

## МЕТОД ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ, ПОЛУЧАЕМОЙ ПРИ ОБСЛЕДОВАНИИ МИКРОШЛИФА ГОТОВОЙ СТАЛИ В СЛУЧАЕ НЕРЕПРЕЗЕНТАТИВНЫХ ДАННЫХ

© 2017 А.Д. Дрозин, Н.М. Япарова

Южно-Уральский государственный университет

(454080 Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, д. 76),

E-mail: drozinad@susu.ru, iaparovam@susu.ru

Поступила в редакцию: 23.10.2017

Для исследования неметаллических включений — вредных примесей, образовавшихся в процессе выплавки и кристаллизации стали, из образца исследуемого металла готовят полированный микрошлиф и рассматривают в микроскоп срезы включений плоскостью микрошлифа. При этом обычно делят возможные размеры срезов на интервалы и подсчитывают, сколько срезов включений попало в каждый интервал. В принципе, зависимость числа срезов от размера должна быть монотонно убывающей функцией. Однако исследователь может столкнуться со случаем, когда эта зависимость не выполняется. Например, в некоторые диапазоны размеров вообще не попало никаких срезов (хотя в более старших диапазонах срезы есть). Если к таким данным применить известные методики определения числа и размеров включений (давших эти срезы), то в некоторых диапазонах получатся отрицательные значения. Такое может произойти, когда включений мало и реализовался случай среза, далекий от наиболее вероятного. В работе предлагается методика, позволяющая, несмотря на это, пусть с некоторой погрешностью, рассчитать истинные количества и размеры неметаллических включений в объеме исследуемого металла. Применен численный метод условной оптимизации функции отклонений истинных количеств срезов включений от теоретического распределения.

*Ключевые слова:* обработка информации, кристаллография, неметаллические включения, стереология, условная оптимизация.

### ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Дрозин А.Д., Япарова Н.М. Метод обработки информации, получаемой при обследовании микрошлифа готовой стали в случае нерепрезентативных данных // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2017. Т. 6, № 4. С. 20–27. DOI: 10.14529/cmse170402.

### Введение

В процессе выплавки сталь загрязняется продуктами протекающих в ней химических реакций и внешними примесями. Эти загрязнения, представляющие собой микрочастицы размером от 0,1 до 100 мкм, являются неметаллическими включениями в стали. Они, во многом, определяют качество готовой стали [1–4].

В работе [5] был предложен метод определения распределения включений по размерам на основе распределения их срезов плоскостью шлифа. Метод заключается в следующем. Из образца металла готовят полированный микрошлиф и, с помощью микроскопа, определяют распределение по размерам срезов попавших в сечение включений следующим образом. Возможные размеры радиусов срезов включений делят на  $M$  интервалов:  $(0, r_1], (r_1, r_2], (r_2, r_3], \dots, (r_{M-1}, r_M]$  и подсчитывают числа срезов, попавших в каждый размерный интервал. Для повышения точности, шлиф несколько раз перетачивают и снова определяют количества срезов, попавших в каждый размерный интервал. Пусть, таким образом, было просмотрено  $L$  шлифов с площадями  $S_1, \dots, S_L$  соответственно и получены

количества  $y_{l,i}$  ( $l = 1, \dots, L; i = 1, \dots, M$ ) срезов, попадающих в  $i$ -ый размерный интервал  $(r_{i-1}, r_i]$  при обследовании шлифа с номером  $l$  с площадью  $S_l$ .

Считая, что плотность истинного (неизвестного) распределения включений по размерам постоянна на каждом таком интервале, в [5] получили оценку математического ожидания  $\mu_{l,i}^e$  числа срезов включений, попадающих в  $i$ -ый размерный интервал на шлифе с номером  $l$ , в виде

$$\mu_{l,i}^e = S_l \lambda_i^e, \quad (1)$$

где  $\lambda_i^e$  имеет смысл оценки математического ожидания числа срезов из  $i$ -го размерного диапазона на единичной площади и определяется по формуле

$$\lambda_i^e = \sum_{j=1}^M \varphi_{ij} N_j^e, \quad j = 1, \dots, M. \quad (2)$$

