

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ ТРУБЫ С ПОТОКОМ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

© 2018 Л.А. Прокудина, Н.М. Япарова, М.П. Вихирев

Южно-Уральский государственный университет

(454080 Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, д. 76)

E-mail: prokudinala@susu.ru, iaparovant@susu.ru, vihmp174@gmail.com

Поступила в редакцию: 09.04.2018

Контроль расхода жидкости в трубопроводах является актуальной и практически значимой задачей. Основой контроля служат характеристики поперечных колебаний прямой трубы с потоком жидкости. В данной работе рассмотрена математическая модель и численный метод определения колебаний прямого участка трубы с потоком несжимаемой жидкости. Труба подвергается точечному внешнему импульсному воздействию. Для решения поставленной задачи в статье предложен численный метод, основанный на использовании конечно-разностных уравнений и применении QR-разложения матричной формы получаемой системы. С целью проверки принципиальной возможности построения численного решения задачи определения влияния импульсного воздействия на характеристики поперечных колебаний элементов прямой трубы был проведен вычислительный эксперимент. В эксперименте исследовалось влияние скорости и массы потока жидкости, импульсного воздействия, осевого давления, а также параметров трубы на характеристики процесса колебаний. Влияние перечисленных факторов было учтено в коэффициентах уравнения. В ходе эксперимента осуществлен сравнительный анализ получаемых численных решений в трех контрольных точках. Результаты вычислительного эксперимента представлены в работе и свидетельствуют о том, что предложенный метод позволяет выявить влияние импульсного воздействия на характеристики поперечных колебаний.

Ключевые слова: поперечные колебания трубы, поток несжимаемой жидкости, импульсное воздействие.

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Прокудина Л.А., Япарова Н.М., Вихирев М.П. Численное моделирование колебаний элементов трубы с потоком несжимаемой жидкости // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2018. Т. 7, № 3. С. 55–64. DOI: 10.14529/cmse180304.

Введение

В настоящее время одной из актуальных задач в области ресурсосбережения является проблема эффективности контроля расхода жидкостей и газов в трубопроводах. Контроль осуществляется посредством кориолисовых расходомеров. Принцип работы датчика учета основан на разности фаз колебаний участков труб трубопровода, по которым движется среда. Разность фаз определяется из характеристик поперечных колебаний трубы, по которой движется поток жидкости. Построение математической модели процесса поперечных колебаний базируется на результатах, представленных в работах [1, 2]. Развитию и исследованию методов определения характеристик колебаний трубы посвящены работы [3–5]. Причиной возникновения колебаний являются движение среды внутри трубы и внешние воздействия. Внешние воздействия порождают дополнительную вибрацию в трубах, которая может привести к искажению показаний расходомера, нарушению герметичности, расшатыванию опор и другим негативным последствиям. Исследованию

влияния внешних воздействий на результаты измерений посвящены работы [6, 7]. В данных работах исследуются зависимости колебаний участков труб трубопровода от скорости потока жидкости, места приложения силы, а также параметров трубы и жидкости.

В существующих методах исключается из рассмотрения влияние демпфирования и продольных сил с целью упрощения модели и представления приближенного аналитического решения в виде Фурье-образов с неопределенными коэффициентами. Далее используют различные подходы для получения требуемых характеристик. Существенная особенность такого подхода заключается в том, что функция колебаний не определяется из рассматриваемых уравнений, а используется только предполагаемая форма ее Фурье-образов. Вследствие этого исследование различных факторов, влияющих на коэффициенты математической модели каждый раз требует разработки новых численных методов.

В данной работе предлагается численный метод определения колебаний прямолинейного участка трубы, подвергаемого внешнему импульсному воздействию, учитывающий течение жидкости, по результатам динамических измерений. Такой подход может служить основой для получения неопределенных коэффициентов в Фурье-представлении требуемых характеристик.

Статья имеет следующую структуру. В первом разделе приведена постановка задачи. Во втором разделе предложена вычислительная схема метода определения колебаний прямолинейного участка трубы. В третьем разделе приведены результаты вычислительного эксперимента, основной целью которого являлась проверка принципиальной возможности построения численного решения задачи. В заключении сформулированы основные выводы, полученные в результате проведенных исследований, а также указаны основные направления дальнейших исследований.

