

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СИЛОВЫХ НАГРУЗОК НА ОПОРЫ НАДВОДНОЙ КОНСТРУКЦИИ НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ

© 2019 С.В. Проценко<sup>1</sup>, А.М. Атаян<sup>1</sup>, А.Е. Чистяков<sup>1</sup>, А.В. Никитина<sup>2</sup>,  
В.Н. Литвинов<sup>3</sup>, А.А. Филина<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Донской государственный технический университет  
(344000 Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, д. 1),

<sup>2</sup>Южный федеральный университет  
(347922 Таганрог, ул. Чехова, д. 2),

<sup>3</sup>Азово-Черноморский инженерный институт ФГБОУ ВО Донской ГАУ  
(347740 Зерноград, ул. Ленина, д. 21),

<sup>4</sup>ООО «НИЦ супер-ЭВМ и нейрокомпьютеров»  
(347900 Таганрог, пер. Итальянский, д. 106)

E-mail: rab55555@rambler.ru, atayan24@mail.ru, cheese\_05@mail.ru,  
nikitina.vm@gmail.com, litvinovvn@rambler.ru, j.a.s.s.y@mail.ru

Поступила в редакцию: 16.05.2019

Статья посвящена исследованию воздействий волновых процессов на надводные сооружения с помощью математической модели волновых процессов, базирующейся на системе уравнений Навье—Стокса, включающей три уравнения движения в областях с динамически изменяемой геометрией расчетной области. Метод поправки к давлению использовался для дискретизации гидродинамической модели. Разностные схемы, описывающие математическую модель выхода волны на берег, построены на основе интегроинтерполяционного метода с применением схемы с весами. Для решения системы сеточных уравнений использовался адаптивный модифицированный попеременно-треугольный итерационный метод. Практическая значимость численных алгоритмов и реализующего их комплекса программ состоит в возможности их применения при исследовании гидрофизических процессов в прибрежных водных системах, для расчета поля скоростей и давления водного потока, а также оценки гидродинамического воздействия на берегозащитные сооружения и прибрежные конструкции при наличии поверхностных волн.

*Ключевые слова:* волновой процесс, математическая модель, зоны осушения и затопления, надводные конструкции, силовое воздействие, программный комплекс, алгоритм.

## ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Проценко С.В., Атаян А.М., Чистяков А.Е., Никитина А.В., Литвинов В.Н., Филина А.А. Экспериментальное исследование силовых нагрузок на опоры надводной конструкции на основе математической модели волновых процессов // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2019. Т. 8, № 3. С. 27–42. DOI: 10.14529/cmse190302.

## Введение

Процесс освоения мелководных береговых зон за счет конструктивных преобразований, влекущих за собой изменение прибрежных рельефов, приобретает все большее народно-хозяйственное значение. Изучение и прогноз гидродинамического воздействия на технические объекты, включая установленные на дне водного тела различного вида

берегозащитные сооружения и прибрежные конструкции, является важной актуальной задачей. В последние десятилетия появилось значительное число как экспериментальных, так и теоретических работ, посвященных моделированию и анализу динамически меняющихся процессов береговой зоны, но эффективность предлагаемых подходов пока далека от практически необходимой. Разрабатываемые модели зачастую имеют узкий диапазон применимости для прогноза и изучения влияния процессов гидродинамики на конкретные технические конструкции, строятся на основе практических исследований в сложных условиях реальной акватории, и, как следствие, используют весьма ограниченную базу данных натуральных измерений. Разрабатываемые модельные задачи водной экологии являются пространственно-неоднородными, их аналитические решения зачастую либо невозможно найти, либо можно получить только при некоторых предположениях и идеализации из-за использования нелинейных уравнений Навье—Стокса.

