УДК 004.67, 621.396 DOI: 10.14529/cmse170102

МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА МАТРИЧНЫХ ПУЧКОВ, ИСПОЛЬЗУЮЩАЯ СОВМЕСТНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПОЛЮСОВ СИГНАЛА И ОБРАТНЫХ К НИМ

© 2017 г. О.Л. Ибряева, Д.Д. Салов

Южно-Уральский государственный университет

(454080 Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, д. 76),

E-mail: ibriaevaol@susu.ru, salovdd@yandex.ru

Поступила в редакцию: 20.10.2016

В статье рассматривается метод матричных пучков, являющийся параметрическим Прони-подобным методом обработки сигнала и позволяющим найти частоты, коэффициенты затухания, фазы и амплитуды суммы затухающих синусоид. Его преимуществом по сравнению с методом Прони является меньшее количество операций, что приводит к меньшей вычислительной ошибке. Предложена модификация данного метода способная решить задачу разделения истинных и ложных полюсов сигнала. Из отсчетов сигнала конструируются два пучка матриц, собственные значения которых в случае отсутствия шума совпадают с полюсами сигнала и обратными к ним. В случае зашумленного сигнала разделение истинных и ложных полюсов проводится за счет: 1) сингулярного разложения, 2) завышенного порядка предсказания, 3) анализа собственных значений двух пучков матриц. Приведен алгоритм модифицированного метода матричных пучков и сравнение этой модификации с классическим вариантом на модельном примере обнаружения сигнала в шуме. Показано, что классический метод не способен определить время начала полезного сигнала, поскольку подстраивает под шум сумму экспонент. Модифицированный метод матричных пучков решает задачу обнаружения сигнала в шуме и его параметров, т.к. помимо определения времени прихода сигнала, также способен оценить количество затухающих синусоид в нем и их параметры. Предложенный алгоритм обнаружения сигнала пригоден для работы с сигналами достаточно общего вида (суммой затухающих синусоид) и не требует знания законов распределения самого сигнала и его шумовой составляющей, как метод максимального правдоподобия.

Ключевые слова: обработка сигнала, метод матричных пучков, обнаружение сигнала в шуме, определения времени прихода, оценка частоты.

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Ибряева О.Л., Салов Д.Д. Модификация метода матричных пучков, использующая совместное оценивание полюсов сигнала и обратных к ним // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2017. Т. 6, № 1. С. 26–37. DOI: 10.14529/cmse170102.

Введение

Метод матричных пучков (ММП) [1] является одним из Прони-подобных [2] методов оценки параметров суммы комплексных экспонент. Его преимуществом по сравнению с методом Прони является меньшее количество операций, что приводит к меньшей вычислительной ошибке. ММП находит многочисленные применения — в спектральном анализе сигналов ядерного магнитного резонанса [3], в идентификации радиолокационных объектов [4], в сейсмологии [5], медицине [6] и др.

Хорошо известно, что при использовании метода Прони в случае высокого уровня шума весьма затруднительно разделить корни характеристического полинома на корни, соответствующие полезному сигналу и корни, соответствующие шуму. Для упрощения этого разделения и улучшения точности оценок полюсов сигнала используются три метода [7]: SVD-разложение, завышенный порядок предсказания и анализ нулей полиномов линейного предсказания вперед и назад, дающих оценки для полюсов сигнала z и обратных к ним z^{-1}, соответственно. Нули, соответствующие истинным экспоненциальным сигналам, будут появляться во взаимно обратных точках, расположенных вдоль некоторого общего радиуса, что и облегчает идентификацию экспонент в шуме [8].

ММП, как и метод Прони, подстраивает сумму экспонент под любой аддитивный шум, присутствующий в данных и, по этой причине, не обеспечивает удовлетворительных результатов при значительном уровне шума. В исходном варианте ММП оценку для полюсов z сигнала дают собственные значения некоего пучка матриц, сконструированного из отсчетов сигнала. Между тем, как показано в настоящей статье, несложно получить с помощью тех же данных оценку для z^{-1} и, на основе анализа значений z и z^{-1}, решить вопрос разделения истинных экспоненциальных сигналов и шума. *Целью* настоящей работы является модификация метода матричных пучков, использующая совместное оценивание полюсов сигнала и обратных к ним и аналогичная описанной выше модификации метода Прони.

