. Анализ практики принятия решений в области инвестиционной политики // Вопросы современной экономики. 2013. № 4. С. 38–46.

10. Методические рекомендации по оценке эффективности инвестиционных проектов (утв. Минэкономики РФ, Минфином РФ, Госстроем РФ 21.06.1999 N ВК 477). URL: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_28224/ (дата обращения: 30.07.2016).

11. Панюков А.В. Математическое моделирование экономических процессов. Москва: URSS, 2009. 191 с.

12. Panyukov A.V., Teleghin V.A. Forming of Discrete Mechanical Assembly Production Program // Journal of Computational and Engineering Mathematics. 2015. Vol. 2, No. 1. P. 57–64.

13. Афанасьев М.А. Оптимальная инвестиционная программа // Инвестиции в России. 2002. № 12. С. 50–54.

14. Виленский В.П. Об одном подходе к учету влияния неопределенности и риска на эффективность инвестиционных процессов // Экономика и математические методы. 2012. № 2. С. 29–38.

15. Глухов В.В. Математические методы и модели для менеджмента. СПб: Лань, 2005. 528 с.

16. Козина Е.Н. Разработка экономико-математической модели инвестиционной программы предприятия // Сб. трудов международной научно-практической конференции «Современные тенденции экономики, права, управления, математики: новый взгляд. Санкт-Петербургб., 01-03 декабря». СПб.: Изд-во «КультИнформПресс», 2012. С. 64–67.

17. Кибзун А.И. Задачи стохастического программирования с вероятностными критериями. М.: Физматлит, 2009. 372 с.

18. Козина Е.Н. Математическая модель инвестиционной программы предприятия // Сб. трудов XII Всероссийского совещания по проблемам управления (Москва, 16-19 июня 2014). М.: ИПУ РАН, 2014. С. 1250–1253.

19. Вишняков Б.В., Кибзун А.И. Детерминированные эквиваленты для задач стохастического программирования с вероятностными критериями // Автоматика и телемеханика. 2006. № 6. С. 126–143.

DOI: 10.14529/cmse160402

APPLICATION OF MATHEMATICAL MODELLING FOR CHOOSING COMPANY'S INVESTMENT PROGRAM

© 2016 A.V. Panyukov, E.N. Kozina

South Ural State University (pr. Lenina 76, Chelyabinsk, 454080 Russia)

E-mail: paniukovav@susu.ac.ru, kozinaen@susu.ac.ru

Received: 18.08.2016

The paper presents three economic-mathematical models for the formation of the company's investment program: (1) based on the principle of guaranteed payoff (ie maximin principle); (2) based on the principle of maximizing the average expected value under predetermined up limiting of its dispersion; (3) based on the principle of maximizing the average expected value under up limiting the probability of its inaccessibility. Proposed solutions of the problems allow us to give a system estimate of the investment attractiveness of the enterprise which can be used in selecting an effective investment portfolio based on risk appetite of decision makers.

Keywords: investment program, net present value, risk dispersion, probability, stochastic programming.

FOR CITATION

Panyukov A.V., Kozina E.N. Application of Mathematical Modelling for Choosing Company's Investment Program. Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering. 2016. vol. 5, no. 4. pp. 19–31. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse160402.

References

1. Kibzun A.I., Chernobrovov A.I. Algorithm to Solve the Generalized Markowitz Problem. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control]. 2011. vol. 72, no. 2. pp. 289–304. DOI: 10.1134/S0005117911020081. (in Russian)

2. Novoselov A.A. *Matematicheskoe modelirovaie finansovykh riskov: Teoriya izmereniya* [Mathematical Modeling of Financial Risks: Measurement Theory]. Novosibirsk, Nauka, 2001. 102 p.

3. Dilger R.J., Gonzales O.R. SBA Small Business Investment Company Program. *Journal of Current Issues in Finance, Business and Economics.* 2012. vol. 5, no. 4. pp. 407–417.

4. Mikhalina L.M., Golovanov E.B. Investment activity variance of small businesses in a corrupt environment. *Vestnik Yuzhno-Uralskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Ekonomika i menedzhment* [Bulletin of the South Ural State University. Series: Economics and Management]. 2014. vol. 8, no. 3. pp. 41–47. (in Russian)

5. Schlegel D., Frank F., Britzelmaier B. Investment Decisions and Capital Budgeting Practices in German Manufacturing Companies. *International Journal of Business and Globalisation.* 2016. vol. 16, no. 1. pp. 66–78. DOI: 10.1504/IJBG.2016.073626.