Статья посвящена разработке и исследованию нелинейных моделей волновых гидродинамических процессов, которые могут оказывать негативное воздействие на технические сооружения, расположенные на береговой линии водоема. Разработанные алгоритмы решения модельных задач гидрофизики и их численная реализация в виде проблемно-ориентированного программного комплекса имеют широкое практическое применение для исследования волновых процессов прибрежных систем, а также для расчета полей скоростей, давления водной среды и функции возвышения уровня при наличии поверхностных волн для оценки гидродинамического воздействия на берегозащитные сооружения и прибрежные конструкции, установленные на донной поверхности водного тела.

Статья организована следующим образом. В разделе 1 приводится постановка трехмерной задачи волновой гидродинамики. Раздел 2 посвящен описанию упрощенной двумерной модели волновой гидродинамики. В разделе 3 приводятся результаты исследования разностных схем, построенных по методу частичной заполненности ячеек модельной области, используемых для решения разработанных модельных задач волновой гидродинамики. Раздел 4 посвящен описанию результатов численных экспериментов на основе волновой гидродинамической модели. В заключении приводится анализ результатов, полученных в работе, и указаны области применения разработанного программного комплекса.

## 1. Постановка трехмерной задачи волновой гидродинамики

Пространственно-неоднородная трехмерная математическая модель волновой гидродинамики мелководного водоема включает [1–3]:

– уравнения движения (Навье—Стокса):

$$\begin{aligned} u'_t + uu'_x + vu'_y + wu'_z &= -\frac{1}{\rho} P'_x + (\mu u'_x)'_x + (\mu u'_y)'_y + (v u'_z)'_z, \\ v'_t + uv'_x + vv'_y + wv'_z &= -\frac{1}{\rho} P'_y + (\mu v'_x)'_x + (\mu v'_y)'_y + (v v'_z)'_z, \\ w'_t + uw'_x + vw'_y + ww'_z &= -\frac{1}{\rho} P'_z + (\mu w'_x)'_x + (\mu w'_y)'_y + (v w'_z)'_z + g; \end{aligned} \quad (1)$$

– уравнение неразрывности:

$$\rho'_t + (\rho u)'_x + (\rho v)'_y + (\rho w)'_z = 0, \quad (2)$$

где  $V = \{u, v, w\}$  — вектор скорости водного потока мелководного водоема;  $\rho$  — плотность водной среды;  $P$  — гидродинамическое давление;  $g$  — ускорение свободного падения;  $\mu, \nu$  — коэффициенты турбулентного обмена в горизонтальном и вертикальном направлениях;  $n$  — вектор нормали к поверхности, описывающей границу расчетной области.

К системе (1)–(2) добавим граничные условия:

- на входе (левая граница):  $V = V_0, P'_n = 0,$
- донная граница:  $\rho\mu(\mathbf{V}_\tau)'_n = -\boldsymbol{\tau}, \mathbf{V}_n = 0, P'_n = 0,$
- боковая граница:  $(\mathbf{V}_\tau)'_n = 0, \mathbf{V}_n = 0, P'_n = 0,$
- верхняя граница:  $\rho\mu(\mathbf{V}_\tau)'_n = -\boldsymbol{\tau}, w = -\omega - P'_t / \rho g, P'_n = 0,$  (3)
- на поверхности надводной конструкции:  $\rho\mu(\mathbf{V}_\tau)'_n = -\boldsymbol{\tau}, w = 0, P'_n = 0,$

где  $\omega$  — интенсивность испарения жидкости,  $\mathbf{V}_n, \mathbf{V}_\tau$  — нормальная и тангенциальная составляющая вектора скорости,  $\boldsymbol{\tau} = \{\tau_x, \tau_y, \tau_z\}$  — вектор тангенциального напряжения.

На рис. 1 представлена геометрия водного тела.