В качестве приложения данной модификации ММП в данной работе рассматривается задача определения параметров и времени прихода для сигнала с неизвестными параметрами. Насколько нам известно, ранее нигде ММП не использовался для определения времени прихода сигнала, возможно потому, что (как показано в данной статье) классический ММП плохо справляется с этой задачей. Заметим, что существует множество алгоритмов решения задачи обнаружения сигнала, но они либо работают преимущественно с синусоидальными сигналами (преобразование Фурье, обобщенный «кросскоррелятор» [9–11]), либо требуют знания законов распределения как самого сигнала, так и его шумовой составляющей (метод максимального правдоподобия [12;13]). Предложенный в этой статье метод не требует такой априорной информации и работает с сигналами достаточно общего вида — суммой затухающих синусоид. Количество синусоид не предполагается известным заранее.

Структура работы такова. В разделе 1 мы описываем исходный вариант ММП. Его модификация и проблемы ее программной реализации обсуждаются в разделе 2. В разделе 3 приведен результат численного эксперимента с помощью модифицированного ММП. Рассматривается важная задача обнаружения сигнала (и оценки его параметров) в шуме. Показано, что, в отличие от классического ММП, предложенный в данной статье метод позволяет определять неизвестное время прихода сигнала и оценить его частоту. Завершается работа заключением с указанием направления будущих исследований.

1. Метод матричных пучков

ММП предназначен для нахождения параметров R_k, z_k сигнала вида:

$$x_n = \sum_{k=1}^{M} R_k z_k^n , \tag{1}$$

где $R_k = A_k e^{i\varphi_k}$ — комплексные амплитуды, $z_k = e^{(\alpha_k + i2\pi f_k)T}$ — комплексные экспоненты (полюсы сигнала), T — период дискретизации сигнала, $n = 0,1,\ldots,N-1$, N — число отсчетов сигнала.

Как правило, обрабатываемый сигнал является зашумленным, т.е. имеет вид:

$$y_n = x_n + v_n = \sum_{k=1}^{M} R_k z_k^n + v_n, \tag{2}$$

где v_n — отсчеты шума.

Из данных N отсчетов сигнала сформируем матрицы размеров $(N-L)\times L$:

$$Y_0 = \begin{pmatrix} y_{L-1} & y_{L-2} & \cdots & y_0 \\ y_L & y_{L-1} & \cdots & y_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{N-2} & y_{N-3} & \cdots & y_{N-L-1} \end{pmatrix}, \ Y_1 = \begin{pmatrix} y_L & y_{L-1} & \cdots & y_1 \\ y_{L+1} & y_L & \cdots & y_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{N-1} & y_{N-2} & \cdots & y_{N-L} \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Здесь L — единственный параметр метода матричных пучков, значение которого должно удовлетворять неравенству: $M \le L \le N-M$, где N – число отсчетов, M — число экспонент сигнала. Показано [14], что при выборе $\frac{N}{3} \le L \le \frac{N}{2}$ дисперсия оценки полюсов z_k будет минимальна, т.е. ММП будет наименее чувствителен к шуму.

Напомним [15], что обобщенная постановка задачи отыскания собственных значений выглядит следующим образом: Найти собственные векторы x и собственные значения λ, определяемые соотношением

$$Ax = \lambda Bx. \tag{4}$$

Характеристическое уравнение для обобщенной задачи о собственных значениях имеет вид: $\det(A - \lambda B) = 0$. Выражение $A - \lambda B$ называют *пучком матриц* и говорят о собственных значениях и собственных векторах пучка матриц.

Доказано [1], что собственными числами пучка матриц $Y_0 - \lambda Y_1$ в случае отсутствия шума являются полюсы сигнала $z_k = e^{(\alpha_k + i2\pi f_k)T}$. Данный факт и определил название метода.

Таким образом, найти z_k в случае чистого сигнала можно как собственные значения матрицы $Y_0^+ Y_1$. Однако в случае зашумленных данных собственные значения матрицы $Y_0^+ Y_1$ не будут в точности равны полюсам сигнала. Для эффективной фильтрации шума матрицу Y_0 необходимо предварительно подвергнуть операции сингулярного (SVD) разложения. Здесь и далее верхним индексом $^+$ мы обозначаем псевдообратную матрицу Мура—Пенроуза. Напомним, что псевдообратная, в отличие от обратной, существует для любой матрицы, а операцию псевдообращения можно понимать [16] как решение задачи наилучшей аппроксимации (по методу наименьших квадратов с предельным вариантом регуляризации) для соответствующей системы уравнений.

Рассмотрим SVD-разложение матрицы Y_0:

$$Y_0 = USV^H, \tag{5}$$

где U, V — унитарные матрицы размеров $(N-L)\times(N-L)$ и $L \times L$ соответственно, S — матрица размеров $(N-L)\times L$, на главной диагонали которой стоят неотрицательные вещественные (сингулярные) числа в порядке невозрастания. Здесь и далее верхним индексом ^{H} мы обозначаем операцию эрмитова сопряжения.

