

МЕТОД ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ О НЕМЕТАЛЛИЧЕСКИХ ВКЛЮЧЕНИЯХ, ПОЛУЧАЕМОЙ ПРИ ОБСЛЕДОВАНИИ МИКРОШЛИФА ГОТОВОЙ СТАЛИ

© 2017 А.Д. Дрозин

Южно-Уральский государственный университет

(454080 Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, д. 76)

E-mail: drozinad@susu.ru

Поступила в редакцию: 23.10.2017

Неметаллические включения, возникающие в процессе производства стали — это микрочастицы продуктов химических реакций и посторонних примесей, имеющие размеры 0,1–100 мкм. Они являются концентраторами напряжений в готовых изделиях и ухудшают механические свойства стали. Для их исследования из образца исследуемого металла готовят микрошлиф и наблюдают в микроскоп срезы включений плоскостью микрошлифа. Однако на плоскости шлифа исследователь видит не сами включения, а лишь их срезы. Между тем включения разных размеров могут давать срезы одинакового размера и, наоборот, включения одного размера могут давать срезы различных размеров. В данной работе рассматривается метод определения количеств и размеров неметаллических включений на основе этой информации, то есть воссоздание объемной картины распределения включений по размерам на основе плоской картины распределения их срезов плоскостью микрошлифа. Метод основан на теории вероятностей и математической статистике. Показано, что число срезов включений, попадающих в каждый размерный интервал, подчиняется нормальному закону. Разработана методика определения функции распределения включений по размерам для включений сферической формы и разработан соответствующий алгоритм.

Ключевые слова: обработка информации, кристаллография, неметаллические включения, стереология.

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Дрозин А.Д. Метод обработки информации о неметаллических включениях, получаемой при обследовании микрошлифа готовой стали // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2017. Т. 6, № 4. С. 5–19. DOI: 10.14529/cmse170401.

Введение

В процессе выплавки сталь загрязняется продуктами протекающих в ней химических реакций и внешними примесями. Эти загрязнения, представляющие собой микрочастицы размером от 0,1 до 100 мкм, являются неметаллическими включениями в стали. Они во многом определяют качество готовой стали [1–4].

Для определения загрязненности стали неметаллическими включениями обычно поступают следующим образом [5]. Из исследуемого затвердевшего металла изготавливают образцы, обычно в форме прямоугольного параллелепипеда. Каждый образец разрезают, полируют срез и рассматривают через микроскоп (рис. 1). Исследователь видит в микроскоп срезы неметаллических включений плоскостью разреза.

Далее картину на разрезе сравнивают с эталонными картами и устанавливают балл загрязненности стали неметаллическими включениями.

Ясно, что такой стандартный метод использует очень мало информации, предоставляемой исследователю на поверхности шлифа. Также и обработка информации (сравнение картины на шлифе с эталонными картами) дает мало информации о загрязненности стали.

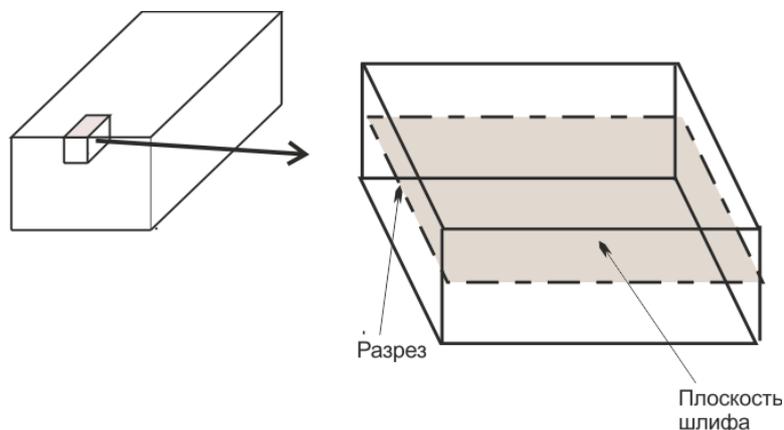


Рис. 1. Приготовление образца

В настоящей работе предпринята попытка провести обработку информации, позволяющую получить количественные данные: сколько включений каждого размера присутствуют в стали. Основная трудность заключается в том, что на плоскости шлифа исследователь видит не сами включения, а лишь их срезы (рис. 2).

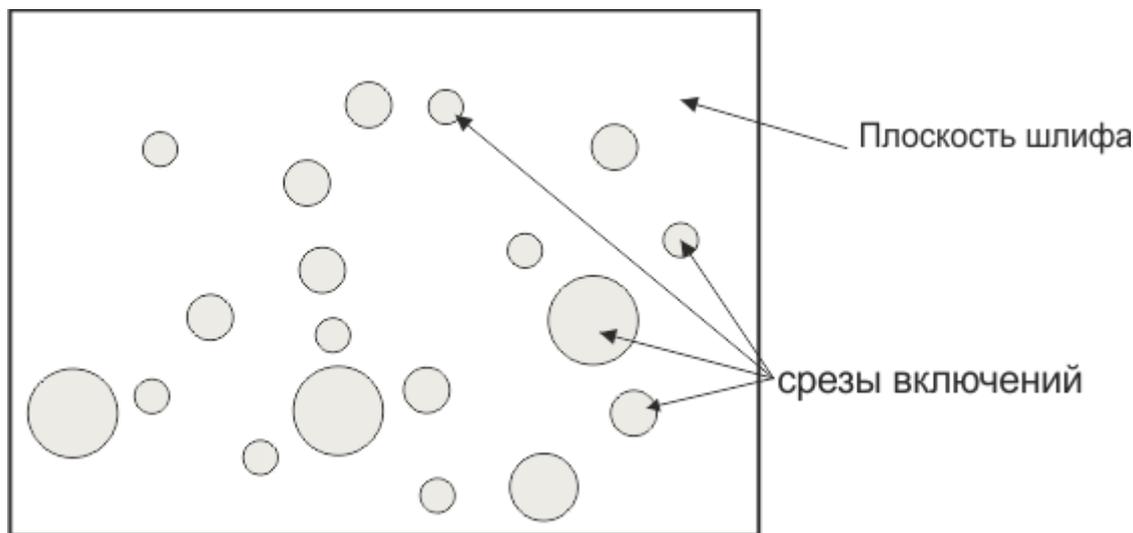


Рис. 2. Плоскость шлифа

Как показано на рис. 3, включения разных размеров могут дать срезы одинакового размера и, наоборот, включения одного размера могут давать разные срезы.