6. Yuzvovich L.I. Economical Nature and the Role of Investment in the National Economics. *Finansy i kredit* [The Finance and the Credit]. 2010. no. 9. pp. 48–52. (in Russian)

7. Gamilova D.A. Substantiation of Efficiency of Company's Investment Policy. *Innovatsii i investitsii* [Innovation and Investment]. 2010. no. 2. pp. 37–41. (in Russian)

8. Sergeeva D.P. Methods for Evaluating the Effectiveness of Investment Projects Taking into Account the Recommendations of the Ministry of Economy. *Innovatsionnaya nauka* [Innovative Science]. 2015. no. 9. pp. 201–204. (in Russian)

9. Zhelnova K.V. Analysis of Decision Making Practice of Investment Policy. *Voprosy sovremennoy ekonomiki* [Problems of Current Economics]. 2013. no. 4. pp. 38–46. (in Russian)

10. *Metodicheskie rekomendatsii po otsenke effektivnosti investitsionnykh proektov (utv. Minekonomiki RF, Minfinom RF, Gosstroem RF 21.06.1999. N VK 477)* [Methodical recommendations according to efficiency of investment projects (approved by RF Ministry of Economy, Ministry of Finance, the State Construction Committee of Russia 21.06.1999. N VK 477)]. Available at: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_28224/ (accessed: 30.07.2016).

11. Panyukov A.V. *Matematicheskoe modelirovanie ekonomicheskih processov* [Mathematical Modeling of Economic Processes]. Moscow: URSS, 2009. 191 p.

12. Panyukov A.V., Teleghin V.A. Forming of Discrete Mechanical Assembly Production Program. *Journal of Computational and Engineering Mathematics.* 2015. vol. 2, no. 1. pp. 57–64. DOI: 10.14529/jcem150107.

13. Afanasiev M.A. Optimal Investment Program. *Investitsii v Rossii* [Investments into Russia]. 2002. no. 12. pp. 50–54. (in Russian)

14. Vilenskiy V.P.An Approach to the Calculation of the Influence of Uncertainty and Risk at the Effectiveness of the Investment Processes. *Ekonomika i matematicheskie metody* [Economics and Mathematical Methods]. 2012. no. 2. pp. 29–38. (in Russian)

15. Glukhov V.V. *Matematicheskie metody i modeli dlya menedzhmenta* [Mathematical Methods and Models for the Management]. St. Petersburg, Lan', 2005. 528 p.

16. Kozina E.N. The Development of Economic and Mathematical Models of the Company's Investment Program. *Sb. trudov mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferencii «Sovremennye tendetsii ekonomiki, prava, upravleniya, matematiki: Novyi vzglyad. Sankt-Peterburg, 01-03 dekabrya»* [Coll. Proceedings of the International Scientific-Practical Conference « Modern Trends in Economics, Law, Management, Mathematics: a New Look. St. Petersburg., 01-03 December »] Sankt Petersburg, Publishing house "KultInformPress". 2012. vol. 3. pp. 64–67. (in Russian)

17. Kibzun A.I. *Zadachi stokhasticheskogo programmirovaniya s veroyatnostnymi kriteriyami* [Tasks of Stochastic Programming with Probabilistic Criteria]. Moscow, FIZMATLIT, 2009. 372 p.

18. Kozina E.N. Mathematical Model of the Investment Program of the Enterprise. *Sb. trudov XII Vserossiyskogo soveshhaniya po problemam upravleniya (VSPU-2014) Moskva, 16-19 yunya 2014* [Coll. Works of XII All-Russian Conference on Control (VSPU 2014) Moscow, June 16-19, 2014]. Moscow, Institute of Control Sciences, 2014. pp. 1250–1253. (in Russian)

19. Vishnaykov V.B., Kibzun A.I. Deterministic Equivalents for the Problems of Stochastic Programming with Probabilistic Criteria. *Automation and Remote Control.* 2006. vol. 67, no. 6. pp. 945–961. DOI: 10.1134/S0005117906060099.