Заметим, что в случае отсутствия шума диагональная матрица S имеет ровно M ненулевых сингулярных чисел, все последующие равны нулю. В случае зашумленного сигнала ненулевых сингулярных чисел уже не будет, однако между первыми M и последующими сингулярными числами матрицы S будет наблюдаться ярко выраженный скачок, который и позволит определить число комплексных экспонент в сигнале.

Итак, сингулярное разложение матрицы Y_0 позволяет определить число истинных экспонент сигнала M. Кроме того, оно может быть использовано для нахождения псевдообратной матрицы $Y_0^+ = VS^+U^H$. На практике используется усеченная до ранга M псевдообратная матрица $Y_0^+ = \sum_{i=1}^{M} \frac{1}{\sigma_{0i}} v_{0i} u_{0i}^H = V_0 A_0^{-1} U_0^H$, где $\sigma_{0i},\ i = 1,\ldots,M$ – наибольшие сингулярные числа матрицы Y_0, v_{0i}, u_{0i} — соответствующие сингулярные векторы, $A_0 = diag(\sigma_{01},\ldots,\sigma_{0M})$.

После нахождения матрицы Y_0^+ для оценки полюсов сигнала $z_k, k = 1,\ldots,M$, остается только найти M собственных чисел матрицы $Y_0^+ Y_1$ или, в силу следующей цепочки равенств:

$$Y_0^+ Y_1 q_k = z_k q_k, \tag{5}$$

$$V_0 A^{-1} U_0^H Y_1 q_k = z_k q_k, \tag{6}$$

$$A^{-1} U_0^H Y_1 V_0 \left(V_0^H q_k\right) = z_k \left(V_0^H q_k\right), \tag{7}$$

найти M собственных чисел матрицы $Z_E = A^{-1} U_0^H Y_1 V_0$, дающих оценку для полюсов сигнала $z_k = e^{(\alpha_k + i2\pi f_k)T}, k = 1,\ldots,M$.

Комплексные амплитуды $R_k = A_k e^{i\varphi_k}$, $k = 1,\ldots,M$, находим, решая следующую задачу методом наименьших квадратов:

$$\begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_{N-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ z_1 & z_2 & \cdots & z_M \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{N-1} & z_2^{N-1} & \cdots & z_M^{N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_M \end{pmatrix}. \tag{8}$$

Описанный «классический» метод матричных пучков имеет следующий недостаток. При обработке реальных сигналов, особенно с большим уровнем шума, заметить скачок между сингулярными числами, соответствующими сигналу и шуму и провести тем самым разделение полюсов на истинные и ложные, оказывается весьма затруднительно. В методе Прони с этой проблемой справляется завышенный порядок предсказания: поскольку число истинных полюсов сигнала M не поддается определению, его берут явно завышенным, «с запасом». Далее для идентификации истинных полюсов среди всех найденных применяется анализ оценок для z_k и z_k^{-1}, даваемых нулями полиномов линейного предсказания вперед и назад.

В следующем разделе мы предлагаем аналогичную модификацию ММП.

2. Модификация метода матричных пучков

Как уже было отмечено в разделе 1, полюсы сигнала $z_k = e^{(\alpha_k + i2\pi f_k)T}$ являются собственными числами пучка матриц $Y_0 - \lambda Y_1$ и их можно найти как собственные числа матрицы $Y_0^+ Y_1$ или Z_E. Рассмотрим пучок матриц $Y_1 - \lambda Y_0$. Его собственными числами, очевидно, являются z_k^{-1}, которые, в отсутствии шума, можно найти как собственные числа матрицы $Y_1^+ Y_0$. В случае зашумленных данных следует рассмотреть матрицу $Y_1^+ Y_0$, где Y_1^+ — усеченная до ранга M псевдообратная матрица

$$Y_1^+ = \sum_{i=1}^{M} \frac{1}{\sigma_{1i}} v_{1i} u_{1i}^H = V_1 A_1^{-1} U_1^H . \quad (9)$$

Здесь $\sigma_{1i}, i = 1,\ldots,M$ — наибольшие сингулярные числа матрицы Y_1, v_{1i}, u_{1i} — соответствующие сингулярные векторы, $A_1 = diag(\sigma_{11},\ldots,\sigma_{1M})$. Очевидно, что, как и в предыдущем разделе, можно вместо матрицы $Y_1^+ Y_0$ рассмотреть матрицу $Z_I = A_1^{-1} U_1^H Y_0 V_1$, т.к. их собственные числа совпадают.

