= Информатика, вычислительная техника и управление 🚃

УДК 004.93

# ОБЗОР СОВРЕМЕННЫХ МОДЕЛЕЙ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ДАКТИЛОСКОПИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

© 2018 Д.Н. Лепихова<sup>1</sup>, В.Ю. Гудков<sup>2</sup>, А.А. Кирсанова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>000 «Сонда Про»

(456318 Челябинская обл., г. Миасс, ул. Ильмен-Тау, д. 1-2), <sup>2</sup>Южно-Уральский государственный университет (454080 Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, д. 76) E-mail: lepikhova@sonda.ru, diana@sonda.ru, alexander.a.kirsanov@gmail.com Поступила в редакцию: 16.11.2017

Идентификация человека по отпечаткам пальцев сегодня является наиболее распространенным методом биометрической идентификации. В статье приводится обзор современных моделей компьютерного представления изображений отпечатков пальцев и методов сравнения отпечатков на базе этих моделей. Рассматриваются представления отпечатка в виде множества частных признаков, множества общих признаков, множества папиллярных линий, а также в виде топологического объекта, содержащего комбинацию признаков. Сформулированы основные преимущества и недостатки этих представлений. Предлагается классификация моделей представления дактилоскопических изображений по степени полноты их описания. Каждый уровень предложенной модели описывает изображение с помощью какой-либо его характеристики (частные признаки, общие признаки, расположение и плотность папиллярных линий, поле направлений) либо в виде некоторого топологического объекта на более высоком уровне. При этом модель каждого уровня может использоваться как в виде самостоятельного представления, так и в комбинации с моделями других уровней, расширяя и дополняя описание изображения. Обзор моделей и методов идентификации опирается на широкий круг патентных материалов, научных статей, свидетельств о регистрации программ за последние несколько лет, что подтверждает актуальность проблемы и проведенного исследования.

Ключевые слова: биометрическая идентификация, отпечаток пальца, шаблон отпечатка пальца.

#### ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Лепихова Д.Н., Гудков В.Ю., Кирсанова А.А. Обзор современных моделей представления дактилоскопических изображений // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2018. Т. 7, № 1. С. 40–59. DOI: 10.14529/cmse180104.

#### Введение

Автоматическая идентификация личности по отпечаткам пальцев широко применяется с тех пор как в 1969 году ФБР в сотрудничестве с Национальным бюро стандартов (Национальный институт стандартов и технологий, NIST) разработали систему, автоматизирующую процесс дактилоскопической идентификации [33]. Она используется не только в сфере криминалистики, но и в системах контроля доступа различного уровня, в бытовых и мобильных устройствах, в которых наравне с величиной ошибки идентификации важна и высокая производительность системы [16].

Вследствие этого все большую актуальность приобретает вопрос повышения эффективности идентификационных систем, разрабатываются и новые методы, призванные улучшить скоростные и качественные характеристики сравнения.

Статья организована следующим образом. В разделе 1 приводятся общие понятия дактилоскопической идентификации. Раздел 2 содержит классификацию

существующих моделей представления отпечатков по принципу расширения структуры шаблона дактилоскопического изображения, а более подробно каждая группа моделей рассматривается в соответствующих подразделах. В разделе 3 кратко рассматриваются вопросы сравнения алгоритмов и оценки качества их работы на примере реальных идентификационных систем. В заключении приводятся общие выводы по результатам обзора, суммируются итоги и описываются перспективные направления дальнейших исследований.

#### 1. Задача идентификации по отпечаткам пальцев



Рис. 1. Отпечатки одного и того же пальца на одном сенсоре

Идентификация отпечатков в электронно-цифровом виде нецелесообразна из-за неоднозначности непосредственного сравнения цифровых изображений: шумы, низкое качество изображений, их цветопередача и другие факторы снижают долю правильной идентификации [27]. Помимо этого, отпечатки одного и того же пальца, даже сделанные одним прибором, всегда будут отличаться, поскольку невозможно приложить палец ровно так же, как и в предыдущий раз (рис. 1). Именно поэтому для дактилоскопической идентификации используются не сами изображения отпечатков, а полученные на их основе математические модели — шаблоны вида T = f(A), где f — функция вычисления шаблона изображения A, и степень сходства двух отпечатков определяется степенью сходства их шаблонов.

Изображения отпечатков состоят из почти параллельных линий, расположение которых образует общие признаки узора в виде петель, завитков и дельт. Некоторые системы используют классификацию по типу узора, однако в полностью автоматических системах к такой классификации стараются не прибегать из-за внутриклассовой вариации, которая настолько велика, что границы между классами весьма размыты. Многие папиллярные узоры невозможно отнести к тому или иному классу [10].

Точки начала и окончания, соединения и разветвления папиллярных линий образуют частные признаки узора. Известны работы, в которых выделяется до 13 особенностей: окончание линии, расщепление линии, фрагмент, островок, точка, примыкание, мостик, крючок, дельта, пересечение, утроение линии, прерывание линии, другие признаки [13, 14]. Но обычно для методов автоматического кодирования изображений используют два типа признаков: окончание и разветвление линии [27]. Причем окончание и разветвление могут переходить одно в другое в зависимости от условий получения изображений отпечатков. Такое изменение типа частного признака без перехода через папиллярную линию называют мутацией [4].



Рис. 2. Общие и частные признаки дактилоскопического изображения

На рис. 2 приведен пример дактилоскопического изображения с детектированными общими (две петли и дельта) и частными признаками.

Шаблоны могут хранить общие и частные признаки изображения [6, 34], данные о плотности, толщине и направлении папиллярных линий [35], размере и расположении пор [29] и др.

Также при сопоставлении шаблонов важно учитывать возможные трансформации изображения: повороты и смещения отпечатка на сканере, эластичные деформации, неизбежно возникающие при контакте объемного пальца с плоской поверхностью сканера [2].

#### 2. Модели представления дактилоскопических изображений

В целом все методы сравнения шаблонов дактилоскопических изображений можно разбить на основные группы, использующие:

- расположение и направление частных признаков изображения;
- гребневый счет и особенности папиллярных линий (толщину, плотность и направление линий, величину и расположение пор и др.);
- общее поле направлений изображения;
- локальные окрестности, предварительно построенные для каждого признака;
- общее топологическое представление изображения.

Особенностью данной классификации является то, что модели каждого последующего уровня могут дополнять и расширять модели предыдущего уровня. Помимо этого такая классификация дает общее представление о направлении развития автоматизированных систем от простого сравнения координат частных признаков до построения особых объектов, полностью описывающих не только общие и частные признаки и папиллярные линии дактилоскопического изображения, но и оперирующих дополнительными характеристиками. Стоит отметить, что в реальных коммерческих системах зачастую применяются комбинации различных методов. Например, в патентах [36, 38, 41] представлен метод, в котором для каждого частного признака формируется окрестность, включающая в себя все признаки, сопряженные с данным. Затем применяются итерационные методы оценки согласованности частных признаков в пределах окрестности [36] либо в целом по изображению [41].