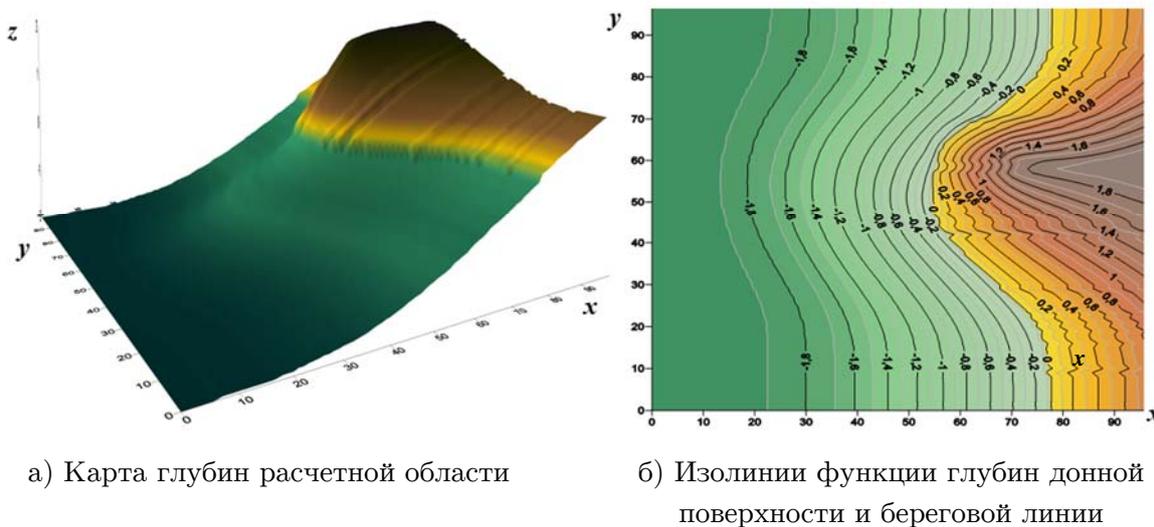


Рис. 1. Модельная область

Пусть  $\boldsymbol{\tau} = \rho_a C_d_s |\mathbf{w}| \mathbf{w}$  — вектор тангенциального напряжения для свободной поверхности,  $C_d_s = 0,0026$ ,  $\mathbf{w}$  — вектор скорости ветра относительно воды,  $\rho_a$  — плотность атмосферы,  $C_d_s$  — безразмерный коэффициент поверхностного сопротивления, который зависит от скорости ветра, рассматривается в диапазоне 0,0016–0,0032.

Для дна зададим вектор тангенциального напряжения с учетом движения воды следующим образом:  $\boldsymbol{\tau} = \rho C_d_b |\mathbf{V}| \mathbf{V}$ ,  $C_d_b = gk^2 / h^{1/3}$ , где  $k = 0,04$  — групповой коэффициент шероховатости в формуле Мэннинга, рассматривается в диапазоне 0,025–0,2;  $h = H + \eta$  — глубина акватории, [м];  $H$  — глубина до невозмущенной поверхности, [м];  $\eta$  — высота свободной поверхности относительно геоида (уровень моря), [м].

Будем использовать аппроксимацию, позволяющую строить неоднородный по глубине коэффициент вертикального турбулентного обмена на основании измеренных пульсаций скоростей водного потока [4]:

$$v = C_s^2 \Delta^2 \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{V}}{\partial z}\right)^2}, \quad (4)$$

где  $C_s$  — безразмерная эмпирическая константа, определяемая на основе расчета процесса затухания однородной изотропной турбулентности;  $\Delta$  — характерный масштаб сетки;  $\bar{U}, \bar{V}$  — усредненные по времени пульсации компонент скорости водного потока в горизонтальном направлении.

При решении задачи вида (1)–(3) использовался метод поправки к давлению. Случай переменной плотности для данного метода описан в работах [3–5]. Переход к системе сеточных уравнений для решения модельных задач гидродинамики проводился с учетом «заполненности» контрольных ячеек расчетной области, что позволило повысить точность решения задач для динамически меняющейся геометрии расчетной области за счет более точной аппроксимации ее границы. Под «заполненностью» контрольной ячейки расчетной области будем понимать коэффициент, представляющий собой отношение объема части ячейки, заполненной средой, к общему объему ячейки [3, 6]. Для решения дискретных аналогов [7–9] системы уравнений (1) использовался алгоритм модифицированного попеременно-треугольного метода вариационного типа.