Итак, в ММП, как и в методе Прони, можно получить оценки для полюсов z_k и обратных к ним z_k^{-1}, а значит можно предложить аналогичный способ отделения истинных полюсов от ложных, основанный на совместном анализе этих оценок. Из-за шума скачок между сингулярными числами будет размыт и число истинных полюсов сигнала M не будет найдено. Как и в методе Прони, используем завышенный порядок предсказания, выбрав M «с запасом».

Инициализация:

Задаем малое положительное число $\varepsilon = 0{,}01 \div 0{,}1$ и формируем матрицы Y_0, Y_1 из отсчетов сигнала;

Шаг 1. Находим усеченное SVD-разложение матриц

$$Y_0 = U_0 A V_0^H ,\ Y_1 = U_1 A_1 V_1^H$$

и предварительную оценку числа M полюсов сигнала.

Шаг 2. Составляем матрицы

$$Z_E = A^{-1} U_0^H Y_1 V_0 ,\ Z_I = A_1^{-1} U_1^H Y_0 V_1 .$$

Шаг 3. Находим их собственные числа p_k, q_m, $k, m = 1,\ldots,M$.

Шаг 4. Определяем число M истинных полюсов сигнала и сами полюсы:

Если

$$\left| p_k - \frac{1}{q_m} \right| \le \varepsilon \text{ для некоторых } k, m,$$

То p_k — истинный полюс сигнала,

Иначе p_k — ложный полюс.

Шаг 5. Находим комплексные амплитуды $R_k = A_k e^{i\varphi_k}$, $k = 1,\ldots,M$.

Стоп.

Рис. 1. Модифицированный метод матричных пучков

Далее для отделения истинных полюсов сигнала от полюсов, соответствующих шуму, проанализируем собственные значения матриц Z_E, Z_I. Из них ровно M собственных значений (соответствующие z_k и z_k^{-1}) будут находиться во взаимно обратных точках, что позволяет идентифицировать истинные полюсы.

На рис. 1 представлен алгоритм модифицированного метода матричных пучков.

Замечание 1. Комплексные амплитуды, так же, как и в «классическом» ММП, находятся из решения задачи (8).

Замечание 2. При программной реализации приведенного алгоритма из-за шума возникает проблема несовпадения собственных чисел p_k, q_m матриц Z_E, Z_I с числами z_k, z_k^{-1}. По этой причине числа p_k, q_m не оказываются в точности обратно пропорциональными друг другу.

Таким образом, в реальной ситуации можно рассчитывать лишь на выполнение условия:

$$\left| p_k - \frac{1}{q_m} \right| \le \varepsilon , \qquad (10)$$

означающего что для некоторого собственного числа p_k матрицы Z_E нашлось «почти обратное» к нему собственное число q_m матрицы Z_I, и, значит, p_k, скорее всего, является истинным полюсом сигнала.

Параметр ε фактически указывает, насколько в данном сигнале (при конкретном уровне присутствующего в нем шума) можно отличаться двум этим оценкам, он должен зависеть от уровня шума. Наши численные эксперименты показывают, что обычно значения ε находятся в диапазоне $0{,}01 \div 0{,}1$.

3. Численный эксперимент

Во многих задачах (например, в радиолокации) важной проблемой является обнаружение сигнала в шуме (как его времени прихода, так и его параметров). В связи с этим интересно рассмотреть работу предложенного метода для модельного сигнала следующего вида. Сигнал длительностью 0,1 с. (рис. 2) представляет собой последовательность затухающих синусоид, возникающих в случайные моменты времени.