Разработан ряд методов определения распределения частиц по размерам (не только включений) из распределения по размерам их сечений. Подробные обзоры этих методов представлены в [6–12].

Нами был предложен новый метод определения распределения частиц по размерам более пригодный для металлографических исследований, основные идеи которого изложены в [13].

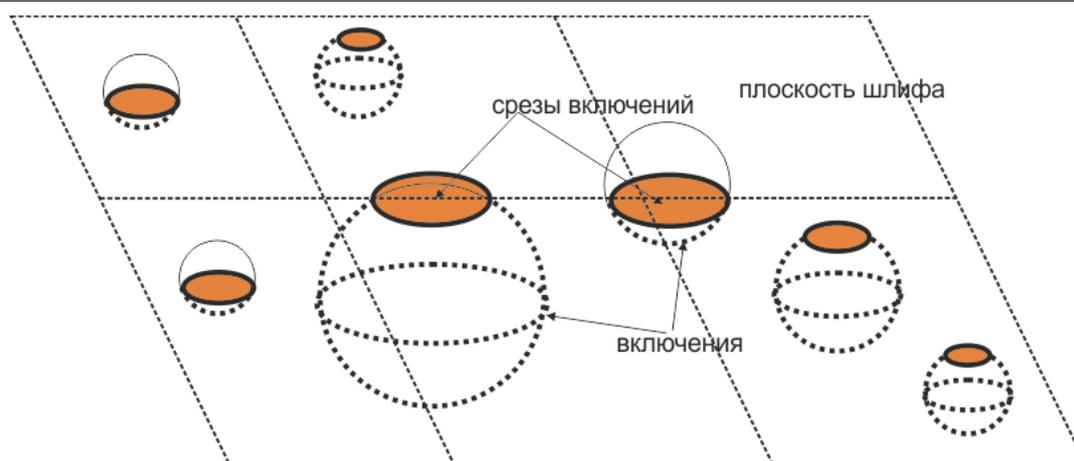


Рис. 3. Образование срезов включений

Статья организована следующим образом. В разделе 1 математически точно сформулирована цель исследования. В разделе 2 проведено математическое исследование зависимости числа срезов включений данного размера, как случайной функции распределения по размерам включений, дающих эти срезы. Показано, что число срезов включений, попадающих в данный размерный интервал, подчиняется нормальному закону. В разделе 3 проведены основные упрощения, позволяющие решить поставленную задачу. Получены необходимые соотношения. В разделе 4 приведен алгоритм вычислений. В разделе 5 приведены исходная таблица распределения срезов включений и таблица распределения включений, рассчитываемая по приведенному алгоритму. В заключении обсуждаются полученные результаты.

1. Постановка задачи

В объеме металла, представляющего собой прямоугольный параллелепипед высотой H и площадью основания S находятся неметаллические включения, представляющие собой шары разных радиусов. Пусть $N(R)$ такая (неизвестная) функция, что $N(R) V \Delta R$ — число находящихся в данном объеме $V=SH$ шаров с радиусами из интервала

$$\left[R - \frac{\Delta R}{2}; R + \frac{\Delta R}{2} \right] \text{ при бесконечно малом } \Delta R.$$

Для определения этой функции металл разрезают на некотором расстоянии a от основания и определяют распределение по размерам срезов попавших в сечение шаров следующим образом.

Возможные размеры радиусов срезов включений делят на M интервалов: $(0, r_1], (r_1, r_2], (r_2, r_3], \dots, (r_{M-1}, r_M]$ и подсчитывают числа срезов, попавших в каждый размерный интервал. Для повышения точности, шлиф несколько раз перетачивают и снова определяют количества срезов включений, попавших в каждый размерный интервал. Площади шлифов, полученных из одного образца, могут быть разными. Пусть было рассмотрено L шлифов с площадями S_1, \dots, S_L соответственно и получены количества $y_{l,i}$ ($l = 1, \dots, L; i = 1, \dots, M$) срезов, попадающих в i -ый размерный интервал $(r_{i-1}, r_i]$ при обследовании шлифа с номером l с площадью S_l .

Требуется определить функцию $N(R)$.

2. Теория метода

Определим количество срезов включений, попадающих в i -ый размерный интервал срезов $(r_{i-1}, r_i]$. Для функции $N(R)$, проведем построение, аналогичное построению определенного интеграла. Пусть R^* — радиус наибольшего из включений. Введем ось OR радиусов включений и разобьем отрезок $[0, R^*]$ произвольным образом на j^* частей точками $\rho_1, \dots, \rho_{j^*}$, но так, чтобы точки r_{i-1}, r_i вошли в число этих точек, как показано на рис. 4. Внутри каждого интервала (ρ_{j-1}, ρ_j) выберем «представитель» — размер $R = R_j$. К интервалу $(\rho_{j-1}, \rho_j]$ относятся $n_j = N(R_j)SH\Delta\rho_j$ шаров радиуса примерно R_j . Здесь $\Delta\rho_j = \rho_j - \rho_{j-1}$.