## 2.1. Характеристики общих и частных признаков дактилоскопических изображений

Каждый частный признак (в русскоязычных источниках часто применяется термин «контрольная точка» [5]) описывается координатами и направлением. В некоторых случаях к ним также добавляются тип и достоверность признака и другие характеристики:

$$M_{i} = \{(x_{i}, y_{i}), \alpha_{i}, t_{i}, s_{i}, v_{i}, \theta_{i}, p_{i}, h_{i}\}, i \in 1..n,$$
(1)

где  $M_i$  — частный признак; i — номер частного признака;  $(x_i, y_i), \alpha_i, t_i, s_i, v_i, \theta_i, p_i, h_i$ — соответственно координаты, направление, тип, метка сомнительности, величина и направление кривизны, вероятность и плотность линий в окрестности частного признака.

Координаты  $(x_i, y_i)$  определяют как координаты вершины скелета, в которой эта контрольная точка детектирована [3]. Направление признака  $\alpha_i$  как угол определяют на основе простой цепи вершин скелета для окончания и трех простых цепей для разветвления так, что оно указывает на область увеличения числа линий (рис. 2). Тип признака  $t_i \in \{0; 1\}$ , где 0 — разветвление и 1 — окончание, определяют по валентности вершины графа, представляющего скелет изображения [9]. Метка сомнительности  $s_i \in \{0; 1\}$  определяется близостью частного признака к неинформативным областям, причем 1 означает сомнительность.

Совпадение между наборами контрольных точек определяется с учетом разницы между расположением и ориентацией для соответствующих контрольных точек каждого набора. Окончательно оценка подобия двух шаблонов  $T_1$  и  $T_2$  вычисляется по формуле:

$$S = \frac{2m}{t_1 + t_2} \times 100,$$
 (2)

где  $t_1$  и  $t_2$  — число контрольных точек в каждом из шаблонов; m — число совпадающих контрольных точек.

Множество частных признаков используют для различных математических и геометрических преобразований. По координатам контрольных точек, полученных из скелета изображения, вычисляют их центр масс, выбирают наименее удаленные от центра масс контрольные точки, строят деревья от каждой контрольной точки к соседним и формируют шаблон в виде набора соотношений длин ребер для каждого дерева:

$$T = \left\{ (L_{j,r}^k, \alpha_{j,r'}^k), k \in [1, K]; j, r, r' \in [1, J] \right\},\tag{3}$$

где K — количество выделенных поддеревьев;  $j, r \in [1, J]$  — номера ребер в поддереве k;  $L_{j,r}^k = (d_j^k)/(d_r^k)$  — соотношения длин ребер j и r в поддереве k;  $\alpha_{j,r}^k$  — угол между ребрами j и r.

Такое представление исключает необходимость выполнения расчетных операций на этапе сравнения кодов [19]. Помимо построения скелета множество контрольных точек

отпечатка может использоваться для формирования набора треугольников и вычисления триангуляции (рис. 3), которые позволяют оценить возможные деформации и выделить области наибольшей достоверности [28, 34]. Для оценки деформации изображения в [26] используется голосование по каждому гипотетическому варианту преобразования. Лучшим признается вариант с наибольшим числом перекрывающихся контрольных точек. В [15] предложен метод сравнения на основе триангуляции Делоне, в результате которой формируется O(n) треугольников, где n – число контрольных точек, выделенных на отпечатке. Таким образом, высокая скорость сравнения достигается без существенного влияния на его точность.



Рис. 3. Пример построения триангуляции для отпечатка

Для построения триангуляции используются геометрические данные, включающие в себя, по меньшей мере, длины сторон треугольника, образованного тремя соседними контрольными точками  $M_1$ ,  $M_2$  и  $M_3$ , минимальным углом  $\alpha$  между двумя отрезками, соединяющими соседние контрольные точки, и разностью между векторами  $V_2$  и  $V_3$  (рис. 4).



**Рис. 4.** Треугольник, образованный контрольными точками  $M_1, M_2$  и  $M_3$ 

Основной недостаток триангуляции — отсутствие робастности к смещению близко расположенных контрольных точек, а также к появлению ложных и пропуску истинных контрольных точек.

#### 2.2. Гребневый счет и особенности папиллярных линий

Папиллярные линии, или гребневые линии, являются важной характеристикой отпечатка. Счет этих гребней между любыми двумя контрольными точками широко используется при сравнении отпечатков [20]. В работе [24] авторы используют методы обработки сигналов для построения словарей структуры и направления гребневых линий. Такие словари, сформированные в окрестностях контрольных точек, позволяют оценить качество отпечатка и восстановить при необходимости рисунок папиллярных линий на поврежденных участках.

Усредненное направление линий в некоторой окрестности называют потоком. Направление и кривизна потока также могут использоваться в качестве дополнительной характеристики сравнения.



Рис. 5. Гребневый счет для одного признака

Значение гребневого счета для контрольной точки определяется по числу линий, пересекаемых отрезком, проведенным от рассматриваемой контрольной точки к соседним (в пределах некоторого заданного радиуса) [7].

Пусть для каждого изображения  $A_1$  и  $A_2$  при помощи функции f вычисления шаблона сформированы шаблоны  $T_1 = f(A_1)$  и  $T_2 = f(A_2)$ . Для каждой контрольной точки  $m_i$ изображения  $A_1$  выделяется некоторая окрестность, в которой измеряется гребневый счет  $\{r_{ik}\}$  до контрольной точки  $m_k$ . В результате для контрольной точки  $m_i$  строится гнездо  $N_i$  (рис. 5) как система признаков в виде

$$N_i = \{m_k, r_{ik}, \gamma_{ik}\}, |m_k = \{x_k, y_k, \theta_k\}, i, k \in I = 1..m.$$
(4)

Здесь  $\gamma_{ik}$  — угол доворота вектора направления  $\alpha_i$  контрольной точки  $m_i$  до отрезка, соединяющего контрольные точки  $m_i$  и  $m_k$ .

Сопоставление двух шаблонов сводится к сравнению гнезд из различных шаблонов [8]. Помимо сравнения гребневый счет контрольных точек может использоваться для оценки качества отпечатков при сканировании [30]. Для полученного изображения в некоторой окрестности определяются толщина, направление, непрерывность и угол как направление потока гребня, формируется карта гребневых линий. Затем полученная карта может быть использована для сегментации изображения как в [37], где изображение разбивается на кластеры. В каждом из полученных кластеров можно оценить хотя бы один параметр гребневых линий (ориентация линий, среднее расстояние между ними и т.д.), дополнительно сохраняется расположений контрольных точек, а также форма, размер и расположение пор, если это оправдано.

Метод частичного распознавания отпечатков, позволяющий сравнивать небольшие фрагменты изображений, предложен в [22]. Производится извлечение признаков, включая ориентацию гребневых линий, характеристики и расположение контрольных точек из фрагментов отпечатка. Поскольку добавление точек гребня значительно увеличивает время вычисления, предлагается схема выбора точки гребня, через которую для каждого хребта выбирается только одна репрезентативная точка (RRP). Сходство фрагментов вычисляется путем оценки соответствия контрольных точек и репрезентативных точек гребневых линий.