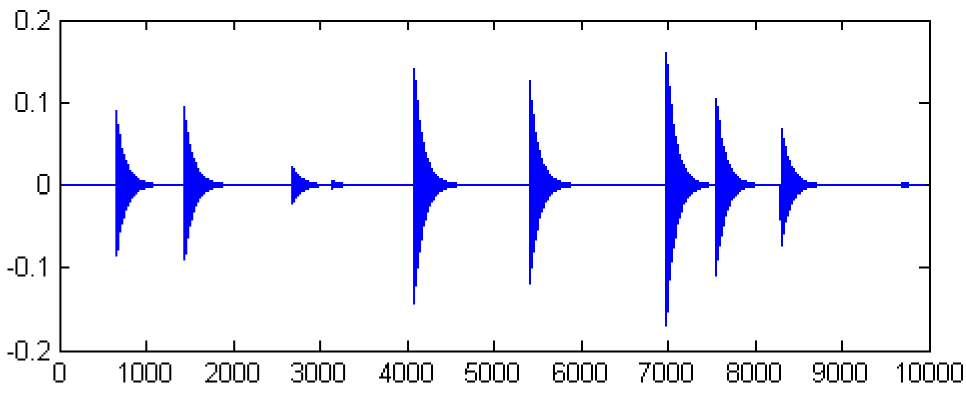

Рис. 2. Случайная последовательность синусоид

На рассматриваемом отрезке сигнала затухающая синусоида частотой 30 кГц возникла 10 раз (некоторые синусоиды частично перекрылись друг с другом). Амплитуда и фаза синусоид — различны, частота и коэффициент затухания всех синусоид — одинаковы. Частота дискретизации сигнала — 100 кГц.

Зашумленный сигнал (в качестве шума взяты отсчеты нормально распределенной случайной величины) представлен на рис. 3. Отношение сигнал/шум (SNR) для данного сигнала будем вычислять по формуле:

$$SNR = 10\log\frac{\frac{1}{M}\sum\limits_{s=1}^{M}\frac{1}{N}\sum\limits_{k=\eta_s}^{\eta_s+N} y_k^2}{\sigma^2}\,, \tag{11}$$

Здесь M — число импульсов на рассматриваемом временном отрезке сигнала, N — число отсчетов, за которое синусоида затухает до уровня 5 % от энергии в момент возникновения импульса, η_s — номер отсчета, соответствующий времени возникновения затухающей синусоиды, y_k — значения выходного сигнала в отсутствии шума, а σ — дисперсия шумового сигнала.

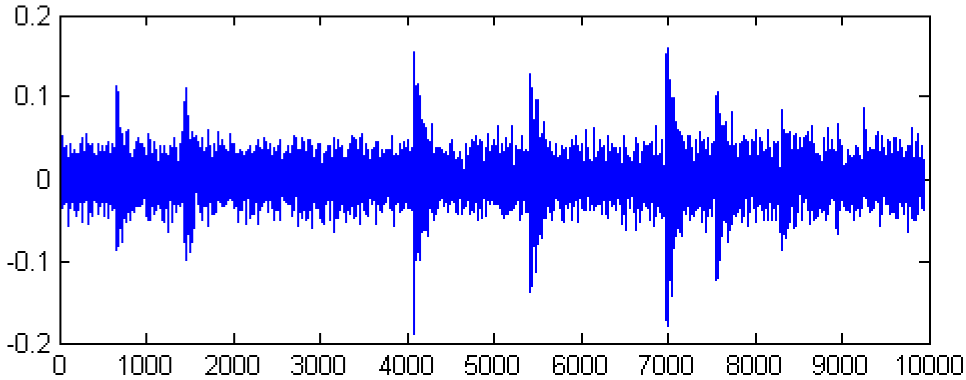

Рис. 3. Зашумленный сигнал

Для сигнала на рис. 3 значение SNR составило 7 дБ. Со сдвигом на 1 отсчет, предложенным в статье методом были обработаны сегменты сигнала длиной 0,5 мс каждый. Значение параметра ε было выбрано равным $0{,}01$. Найденные значения частоты показаны на рис. 4. Видно, что на участках с полезным сигналом модифицированным методом матричных пучков была обнаружена частота около 30 кГц. Важно, что на участках сигнала без полезной составляющей никаких частот не было найдено. Таким образом, предложенный метод позволяет найти время прихода сигнала и даже оценить его частоту.

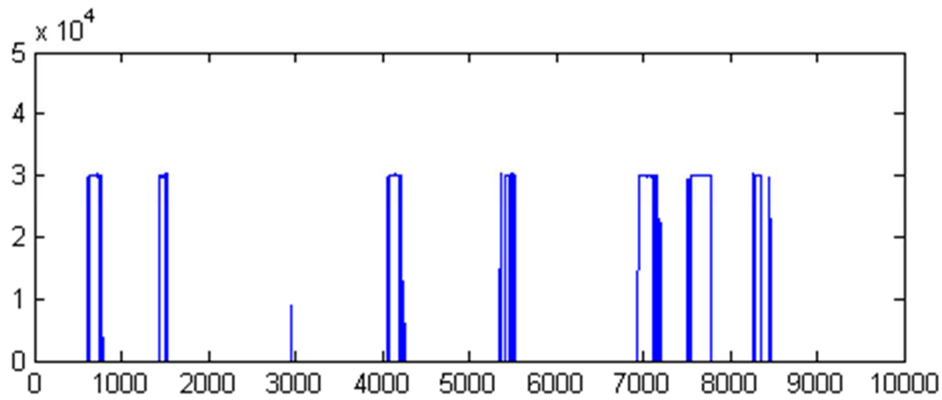

Рис. 4. Зависимость найденной частоты от отсчетов сигнала.