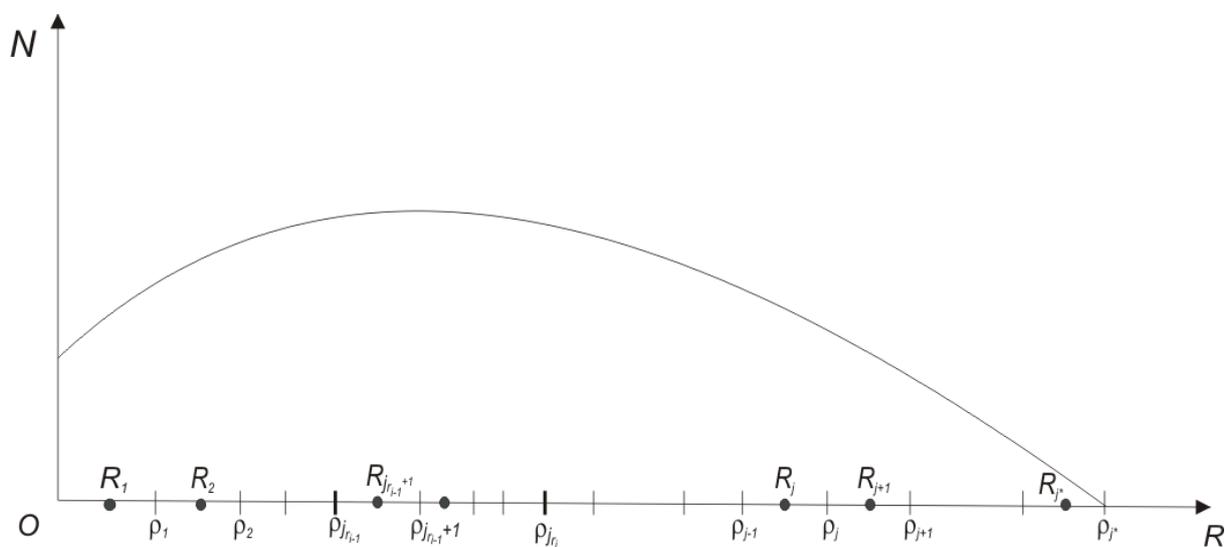


Рис. 4. Функция распределения включений по размерам

Рассмотрим находящийся в рассматриваемом объеме шар радиуса $R = R_j$ ($R > r_i$). Найдем вероятность того, что его срез попадет в рассматриваемый диапазон и радиус его сечения будет находиться в интервале $(r_{i-1}, r_i]$. Это произойдет в случае, если центр шара будет находиться на расстоянии h ($h_2 \leq h \leq h_1$) от плоскости шлифа (в обе стороны от нее), где $h_1 = \sqrt{R^2 - r_{i-1}^2}$, $h_2 = \sqrt{R^2 - r_i^2}$, как это показано на рис. 5.

Считая распределение центров шаров в пространстве равномерным, получим, что эта вероятность равна

$$P_{(r_{i-1}, r_i]}(R) = P(r_{i-1} < r \leq r_i) = 2 \frac{h_1 - h_2}{H} = \frac{2}{H} \left(\sqrt{R^2 - r_{i-1}^2} - \sqrt{R^2 - r_i^2} \right) \quad (1)$$

В случае, если $r_{i-1} < R \leq r_i$, радиус среза не может превзойти r_i и

$$P_{(r_{i-1}, r_i]}(R) = P(r_{i-1} < r \leq r_i) = 2 \frac{h_1}{H} = \frac{2}{H} \sqrt{R^2 - r_{i-1}^2} \quad (2)$$

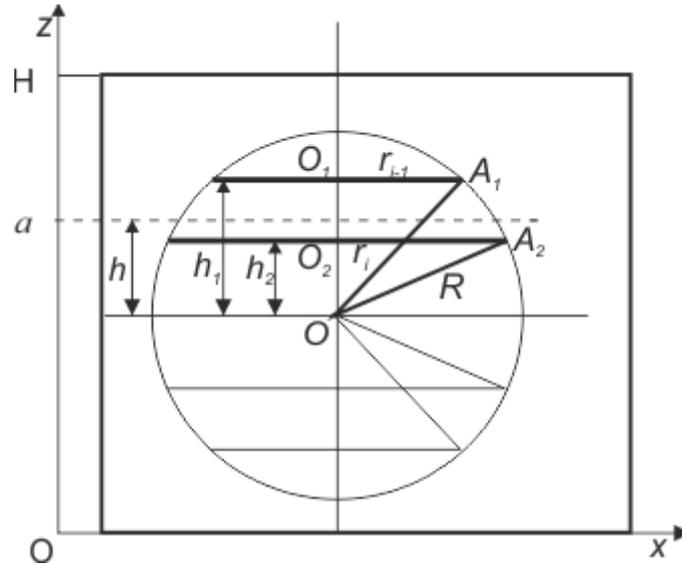


Рис. 5. К определению вероятности среза данного размера

В случае, если $R \leq r_{i-1}$, включение не может образовать среза, соответствующего данному диапазону и $p_{(r_{i-1}, r_i]}(R) = 0$.

Мы рассмотрели вероятность среза выбранного размера от одного включения, а всего у нас $n_j = N(R_j)SH\Delta\rho_j$ одинаковых (по нашему подходу) включений. Мы имеем классическую схему Бернулли с вероятностью «успеха» $p_j = p_{(r_{i-1}, r_i]}(R_j)$ и с вероятностью «неудачи» $q_j = 1 - p_j$ с числом «испытаний» $n_j = N(R_j)SH\Delta\rho_j$. Заметим, что $p_j < \frac{2R_j}{H}$, где R_j — величина порядка микрометров, а H — порядка сантиметров. Следовательно, p_j — это очень малая величина (менее 0,001), а $q_j = 1 - p_j$ — величина, близкая единице.

Математическое ожидание числа срезов выбранного размера равно

$$n_j p_j = \begin{cases} N(R_j)SH\Delta\rho_j \cdot \frac{2}{H} \sqrt{R_j^2 - r_{i-1}^2} = 2S\sqrt{R_j^2 - r_{i-1}^2} N(R_j)\Delta\rho_j, & (r_{i-1} < R_j \leq r_i), \\ 2S(\sqrt{R_j^2 - r_{i-1}^2} - \sqrt{R_j^2 - r_i^2}) N(R_j)\Delta\rho_j, & (R_j > r_i). \end{cases} \quad (3)$$

Дисперсия числа срезов выбранного размера равна

$$n_j p_j q_j = \begin{cases} N(R_j)SH\Delta\rho_j \cdot \frac{2}{H} \sqrt{R_j^2 - r_{i-1}^2} \cdot \left(1 - \frac{2}{H} \sqrt{R_j^2 - r_{i-1}^2}\right) = \\ = 2S\sqrt{R_j^2 - r_{i-1}^2} \cdot \left(1 - \frac{2}{H} \sqrt{R_j^2 - r_{i-1}^2}\right) N(R_j)\Delta\rho_j & (r_{i-1} < R_j \leq r_i), \\ 2S(\sqrt{R_j^2 - r_{i-1}^2} - \sqrt{R_j^2 - r_i^2}) \cdot \left(1 - \frac{2}{H}(\sqrt{R_j^2 - r_{i-1}^2} - \sqrt{R_j^2 - r_i^2})\right) N(R_j)\Delta\rho_j & (R_j > r_i). \end{cases} \quad (4)$$

Выражения (4) показывают, что в сомножителе $q_j = 1 - p_j$ следует пренебречь величиной p_j , так как, во-первых, $p_j \ll 1$ и, во-вторых, в противном случае, мы получили бы,

что распределение срезов включений зависит от высоты образца, чего не может быть. Картина срезов включений (и, в частности, дисперсия числа срезов включений) в данном месте не может зависеть от того, какой высоты образец мы при этом рассматриваем.