Рис. 6. Гребневый счет на кривых участках линий

Гребневый счет признака зависит от кривизны папиллярных линий (рис. 6). При деформации изображения, приводящей к выпрямлению линий, значение гребневого счета может существенно измениться. Также на величину гребневого счета может влиять появление вблизи контрольных точек «мертвых зон», в которых качество изображения не позволяет детектировать папиллярные линии и признаки.

#### 2.3. Поле направлений

При распознавании частных признаков цифрового дактилоскопического изображения данные о локальном направлении линий определяют качество фильтрации изображения. Поле направлений является мерой непрерывности гребневых линий [7]. Получить поле направлений для изображения отпечатка можно различными способами. Сравнительный обзор различных подходов к вычислению поля направлений приводится в работе [35], включая словари [24], нейронные сети [17], преобразования Фурье и др.

Для изображения отпечатка поле направлений представляют в виде матрицы O(m, n) так, что каждый элемент матрицы будет содержать информацию о значении угла ориентации линий гребня. Значения элементов матрицы вычисляются по формуле (5), предложенной в [40]:

$$O(x,y) = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\sum_{\Gamma} 2G_x G_y}{\sum_{\Gamma} (G_x^2 - G_y^2)} + \frac{\pi}{2},$$
(5)

где  $\Gamma$  — окрестность, разбитая на квадраты размером  $N \times N$  с центром в точке (x, y);  $(G_x, G_y)$  — горизонтальные и вертикальные градиенты.

Поле направлений имеет существенный недостаток. Оно фиксируется не для точки, а для сегмента изображения ( $4 \times 4$ ,  $8 \times 8$ ,  $16 \times 16$  или  $32 \times 32$ ) и не учитывает масштаб линий, что может привести к дефектам распознавания и последующей оценки изображения.

#### 2.4. Локальные окрестности точек

В [25] предложен метод, использующий для сопоставления локальные и глобальные структуры, содержащие дополнительную информацию. Это может быть ориентация признака, форма гребневых линий в окрестности, и др. В статье [23] существующие подходы к формированию локальных окрестностей классифицированы по трем категориям: на основе изображений, на основе текстур и на основе контрольных точек.

Известен так называемый метод цилиндрического кода для сравнения шаблонов MCC (Minutia Cylinder Code) [18], который инвариантен к повороту и смещению изображений и оперирует некоей окрестностью вокруг каждой особенности.

Каждая контрольная точка *m* в методе MCC представлена в виде цилиндра радиуса R и высотой  $2\pi$ , центр которого совпадает с координатами контрольной точки. Цилиндр заключен внутри кубоида, основание которого выровнено с соответствии с направлением контрольной точки *m*. Кубоид разделен на  $N_S \times N_S \times N_D$  ячеек, каждая из которых в свою очередь является кубоидом размера  $\Delta_S \times \Delta_S \times \Delta_D$ , где  $\Delta_S = 2R/N_S$  и  $\Delta_D = 2\pi/N_D$  (рис. 7 а).

Значение каждой ячейки  $c_m(i, j, k)$  зависит от соседних контрольных точек, попадающих в окрестность радиуса  $3\sigma_S$ . Пусть  $p_{ij}^m$  — центр ячейки (i, j, k), тогда  $C(m_t, p_{ij}^m)$  — общий вклад от каждой ячейки  $m_t$  из соответствующей окрестности. Причем суммарный вклад  $C(m_t, p_{ij}^m)$  можно разделить на направленный компонент  $C_m^S(m_t, p_{ij}^m)$  и пространственный компонент  $C_m^d(m_t, p_{ij}^m)$  следующим образом:

$$C(m_t, p_{ij}^m) = C_m^S(m_t, p_{ij}^m) \times C_m^d(m_t, p_{ij}^m),$$
(6)

при этом

$$C_m^S(m_t, p_{ij}^m) = \frac{2}{\sigma_S \sqrt{2\pi}} e^{\frac{-t^2}{2\sigma_S^2}}, t = d_S(m_t, p_{ij}^m),$$
(7)

$$C_m^{d_{\sigma}}(m_t, p_{ij}^m) = \frac{2}{\sigma_S \sqrt{2\pi}} \int_{\alpha - \frac{\Delta d}{2}}^{\alpha + \frac{\Delta d}{2}} e^{\frac{-t^2}{2\sigma_S^2}} dt, t = d_{\sigma}(m_t, p_{ij}^m),$$
(8)

где  $d_S(m_t, p_{ij}^m)$  — евклидово расстояние от  $m_t$  до  $p_{ij}^m$ ;  $d_\sigma(m_t, p_{ij}^m)$  — разница углов между контрольными точками.

2018, т. 7, № 1





Постоянный размер окрестности особенности и ограниченные варианты поворота и смещения изображений позволили выполнить сопоставление шаблонов методом МСС достаточно точным и высокопроизводительным.

Кроме того известен сферический координатный код особенностей (MSCC), который является развитием подхода МСС [39]. Подобно методу МСС, кубоид в МSCC разделяется на  $N_S \times N_D \times N_D$ ячеек, каждая из которых также является кубоидом размера  $\Delta_S \times \Delta_D \times \Delta_D$ (рис. 7 б).

Значение каждой ячейки определяется всеми контрольными точками из окрестности радиуса  $3\sigma_S$ . Вклад каждой ячейки  $C(m_t, p_{ij}^m)$  в MSCC подразделяется на 3 компонента:

- C<sup>S</sup><sub>m</sub>(m<sub>t</sub>, p<sup>m</sup><sub>ij</sub>) пространственный компонент;
   C<sup>d<sub>θ</sub></sup><sub>m</sub>(m<sub>t</sub>, p<sup>m</sup><sub>ij</sub>) вклад по направлению угла d<sub>θ</sub>;
   C<sup>d<sub>R</sub></sup><sub>m</sub>(m<sub>t</sub>, p<sup>m</sup><sub>ij</sub>) вклад по направлению угла d<sub>R</sub>.

Тогда формула (6) модифицируется и имеет вид

$$C(m_t, p_{ij}^m) = C_m^S(m_t, p_{ij}^m) \times \sqrt{(C_m^{d_\theta}(m_t, p_{ij}^m) \times C_m^{d_R}(m_t, p_{ij}^m))},$$
(9)

где

$$C_m^S(m_t, p_{ij}^m) = \frac{2}{\sigma_S \sqrt{2\pi}} e^{\frac{-t^2}{2\sigma_S^2}}, t = d_S(m_t, p_{ij}^m),$$
(10)

$$C_m^{d_\theta}(m_t, p_{ij}^m) = \frac{2}{\sigma_S \sqrt{2\pi}} \int_{\alpha - \frac{\Delta d}{2}}^{\alpha + \frac{\Delta d}{2}} e^{\frac{-t^2}{2\sigma_S^2}} dt, t = d_\theta(m_t, p_{ij}^m),$$
(11)

$$C_m^{d_R}(m_t, p_{ij}^m) = \frac{2}{\sigma_S \sqrt{2\pi}} \int_{\alpha - \frac{\Delta d}{2}}^{\alpha + \frac{\Delta d}{2}} e^{\frac{-t^2}{2\sigma_S^2}} dt, t = d_R(m_t, p_{ij}^m),$$
(12)

и  $d_S(m_t, p_{ij}^m)$  — евклидово расстояние от  $m_t$  до  $p_{ij}^m$ ,  $d_{\theta}(m_t, p_{ij}^m)$  — разница углов между контрольными точками,  $d_R(m_t, p_{ij}^m)$  — разница двух радиальных углов.