Заметим, что классический метод матричных пучков будет подстраивать шум под сумму синусоид и находить различные частоты на протяжении всего сигнала.

Сравним классический и модифицированный ММП. Для этого рассмотрим отрезок сигнала с 4100 по 4150 отсчет, в котором присутствует затухающая синусоида с частотой 30 кГц и «чисто шумовой» отрезок сигнала с 6000 по 6050 отсчет. Результаты сравнения сигналов представлены в табл. 1 и 2.

Таблица 1

Результаты обработки сигнала с полезной составляющей с частотой 30 кГц

	Классический метод матричных пучков	Модифицированный метод матричных пучков
Полюса	–0,3138 + 0,9596i 0,8366 + 0,4215i	–0,3130 + 0,9354i
Частоты (кГц)	30,223 7,428	30,140

Таблица 2

Результаты обработки сигнала без полезной составляющей (шума)

	Классический метод матричных пучков	Модифицированный метод матричных пучков
Полюса	0,0518 + 0,7307i 0,7149 + 0,5868i 0,1290 + 0,0000i	—
Частота (кГц)	23,874 10,938 0	—

Как можно видеть, для первого отрезка сигнала классический метод, помимо 30 кГц, нашел лишнюю частоту. Для второго отрезка классический метод также нашел ряд частот, подстроив под данный шум сумму комплексных экспонент.

Таким образом, ясно, что классический ММП не позволит определить время прихода полезного сигнала.

Заключение

В статье рассмотрен параметрический метод спектрального анализа — метод матричных пучков. Представлена его модификация, использующая помимо полюсов сигнала обратные к ним. При использовании предложенного метода вывод делается на основе поиска соответствующих пар полюсов. Проведено численное моделирование. Результаты показывают, что предложенный метод, в отличие от классического, способен выделять полюса, соответствующие полезному сигналу и определять время прихода полезного сигнала и его частоту.

Хотя в настоящее время имеется достаточно много методов, позволяющих решить задачу оценки параметров экспоненциально затухающего синусоидального сигнала (метод Прони, метод максимального правдоподобия, различные методы фильтрации), минимальные требования к объему априорной информации и возможность непосредственного определения всех параметров сигнала, позволяет говорить о перспективности предложенного метода для использования в алгоритмах идентификации систем и оценке их состояния, в частности для обработки сигналов с кориолисового расходомера при его работе в многофазных средах.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, проект «Разработка отечественного массового кориолисового расходомера для нефтегазовой промышленности с функцией измерения расхода многофазных потоков» (соглашение № 14.578.21.0191 от 3.10.2016, идентификатор исследования RFMEFI57816X0191).

Авторы выражают благодарность профессору А.Л. Шестакову за постановку задачи и научное руководство.

Литература

1. Hua Y., Sarkar T.K. Matrix Pencil Method for Estimating Parameters of Exponentially Damped Undamped Sinusoids in Noise // IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing. 1990. Vol. 38, No. 5. P. 814–824. DOI: 10.1109/29.56027.
2. Potts D., Tasche M. Parameter Estimation for Non Increasing Exponential Sums by Prony-like Methods // Special Section on Statistical Signal & Array Processing. 2010. Vol. 90, P. 1631–1642. DOI: 10.1016/j.sigpro.2009.11.012.
3. Lin Y., Hodkinson P., Ernst M., Pines A. A Novel Detection-estimation Scheme for Noisy NMR Signals: Applications to Delayed Acquisition Data // Journal of Magnetic Resonance. 1997. Vol.128, P. 30–41. DOI: 10.1006/jmre.1997.1215.
4. Коновалюк М.А., Кузнецов Ю.В., Баев А.Б. Идентификация объектов сложной формы в сверхкороткоимпульсной радиолокации // III Всероссийская конференция «Радиолокация и связь» (Москва, 26–30 октября 2009 г.) Москва: Изд-во ИРЭ им. В.А.Котельникова РАН, 2009. С. 932–936.
5. Персичкин А.А., Шпилевой А.А. О методике оценки параметров сейсмических сигналов // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. 2015. № 10. С. 122–125.
6. Bhuiyan M., Malyarenko E.V., Pantea M.A., Capaldi D., Baylor A.E., Maev R.Gr. Time-frequency Analysis of Clinical Percussion Signals Using Matrix Pencil Method // Journal of Electrical and Computer Engineering 2015. Vol. 2015. P. 340–347. DOI: 10.1155/2015/274541.
7. Марпл-мл С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: пер. с англ. Москва: Изд-во Мир, 1990, 584 с.
8. Шестаков А.Л., Семенов А.С., Ибряева О.Л. Оценка несущей частоты случайной последовательности импульсов методом Прони // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование. 2009. № 37(170). С. 106–115.