## 2. Упрощенная двумерная модель волновой гидродинамики

Для построения двумерной математической модели движения водной среды использовалась трехмерная гидростатическая модель, включающая:

– уравнения Навье—Стокса:

$$\begin{aligned} u'_t + uu'_x + vu'_y + wu'_z &= -\frac{1}{\rho} P'_x + (\mu u'_x)'_x + (\mu v'_y)'_y + (\eta u'_z)'_z, \\ v'_t + uv'_x + vv'_y + wv'_z &= -\frac{1}{\rho} P'_y + (\mu v'_x)'_x + (\mu v'_y)'_y + (\eta v'_z)'_z, \end{aligned} \quad (5)$$

– уравнение неразрывности (для несжимаемой жидкости):

$$u'_x + v'_y + w'_z = 0, \quad (6)$$

– уравнение гидростатики:

$$P = \rho g (z + \xi). \quad (7)$$

Добавим условия на границе:

– условие непроницаемости и трения (на дне):

$$\rho_v \eta u'_n = \tau_{x,b}, \quad \rho_v \eta v'_n = \tau_{y,b}, \quad \mathbf{V}_n = 0,$$

– зададим подъем уровня и ветровые напряжения (на поверхности водоема):

$$\rho \eta u'_n = -\tau_{x,p}, \quad \rho \eta v'_n = -\tau_{y,p}, \quad w = -\xi'_t,$$

– условие скольжения без трения (на боковых границах):

$$u'_n = 0, \quad v'_n = 0, \quad \xi'_n = 0,$$

где  $\xi$  — функция возвышения уровня.

Для расчета давления в гидростатическом приближении при наличии объекта, находящегося на поверхности водоема, использовалось уравнение:

$$P = \rho g (z + \chi) + P_g = \rho g (z + \chi + P_g / \rho g).$$

Функция возвышения уровня была доопределена в области надводного объекта:

$$\xi = \chi + P_g / \rho g,$$

где  $\chi$  — функция, используемая для описания геометрии дна надводного тела,  $P_g$  — давление на поверхности надводного объекта.

В гидростатическом случае уравнение неразрывности (6) имеет вид [10–13]:

$$\theta'_t + (Hu)'_x + (Hv)'_y = 0, \quad (8)$$

где  $\theta = \min(\chi, \xi)$ ,  $H = h + \theta$ ,  $h$  — глубина водоема.

Система уравнений мелкой воды при наличии объекта, находящегося на поверхности водоема, будет иметь вид:

$$\begin{aligned} Hu'_t + Huv'_x + Hvu'_y &= -gH\xi'_x + (H\mu u'_x)'_x + (H\mu v'_y)'_y + (\tau_{x,p} - \tau_{x,b}) / \rho, \\ Hv'_t + Huv'_x + Hvu'_y &= -gH\xi'_y + (H\mu v'_x)'_x + (H\mu v'_y)'_y + (\tau_{y,p} - \tau_{y,b}) / \rho. \end{aligned} \quad (9)$$

Предложенная двумерная модель волновых гидродинамических процессов может описывать динамические процессы водной среды как в случае наличия надводных объектов, расположенных на поверхности водоема, так и при их отсутствии. Из разработанной системы уравнений можно получить классическую модель движения мелкой воды и 2D-модель без учета динамического изменения геометрии поверхности водоема.

### 3. Исследование разностных схем, построенных по методу частичной заполненности ячеек модельной области

Для проверки эффективности работы метода, учитывающего частичную заполненность расчетных ячеек модельной области, рассмотрим задачу о стационарном течении жидкости между двумя соосными бесконечно длинными круговыми цилиндрами:

$$uu'_x + vv'_y = -\rho^{-1}P'_x + \mu\Delta u, \quad uv'_x + vv'_y = -\rho^{-1}P'_y + \mu\Delta v, \quad r_1 \leq r \leq r_2, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (10)$$