Радиальный угол определяется как угол между линией, соединяющей контрольные точки, и вектором направления первой контрольной точки.

Отметим, что  $C_m^S(m_t, p_{ij}^m)$  по формуле (10) можно выразить через функцию Гаусса, а  $C_m^{d_{\theta}}(m_t, p_{ij}^m)$  и  $C_m^{d_R}(m_t, p_{ij}^m)$  из формул (11) и (12) — через функцию Лапласа, что позволяет свести расчет к простому табулированию данных и значительно повысить скорость вычислений.

Главное преимущество данного алгоритма в том, что можно значительно уменьшить размер структуры данных, используемой для хранения описания каждой контрольной точки.

В случае, если изображение отпечатка содержит небольшое количество контрольных точек, либо контрольные точки расположены на значительном удалении друг от друга, использование данной группы методов может показывать низкое качество сравнения.

#### 2.5. Топологические векторы

Топологическим вектором  $V_i$  называют нумерованный набор связей с упорядоченными парами  $(e_l, n_l)$ , где  $e_l$  — событие, сформированное на связи контрольной точкой с номером  $n_l$ . Подобный подход впервые был предложен в [32] и получил развитие в работах [8, 31].

Такое представление является развитием описания изображения отпечатка пальца на основе гребневого счета и позволяет повысить качество и скорость сопоставления шаблонов. На узоре в информативной области выделяют линии и образованные ими особенности типа окончаний и разветвлений. Особенности нумеруют и для каждой особенности определяют угол направления и координаты. В результате шаблон изображения *T* дополняется топологическими векторами по формуле

$$T = \{(m_i, V_i)\}, m_i = \{x_i, y_i, \alpha_i, t_i\}, V_i = \{(e_l, n_l)\}, l, i \in I,$$
(13)

где  $\alpha_i$  — направление и  $t_i \in \{0;1\}$  — тип контрольной точки; I — множество номеров контрольных точек.

Степень подобия векторов  $V_i$  и  $V_j$ , оценивают частичным степенным рядом вида

$$S(V_i, V_j) = \sum_{k=1}^n (a_k \Lambda^k(V_i, V_j) + b_k \Psi^k(V_i, V_j) + c_k \Lambda^k(V_i, V_j) \Psi^k(V_i, V_j)),$$
(14)

где  $a_k, b_k, c_k$  — коэффициенты ряда; n — длина ряда. Здесь  $\Lambda(V_i, V_j)$  — оценка степени подобия топологических векторов по топологии, вычисляемая по формуле

$$\Lambda(V_i, V_j) = \frac{\sum_{l=0}^{w} \lambda(e_l^i, e_l^j)}{w},\tag{15}$$

в которой  $\lambda(e_l^i, e_l^j)$  — функция подобия по топологии для одноименных связей; w — число связей;  $e_l^i \in V_i$  и  $e_l^j \in V_j$  — сравниваемые события; l — номер связи.

Функция  $\Psi(V_i, V_j)$  — оценка степени подобия топологических векторов по геометрии, которую вычисляют по формуле

$$\Psi(V_i, V_j) = \frac{\sum_{l=0}^{w} \Psi^k(\omega(m_i, m_k), \omega(m_j, m_g))}{w},$$
(16)

где  $\omega(m_i, m_k)$  — функция подобия по геометрии для одноименных связей;  $\psi$  — значение невязки для пар частных признаков;  $m_k$  и  $m_g$  — частные признаки, задаваемые их номерами k и g на одноименных связях [7].

Вычисление подобия топологических векторов по топологии и геометрии подразумевает оценку совпадения для пар соседних и смежных признаков в топологическом пространстве с учетом заданного топологического разбиения и в евклидовом пространстве с учетом заданных допусков соответственно. Видно, что в простейшем случае комплексная оценка аналогична вероятности произведения или суммы событий.

Для сравнения шаблонов  $T_1$  и  $T_2$  необходимо выполнить сравнение топологических векторов  $V_i$  и  $V_j$  по формуле (14) и получить упорядоченный набор оценок степени подобия топологических векторов в виде:

$$S = \{S_k(V_i, V_j) | V_i \in T_1, V_j \in T_2\},$$
(17)

где k — номер элемента ряда, причем меньшим номерам соответствуют лучшие оценки.

Тогда сходство шаблонов вычисляют в виде

$$S(T_1, T_2) = \frac{\sum_{k=1}^{K} S_k}{\min(n_1, n_2)},$$
(18)

где K — длина ряда;  $n_1$  и  $n_2$  — число частных признаков в шаблонах  $T_1$  и  $T_2$ . Использование топологической модели позволяет более полно описать изображение. Платой за указанные преимущества является повышенная сложность расчета моделей. Однако модели содержат механизмы, компенсирующие влияние мутаций контрольных точек, деформации изображения и кривизны линий. Это повышает устойчивость шаблона и точность сравнения, а также позволяет достичь высокой скорости. Топологическое описание отпечатков предлагается в патенте [1], алгоритмы на основе такого представления успешно применяются в реальных системах идентификации [11].

#### 3. Качество идентификации

Для сравнения алгоритмов идентификации по отпечаткам пальцев важную роль играет не только время сравнения, но и качественные характеристики, которые в процентном соотношении демонстрируют число ошибочно идентифицированных отпечатков. Ошибки идентификации являются статистическими характеристиками, которые зависят от алгоритма и массива данных, на которых они измерены [12].

Базовыми характеристиками качества идентификации являются уровни ошибок первого и второго рода, обозначаемые соответственно FAR и FRR [5]. Ошибка первого рода — «ложный пропуск» (false accept), при котором отпечатки одного и того же пальца определяются как принадлежащие разным пальцам. Ошибка второго рода — «ложное обнаружение», когда два разных отпечатка ошибочно определяются как принадлежащие одному и тому же пальцу.

Международный конкурс алгоритмов идентификации отпечатков пальцев FVC OnGoing проводится университетом Болоньи с 2009 года [21]. В нем могут участвовать и независимые разработчики, и академические исследователи, и компании, занимающиеся разработкой алгоритмов и производством автоматизированных систем дактилоскопической идентификации, причем участники сами принимают решение о публикации алгоритма.