Здесь  $N_j^e$  — оценка истинной функции распределения включений по размерам на  $j$ -ом размерном интервале (неизвестная величина),  $\varphi_{ij}$  — коэффициент определяющий долю включений из  $j$ -го размерного интервала включений, образующих срезы, попадающих в  $i$ -ый размерный интервал срезов. Для сферических включений они находятся по формулам [5]:

$$\varphi_{1j} = \begin{cases} r_1^2, & \text{если } j = 1, \\ r_2^2 - r_1^2 - r_1^2 \ln \frac{r_2 - \sqrt{r_2^2 - r_1^2}}{r_1} - r_2 \sqrt{r_2^2 - r_1^2}, & \text{если } j = 2, \\ r_j^2 - r_{j-1}^2 - r_1^2 \ln \frac{r_j - \sqrt{r_j^2 - r_1^2}}{r_{j-1} - \sqrt{r_{j-1}^2 - r_1^2}} - r_j \sqrt{r_j^2 - r_1^2} + r_{j-1} \sqrt{r_{j-1}^2 - r_1^2}, & \text{если } j > 2, \end{cases} \quad (3)$$

$$\varphi_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{если } j < i, \\ r_{i-1}^2 \ln \frac{r_i - \sqrt{r_i^2 - r_{i-1}^2}}{r_{i-1}} + r_i \sqrt{r_i^2 - r_{i-1}^2}, & \text{если } i > 1, \quad j = i, \\ r_{i-1}^2 \ln \frac{r_j - \sqrt{r_j^2 - r_{i-1}^2}}{r_{j-1} - \sqrt{r_{j-1}^2 - r_{i-1}^2}} - r_i^2 \ln \frac{r_j - \sqrt{r_j^2 - r_i^2}}{r_{j-1}} + \\ + r_j \left( \sqrt{r_j^2 - r_{i-1}^2} - \sqrt{r_j^2 - r_i^2} \right) - r_{j-1} \sqrt{r_{j-1}^2 - r_{i-1}^2}, & \text{если } i > 1, \quad j = i + 1, \\ r_{i-1}^2 \ln \frac{r_j - \sqrt{r_j^2 - r_{i-1}^2}}{r_{j-1} - \sqrt{r_{j-1}^2 - r_{i-1}^2}} - r_i^2 \ln \frac{r_j - \sqrt{r_j^2 - r_i^2}}{r_{j-1} - \sqrt{r_{j-1}^2 - r_i^2}} + \\ + r_j \left( \sqrt{r_j^2 - r_{i-1}^2} - \sqrt{r_j^2 - r_i^2} \right) - r_{j-1} \left( \sqrt{r_{j-1}^2 - r_{i-1}^2} - \sqrt{r_{j-1}^2 - r_i^2} \right), & \text{если } i > 1, \quad j > i + 1 \end{cases} \quad (4)$$

( $i, j = 1, \dots, M$ ).

Рассматривается функция (5) отклонений истинных количеств срезов включений от определяемых по теоретическому распределению

$$F = \sum_{l=1}^L \left( \sum_{i=1}^M \frac{(y_{l,i} - S_l \lambda_i^e)^2}{S_l \lambda_i^e} \right) \quad (5)$$

и осуществляется поиск значений  $N_j^e$  (входящих в  $\lambda_i^e$ ), обеспечивающих минимум функции  $F$ .

Для этого функцию  $F$  преобразовали к виду [5]

$$F = S \sum_{i=1}^M \left( \frac{\tilde{y}_i^2}{\lambda_i^e} + \lambda_i^e \right) - 2\bar{y}_\Sigma, \quad (6)$$

где

$$S = \sum_{l=1}^L S_l, \quad \bar{y}_\Sigma = \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^M y_{l,i}, \quad \tilde{y}_i = \sqrt{\frac{1}{S} \sum_{l=1}^L \frac{y_{l,i}^2}{S_l}}. \quad (7)$$

Далее производные функции (6) по  $\lambda_i^e$  приравнивали нулю и находили решение полученной системы уравнений. Оно оказалось равным

$$\lambda_j^e = \tilde{y}_j, j = 1, \dots, M. \quad (8)$$

Найдя  $\lambda_1^e, \dots, \lambda_M^e$ , находили соответствующие значения  $N_1^e, \dots, N_M^e$ . Для этого вводили матрицы

$$\bar{\Phi} = \begin{pmatrix} \varphi_{11} & \dots & \varphi_{1M} \\ \dots & \dots & \dots \\ \varphi_{M1} & \dots & \varphi_{MM} \end{pmatrix}, \quad \bar{\Lambda}^e = \begin{pmatrix} \lambda_1^e \\ \dots \\ \lambda_M^e \end{pmatrix}, \quad \bar{N}^e = \begin{pmatrix} N_1^e \\ \dots \\ N_M^e \end{pmatrix}, \quad (9)$$