9. Шостак С.В., Бакланов Е.Н., Стародубцев П.А., Шевченко А.П. Решение задачи «обнаружение-измерение дальности» для малоподвижных объектов методом активной корреляции // Журнал Радиоэлектроники 2015. № 3. С. 101–117.
10. Логинов А.А., Морозов О.А., Сорохтин Е.М., Сорохтин М.М., Реализация алгоритма поиска сигнала заданной формы на фоне шумов // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Серия: Физика твердого тела. 2005. № 1(18). С. 141–145.
11. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Москва: Изд-во Сов. радио, 1977. 650 с.
12. Stoica P., Moses R.L., Friedlander B., Soderstrom T. Maximum Likelihood Estimation of the Parameters of Multiple Sinusoids from Noisy Measurements // IEEE Transaction on Acoustics. Speech and Signal Processing. 1989. Vol. 37, No. 3. P. 378–392. DOI: 10.1109/29.21705.
13. Yang X., Huang B., Gao H. A Direct Maximum Likelihood Optimization Approach to Identification of LPV Time-delay Systems // Journal of the Franklin Institute. 2016. Vol. 353. P. 1862–1881. DOI: 10.1016/j.jfranklin.2016.03.005.
14. Hua Y., Sarkar T.K. On the Total Least Squares Linear Prediction Method for Frequency Estimation // IEEE Transaction on Acoustics, Speech and Signal Processing. 1990. P. 2186–2189. DOI: 10.1109/29.61547.
15. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. — 5-е изд. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 560 с.
16. Penrose R. On Best Approximate Solutions of Linear Matrix Equations // Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. 1956. Vol. 52. P. 17–19. DOI: 10.1017/s0305004100030929.
17. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. Москва: Высш. шк, 2000. 480 с.

Ибряева Ольга Леонидовна, к.ф.-м.н., доцент, кафедра прикладной математики и программирования, Институт естественных и точных наук, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

Салов Данил Дмитриевич, студент, Высшая школа электроники и компьютерных наук, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

DOI: 10.14529/cmse170102

MODIFICATION OF THE MATRIX PENCIL METHOD USING A COMBINED EVALUATION OF SIGNAL POLES AND THEIR INVERSES

South Ural State University (pr. Lenina 76, Chelyabinsk, 454080 Russia),

E-mail: ibriaevaol@susu.ru, salovdd@yandex.ru

Received: 20.10.2016

The Prony-like parametric method of signal processing, namely the Matrix Pencil Method, is considered in the paper. The method is able to find frequencies, damping factors, phases and amplitudes of a sinusoids sum. It needs fewer number of operations than Prony method and hence lower computational error. A modification of the method using a combined evaluation of signal poles and their inverses is proposed. This modification is able to solve the problem of true/false poles separation. Two matrix pencils with eigenvalues coinciding (in the absence of noise) with signal poles and their inverses are constructed from the signal samples. In case of noisy signal true/false poles separation is performed by: 1) SVD; 2) excessive order of prediction; 3) analysis of eigenvalues of two matrix pencils. Algorithms of the modified and classical Matrix Pencil Methods are given and compared on the example of signal detection in noise. It is shown that the classical method is not able to detect the time of arrival of the signal since it fits an exponential sum to the noise. The modified method can detect both the time of arrival and the signal frequency. The proposed algorithm of signal detection is suitable for use with signals of sufficiently general form (sum of decaying sine waves) and does not require distribution laws of signal and its noise component, as the maximum likelihood method.

Keywords: signal processing, matrix pencil method, detection of signal in noise, unknown time of arrival, frequency estimation.

FOR CITATION

Ibryaeva O.L., Salov D.D. Modification of the Matrix Pencil Method using a combined evaluation of signal poles and their inverses. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering.* 2017. vol. 6, no. 1. pp. 26–37. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse170102.