#### Таблица

Дата	Разработчик	Алгоритм	ERR, %	$FMR_{1000},$	$FMR_{10000},$
публикации				%	%
02.02.2018	Sonda	FPM	0,754	1,035	1,330
	Technologies				
	Ltd				
28.07.2017	Beijing Hisign	HXKJ	0,530	0,797	1,879
	Bio-info Institute				
17.10.2016	Decatur	Decatur	0,697	1,108	1,936
	Industries, Inc.				
09.02.2016	Neurotechnology	MM_FV	0,648	1,216	2,381
15.01.2015	GenKey	BioFinger	1,489	2,127	2,914
	Netherlands				
	BV				

Результаты тестирования FVC OnGoing

Большинство фирм, участвующих в тестировании, предпочитают не раскрывать подробности используемых алгоритмов, ограничиваясь кратким описанием.

В таблице приведены результаты тестирования, актуальные на 02.02.2018 г.

Все вышеперечисленные алгоритмы выполняют сравнение изображений отпечатков на основе контрольных точек, используя также характеристики папиллярных линий в окрестностях контрольных точек.

Оценка алгоритмов, участвующих в тестировании, производится по следующим основным статистическим характеристикам.

EER или Equal Error Rate — точка на ROC-кривой, в которой значения FAR и FRR равны.

 $FMR_n$  или False Match Rate — статистический порог, для которого среди всех проведенных сравнений определяются доли пар изображений одного и того же пальца, ложно признанных чужими, и доли пар различных изображений, ошибочно идентифицированных как родные. Нижний индекс указывает на значение порога, которое выбирается вручную в зависимости от назначения алгоритма.

#### Заключение

В работе коротко рассмотрены основные методы математического представления отпечатков пальцев и основные модели идентификации отпечатков на базе шаблонов. Современные модели представления отпечатков могут содержать не только характеристики общих и частных признаков, но и максимально полное описание изображений, включающее дополнительные параметры. Дополнительная информация (структура и плотность папиллярных линий, наличие, форма и расположение пор), хотя и увеличивает размер шаблона и сложность его вычисления, но позволяет учесть и скомпенсировать некоторые дефекты, возникающие при сканировании отпечатков, а также значительно повышает скорость и качество сравнения.

Отмечены основные достоинства и недостатки рассмотренных моделей с точки зрения их скоростных и качественных характеристик. Предложена классификация моделей и

методов, по принципу расширения и дополнения структуры шаблона дактилоскопического изображения.

Ни одна из существующих на сегодня моделей не является идеальной. В практике часто применяется комплекс из нескольких методов для повышения производительности и снижения величины ошибок. Лучшую скорость сравнения совместно с низкими показателями ошибок демонстрируют алгоритмы, разработанные Beijing Hisign Bio-info Institute, Sonda Technologies и Decatur Industries.

В дальнейших исследованиях предполагается развитие топологического представления отпечатка и добавление новых признаков в топологический вектор, привязка этих векторов к общим признакам изображений. Временные затраты на формирование шаблона при использовании топологической модели могут быть снижены путем использования современных средств параллельного программирования для многопроцессорных многоядерных систем либо графических процессоров.

#### Литература

- Аркабаев Д.И., Гудков В.Ю. Пат. 2444058, МПК G 06 К 9/52 Способ гребневого счета на основе топологии дактилоскопического узора. № 2010110115/08, заявл 17.03.2010; опубл. 27.02.2012; Бюл. № 6. 9 с.
- Арутюнян А.Р., Ушмаев О.С. Влияние деформаций на качество биометрической идентификации по отпечаткам пальцев // Информатика и ее применения, 2009. Т. 3. Вып. 4. С. 12–21.
- 3. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. Пер. с англ. М.: Техносфера, 2006. 1072 с.
- Гордеева (Лепихова) Д.Н., Гудков В.Ю. Распознавание дактилоскопических изображений // Вестник МГТУ. Серия: Приборостроение. Специальный выпуск «Биотехнологии», 2011. С. 47–58.
- 5. ГОСТ Р ИСО/МЭК 19794-2-2013 Информационные технологии (ИТ). Биометрия. Форматы обмена биометрическими данными. Часть 2. Данные изображения отпечатка пальца — контрольные точки. Издание официальное. М.: Стандартинформ, 2015. 94 с.
- Гудков В.Ю. Методы первой и второй обработки дактилоскопических изображений. Миасс: Геотур, 2009. 237 с.
- 7. Гудков В.Ю. Модель гребневого счета на основе топологии дактилоскопического изображения // Вестник ЧелГУ, 2011. Вып. 13. С. 99–108.
- Гудков В.Ю. Способ математического описания и идентификации отпечатков пальцев / под ред. член-корр. РАН В.Л. Арлазарова и д.т.н. проф. Н.Е. Емельянова // Обработка изображений и анализ данных: Труды ИСА РАН. М.: ЛИБРОКОМ, 2008. Т. 38. С. 336–356.
- Гудков В.Ю., Лепихова Д.Н. Влияние ложных признаков на качество сравнения дактилоскопических изображений // 23 Международная конференция по компьютерной графике и зрению ГрафиКон'2013: Труды конференции. Владивосток, 16–20 сентября, 2013. С. 314–315.
- 10. Самищенко С.С. Атлас необычных папиллярных узоров. Москва: Юриспруденция, 2001. 320 с.

- 11. Свидетельство о госрегистрации программы для ЭВМ 2017617796. Рос. Федерация. Автоматизированная дактилоскопическая идентификационная система AFIS Enterprise Edition, версия 9.0 — АДИС Сонда 9.0 Е / Боков А.С., Чиркин Д.М., Гудков В.Ю., Аркабаев Д.И., Козлов С.М., Мосунов А.С., Гарифуллин О.Ф., Пислегин А.В., Пислегин С.А.; правообладатель ООО «Сонда Про». № 2017611004; заявл. 08.02.2017; зарегистр. 12.07.2017; опубл. 12.07.2017. 1 с.
- 12. Ушмаев О.С, Арутюнян А.Р. Метод оценки качества биометрической идентификации в операционных условиях на примере дактилоскопической идентификации // 19 Международная конференция по компьютерной графике и зрению ГрафиКон'2009: Труды конференции (Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова, 5–9 октября 2009 г.). М.: МАКС ПРЕСС, 2009. С. 232-235.
- 13. Эджубов Л.Г., Карпухина Е.С., Мяснянкина В.Н. и др. Банк данных детального описания папиллярных узоров / под ред. Л.Г. Эджубова // сб. науч. ст. М.: ИЦ МВД РФ, 2002. С. 304–311.
- 14. Эджубов Л.Г., Литинский С.А. А.с. 138095 СССР, МКИ G 06 К 9/00 Способ автоматического сравнительного исследования дактилоскопических отпечатков / № 701272/31; заявл. 17.01.59; опубл. 18.09.61. Бюл. № 9. 9 с.
- Bebis G., Deaconu T., Georgiopoulos M. Fingerprint Identification Using Delaunay Triangulation // International Conference on Information Intelligence and Systems (Bethesda, MD, USA, 31 Oct.-3 Nov., 1999). P. 452–459. DOI: 10.1109/ICIIS.1999.810315
- Bolle R.M., Connel J.Y., Pankanti S., et al. Guide to biometrics. New York: Springer-Verlag, 2004. 368 p.
- Cao K., Jain A.K. Latent Orientation Field Estimation via Convolutional Neural Network // 2015 International Conference on Biometrics ICB (Phuket, Thailand, May, 2015). P. 349–356 DOI: 10.1109/ICB.2015.7139060
- Capelli R., Ferrara M., Maltoni D. Fingerprint Indexing Based on Minutia Cylinder-Code // IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence. 2011. Vol. 33, No. 5. P. 1051–1057. DOI: 10.1109/TPAMI.2010.228
- Chandrasekaran A., Thuraisingham B. Fingerprint Matching Algorithm Based on Tree Comparison Using Ratios of Relational Distances // Proceedings of the The Second International Conference on Availability, Reliability and Security ARES'07 (Vienna, Austria, 10–13 April, 2007). P. 273–280. DOI: 10.1109/ARES.2007.90
- 20. Choi H., Choi K., Kim J. Fingerprint Matching Incorporating Ridge Features With Minutiae // IEEE Transactions on Information Forensics and Security, 2011. Vol. 6, No. 2. P. 338–345. DOI: 10.1109/TIFS.2010.2103940
- Dorizzi B., Cappelli R., Ferrara M., et al. Fingerprint and On-Line Signature Verification Competitions at ICB 2009 // International Conference on Biometrics ICB 2009 (Alghero, Italy, 2–5 June, 2009). P. 725–732. DOI: 10.1007/978-3-642-01793-3\_74
- 22. Fang G., Srihari S.N., Srinivasan H. et al. Use of Ridge Points in Partial Fingerprint Matching // Biometric Technology for Human Identification IV. 2007. P. 65390D1–65390D9. DOI: 10.1117/12.718941