решали систему уравнений

$$\bar{\Lambda}^e = \bar{\Phi} \cdot \bar{N}^e, \quad (10)$$

и получали решение

$$\bar{N}^e = \bar{\Phi}^{-1} \bar{\Lambda}^e \quad (11)$$

Статья организована следующим образом. В разделе 1 выявлены причины возникновения такой ситуации, когда обычные методы дают явно неверные результаты. В разделе 2 приведен алгоритм вычислений, основанный на численных методах условной оптимизации. В разделе 3 приведены исходная таблица распределения срезов включений и таблица распределения включений, рассчитываемая по приведенному алгоритму. В заключении обсуждаются полученные результаты.

## 1. Случай недопустимого решения

Может случиться, что полученные по изложенной выше методике значения некоторых оценок  $N_j^e$  окажутся отрицательными. Что это значит?

Методика, которой мы воспользовались в [5], основана, в частности, на принципе максимального правдоподобия, который предполагает, что в эксперименте реализовалась наиболее вероятная ситуация.

При исследовании шлифов мы можем столкнуться и с мало вероятными случаями распределения срезов включений. Например, может оказаться, что в какой-то размерный диапазон срезов вообще не попало ни одно включение, хотя это и мало вероятно, если есть включения больших размеров.

В этом случае наиболее правильно было бы повторить наблюдения, сделав и исследовав новые шлифы из данного образца.

Для случая, когда, в силу каких-либо причин, сделать это затруднительно или невозможно, для полного использования информации, полученной из имеющихся шлифов, нами разработан следующий алгоритм.

## 2. Алгоритм расчета

Пусть по алгоритму, изложенному в [5], найдены минимальное значение  $F_{\min}$  остаточной дисперсии при значениях  $(N_1^e, \dots, N_M^e)$ , некоторые из которых являются отрицательными.

**Шаг 1.** Определяем исходную допустимую точку: вектор  $\bar{N}^k (N_1^k, \dots, N_M^k)$ , где

$$N_j^k = \begin{cases} N_j^e, & \text{если } N_j^e \geq 0, \\ 0, & \text{если } N_j^e < 0. \end{cases}$$

и  $k = 0$ . Задаемся требуемой точностью  $\delta$ .

**Шаг 2.** Поиск следующей точки.

2.1. Находим орт градиента  $\bar{g}^k$  функции  $F(\bar{N}^k) = F(N_1^k, \dots, N_M^k)$ .

$$2.1.1. \lambda_i^k = \sum_{j=1}^M \varphi_{ij} N_j^k, \quad i = 1, \dots, M.$$

$$2.1.2. \frac{\partial F}{\partial N_j^k} = S \sum_{i=1}^M \left( 1 - \left( \frac{\tilde{y}_j}{\lambda_j^k} \right)^2 \right) \varphi_{ij} \quad j = 1, \dots, M.$$

$$2.1.3. \overline{\text{grad}} F(\bar{N}^k) = \left( \frac{\partial F}{\partial N_1^k}, \dots, \frac{\partial F}{\partial N_M^k} \right).$$

2.1.4. Обнуляем координаты градиента, которые могут вывести из области допустимых значений: если  $N_j^k = 0$  и координата

$$\left( \overline{\text{grad}} F(\bar{N}^k) \right)_j = \frac{\partial F}{\partial N_j^k} > 0, \text{ принимаем } \left( \overline{\text{grad}} F(\bar{N}^k) \right)_j = 0.$$

2.1.5. Находим модуль градиента функции  $F(\bar{N}^k)$ :

$$|\overline{\text{grad}F}| = \sqrt{\sum_{j=1}^M (\overline{\text{grad}F}(\bar{N}^k))_j^2}.$$

2.1.6. Находим орт градиента:

$$\bar{g}^k = \frac{1}{|\overline{\text{grad}F}(\bar{N}^k)|} \overline{\text{grad}F}(\bar{N}^k).$$

2.2. Находим шаг  $h$ .

2.2.1. Задаемся исходным шагом  $h_0 = \max_j N_j^k$ .

2.2.2. Для тех  $j$ , для которых  $N_j^k > 0$  и  $(\overline{\text{grad}F}(\bar{N}^k))_j > 0$ , находим ми-

нимальное значение  $p$  величин  $p_j = \frac{N_j^k}{(\overline{\text{grad}F}(\bar{N}^k))_j}$ .