1. Постановка задачи

Рассмотрим жестко закрепленную с обоих концов прямую измерительную трубу длиной L . Труба имеет изгибную жесткость EI . По трубе передается устойчивый поток несжимаемой жидкости, имеющий осевую скорость V и осевую силу P . Труба обладает массой на единицу длины M_T , а жидкость – массой на единицу длины M_f . Пусть x – пространственная переменная по длине трубы, $x \in [0; L]$, t – время, $t \geq 0$, $\omega(x, t)$ – отклонение оси трубы от исходного состояния в направлении, перпендикулярном исходному положению. Введем в рассмотрение безразмерные переменные и параметры:

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad \eta = \frac{\omega}{L}, \quad \tau = \frac{t}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{M_T}}, \quad v = VL \sqrt{\frac{M_f}{EI}}, \quad \beta = \frac{M_f}{M_T}, \quad \Pi = \frac{PL^2}{EI}, \quad \chi = \frac{CL^2}{\sqrt{M_T EI}}.$$

Следуя подходу, предложенному в [4], и методике перехода к безразмерным величинам, математическая модель поперечных колебаний трубы примет вид:

$$\frac{\partial^4 \eta}{\partial \xi^4} + (\beta v^2 + \Pi) \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + 2\beta v \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi \partial \tau} + (1 + \beta) \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau^2} + \chi \frac{\partial \eta}{\partial \tau} = 0, \quad \xi \in (0, 1), \quad \tau \geq 0 \quad (1)$$

Условия жесткой закреплённости концов трубы представлены следующими граничными условиями:

$$\begin{aligned} \eta(0, \tau) = \eta(1, \tau) = 0, \quad \tau \geq 0 \\ \eta_\xi(0, \tau) = \eta_\xi(1, \tau) = 0, \quad \tau \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Ситуацию, когда труба получает внешнее импульсное воздействие, представим в следующем виде:

$$\begin{aligned}\eta(\xi, 0) &= \mu\xi(1 - \xi), \quad \xi \in [0; 1], \\ \eta_\xi(\xi, 0) &= 0, \quad \xi \in [0, 1]\end{aligned}\tag{3}$$

где μ — параметр, характеризующий амплитуду отклонения трубы в результате внешнего воздействия.

Полагаем, что $\alpha_1 = \beta v^2 + \Pi$, $\alpha_2 = 2\beta v$, $\alpha_3 = 1 + \beta$, $\alpha_4 = \chi$. Имеем следующее представление математической модели колебаний трубопровода при импульсном воздействии:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^4 \eta}{\partial \xi^4} + \alpha_1 \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + \alpha_2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi \partial \tau} + \alpha_3 \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau^2} + \alpha_4 \frac{\partial \eta}{\partial \tau} &= 0, \quad \xi \in (0; 1), \quad \tau \geq 0 \\ \eta(0, \tau) = \eta(1, \tau) &= 0, \quad \tau \geq 0 \\ \eta_\xi(0, \tau) = \eta_\xi(1, \tau) &= 0, \quad \tau \geq 0 \\ \eta(\xi, 0) &= \mu\xi(1 - \xi), \quad \xi \in [0; 1] \\ \eta_\tau(\xi, 0) &= 0, \quad \xi \in [0, 1]\end{aligned}\tag{4}$$

В работах [4, 8, 9] обосновано существование решения рассматриваемого класса задач.

2. Вычислительная схема метода

Идея вычислительного метода определения колебаний основана на использовании конечно-разностных аналогов частных производных и матричного представления математической модели колебаний. Основные этапы построения вычислительной схемы заключаются в следующем. Рассмотрим конечно-разностную сетку G в области $Q = \{(\xi, \tau) : 0 \leq \xi \leq 1, 0 \leq \tau \leq T\}$:

$$G = \{(\xi_i, \tau_j) : \xi_i = i\Delta\xi, \tau_j = j\Delta\tau, i = \overline{0, N-1}, j = \overline{0, M-1}, \Delta\xi = 1/N, \Delta\tau = T/M\}$$