- Feng J., Zhou J. A Performance Evaluation of Fingerprint Minutia Descriptors // International Conference on Hand-Based Biometrics ICHB (Hong Kong, China, 17–18 Nov., 2011). 2011. DOI: 10.1109/ICHB.2011.6094350
- 24. Jain A.K., Cao K. Fingerprint Image Analysis: Role of Orientation Path and Ridge Structure Dictionaries // Geometry Driven Statistics, 2015. P. 288–310. DOI: 10.1002/9781118866641
- Jiang X., Yau W.Y. Fingerprint Minutiae Matching Based on the Local and Global Structures // Proceedings 15th International Conference on Pattern Recognition ICPR 2000 (Barcelona, Spain, 3–7 Sept., 2000). 2000. P. 1038–1041. DOI: 10.1109/ICPR.2000.906252
- 26. Júnior P., de Nazare-Junior A., Menotti D. A Complete System for Fingerprint Authentication Using Delaunay Triangulation // Re-conhecimento de Padroes, DECOM-UFOP, 2010. P. 1–7.
- Maltoni D., Maio D., Jain A.K., et al. Handbook of Fingerprint Recognition. London: Springer-Verlag, 2009. 496 p. DOI: 10.1007/978-1-84882-254-2
- 28. Medina-Perez M.A., Garcia-Borroto M., Gutierrez-Rodriguez A.E., et al. Improving Fingerprint Verification Using Minutiae Triplets // Sensors, 2012. Vol. 12. P. 3418–3437. DOI: 10.3390/s120303418
- 29. Segundo M.P., Lemes R. Pore-based Ridge Reconstruction for Fingerprint Recognition //2015 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops (CVPRW 2015) (Boston, Massachusetts, USA, 7–12 June, 2015). 2015. P. 128–133. DOI: 10.1109/CVPRW.2015.7301328
- 30. Sha L., Zhao F., Tang X. Minutiae-Based Fingerprint Matching Using Subset Combination // In Proceedengs 18th International Conference on Pattern Recognition ICPR 2006 (Hong Kong, 20–24 Aug., 2006). 2006. P. 566–569. DOI: 10.1109/ICPR.2006.802
- Sherlock B., Monro D. A Model for Interpreting Fingerprint Topology // Pattern Recognition, 1993. Vol. 26, No. 7. P. 1047–1055. DOI: 10.1016/0031-3203(93)90006-I
- 32. Sparrow M.K., Sparrow P.J. A Topological Approach to the Matching of Single Fingerprints: Development of Algorithms for Use on Latent Finger Marks // US dep. comer. nat. bur. stand. spec. pub. 1985. № 500–126. 61 p.
- 33. The NSTC Subcommittee on Biometrics. Fingerprint Recognition. URL: https://www.fbi.gov/file-repository/about-us-cjis-fingerprints\_biometrics -biometric-center-of-excellences-fingerprint-recognition.pdf (дата обращения: 16.10.2017).
- 34. Uz T., Bebis G., Erol A., et al. Minutiae Based Template Synthesis and Matching for Fingerprint Authentication // First IEEE International Conference on Biometrics: Theory, Applications, and Systems BTAS 2007 (Crystal City, VA, USA, 27–29 Sept., 2007). 2007. P. 1–8. DOI: 10.1109/BTAS.2007.4401958
- Vidyadevi G. Biradar, Sarojadevi H. Fingerprint Ridge Orientation Extraction: A Review of State of the Art Techniques // International Journal of Computer Applications, 2014. Vol. 91, No. 3. P. 8–13. DOI: 10.5120/15859-4773
- 36. Wang J., Zhen Ping Lo P., inventors; Morphotrack LLC, assignee. Minutiae Grouping for Distorted Fingerprint Matching. US Patent Application Publication 2017/0140193 A1, May 18, 2017.

- 37. Wang L., Bhalera A., Wilson R., inventors; Warwick Warp Ltd, assignee. Fingerprint Matching Method and Apparatus. US Grant 8588484B2. Nov. 19, 2013.
- Zhen Ping Lo P., Chen H., inventors; Morphotrack LLC, assignee. Feature-Based Matcher for Distorted Fingerprint Matching. US Patent Application Publication 2017/0140192 A1, May 18, 2017.
- Zheng F., Yang C. Latent Fingerprint Match using Minutia Spherical Coordinate Code // International Conference on Biometrics ICB 2015 (Phuket, Thailand, 19–22 May, 2015). 2015.
   P. 357–362. DOI: 10.1109/ICB.2015.7139061
- 40. Zhou J., Gu J. A Model-based Method for the Computation of Fingerprints' Orientation Field // IEEE Transactions on Image Processing, 2004. Vol. 13, No. 6. P. 821–835. DOI: 10.1109/TIP.2003.822608
- Zhu H., Zhen Ping Lo P., Chen H., inventors; Morphotrack LLC., assignee. Fingerprint Matching Using Virtual Minutiae. US Patent Application Publication 2017/0140207 A1, Apr. 18, 2017.