Таким образом, мы получили, что и математическое ожидание и дисперсия числа срезов $Y_{(r_{i-1}, r_i].j}$ включений из j -го интервала (радиусов включений) по R , дающих срезы из i -го диапазона (срезов включений) по r , равны одной и той же величине $\eta_{(r_{i-1}, r_i]}(R_j)\Delta\rho_j$, где

$$\eta_{(r_{i-1}, r_i]}(R_j) = \begin{cases} 2S\sqrt{R_j^2 - r_{i-1}^2}N(R_j), & \text{если } r_{i-1} < R_j \leq r_i, \\ 2S\left(\sqrt{R_j^2 - r_{i-1}^2} - \sqrt{R_j^2 - r_i^2}\right)N(R_j), & \text{если } R_j > r_i. \end{cases} \quad (5)$$

Свой вклад в рассматриваемый диапазон срезов дают включения из всех интервалов по R , начиная с $j_{r_{i-1}} + 1$. Полное число срезов в рассматриваемом диапазоне равно

$$Y_{(r_{i-1}, r_i]} = \sum_{j=j_{r_{i-1}}+1}^{j^*} Y_{(r_{i-1}, r_i].j}. \quad (6)$$

Математическое ожидание (и дисперсия) этой величины равны

$$\mu_i = M\left(Y_{(r_{i-1}, r_i]}\right) = \sum_{j=j_{r_{i-1}}+1}^{j^*} M\left(Y_{(r_{i-1}, r_i].j}\right) = \sum_{j=j_{r_{i-1}}+1}^{j^*} \eta_{(r_{i-1}, r_i]}(R_j)\Delta\rho_j$$

или, переходя к пределу при условии $\max_j \Delta\rho_j \rightarrow 0$,

$$\mu_i = \lim_{\max_j \Delta\rho_j \rightarrow 0} \sum_{j=j_{r_{i-1}}+1}^{j^*} \eta_{(r_{i-1}, r_i]}(R_j)\Delta\rho_j = \int_{r_{i-1}}^{R^*} \eta_{(r_{i-1}, r_i]}(\rho)d\rho.$$

Поменяв обозначение переменной интегрирования ρ на R и разбив, в соответствии с (5), отрезок интегрирования на две части, получим математическое ожидание и дисперсию полного числа срезов включений, попадающих в размерный диапазон $(r_{i-1}, r_i]$:

$$\mu_i = 2S \left(\int_{r_{i-1}}^{r_i} N(R)\sqrt{R^2 - r_{i-1}^2}dR + \int_{r_i}^{\infty} N(R)\left(\sqrt{R^2 - r_{i-1}^2} - \sqrt{R^2 - r_i^2}\right)dR \right). \quad (7)$$

Покажем, что распределение случайной величины $Y_{(r_{i-1}, r_i]}$ можно считать нормальным. Действительно, случайная величина $Y_{(r_{i-1}, r_i]}$ является суммой n слагаемых $Y_{(r_{i-1}, r_i]} = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n$, где n — общее число включений с радиусом большим r_{i-1} в рассматриваемом образце (в нашем случае $n = SH \int_{r_{i-1}}^{\infty} N(R)dR$). Здесь Y_k — случайная величина, равная 1, если срез от k -го включения попал в рассматриваемый размерный диапазон и равный нулю, если не попал, или вообще k -ое включение не попало в плоскость среза: $P(Y_k = 1) = p_k$, $P(Y_k = 0) = q_k = 1 - p_k$. Все величины Y_k можно считать независимыми. Так как все Y_k равномерно ограничены и дисперсия суммы их $Y_{(r_{i-1}, r_i]} = \sum_{k=1}^n Y_k$ имеет

дисперсию $S_n^2 = \sum_{k=1}^n p_k q_k$, стремящуюся к бесконечности при $n \rightarrow \infty$, то условия Линдеберга [14] выполняются и распределение центрированной суммы $\frac{Y_{(r_{i-1}, r_i]} - MY_{(r_{i-1}, r_i]}}{S_n}$ стремится к стандартному нормальному распределению $N(0,1)$ с математическим ожиданием, равным нулю, и средним квадратическим отклонением, равным 1.

В нашем случае общее число включений в образце — это очень большая величина. Поэтому считаем, что величина $\frac{Y_{(r_{i-1}, r_i]} - MY_{(r_{i-1}, r_i]}}{S_n} = \frac{Y_{(r_{i-1}, r_i]} - \mu_i}{\sqrt{\mu_i}}$ также распределена нормально с параметрами $(0,1)$. Следовательно, величина $Y_{(r_{i-1}, r_i]}$ распределена нормально с математическим ожиданием μ_i и средним квадратическим отклонением $\sqrt{\mu_i}$, где μ_i определяется выражением (7).

3. Сущность метода

3.1. Основные упрощения

Отметим на оси радиусов срезов точки r_1, \dots, r_M , являющиеся границами интервалов, в которых будем производить подсчет. Для каждого интервала $(r_{i-1}, r_i]$ мы можем, используя формулу (7), зная функцию $N(R)$, вычислить свое μ_i .

Разобьем ось радиусов включений на те же самые интервалы, что и ось срезов. Сделаем следующее упрощение. Будем считать, что функция $N(R)$ в каждом таком интервале постоянна: $N(R) = N_j$ для $r_{j-1} < R \leq r_j$, $j = 1, 2, \dots, M$.