и конечно-разностное представление частных производных в узле (i, j) , которые, согласно [10], имеют вид:

$$\begin{aligned}\eta_\tau &= \frac{\eta_i^{j+1} - \eta_i^j}{\Delta\tau}, \quad \eta_{\tau\tau} = \frac{\eta_i^{j+2} - 2\eta_i^{j+1} + \eta_i^j}{\Delta\tau^2} \\ \eta_{\tau\xi} &= \frac{\eta_{i+1}^{j+1} - \eta_i^{j+1}}{\Delta\tau\Delta\xi} - \frac{\eta_{i+1}^j - \eta_i^j}{\Delta\tau\Delta\xi}, \quad \eta_{\xi\xi} = \frac{\eta_{i+2}^j - 2\eta_{i+1}^j + \eta_i^j}{\Delta\xi^2} \\ \eta_\xi^{(4)} &= \frac{\eta_{i+4}^j - 4\eta_{i+3}^j + 6\eta_{i+2}^j - 4\eta_{i+1}^j + \eta_i^j}{\Delta\xi^4}.\end{aligned}$$

Тогда конечно-разностный аналог уравнения (1) имеет вид:

$$\begin{aligned}\eta_{i+3}^{j+1} \left(-\frac{4}{\Delta\xi^4} + \frac{\alpha_1}{\Delta\xi^2} - \frac{\alpha_2}{\Delta\tau\Delta\xi} \right) + \eta_{i+2}^{j+1} \left(\frac{6}{\Delta\xi^4} - \frac{2\alpha_1}{\Delta\xi^2} + \frac{\alpha_2}{\Delta\tau\Delta\xi} - \frac{2\alpha_3}{\Delta\tau^2} - \frac{\alpha_4}{\Delta\tau} \right) + \\ + \eta_{i+1}^{j+1} \left(-\frac{4}{\Delta\xi^4} + \frac{\alpha_1}{\Delta\xi^2} \right) + \eta_i^{j+1} \frac{1}{\Delta\xi^4} + \eta_{i+3}^{j+2} \frac{\alpha_2}{\Delta\xi\Delta\tau} + \eta_{i+2}^{j+2} \left(-\frac{\alpha_2}{\Delta\xi\Delta\tau} + \frac{\alpha_3}{\Delta\tau^2} + \frac{\alpha_4}{\Delta\tau} \right) + \\ + \eta_{i+2}^j \frac{\alpha_3}{\Delta\tau^2} + \eta_{i+4}^{j+1} \frac{1}{\Delta\xi^4} = 0, \quad i = 0 \dots N-5, \quad j = 0 \dots M-3,\end{aligned}\tag{5}$$

а для граничных условий (2) имеет место следующее представление:

$$\begin{aligned} \eta_0^j = 0, \quad \eta_{N-1}^j = 0, \quad \frac{\eta_1^j - \eta_0^j}{\Delta\xi} = 0, \quad j = 0 \dots M - 1 \\ \frac{\eta_{N-1}^j - \eta_{N-2}^j}{\Delta\xi} = 0, \quad j = 0 \dots M - 1 \end{aligned} \quad (6)$$

Дополнительные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} \eta_i^0 = \mu i \Delta\xi (1 - i \Delta\xi), \quad i = 0 \dots N - 1 \\ \frac{\eta_i^1 - \eta_i^0}{\Delta\tau} = 0, \quad i = 0 \dots N - 1 \end{aligned} \quad (7)$$

Введем в рассмотрение следующие параметры, зависящие от величины шагов дискретизации:

$$\begin{aligned} a_1 = \frac{1}{\Delta\xi^4}, \quad a_2 = -\frac{4}{\Delta\xi^4} + \frac{\alpha_1}{\Delta\xi^2} - \frac{\alpha_2}{\Delta\tau\Delta\xi}, \quad a_3 = \frac{6}{\Delta\xi^4} - \frac{2\alpha_1}{\Delta\xi^2} + \frac{\alpha_2}{\Delta\tau\Delta\xi} - \frac{2\alpha_3}{\Delta\tau^2} - \frac{\alpha_4}{\Delta\tau} \\ a_4 = -\frac{4}{\Delta\xi^4} + \frac{\alpha_1}{\Delta\xi^2}, \quad a_5 = \frac{1}{\Delta\xi^4}, \quad a_6 = \frac{\alpha_2}{\Delta\xi\Delta\tau}, \quad a_7 = -\frac{\alpha_2}{\Delta\xi\Delta\tau} + \frac{\alpha_3}{\Delta\tau^2} + \frac{\alpha_4}{\Delta\tau} \\ a_8 = \frac{\alpha_3}{\Delta\tau^2}, \quad a_9 = 1, \quad a_{10} = \frac{1}{\Delta\xi}, \quad a_{11} = \frac{1}{\Delta\tau}, \quad b_i = \mu i \Delta\xi (1 - i \Delta\xi), \end{aligned}$$