References

1. Hua Y., Sarkar T.K. Matrix Pencil Method for Estimating Parameters of Exponentially Damped Undamped Sinusoids in Noise. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. 1990. vol. 38, no. 5. pp. 814–824. DOI: 10.1109/29.56027.
2. Potts D., Tasche M. Parameter Estimation for Non Increasing Exponential Sums by Prony-like Methods. *Special Section on Statistical Signal & Array Processing*. 2010. vol. 90, pp. 1631–1642. DOI: 10.1016/j.sigpro.2009.11.012.
3. Lin Y., Hodkinson P., Ernst M., Pines A. A Novel Detection-estimation Scheme for Noisy NMR Signals: Applications to Delayed Acquisition Data. *Journal of Magnetic Resonance*. 1997. vol. 128, pp. 30–41. DOI: 10.1006/jmre.1997.1215.
4. Konovalyuk M.A., Kuznetsov Yu.V., Baev A.B. Identification of Objects Having Complex form in a Super Short Impulsive Radiolocation. *III Vserossiyskaya konferentsiya "Radiolokatsiya i svyaz" (Moskva, 26–30 oktyabrya 2009)* [Radiolocation and Radio Service: Reports of 3rd All-Russia Technological Conference "Radiolocation and Radio Service" (Moscow, Russia, October, 26–30, 2009)]. Moscow, Publishing of IRE V.A. Kotel'nikova RAN, 2010. pp. 932–936. (in Russian)
5. Persichkin A.A., Shpilevoj A.A. About the Methodology for Assessing the Parameters Seismic Signals. *Vestnik Baltiyskogo federal'nogo universiteta im. I. Kanta* [Vestnik Immanuel Kant Baltic Federal University]. 2015. no 10. pp. 122–125. (in Russian)
6. Bhuiyan M., Malyarenko E.V., Pantea M.A., Capaldi D., Baylor A.E., Maev R.Gr. Time-frequency Analysis of Clinical Percussion Signals Using Matrix Pencil Method. Journal of Electrical and Computer Engineering 2015. vol. 2015. pp. 340–347. DOI: 10.1155/2015/274541.
7. Marple, Jr.S.L. Digital Spectral Analysis with Applications. New Jersey, Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, 1987. p 584.

8. Shestakov A.L., Semenov A.S., Ibryaeva O.L. Carrier Frequency Estimation for Random Pulse Train Using Prony's Method. *Vestnik Yuzhno-Uralskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Matematicheskoe modelirovanie i programmirovanie* [Bulletin of South Ural State University. Series: Mathematical Modelling, Programming & Computer Software]. 2009. vol. 37(170). pp. 106-115. (in Russian)
9. Shostak S.V., Baklanov E.N., Starodubtsev P.A., Shevchenko A.P. Solution of the Problem "Detection Range Measurement" for Low-mobility Objects by Methods of Active Correlation. *Zhurnal Radioelektroniki* [Journal of Radio Electronics]. 2015. vol. 3. pp. 101–117. (in Russian)
10. Loginov A.A., Morozov O.A., Sorokhtin E.M., Sorokhtin M.M. Synthesis Algorithm Identify a Given Waveform on Background Noise. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo. Seriya: Fizika tverdogo tela.* [Vestnik of Lobachevsky University of Nizhni Novgorod. Series: Solid State Physics]. 2005. Vol. 1(18). pp. 141–145. (in Russian)
11. Van Tris G. *Teoriya obnaruzheniya, otsenok i modulyatsii* [Detection, Estimation, and Modulation]. Moscow, Publisher Soviet radio, 1977. 650 p.
12. Stoica P., Moses R.L., Friedlander B., Soderstrom T. Maximum Likelihood Estimation of the Parameters of Multiple Sinusoids from Noisy Measurements. IEEE Transaction on Acoust. Speech, Signal Process. 1989. vol. 37, no. 3. pp. 378–392. DOI: 10.1109/29.21705.
13. Yang X., Huang B., Gao H. A Direct Maximum Likelihood Optimization Approach to Identification of LPV Time-delay Systems. Journal of the Franklin Institute. 2016. vol. 353. pp. 1862–1881. DOI: 10.1016/j.jfranklin.2016.03.005.
14. Hua Y., Sarkar T.K. On the Total Least Squares Linear Prediction Method for Frequency Estimation. IEEE Transaction on Acoustics, Speech and Signal Processing. 1990. pp. 2186–2189. DOI: 10.1109/29.61547.
15. Gantmakher F. R. *Teoriya matrits* [The Theory of Matrices]. Moscow: Fizmatlit. 2004. 560 p.
16. Penrose R. On Best Approximate Solutions of Linear Matrix Equations. Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. 1956. vol. 52. pp. 17–19. DOI: 10.1017/s0305004100030929.
17. Ventcel E.S., Ovcharov L.A. *Teoriya veroyatnostey i yeye inzhenernyye prilozheniya* [Theory of Probability and its Engineering Applications], Moscow: Higher School, 2000. 480 p.