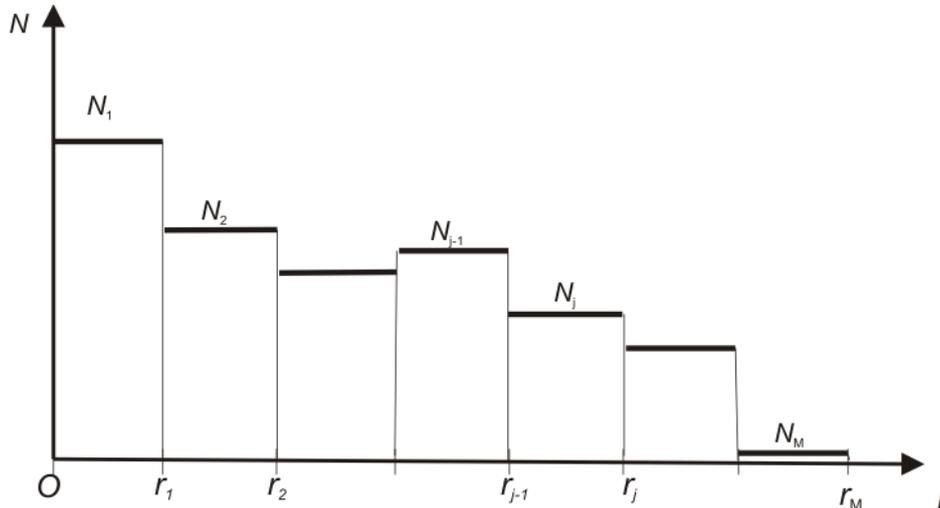


Рис. 6. Упрощенная функция распределения включений по размерам

Теперь формулу (7) можно записать в виде

$$\mu_i = 2S \left(N_i \int_{r_{i-1}}^{r_i} \sqrt{R^2 - r_{i-1}^2} dR + \sum_{j=i+1}^M N_j \int_{r_{j-1}}^{r_j} \left(\sqrt{R^2 - r_{i-1}^2} - \sqrt{R^2 - r_i^2} \right) dR \right). \quad (8)$$

Вычисляя интегралы, получим для $i = 1$:

$$\mu_1 = S \left(N_1 r_1^2 + N_2 \left(r_2^2 - r_1^2 - r_1^2 \ln \frac{r_2 - \sqrt{r_2^2 - r_1^2}}{r_1} - r_2 \sqrt{r_2^2 - r_1^2} \right) + \sum_{j=3}^M N_j \left(r_j^2 - r_{j-1}^2 - r_1^2 \ln \frac{r_j - \sqrt{r_j^2 - r_1^2}}{r_{j-1} - \sqrt{r_{j-1}^2 - r_1^2}} - r_j \sqrt{r_j^2 - r_1^2} + r_{j-1} \sqrt{r_{j-1}^2 - r_1^2} \right) \right), \quad (9)$$

и для $i > 1$:

$$\begin{aligned} \mu_i = S & \left(N_i \left(r_{i-1}^2 \ln \frac{r_i - \sqrt{r_i^2 - r_{i-1}^2}}{r_{i-1}} + r_i \sqrt{r_i^2 - r_{i-1}^2} \right) + \right. \\ & + N_{i+1} \left(r_{i-1}^2 \ln \frac{r_{i+1} - \sqrt{r_{i+1}^2 - r_{i-1}^2}}{r_i - \sqrt{r_i^2 - r_{i-1}^2}} - r_i^2 \ln \frac{r_{i+1} - \sqrt{r_{i+1}^2 - r_i^2}}{r_i} + \right. \\ & \left. \left. + r_{i+1} \left(\sqrt{r_{i+1}^2 - r_{i-1}^2} - \sqrt{r_{i+1}^2 - r_i^2} \right) - r_i \sqrt{r_i^2 - r_{i-1}^2} \right) + \right. \\ & \left. + \sum_{j=i+2}^M N_j \left(r_{i-1}^2 \ln \frac{r_j - \sqrt{r_j^2 - r_{i-1}^2}}{r_{j-1} - \sqrt{r_{j-1}^2 - r_{i-1}^2}} - r_i^2 \ln \frac{r_j - \sqrt{r_j^2 - r_i^2}}{r_{j-1} - \sqrt{r_{j-1}^2 - r_i^2}} + \right. \right. \\ & \left. \left. + r_j \left(\sqrt{r_j^2 - r_{i-1}^2} - \sqrt{r_j^2 - r_i^2} \right) - r_{j-1} \left(\sqrt{r_{j-1}^2 - r_{i-1}^2} - \sqrt{r_{j-1}^2 - r_i^2} \right) \right) \right). \end{aligned} \quad (10)$$

3.2. Вывод основных соотношений

Введем величины φ_{ij} , являющиеся коэффициентами при N_j в выражениях (9), (10):

$$\varphi_{1j} = \begin{cases} r_1^2, & \text{если } j=1, \\ r_2^2 - r_1^2 - r_1^2 \ln \frac{r_2 - \sqrt{r_2^2 - r_1^2}}{r_1} - r_2 \sqrt{r_2^2 - r_1^2} & \text{если } j=2, \\ r_j^2 - r_{j-1}^2 - r_1^2 \ln \frac{r_j - \sqrt{r_j^2 - r_1^2}}{r_{j-1} - \sqrt{r_{j-1}^2 - r_1^2}} - r_j \sqrt{r_j^2 - r_1^2} + r_{j-1} \sqrt{r_{j-1}^2 - r_1^2} & \text{если } j > 2, \end{cases} \quad (11)$$

$$\varphi_{ij} = \begin{cases} 0, \text{ если } j < i, \\ r_{i-1}^2 \ln \frac{r_i - \sqrt{r_i^2 - r_{i-1}^2}}{r_{i-1}} + r_i \sqrt{r_i^2 - r_{i-1}^2}, \text{ если } i > 1, j = i, \\ r_{i-1}^2 \ln \frac{r_j - \sqrt{r_j^2 - r_{i-1}^2}}{r_{j-1} - \sqrt{r_{j-1}^2 - r_{i-1}^2}} - r_i^2 \ln \frac{r_j - \sqrt{r_j^2 - r_i^2}}{r_{j-1}} + \\ + r_j \left(\sqrt{r_j^2 - r_{i-1}^2} - \sqrt{r_j^2 - r_i^2} \right) - r_{j-1} \sqrt{r_{j-1}^2 - r_{i-1}^2}, \text{ если } i > 1, j = i + 1, \\ r_{i-1}^2 \ln \frac{r_j - \sqrt{r_j^2 - r_{i-1}^2}}{r_{j-1} - \sqrt{r_{j-1}^2 - r_{i-1}^2}} - r_i^2 \ln \frac{r_j - \sqrt{r_j^2 - r_i^2}}{r_{j-1} - \sqrt{r_{j-1}^2 - r_i^2}} + \\ + r_j \left(\sqrt{r_j^2 - r_{i-1}^2} - \sqrt{r_j^2 - r_i^2} \right) - r_{j-1} \left(\sqrt{r_{j-1}^2 - r_{i-1}^2} - \sqrt{r_{j-1}^2 - r_i^2} \right), \text{ если } i > 1, j > i + 1 \end{cases} \quad (12)$$

$(i, j = 1, \dots, M)$.