Решение этой задачи имеет вид:

$$u(x, y) = -\frac{5y}{x^2 + y^2}, \quad v(x, y) = \frac{5x}{x^2 + y^2}, \quad P(x, y) = P(r_1) - \frac{12,5\rho}{x^2 + y^2} + \rho/2. \quad (11)$$

Опишем численное решение тестовой модельной задачи течения вязкой жидкости между двумя соосными полуцилиндрами ( $x \geq 0$ ). Радиусы внутреннего и внешнего цилиндров возьмем равными:  $r_1 = 5$  м,  $r_2 = 10$  м. Впишем расчетную область в прямоугольник ( $0 \leq x \leq 10, -10 \leq y \leq 10$ ) размерами  $10 \times 20$  м<sup>2</sup>. Зададим компоненты скорости движения жидкости:  $u(0, y) = -5/y$  м/с,  $v(0, y) = 0$  м/с в сечении цилиндра плоскостью  $x = 0$ . На грубой сетке (размерность  $21 \times 11$  узлов, шаги по пространственным направлениям – 1 м, шаг по времени 0,1 с, длина расчетного интервала 10 с) наиболее видны погрешности численных решений. Зададим коэффициент турбулентного обмена  $\mu = 1$  м<sup>2</sup>/с и плотность среды  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>.

На рис. 2 представлено численное решение задачи, где отражены потоки движения жидкости  $|k_0 \mathbf{V}|$  с помощью цветовой палитры.

Согласно рис. 2а решение задачи течения жидкости между двумя соосными полуцилиндрами, полученное на сетках, учитывающих заполненность ячеек, является достаточно гладким. Численное решение, представленное на рис. 2б, полученное со ступенча-

той аппроксимацией границы раздела двух сред, имеет существенные ошибки в определении направления векторов скорости потока жидкости.

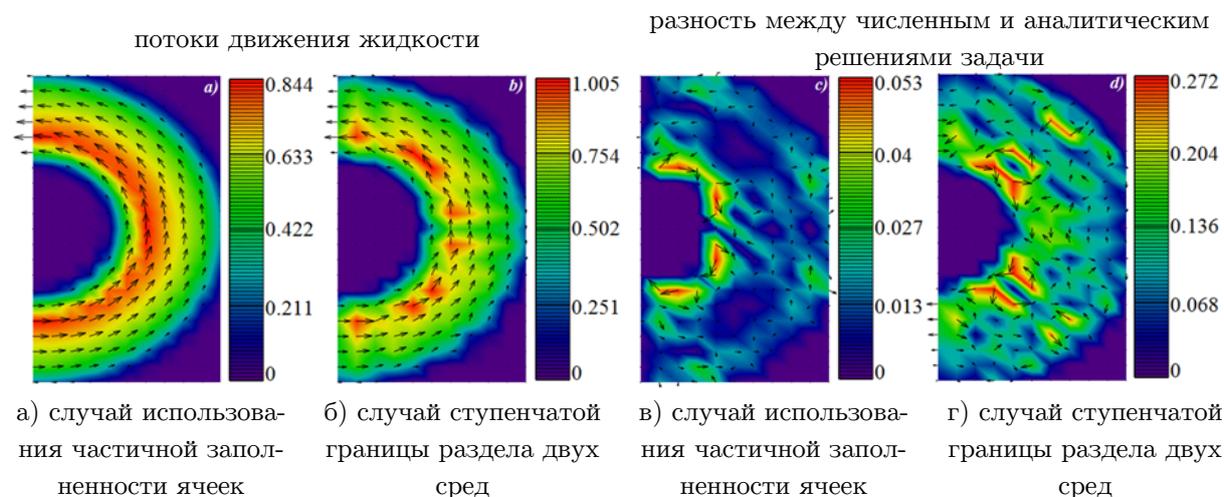


Рис. 2. Численное решение задачи

Рис. 2в, 2г отражают значения погрешности численного решения задачи на сетках, учитывающих заполненность ячеек (случай гладкой границы), и на сетках со ступенчатой аппроксимацией границы. Экспериментальное исследование точности разработанных схем проведено с помощью найденного решения на последовательности сгущающихся сеток:  $11 \times 21$ ,  $21 \times 41$ ,  $41 \times 81$ ,  $81 \times 161$  расчетных узлов. В таблице представлены значения погрешностей численного решения тестовой задачи течения жидкости между двумя полуцилиндрами для гладкой и ступенчатой границ.