Из системы (5)–(7) требуется найти значения величин η_i^j в каждом узле (i, j) . Система (5)–(7) имеет следующее матричное представление:

$$AX = B, \quad (8)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & a_8 & 0 & \dots & 0 & 0 & a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & a_7 & a_6 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & a_8 & \dots & 0 & 0 & 0 & a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_7 & a_6 & \dots \\ \vdots & \vdots \\ a_9 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & a_9 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & a_9 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots \\ a_9 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & a_9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots \\ -a_{10} & a_{10} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -a_{10} & a_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -a_{10} & a_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -a_{10} & a_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots \\ -a_{11} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & -a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} \eta_0^0 \\ \eta_1^0 \\ \vdots \\ \eta_N^0 \\ \eta_0^1 \\ \eta_1^1 \\ \vdots \\ \eta_N^M \end{pmatrix}.$$

Число обусловленности матрицы $A \gg 1$, и для получения устойчивого решения системы 8 необходимо согласовывать шаги дискретизации по пространству и времени. В дальнейшем это позволяет использовать для решения исходной задачи стандартные пакеты прикладных программ. В данной работе система была решена методом QR-разложения, реализованного с помощью пакета MATLAB.

3. Вычислительный эксперимент

Основная цель вычислительного эксперимента заключалась в проверке принципиальной возможности построения численного решения рассматриваемой задачи (1)–(3). В ходе эксперимента была найдена функция колебаний из уравнений (1)–(3) с помощью предложенной вычислительной схемы. Эксперимент проводился для $\tau \in [0; 0, 2]$. Труба получает мгновенное импульсное воздействие в средней точке. Числовые значения параметров модели представлены в таблице. Обозначения в таблице «Тест 1», «Тест 2», «Тест 3» и «Тест 4» соответствуют различным наборам параметров для отдельной реализации эксперимента.

Таблица

Параметры модели

Параметр	Значение			
	Тест 1	Тест 2	Тест 3	Тест 4
β	0,1	0,5	0,5	0,1
v	1	1	1	1
Π	0	0	0,5	0
χ	0,01	0,01	0,01	0

Результаты численного решения для различных значений коэффициентов β , v , Π и χ представлены на нижеприведенных рисунках. На рис. 1–4 представлены отклонения точек трубы в контрольных точках $\xi = 0, 25$, $\xi = 0, 5$ и $\xi = 0, 75$ по времени.