Обозначим символом $\mu_{l,i}$ математическое ожидание числа $Y_{l,i}$ срезов из i -го диапазона на шлифе l ($l = 1, \dots, L$) с площадью S_l :

$$M(Y_{l,i}) = \mu_{l,i}. \quad (13)$$

В соответствии с выше изложенным, среднее квадратическое отклонение $\sigma(Y_{l,i})$ величины $Y_{l,i}$ равно $\sigma(Y_{l,i}) = \sqrt{\mu_{l,i}}$ и, следовательно, нормированная величина

$$Z_{l,i} = \frac{Y_{l,i} - \mu_{l,i}}{\sqrt{\mu_{l,i}}} \quad (14)$$

распределена нормально с математическим ожиданием равным 0 и средним квадратическим отклонением, равным 1: $Z_{l,i} \in N(0,1)$.

Введем также величины

$$\lambda_i = \sum_{j=1}^M \varphi_{ij} N_j \quad (i = 1, \dots, M) \quad . \quad (15)$$

В соответствии с (9–12) и (15)

$$\mu_{l,i} = S_l \lambda_i \quad . \quad (16)$$

Величина λ_i имеет смысл математического ожидания числа срезов из i -го диапазона на единичной площади.

Пусть N_1^e, \dots, N_M^e — оценки неизвестных величин N_1, \dots, N_M соответственно. Подберем их так, чтобы минимизировать уклонение

$$F(N_1^e, \dots, N_M^e) = \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^M \frac{(y_{l,i} - \mu_{l,i}^e)^2}{\mu_{l,i}^e} \quad (17)$$

при условии $N_j^e \geq 0$ ($j = 1, \dots, M$). Здесь $y_{l,i}$ — реализация случайной величины $Y_{l,i}$, то есть число срезов включений из i -го размерного диапазона, обнаруженных при обследовании l -го шлифа; по аналогии с (15), (16),

$$\mu_{l,i}^e = S_l \lambda_i^e, \quad (18)$$

где

$$\lambda_i^e = \sum_{j=1}^M \varphi_{ij} N_j^e, \quad j = 1, \dots, M. \quad (19)$$

Преобразуя выражение (17) следующим образом

$$F = \sum_{l=1}^L \left(\sum_{i=1}^M \frac{(y_{l,i} - S_l \lambda_i^e)^2}{S_l \lambda_i^e} \right), \quad (20)$$

получим

$$\begin{aligned} F &= \sum_{i=1}^M \left(\sum_{l=1}^L \frac{y_{l,i}^2 - 2y_{l,i} S_l \lambda_i^e + S_l^2 (\lambda_i^e)^2}{S_l \lambda_i^e} \right) = \sum_{i=1}^M \left(\sum_{l=1}^L \left(\frac{y_{l,i}^2}{S_l \lambda_i^e} - 2y_{l,i} + S_l \lambda_i^e \right) \right) = \\ &= \sum_{i=1}^M \left(\frac{1}{\lambda_i^e} \sum_{l=1}^L \frac{y_{l,i}^2}{S_l} - 2 \sum_{l=1}^L y_{l,i} + \lambda_i^e \sum_{l=1}^L S_l \right) = \sum_{i=1}^M \left(\frac{1}{\lambda_i^e} \sum_{l=1}^L \frac{y_{l,i}^2}{S_l} - 2 \sum_{l=1}^L y_{l,i} + \lambda_i^e \sum_{l=1}^L S_l \right). \end{aligned}$$

Введем величины

$$\sum_{l=1}^L S_l = S, \quad \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^M y_{l,i} = \bar{y}_\Sigma, \quad \sqrt{\frac{1}{S} \sum_{l=1}^L \frac{y_{l,i}^2}{S_l}} = \tilde{y}_i. \quad (21)$$

Тогда

$$F = \sum_{i=1}^M \left(\frac{S}{\lambda_i^e} \left(\frac{1}{S} \sum_{l=1}^L \frac{y_{l,i}^2}{S_l} \right) + \lambda_i^e S \right) - 2 \sum_{i=1}^M \sum_{l=1}^L y_{l,i} = \sum_{i=1}^M \left(\frac{S}{\lambda_i^e} \tilde{y}_i^2 + \lambda_i^e S \right) - 2 \bar{y}_\Sigma$$

или

$$F = S \sum_{i=1}^M \left(\frac{\tilde{y}_i^2}{\lambda_i^e} + \lambda_i^e \right) - 2 \bar{y}_\Sigma. \quad (22)$$

Частная производная F по λ_j^e равна

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda_j^e} = S \left(1 - \left(\frac{\tilde{y}_j}{\lambda_j^e} \right)^2 \right) \quad (23)$$

Так как

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \lambda_i^e \partial \lambda_j^e} = \begin{cases} 2 \frac{\tilde{y}_j^2}{(\lambda_j^e)^3} (> 0), & \text{если } i = j, \\ 0, & \text{если } i \neq j, \end{cases}$$

то матрица вторых производных функции $F(\lambda_1^e, \dots, \lambda_m^e)$ положительно определена при положительных λ^e (а только такие значения допускаются из физических соображений).