Таблица

Погрешность решения тестовой задачи волновой гидродинамики

| Размеры сетки   | $11 \times 21$ | $21 \times 41$ | $41 \times 81$ | $81 \times 161$ |
|---|----------------|----------------|----------------|-----------------|
| Максимальное значение погрешности в случае гладкой границы, м/с     | 0,053          | 0,052          | 0,058          | 0,056           |
| Среднее значение погрешности в случае гладкой границы, м/с          | 0,023          | 0,012          | 0,006          | 0,003           |
| Максимальное значение погрешности в случае ступенчатой границы, м/с | 0,272          | 0,731          | 0,717          | 0,75            |
| Среднее значение погрешности в случае ступенчатой границы, м/с      | 0,165          | 0,132          | 0,069          | 0,056           |

Анализ результатов расчетов погрешности численного решения тестовой задачи на последовательности сгущающихся сеток, представленных в таблице, позволяет сделать вывод об эффективности использования разностных схем, учитывающих частичную заполненность расчетных ячеек. Было установлено, что дробление сетки в 8 раз по каждому из пространственных направлений при решении тестовой модельной задачи не приводит к повышению точности, которой обладают решения, полученные на сетках, учитывающих частичную заполненность расчетных ячеек.

#### 4. Описание программного комплекса

Для реализации модельных задач гидродинамики был разработан программный комплекс, реализованный на C++. Параллельные алгоритмы, реализованные в про-

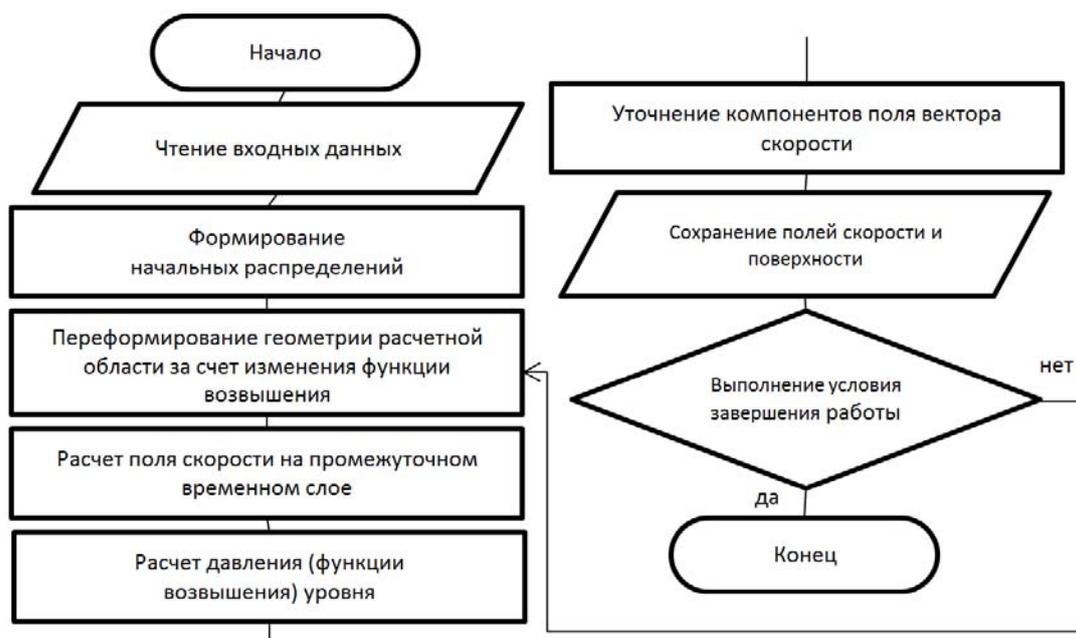


Рис. 3. Алгоритм работы программного комплекса

граммном комплексе для решения возникающих в процессе дискретизации модельных задач систем сеточных уравнений модифицированным адаптивным попеременно-треугольным методом вариационного типа, были разработаны с использованием технологии MPI. Схема алгоритма работы программы, численно реализующей разработанные 2D и 3D модели волновой гидродинамики, представлена на рис. 3.