2.2.3. Находим  $h = \min(h_0, p)$ .

2.3. Находим новую точку  $N^{k+1} (N_1^{k+1}, \dots, N_M^{k+1})$ .

$$\bar{N}^{k+1} = \bar{N}^k - h\bar{g}^k$$

2.4. Находим  $F^{k+1} = F(\bar{N}^{k+1})$ .

2.4.1.  $\lambda_i^{k+1} = \sum_{j=1}^M \varphi_{ij} N_j^{k+1}$ .

2.4.2.  $F^{k+1} = S \sum_{i=1}^M \left( \frac{\tilde{y}_i^2}{\lambda_i^{k+1}} + \lambda_i^{k+1} \right) - 2\bar{y}_\Sigma$ .

2.5. Если  $F^k \geq F^{k+1}$ , то устанавливаем  $h = \frac{h}{2}$  и переходим к п. 2.3.

**Шаг 3.** Если  $\max_j (|N_j^{k+1} - N_j^k|) > \delta$ , переопределяем  $\bar{N}^k = \bar{N}^{k+1}$ ,  $F^k = F^{k+1}$  и переходим к шагу 2.

**Шаг 4.** Находим количество включений в единице объема в каждом размерном интервале:

$$N_i = N_i^k \Delta r_i,$$

где  $\Delta r_i$  — длина  $i$ -го размерного интервала ( $\Delta r_i = r_i - r_{i-1}$ ).

**Шаг 5.** СТОП.

### 3. Пример расчета

Ниже приведен пример расчета исходных данных, указанных в табл. 1.

Таблица 1

Исходные данные для расчета

№ шлифа	Обследованная площадь, мм <sup>2</sup>	Верхние границы диапазонов размеров включений, мкм							
		1	2	3	5	7	10	15	20
1	100	67	66	23	10	11	9	6	4
2	100	82	75	22	13	1	5	5	3
3	100	76	49	12	20	9	7	4	0

Расчеты по приведенному алгоритму, дают результаты, приведенные в табл. 2.

Таблица 2

Наиболее вероятные значения истинных количеств включений

Колич., мм <sup>3</sup>	Верхние границы диапазонов размеров включений, мкм							
	1	2	3	5	7	10	15	20
	1025,30	493,66	103,28	39,76	15,57	11,40	4,37	3,37

## Заключение

Теоретически, зависимость числа срезов включений от их размера должна быть монотонно убывающей функцией. Это связано с тем, что каждое включение может дать срезы всех размеров: от размера своего диаметра до нуля. В срезы большого размера свой вклад вносят только большие включения, а в срезы меньших размеров — они и еще более мелкие частицы с диаметром не меньше данного. Чем меньшим размерам соответствует данный диапазон, тем большее число включений вносят в него свой вклад. Поэтому функция распределения срезов включений по размерам должна быть монотонно убывающей. Если включений много, то наблюдаемая на шлифе картина распределения срезов включений обязана подчиняться этому правилу. Однако если включений мало, то может оказаться, что ни одно включение не было срезано так, чтобы срез имел диаметр, соответствующий данному размерному диапазону.

Если к таким данным применить известные методики определения числа и размеров включений (давших эти срезы), то в некоторых диапазонах получатся отрицательные количества включений.

Конечно, лучше всего в этом случае переточить образец, сделать новые шлифы, увеличить площадь наблюдения и заново провести все расчеты. Но это не всегда возможно.

Нами предложен новый метод расчета распределения включений по размерам на основе информации о количествах и размерах срезов включений плоскостью шлифа, пригодный даже для таких случаев.

Хотя метод и был разработан для включений сферической формы, он может быть обобщен на частицы в виде эллипсоидов и прямоугольных параллелепипедов.

Получение исходных данных и расчеты могут быть легко реализованы на современных микроскопах, обладающих мощными визуальными и вычислительными средствами.

## Литература

1. Lipiński T., Wach A. Size of Non-Metallic Inclusions High-Grade Medium Carbon Steel // Archives of Foundry Engineering. 2012. Vol. 14, No. 4. P. 55–60.