Лепихова Дарья Николаевна, инженер-программист ООО «Сонда Про» (Челябинская обл., г. Миасс, Российская Федерация)

Гудков Владимир Юльевич, д.ф.-м.н., профессор кафедры ЭВМ, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

Кирсанова Александра Александровна, программист вычислительного центра, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

### DOI: 10.14529/cmse180104 AN OVERVIEW OF FINGERPRINT DESCRIPTION MODELS

© 2018 D.N. Lepikhova<sup>1</sup>, V.U. Gudkov<sup>2</sup>, A.A. Kirsanova<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Sonda Pro Ltd

(Ilmen-Tau str. 1-2, Miass, Chelyabinsk reg., 456318 Russia), <sup>2</sup>South Ural State University (pr. Lenina 76, Chelyabinsk, 454080 Russia)

 $E\text{-}mail:\ lepikhova@sonda.ru,\ diana@sonda.ru,\ alexander.a.kirsanov@gmail.com/alexander.$ 

Received: 16.11.2017

Personal fingerprint identification is the most common method of biometric identification. In this paper we presented a review of modern fingerprint image representation models and fingerprint matching methods based on these models. Fingerprint image may be represented as a set of local features, a set of global features, a set of papillary lines and in the form of topological object which includes combination of features. The main advantages and disadvantages of common fingerprint representations were defined. Also authors proposed a classification of fingerprint represented models by the level of integrity of their description. Each level of this model describes fingerprint image using some characteristic (local features, global features, direction and density of ridges, direction field et al.) or as a solid topological object at the highest model level. Each level of the model can be used independently or with combination of other models. It allows expanding and supplementing fingerprint image description. The review of models and identification methods based on wide range of patents, scientific articles and program registration certificates for the past few years, which confirms the relevance of the problem and this research.

 $Keywords:\ biometric\ identification,\ fingerprint,\ fingerprint\ template.$ 

#### FOR CITATION

Lepikhova D.N., Gudkov V.U., Kirsanova A.A. An Overview of Fingerprint Description Models. Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering. 2018. vol. 7, no. 1. pp. 40–59. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse180104.

This paper is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Non Commercial 3.0 License which permits non-commercial use, reproduction and distribution of the work without further permission provided the original work is properly cited.

#### References

- Arkabaev D.I., Gudkov V.U. Sposob grebnevogo scheta na osnove topologii daktiloskopicheskogo uzora [Method of Ridge Count Based on Topology]. Patent 2444058, G 06 K 9/52 № 2010110115/08, reg. Mar., 17, 2010; pub. Feb., 27, 2012; no. 6. 9 p.
- Arutyunyan A.R., Ushmaev O.S. The Influence of Strain on the Quality of Biometric Fingerprint Identification. *Informatics and Applications*. 2009. vol. 4. no. 3. pp. 12–21. (in Russian)
- Bokov A.C., Chirkin D.M., Gudkov V.U. Certificate of State Registration of the Computer Program 2017617796. Russian Federation. Avtomatizirovannaya daktiloskopicheskaya identifikatsionnaya sistema AFIS Enterprise Edition, versiya 9.0 – ADIS Sonda 9.0 E [Authomatic Fingerprint Identification System Enterprise Edition v. 9.0 – AFIS Sonda 9.0 E]. Rightsholder – Sonda Pro Ltd. no. 2017611004; application date 08.02.2017; registration date 12.07.2017; published 12.07.2017. 1 p.
- 4. Gonzalez R.C., Woods R.E. Digital image processing. 2006. 1072 p.
- Gordeeva (Lepikhova) D.N., Gudkov V.U. Fingerprint recognition. Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tehnicheskogo universiteta. Seriya "Priborostroenie". Specialniy vypusk "Biotehnologii" [Bulletin of Moskow State Technic Univercity. Series: Iinstrumentation. Special Volume: Biotechnologies]. 2011. pp. 47–58. (in Russian)
- GOST R ISO/MEK 19794-2-2013 Informatsionnye tekhnologii (IT). Biometriya. Formaty obmena biometricheskimi dannymi. Chast' 2. Dannye izobrazheniya otpechatka pal'tsa – kontrol'nye tochki. Izdanie ofitsial'noe [ISO/IEC Information technologies. Biometrics. Biometric data interchange formats. Part 2. Finger minutiae data. Official Edition]. Moscow. Standartinform. 2015. 94 p.
- Gudkov V.U. Metody pervoi i vtoroi obrabotki daktiloskopicheskikh izobrazhenii [Methods for First and Second Fingerprint Images Processing]. Miass, Geotur, 2009. 237 p.
- Gudkov V.U. Ridge Count Model Based on Fingerprint Topology. Vestnik Chelyabinskogo gosudarstvennogo universiteta [Bulletin of Chelyabinsk State Univercity]. 2011. no. 13, pp. 99–108 (in Russian)
- 9. Gudkov V.U. Sposob matematicheskogo opisaniya i identifikatsii otpechatkov pal'tsev [Method of Mathematical Description and Identification of Fingerprints]/red. by Corresponding Member of RAS Arlazarov V.L. and Doctor of Technical Sciences, Professor Emeljanov N.E. Obrabotka izobrazhenii i analiz dannykh: Trudy ISA RAN. LIBROKOM, 2008. vol. 38. pp. 336–356. (in Russian)

- Gudkov V.U., Lepikhova D.N. Effect of False Minutiaes on Fingerprint Matching Quality. 23 Mezhdunarodnaya konferentsiya po komp'yuternoi grafike i zreniyu GrafiKon'2013: Trudy konferentsii (Vladivostok, 16-20 sentyabrya 2013) [23th International Conference on Computer Graphics and Vision GraphiCon'2013: Proceedings of the International Scientific Conference (Vladivostok, Russia, 16-20 September, 2013)], 2013. pp. 314-315. (in Russian)
- 11. Samischenko S.S. Atlas of Unusual Papillary Patterns. Moscow, Jurisprudence, 2001. 320 p.
- Ushmaev O.S., Arutyunyan A.R. Method for Assessing quality of Biometric Identificationin in Operating Conditions on Fingerprint Identification' Example. 19 Mezhdunarodnaya konferentsiya po komp'yuternoi grafike i zreniyu GrafiKon'2009: Trudy konferentsii (Moskva, 5-9 oktyabrya 2009) [19th International Conference on Computer Graphics and Vision GraphiCon'2009: Proceedings of the International Scientific Conference (Moscow, Russia, 5-9 October, 2009)]. MAX PRESS. 2009. pp. 232-235.
- Edzhubov L.G., Karpuhina E.S., Myasnyankina V.N., etc. Bank dannykh detal'nogo opisaniya papillyarnykh uzorov [Data Bank of Papillary Patterns Detailed Description]. /red. by Edzhubov L.G. Digest of scientific articles M: Pub. center MIA, 2002. pp. 304–311. (in Russian)
- Edzhubov L.G., Litinsky S.A. Sposob Avtomaticheskogo Sravnitel'nogo Issledovaniya daktiloskopicheskikh otpechatkov [The method of automatic comparative study of fingerprints]. Certificate of authorship 138095 USSR, G 06 K 9/00 no 701272/31; reg. Jan. 17, 1959; pub. Sep. 18, 1961. vol. 9. 9 p.
- Bebis G., Deaconu T., Georgiopoulos M. Fingerprint Identification Using Delaunay Triangulation. Proceedings of the International Conference on Information Intelligence and Systems (Bethesda, MD, USA, 31 Oct.-3 Nov., 1999). 1999. pp. 452–459. DOI: 10.1109/ICIIS.1999.810315
- Bolle R.M., Connel J.Y., Pankanti S., et al. Guide to biometrics. New York: Springer-Verlag, 2004. 368 p.
- Cao K., Jain A.K. Latent Orientation Field Estimation via Convolutional Neural Network. Proceedings of the 2015 International Conference on Biometrics ICB (Phuket, Thailand, May, 2015). 2015. pp. 349–356. DOI: 10.1109/ICB.2015.7139060
- Capelli R., Ferrara M., Maltoni D. Fingerprint Indexing Based on Minutia Cylinder-Code. IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence. 2011. vol. 33, no. 5, pp. 1051–1057. DOI: 10.1109/TPAMI.2010.228
- Chandrasekaran A., Thuraisingham B. Fingerprint Matching Algorithm Based on Tree Comparison Using Ratios of Relational Distances. Proceedings of the The Second International Conference on Availability, Reliability and Security ARES'07 (Vienna, Austria, 10–13 April, 2007). 2007. pp. 273–280. DOI: 10.1109/ARES.2007.90
- Choi H., Choi K., Kim J. Fingerprint Matching Incorporating Ridge Features With Minutiae. IEEE Transactions on Information Forensics and Security. 2011. vol. 6, no. 2, pp. 338–345. DOI: 10.1109/TIFS.2010.2103940
- 21. Dorizzi B., Cappelli R., Ferrara M., et al. Fingerprint and On-Line Signature Verification Competitions at ICB 2009. In Proceedings of the International Conference on Biometrics (ICB 2009) (Alghero, Italy, 2–5 June, 2009). 2009. pp. 725–732. DOI: 10.1007/978-3-642-01793-3\_74