Разработанный программный комплекс включает: управляющий блок (содержит цикл по временной переменной, и вызываются функции: расчет поля скорости без учета функции возвышения уровня, расчет функции возвышения уровня, расчет двумерного поля скорости, проверка наличия на поверхности водной среды конструкции и функции ввода-вывода данных); блок ввода начальных распределений для расчета скорости течений и функции возвышения уровня (задаются начальные распределения поля скорости и функции возвышения уровня и начальные значения степени заполненности расчетных ячеек); блок построения сеточных уравнений для 2D и 3D полей скоростей водного потока без учета давления (для 2D модели мелкой воды — без учета функции возвышения уровня); блок построения сеточных уравнений для расчета поля давления и функции возвышения уровня; блок проверки наличия на поверхности водной среды конструкции; блок расчета поля скорости с учетом давления; блок решения сеточных уравнений модифицированным адаптивным попеременно-треугольным методом вариационного типа; блок вывода значений поля скоростей и функции давления (поля функции возвышения уровня).

## 5. Результаты численных экспериментов на основе волновой гидродинамической модели

Разработанный комплекс программ позволяет задавать сложную конфигурацию надводного объекта, а также вид и характеристики источника колебаний. Рис. 4 отражает результаты прогноза изменения волновых гидродинамических процессов при обтекании водной средой надводного тела с учетом сложной геометрии объекта, находящегося в жидкости.

В качестве примера использования разработанного комплекса программ была решена модельная задача расчета гидродинамического воздействия волн на опоры сооружения. Надводная конструкция имела следующие размеры: ширину 5 м, длину 10 м, глубину погружения 20 см, была закреплена на донной поверхности водоема на 6 опорах. Рассматриваемый участок моделирования имеет размеры 50 на 50 м по горизонтали и 1 м по вертикали (в глубину). Источник возмущений был задан на некотором расстоянии от надводного объекта. Будем считать, что в начальный момент времени жидкость находится в состоянии покоя, чтобы отраженная от границ расчетной области волна не изменяла параметры силового гидродинамического воздействия на надводный объект, представляющий собой техническое сооружение. В модельной задаче на основе численного эксперимента рассчитывается последующее движение водной среды при наличии на поверхности надводного объекта, а также силовые гидродинамические нагрузки на опоры сооружения. При расчетах использовалась сетка 100x100 расчетных узлов, шаг по времени составил 0,01 секунды (рис. 4, 5). Источник колебаний имеет синусоидальную форму и был распределен по левой границе. При распространении плоской волны, которая встречает препятствие в виде надводного тела, представленного на рис. 4, 5, происходит отражение волновых колебаний от неподвижного объекта, меняющего профиль волны.