2. Lambrighs K., Verpoest L., et al. Influence of Non-Metallic Inclusions on the Fatigue properties of Heavily Cold Drawn Steel Wires // *Procedia Engineering*. 2010. Vol. 2. Iss. 1. P. 173–181. DOI: 10.1016/j.proeng.2010.03.019
3. Zeng D., Tian G., et al. Fatigue Strength Prediction of Drilling Materials Based on the Maximum Non-Metallic Inclusion Size // *Journal of Materials Engineering and Performance*. 2015. Vol. 24, Iss. 12. P. 4664–4672. DOI: 10.1007/s11665-015-1753-1
4. Рощин В.Е., Рощин А.В. *Электрометаллургия и металлургия стали*. Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2013. 571 с.
5. Дрозин А.Д. Метод обработки информации о неметаллических включениях, получаемой при обследовании микрошлифа готовой стали // *Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика*. 2017. Т. 6, № 4. (См. настоящий выпуск).
6. *Численные методы условной оптимизации*. Под ред. Ф. Галла, У. Мюррэя. М.: Мир, 297 с.

Дрозин Александр Дмитриевич, д.т.н., профессор, Центр элитного образования, директор, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

Наталья Михайловна Япарова, к.ф.-м.н., доцент, зав. кафедрой, кафедра вычислительной математики и высокопроизводительных вычислений, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

---

DOI: 10.14529/cmse170402

**THE METHOD OF PROCESSING INFORMATION  
OBTAINED FROM THE INVESTIGATION  
OF THE STEEL SAMPLE SURFACE  
IN THE CASE OF UNREPRESENTATIVE DATA**

© 2017 A.D. Drozin, N.M. Yaparova

*South Ural State University*

*(76, Lenin Avenue, Chelyabinsk 454080),*

*E-mail: drozinad@susu.ru, iaparovnm@susu.ru*

Received: 23.10.2017

To study nonmetallic inclusions — harmful impurities formed during melting and crystallization of steel, a polished section plain is prepared from the sample of the metal being studied. The sections of the inclusions by the section plain are examined by a microscope. The possible sizes of the inclusion sections are divided into intervals and the number of the inclusion sections falls into each such interval is calculated. The dependence of the number of the inclusion sections on the size must be a monotonically decreasing function. However, the researcher may encounter a case where this is not performed. For example, in some size ranges, there are no sections at all (although there are sections in the higher ranges). If such data are applied known techniques for determining the numbers and sizes of inclusions (which formed these sections), then in some ranges negative amounts of inclusions will be obtained. This can happen when the numbers of the inclusions are small and the unlikely case of a cut is realized. In this paper, a technique is proposed that allows, despite this, with some error, to estimate the true quantities and the sizes of the nonmetallic inclusions in the metal volume. A numerical method of conditional optimization is applied.

*Keywords: information processing, crystallography, nonmetallic inclusions, stereology, optimization.*

## FOR CITATION

Drozin A.D., Yaparova N.M. The Method of Processing Information Obtained From the Investigation of the Steel Sample Surface in the Case of Unrepresentative Data. Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering. 2017. vol. 6, no. 4. pp. 20–27. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse170402.

*This paper is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Non Commercial 3.0 License which permits non-commercial use, reproduction and distribution of the work without further permission provided the original work is properly cited.*

## References

1. Lipiński T., Wach A. Size of Non-Metallic Inclusions High-Grade Medium Carbon Steel. Archives of Foundry Engineering. 2012. vol. 14, no. 4. pp. 55–60.
2. Lambrighs K., Verpoest L., et al. Influence of Non-Metallic Inclusions on the Fatigue Properties of Heavily Cold Drawn Steel Wires. Procedia Engineering. 2010. vol. 2, iss. 1. pp. 173–181. DOI: 10.1016/j.proeng.2010.03.019
3. Zeng D., Tian G., et al. Fatigue Strength Prediction of Drilling Materials Based on the Maximum Non-Metallic Inclusion Size. Journal of Materials Engineering and Performance. 2015. vol 24, iss. 12. pp. 4664–4672. DOI: 10.1007/s11665-015-1753-1
4. Roshchin, V.E., Roshchin, A.V. *Elektrometallurgiya i metallurgiya stali* [Electrometallurgy and Metallurgy of Steel]. Chelyabinsk. Publishing Center of SUSU. 2013. 571 p.
5. Drozin A.D. The Method of Processing Information about Nonmetallic Inclusions Obtained from the Investigation of the Surface of Finished Steel Samples. *Vestnik Yuzho-Uralskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Vychislitel'naya matematika i informatika*. [Bulletin of South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering]. 2017. vol. 6, no. 4. (in Russian) (Cf. current issue).
6. Numerical Methods for Constrained Optimization. P. E. Gill and W. Murray. Academic Press, London. 1974. 303 p.