Таким образом, система уравнений

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda_j^e} = 0, \quad j = 1, \dots, M, \quad (24)$$

в случае, если ее решения неотрицательны, определяет минимум функции F . Из (23), (24) следует, что

$$\lambda_j^e = \tilde{y}_j, \quad j = 1, \dots, M. \quad (25)$$

Найдя $\lambda_1^e, \dots, \lambda_M^e$, можно найти соответствующие значения N_1^e, \dots, N_M^e . Для этого введем матрицы

$$\bar{\Phi} = \begin{pmatrix} \varphi_{11} & \dots & \varphi_{1M} \\ \dots & \dots & \dots \\ \varphi_{M1} & \dots & \varphi_{MM} \end{pmatrix}, \quad \bar{\Lambda}^e = \begin{pmatrix} \lambda_1^e \\ \dots \\ \lambda_M^e \end{pmatrix}, \quad \bar{N}^e = \begin{pmatrix} N_1^e \\ \dots \\ N_M^e \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Соотношения (19) в матричном виде могут быть записаны как

$$\bar{\Lambda}^e = \bar{\Phi} \cdot \bar{N}^e, \quad (27)$$

откуда

$$\bar{N}^e = \bar{\Phi}^{-1} \bar{\Lambda}^e. \quad (28)$$

Найдем значение функции F в точке минимума:

$$F_{\min} = S \sum_{i=1}^M \left(\frac{\tilde{y}_i^2}{\lambda_i^e} + \lambda_i^e \right) - 2\bar{y}_\Sigma = S \sum_{i=1}^M \left(\frac{\tilde{y}_i^2}{\tilde{y}_i} + \tilde{y}_i \right) - 2\bar{y}_\Sigma \quad \text{или} \\ F_{\min} = 2 \left(S \sum_{i=1}^M \tilde{y}_i - \bar{y}_\Sigma \right). \quad (29)$$

4. Алгоритм расчета

Таким образом, для определения наиболее вероятных количеств включений каждого размерного диапазона необходимо

Шаг 1. Взять образец исследуемого металла, сделать из него несколько шлифов и на каждом подсчитать количество срезов, попадающих в каждый размерный диапазон.

Шаг 2. Рассчитать величины $S, \bar{y}_\Sigma, \tilde{y}_i, \lambda_i^e$, по формулам (21), (25).

Шаг 3. Рассчитать оценки плотностей распределения частиц \bar{N}^e по формуле (28).

Шаг 4. В случае, если какие-то \bar{N}^e меньше нуля, переточить шлиф, подсчитать срезы включений и произвести новые расчеты с добавленными данными.

Шаг 5. Рассчитать количество частиц в каждом размерном интервале:

$$N_i = N_i^e \Delta r_i,$$

где Δr_i — длина i -го размерного интервала ($\Delta r_i = r_i - r_{i-1}$).

Шаг 6. СТОП.

5. Пример расчета

Ниже приведен пример расчета для исходных данных, указанных в табл. 1.

Таблица 1

Исходные данные для расчета

№ шлифа	Обследованная площадь, мм ²	Верхние границы диапазонов размеров включений, мкм							
		1	2	3	5	7	10	15	20
1	100	83	58	19	20	8	3	6	3
2	100	71	86	16	27	8	3	4	2
3	100	75	69	27	16	13	6	4	3

Расчеты по приведенному алгоритму, дают результаты, приведенные в табл. 2.

Таблица 2

Наиболее вероятные значения истинных количеств включений

Колич., мм ³	Верхние границы диапазонов размеров включений, мкм							
	1	2	3	5	7	10	15	20
	989,80	559,21	98,91	60,44	25,58	5,24	4,11	3,16

Заключение

Вредное влияние неметаллических включений является постоянной проблемой сталеплавленного производства. Для совершенствования методов снижения этого вреда необходимо уметь оценивать количество, размеры, форму и состав неметаллических включений, возникающих в готовой стали при различных режимах и технологиях плавки.

В данном исследовании решена задача оценки истинного количества и размеров неметаллических включений на основе данных, получаемых при исследовании поверхности шлифа образца исследуемого металла.

Пока метод разработан для включений сферической формы, однако он может быть обобщен на частицы других форм. Следующим этапом работы в этом направлении планируется обобщение метода для частиц, имеющих форму эллипсоида и прямоугольного параллелепипеда.

Получение исходных данных и расчеты могут быть легко реализованы на современных микроскопах, которые включают в себя компьютер, умеют распознавать образы и производить необходимые вычисления.

Литература

1. Lipiński T., Wach A. Size of Non-Metallic Inclusions High-Grade Medium Carbon Steel // Archives of Foundry Engineering. 2012. Vol. 14, No. 4. P. 55–60.
2. Lambrighs K., Verpoest L., et al. Influence of Non-Metallic Inclusions on the Fatigue Properties of Heavily Cold Drawn Steel Wires // Procedia Engineering. 2010. Vol. 2. Iss 1. P. 173–181. DOI: 10.1016/j.proeng.2010.03.019
3. Zeng D., Tian G., et al. Fatigue Strength Prediction of Drilling Materials Based on the Maximum Non-Metallic Inclusion Size // Journal of Materials Engineering and Performance. 2015. Vol. 24, Iss. 12. P. 4664–4672. DOI: 10.1007/s11665-015-1753-1

4. Рошин В.Е., Рошин А.В. Электрометаллургия и металлургия стали. Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ. 2013. 571 с.
5. ГОСТ ИСО 4967:1998. Сталь. Определение содержания неметаллических включений. Металлографический метод с использованием эталонных шкал. Издание официальное. М.: Стандартинформ, 2010. 32 с.
6. Салтыков С.А. Стереометрическая металлография. М.: Металлургия, 1970. 376 с.
7. Чернявский К.С. Стереология в металловедении. М.: Металлургия, 1977. 280 с.
8. Chraponski J., Cwajna J., et al. Usefulness Evaluation of the Stereological Methods Applied for Grain Size Estimation // Acta Stereologica. 1999. Vol. 18, No. 1. P. 81–88.
9. Davtian A., Hahn U., et al. Estimating Number Density NV — a Comparison of an Improved Saltykov Estimator and the Disector Method // Image Analysis & Stereology. 2000. Vol. 19, No. 3. P. 209–214. DOI: 10.5566/ias.v19
10. Anderssen R., Jakeman A. Computational Methods in Stereology // Proceedings of the Fourth International Congress for Stereology. Gaithersburg, Maryland, USA. September 4–9, 1975. National Bureau of Standards. U.S. government printing office. Washington: 1976. P. 13–18.
11. Jakeman A., Anderssen R. On Optimal Forms for Stereological Data // Proceedings of the Fourth International Congress for Stereology, Gaithersburg, Maryland, USA, September 4–9, 1975. National Bureau of Standards. U.S. government printing office. Washington: 1976. P. 69–74.
12. Nicholson W. Estimation of Linear Functionals by Maximum Likelihood // Proceedings of the Fourth International Congress for Stereology, Gaithersburg, Maryland, USA, September 19–24, 1975. National Bureau of Standards. U.S. government printing office. Washington: 1976. P. 19–24.
13. Drozin A.D. Calculating of the True Sizes and the Numbers of Spherical Inclusions in Metal // Metallography, Microstructure, and Analysis. 2017. Vol. 6, Iss. 3. P. 240–246. DOI: 10.1007/s13632-017-0354-9
14. Феллер. В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 2. М.: Мир, 1963. 754 с.