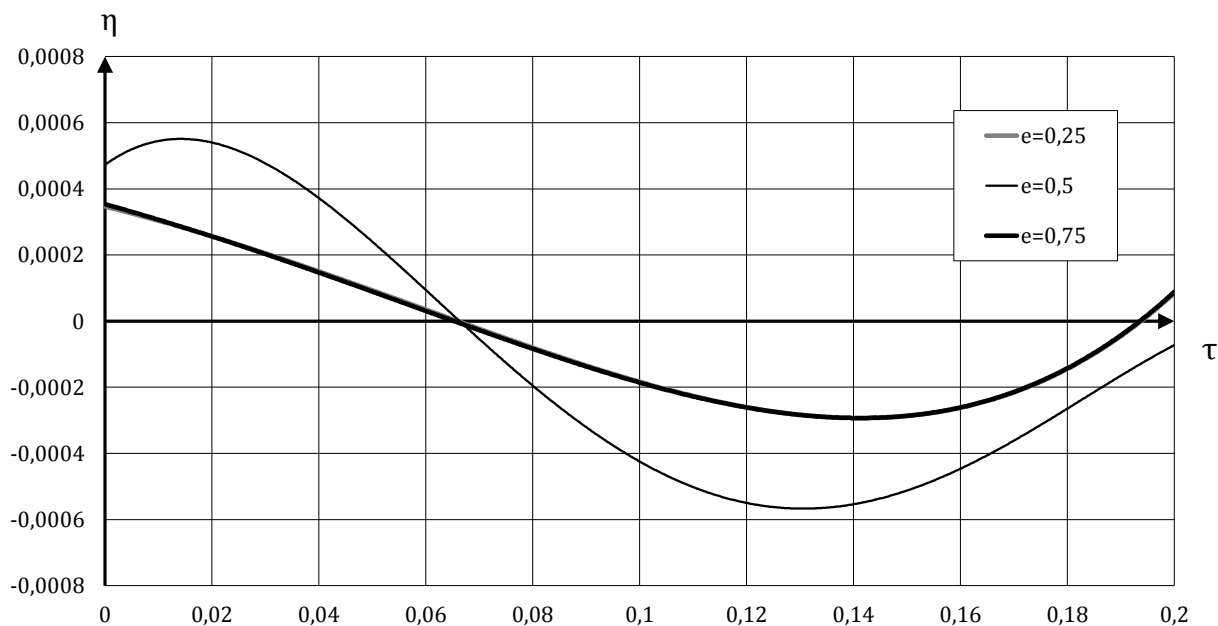


Рис. 1. Амплитуды отклонений точек трубы $\xi = 0,25$, $\xi = 0,5$ и $\xi = 0,75$, полученных для $\beta = 0,1$, $\nu = 1$, $\Pi = 0$, $\chi = 0,01$. Запаздывание составляет 0,005 с

Рис. 1 и рис. 4 соответствуют ситуации, когда в трубе протекает жидкость с усредненной скоростью $\nu = 1$. Графики амплитуды колебаний в точках $\xi = 0,25$ и $\xi = 0,75$ совпадают. На рис. 4 представлены результаты эксперимента проведенного без учета демпфирования.

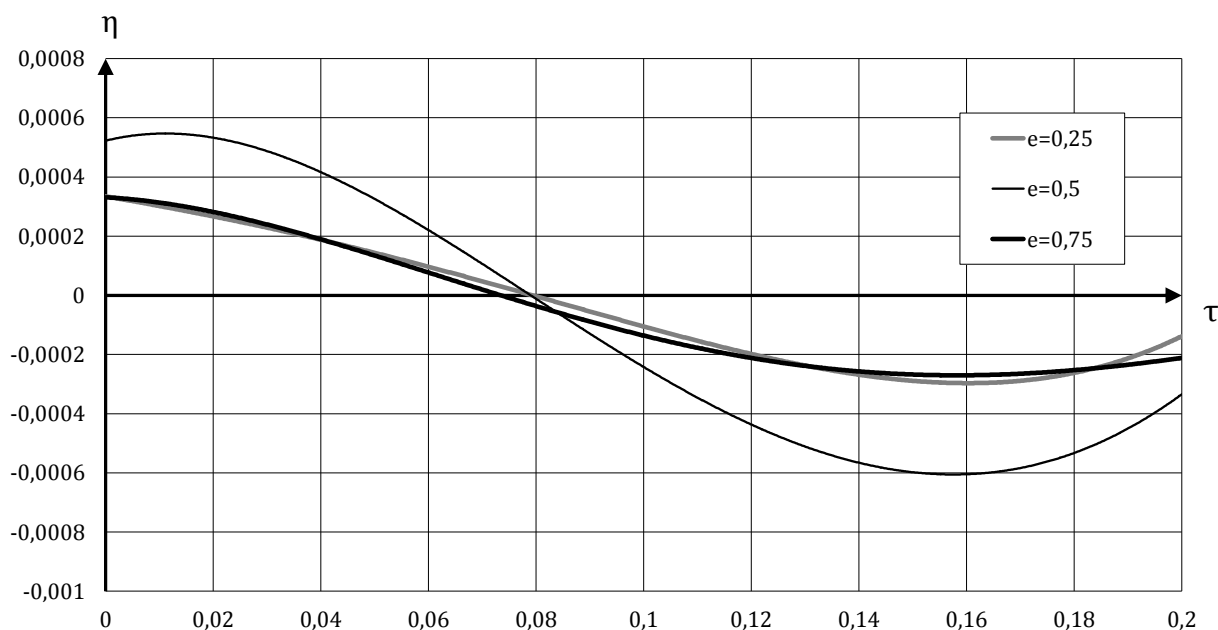


Рис. 2. Амплитуды отклонений точек трубы $\xi = 0,25$, $\xi = 0,5$ и $\xi = 0,75$, полученных для $\beta = 0,5$, $\nu = 1$, $\Pi = 0$, $\chi = 0,01$. Запаздывание составляет 0,009 с