- 22. Fang G., Srihari S.N., Srinivasan H. et al. Use of Ridge Points in Partial Fingerprint Matching. Biometric Technology for Human Identification IV. 2007. pp. 65390D1–65390D9. DOI: 10.1117/12.718941
- 23. Feng J., Zhou J. A Performance Evaluation of Fingerprint Minutia Descriptors. In Proceedings of the International Conference on Hand-Based Biometrics ICHB (Hong Kong, China, 17–18 Nov., 2011). 2011. DOI: 10.1109/ICHB.2011.6094350
- Jain A.K., Cao K. Fingerprint Image Analysis: Role of Orientation Path and Ridge Structure Dictionaries. Geometry Driven Statistics. 2015. pp. 288–310. DOI: 10.1002/9781118866641
- 25. Jiang X., Yau W.Y. Fingerprint Minutiae Matching Based on the Local and Global Structures. In Proceedings of the 15th International Conference on Pattern Recognition ICPR 2000 (Barcelona, Spain, 3–7 Sept., 2000). 2000. pp. 1038–1041. DOI: 10.1109/ICPR.2000.906252
- Júnior P., de Nazare-Junior A., Menotti D. A Complete System for Fingerprint Authentication Using Delaunay Triangulation. Re-conhecimento de Padroes. DECOM-UFOP, 2010. pp. 1–7.
- Maltoni D., Maio D., Jain A.K., et al. Handbook of Fingerprint Recognition. London: Springer-Verlag, 2009. 496 p. DOI: 10.1007/978-1-84882-254-2
- Medina-Perez M.A., Garcia-Borroto M., Gutierrez-Rodriguez A.E., et al. Improving Fingerprint Verification Using Minutiae Triplets. Sensors, 2012. vol. 12. pp. 3418–3437. DOI: 10.3390/s120303418
- Segundo M.P., Lemes R. Pore-based Ridge Reconstruction for Fingerprint Recognition. In Proceedings of the 2015 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops (CVPRW 2015) (Boston, Massachusetts, USA, 7–12 June, 2015). 2015. pp. 128–133. DOI: 10.1109/CVPRW.2015.7301328
- Sha L., Zhao F., Tang X. Minutiae-Based Fingerprint Matching Using Subset Combination. In Proceedings of the 18th International Conference on Pattern Recognition ICPR 2006 (Hong Kong, 20–24 Aug., 2006). 2006. pp. 566–569. DOI: 10.1109/ICPR.2006.802
- Sherlock B., Monro D. A Model for Interpreting Fingerprint Topology. *Pattern Recognition*, 1993. vol. 26, no. 7. pp. 1047–1055. DOI: 10.1016/0031-3203(93)90006-I
- 32. Sparrow M.K., Sparrow P.J. A Topological Approach to the Matching of Single Fingerprints: Development of Algorithms for use on Latent Finger Marks. US dep. comer. nat. bur. stand. spec. pub., 1985. № 500–126. 61 p.
- 33. The NSTC Subcommittee on Biometrics. Fingerprint Recognition. Available at: https://www.fbi.gov/file-repository/about-us-cjis-fingerprints\_biometricsbiometric-center-of-excellences-fingerprint-recognition.pdf (accessed: 16.10.2017).
- 34. Uz T., Bebis G., Erol A., et al. Minutiae Based Template Synthesis and Matching for Fingerprint Authentication. In Proceedings of the First IEEE International Conference on Biometrics: Theory, Applications, and Systems BTAS 2007 (Crystal City, VA, USA, 27–29 Sept., 2007). 2007. pp. 1–8. DOI: 10.1109/BTAS.2007.4401958

- Vidyadevi G. Biradar, Sarojadevi H. Fingerprint Ridge Orientation Extraction: A Review of State of the Art Techniques. International Journal of Computer Applications, 2014. vol. 91, no. 3. pp. 8–13. DOI: 10.5120/15859-4773
- Wang J., Zhen Ping Lo P., inventors; Morphotrack LLC, assignee. Minutiae Grouping for Distorted Fingerprint Matching. US Patent Application Publication 2017/0140193 A1, May 18, 2017.
- Wang L., Bhalerao A., Wilson R., inventors; Warwick Warp Ltd, assignee. Fingerprint Matching Method and Apparatus. US Grant 8588484B2. Nov. 19. 2013.
- Zhen Ping Lo P., Chen H., inventors; Morphotrack LLC, assignee. Feature-Based Matcher for Distorted Fingerprint Matching. US Patent Application Publication 2017/0140192 A1, May 18, 2017.
- Zheng F., Yang C. Latent Fingerprint Match using Minutia Spherical Coordinate Code. In Proceedengs of the 8th IAPR International Conference on Biometrics (Phuket, Thailand, 19–22 May, 2015). 2015. pp. 357–362. DOI: 10.1109/ICB.2015.7139061
- 40. Zhou J., Gu J. A Model-based Method for the Computation of Fingerprints' Orientation Field. IEEE Transactions on Image Processing, 2004. vol. 13, no. 6, pp. 821–835. DOI: 10.1109/TIP.2003.822608
- Zhu H., Zhen Ping Lo P., Chen H., inventors; Morphotrack LLC., assignee. Fingerprint Matching Using Virtual Minutiae. US Patent Application Publication 2017/0140207 A1, Apr. 18, 2017.