Дрозин Александр Дмитриевич, д.т.н., профессор, Центр элитного образования, директор, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

**THE METHOD OF PROCESSING INFORMATION
ABOUT NONMETALLIC INCLUSIONS OBTAINED
FROM THE INVESTIGATION OF THE SURFACE
OF FINISHED STEEL SAMPLES**

© 2017 A.D. Drozin

South Ural State University

(76, Lenin Avenue, Chelyabinsk 454080),

E-mail: drozinad@susu.ru

Received: 23.10.2017

Nonmetallic inclusions formed in the process of steel production are microparticles of chemical reactions products and foreign impurities having dimensions of 0.1–100 microns. They concentrate stresses in finished products and impair the mechanical properties of steel. To study them, sections are made from the sample of the tested metal and microscopic sections of inclusions are observed in the microscope. However, on the section plane a researcher does not see the inclusions themselves, but only their sections, while inclusions of different sizes can give the sections of the same size and, conversely, the inclusions of the same size can produce the sections of various sizes. In this paper, we consider a method for determining the amounts and sizes of nonmetallic inclusions on the basis of this information, that is, reconstructing the volume picture of the inclusion size distribution based on epy plane distribution of their sections by a section plane. The method is based on probability theory and mathematical statistics. It is shown that the number of inclusion sections into each size interval obeys the normal law. A technique for determining the distribution function of inclusions with respect to sizes for inclusions of a spherical shape and an appropriate algorithm has been developed.

Keywords: information processing, crystallography, nonmetallic inclusions, stereology.

FOR CITATION

Drozin A.D. The Method of Processing Information about Nonmetallic Inclusions Obtained from the Investigation of the Surface of Finished Steel Samples Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering. 2017. vol. 6, no. 4. pp. 05–19. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse170401.

This paper is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Non Commercial 3.0 License which permits non-commercial use, reproduction and distribution of the work without further permission provided the original work is properly cited.

References

1. Lipiński T., Wach A. Size of Non-Metallic Inclusions High-Grade Medium Carbon Steel. Archives of Foundry Engineering. 2012. vol. 14, no. 4. pp. 55–60.
2. Lambrighs K., Verpoest L., et al. Influence of Non-Metallic Inclusions on the Fatigue Properties of Heavily Cold Drawn Steel Wires. Procedia Engineering. 2010. vol. 2, iss. 1. pp. 173–181. DOI: 10.1016/j.proeng.2010.03.019
3. Zeng D., Tian G., et al. Fatigue Strength Prediction of Drilling Materials Based on the Maximum Non-Metallic Inclusion Size. Journal of Materials Engineering and Performance. 2015. vol 24, iss. 12. pp. 4664–4672. DOI: 10.1007/s11665-015-1753-1

4. Roshchin, V.E., Roshchin, A.V. Elektrometallurgiya i metallurgiya stali [Electrometallurgy and Metallurgy of Steel]. Chelyabinsk. Publishing Center of SUSU. 2013. 571 p.
5. GOST ISO 4967:1998. Stal'. Opredelenie sodержaniya nemetallicheskih vklyuchenii. Metallograficheskii metod s ispol'zovaniem etalonnnykh shkal. Izdanie ofitsial'noe [ISO 4967:1998. Steel. Determination of the Content of Nonmetallic Inclusions. Metallographic Method Using Reference Scales. Official Edition]. Moscow. Standartinform. 2010. 32 p.
6. Saltykov S.A. Stereometricheskaya metallografiya [Stereometric Metallography]. Moscow. Metallurgy. 1970. 376 p.
7. Chernyavskii K.S. Stereologiya v metallovedenii [Stereology in Physical Metallurgy]. Moscow. Metallurgy. 1977. 280 p.
8. Chraponski J., Cwajna J., et al. Usefulness Evaluation of the Stereological Methods Applied for Grain Size Estimation. Acta Stereologica. 1999. vol. 18, no. 1. pp. 81–88.
9. Davtian A., Hahn U., et al. Estimating Number Density NV — a Comparison of an Improved Saltykov Estimator and the Disector Method. Image Analysis & Stereology. 2000. vol. 19, no. 3. pp. 209-214. DOI: 10.5566/ias.v19
10. Anderssen R., Jakeman A. Computational Methods in Stereology. Proceedings of the Fourth International Congress for Stereology, Gaithersburg, Maryland, USA, September 4–9, 1975. National Bureau of Standards. U.S. government printing office. Washington. 1976. pp. 13–18.
11. Jakeman A., Anderssen R., On Optimal Forms for Stereological Data. Proceedings of the Fourth International Congress for Stereology, Gaithersburg, Maryland, USA, September 4–9, 1975. National Bureau of Standards. U.S. government printing office. Washington. 1976. pp. 69–74.
12. Nicholson W. Estimation of Linear Functionals by Maximum Likelihood. Proceedings of the Fourth International Congress for Stereology, Gaithersburg, Maryland, USA, September 19–24, 1975. National Bureau of Standards. U.S. government printing office. Washington. 1976. pp. 19–24.
13. Drozin A.D. Calculating of the True Sizes and the Numbers of Spherical Inclusions in Metal. Metallography, Microstructure, and Analysis. 2017. vol. 6, iss. 3. pp. 240–246. DOI: 10.1007/s13632-017-0354-9.
14. Feller W. An Introduction to Probability Theory and its Applications, vol. 2. John Wiley & Sons Inc. New York, London, Sydney. 1968. 754 p.