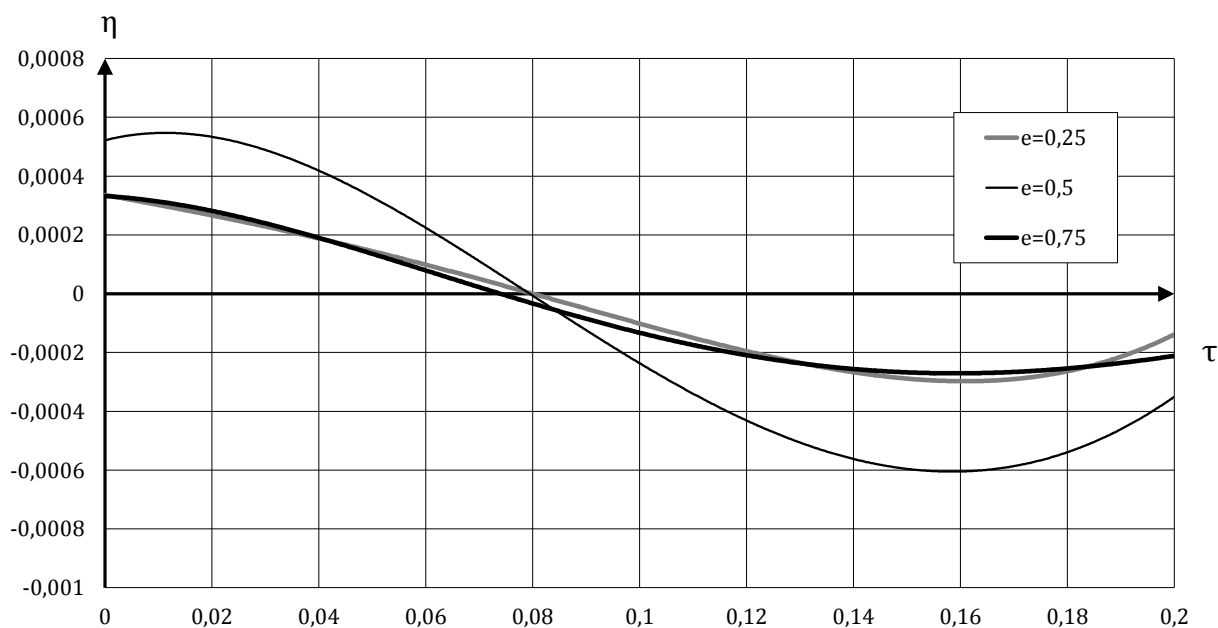


Рис. 3. Амплитуды отклонений точек трубы $\xi = 0,25$, $\xi = 0,5$ и $\xi = 0,75$, полученных для $\beta = 0,5$, $v = 1$, $\Pi = 0,5$, $\chi = 0,01$. Запаздывание составляет 0,009 с

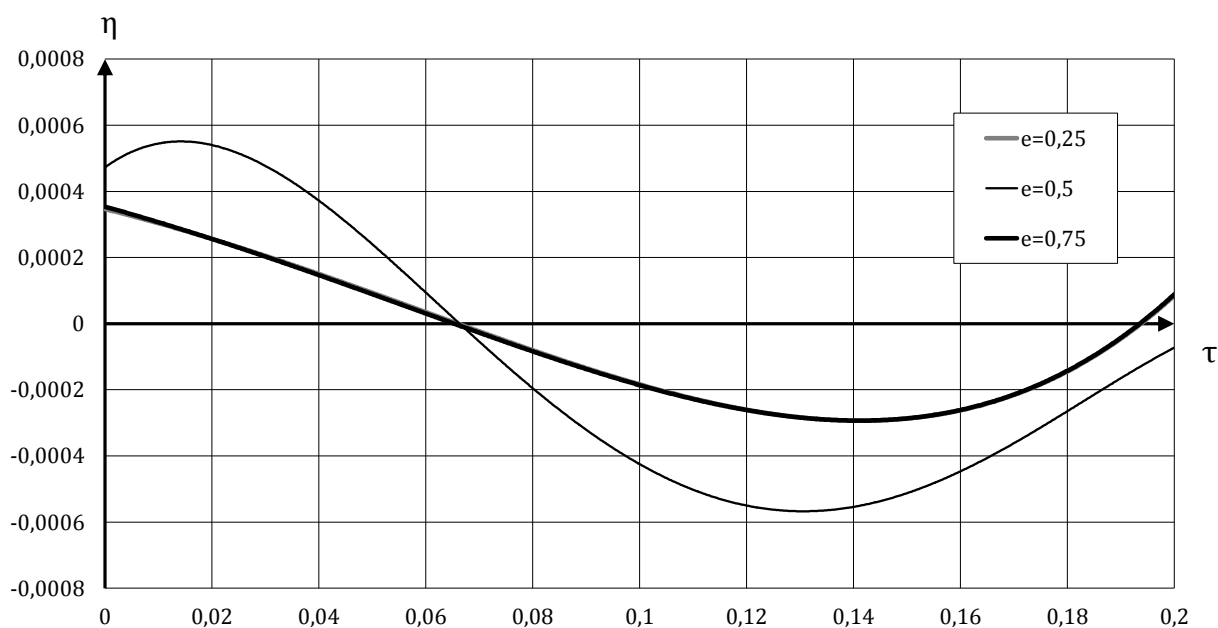


Рис. 4. Амплитуды отклонений точек трубы $\xi = 0,25$, $\xi = 0,5$ и $\xi = 0,75$, полученных для $\beta = 0,1$, $v = 1$, $\Pi = 0$, $\chi = 0$. Запаздывание составляет 0,005 с

Результаты эксперимента свидетельствуют о том, что предложенный метод позволяет определять неизвестную функцию колебаний прямолинейного участка трубы непосредственно из уравнений.

Заключение

В работе представлена математическая модель и метод определения поперечных колебаний прямой трубы с жестким закреплением по торцам. При построении

математической модели и разработке численного метода учтены факторы движения потока несжимаемой жидкости внутри трубы и внешнего воздействия. В рамках представленной математической модели колебаний прямой трубы осуществлен переход к конечно-разностной системе уравнений. Проведены вычислительные эксперименты по колебаниям элементов трубы в зависимости от параметров потока жидкости, параметров самой трубы и внешнего импульсного воздействия. Результаты вычислительных экспериментов показали, что предложенный подход позволяет выявить влияние импульсного воздействия на систему, и подтвердили принципиальную возможность определить функцию колебаний из предложенной системы дифференциальных уравнений.

Планируется дальнейшее изучение влияния других внешних факторов на характер изменений колебаний трубы. Полученные результаты исследований могут быть использованы в инженерной практике и при совершенствовании средств измерения расхода жидкости в трубопроводах.

Работа выполнялась при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации прикладных научных исследований в рамках базовой части Государственного задания «Разработка, исследование и реализация алгоритмов обработки данных динамических измерений пространственно-распределенных объектов», техническое задание 8.9692.2017/8.9 от 17.02.2017.

Литература

1. Пфейфер П. Колебания упругих тел. М.: ОНТИ ГТТИ, 1934. 155 с.
2. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. М.: Наука, 1967. 444 с.
3. Kutin J., Bajsic I. Stability-boundary Effect in Coriolis Meters // Flow Measurement and Instrumentation. 2001. Vol. 12, No. 1. P. 65–73. DOI: 10.1016/S0955-5986(00)00044-3.
4. Paidoussis M.P. Fluid-Structure Interactions: Slender Structures and Axial Flow, Volume 1. Elsevier Academic Press, 2003. 942 p.
5. Нестеров С.В., Акуленко Л.Д., Коровина Л.И. Поперечные колебания трубопровода с равномерно движущейся жидкостью // Доклады Академии Наук, Механика. 2009. Т. 427, № 6. С. 781–784.
6. Хакимов А.Г., Шакирьянов М.М. Пространственные колебания трубопровода под действием переменного внутреннего давления // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. 2010. Т. 14, № 2 (37). С. 30–35.
7. Миронов М.А., Пятаков П.А., Андреев А.А. Вынужденные изгибные колебания трубы с потоком жидкости // Акустический журнал. 2010. Т. 56, № 5. С. 684–692.
8. Чернятин В.А. Обоснование метода Фурье в смешанной задаче для уравнений в частных производных. М.: МГУ, 1991. 112 с.
9. Бадерко Е.А. Метод теории потенциала в краевых задачах для $2m$ -параболических уравнений в полуограниченной области с негладкой боковой границей // Дифференциальные уравнения. 1988. Т. 24, № 1. С. 3–9.
10. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 656 с.

Прокудина Людмила Александровна, д.ф.-м.н., профессор, кафедра вычислительной математики и высокопроизводительных вычислений, Южно-Уральский государственный

университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

Япарова Наталия Михайловна, к.ф.-м.н., зав. кафедрой вычислительной математики и высокопроизводительных вычислений, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

Вихирев Михаил Павлович, магистрант, кафедра вычислительной математики и высокопроизводительных вычислений, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

DOI: 10.14529/cmse180304

NUMERICAL SIMULATION OF THE OSCILLATIONS OF THE ELEMENTS OF THE PIPE WITH THE FLOW OF AN INCOMPRESSIBLE FLUID

© 2018 L.A. Prokudina, N.M. Yaparova, M.P. Vikhirev

South Ural State University (pr. Lenina 76, Chelyabinsk, 454080 Russia)

E-mail: prokudinala@susu.ru, iaparovnm@susu.ru, vihmp174@gmail.com

Received: 09.04.2018

Monitoring of fluid flow in pipelines is an actual and practically significant task. The control is carried out by means of Coriolis flowmeters, the principle of which is based on the phase difference fluctuations of the pipe sections. Of particular interest is the process of transverse vibrations of a straight pipe through which the flow of an incompressible fluid moves. This paper presents a mathematical model of the vibration of a straight section of a pipe with an incompressible fluid flow subjected to external impulse action. Numerical simulation is based on the finite difference analogue. Computational experiments were carried out to determine the transverse vibrations of the elements of a straight pipe on the results of dynamic measurements. According to the results of computational experiments, graphical dependencies for deviations of straight pipe elements with rigid fastening at the ends are presented. The influence on the fluctuations of the fluid flow pipe (velocity, mass), the pulse action, as well as the parameters of the pipe are studied.

Keywords: transverse vibrations of a pipe, the flow of an incompressible fluid, impulse impact.

FOR CITATION

Prokudina L.A., Yaparova N.M., Vikhirev M.P. Numerical Simulation of the Oscillations of the Elements of the Pipe with the Flow of an Incompressible Fluid. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering*. 2018. vol. 7, no. 3. pp. 55–64. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse180304.

This paper is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Non Commercial 3.0 License which permits non-commercial use, reproduction and distribution of the work without further permission provided the original work is properly cited.

References

1. Pfejfer P. *Kolebanija Uprugih Tel* [Vibrations of Elastic Bodies]. Moscow, State Technical and Theoretical Publishing, 1934. 155 p.
2. Timoshenko S.P. *Kolebanija v Inzhenernom Dele* [Vibrations in Engineering]. Moscow, Nauka, 1967. 444 p.

3. Kutin J., Bajsic I. Stability-boundary Effect in Coriolis Meters. *Flow Measurement and Instrumentation*. 2001. vol. 12, no. 1. pp. 65–73. DOI: 10.1016/S0955-5986(00)00044-3
4. Paidoussis M.P. Fluid-Structure Interactions: Slender Structures and Axial Flow, Volume 1. Elsevier Academic Press, 2003. 942 p.
5. Nesterov S.V., Akulenko L.D., Korovina L.I. Transverse Vibrations of a Pipeline with a Uniformly Moving Fluid. *Doklady Akademii Nauk, Mehanika* [Reports of the Academy of Sciences, Mechanics]. 2009. vol. 427, no 6. pp. 781–784. (in Russian)
6. Hakimov A.G., Shakir'janov M.M. Spatial Oscillations of the Pipeline under the Influence of a Variable Internal Pressure. *Vestnik Ufimskogo Gosudarstvennogo Aviacionnogo Tehnicheskogo Universiteta* [Bulletin of the Ufa State Aviation Technical University]. 2010. vol. 14, no 2 (37). pp. 30–35. (in Russian)
7. Mironov M.A., Pjatakov P.A., Andreev A.A. Forced Bending Vibrations of a Pipe with a Liquid Flow. *Akusticheskij Zhurnal* [Acoustic Journal]. 2010. vol. 56, no 5. pp. 684–692. (in Russian)
8. Chernjatin V.A. *Obosnovanie Metoda Fur'e v Smeshannoj Zadache dlja Uravnenij v Chastnyh Proizvodnyh* [Substantiation of the Fourier Method in the Mixed Problem for Partial Differential Equations]. Moscow, Publishing of the Moscow State University, 1991. 112 p.
9. Baderko E.A. The Method of Potential Theory in Boundary Value Problems for $2m$ -parabolic Equations in a Semibounded Domain with Nonsmooth Lateral Boundary. *Differencial'nye Uravnenija* [Differential Equations]. 1988. vol. 24, no 1. pp. 3–9. (in Russian)
10. Samarskij A.A. *Teorija Raznostnyh Shem* [The Theory of Difference Schemes]. Moscow, Nauka, 1977. 656 p.