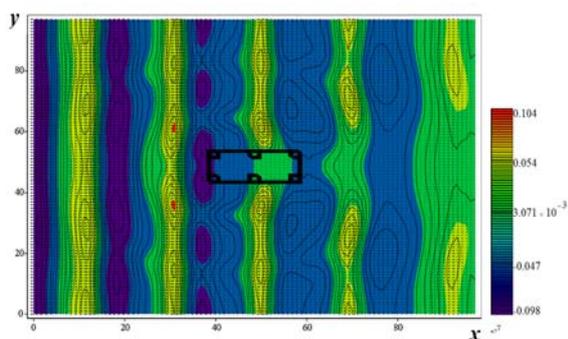


Рис. 4. Поле движения водной среды

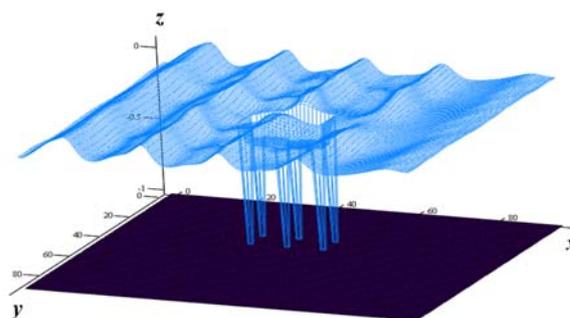


Рис. 5. Функция возвышения уровня

Проведенные численные эксперименты по моделированию распространения гидродинамических волновых процессов позволили проанализировать воздействия волн на сооружения, имеющие донные опоры. На рис. 6 представлено силовое гидродинамическое воздействие на опоры надводной конструкции, закрепленной на дне водоема (см. рис. 3, 4). Силовые нагрузки отмечены по оси ординат в тоннах, по оси абсцисс отражено время в секундах, отсчитанное от начала колебательного процесса.

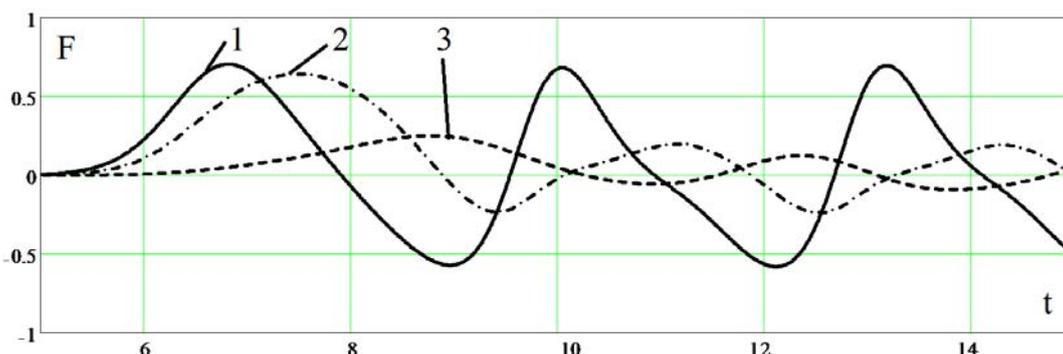
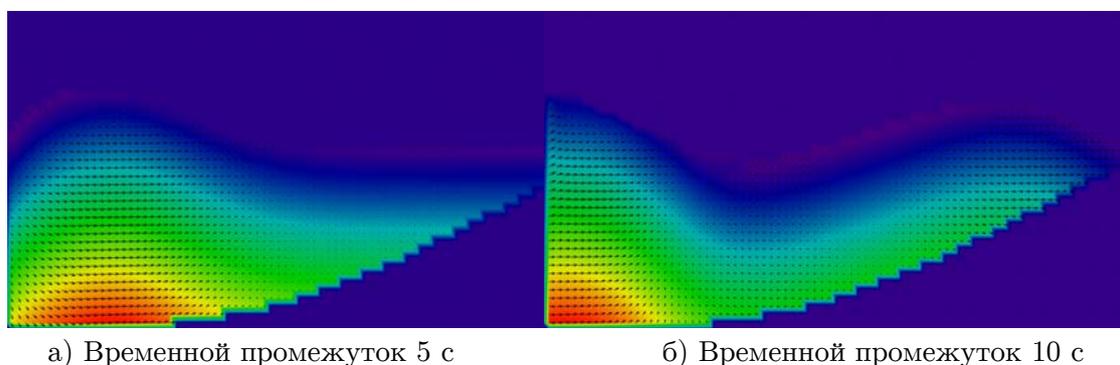


Рис. 6. График силовых нагрузок на опоры конструкции: 1 — со стороны набегающей волны на переднюю пару опор, 2 — на центральную пару, 3 — на дальнюю пару

Разработанные численные алгоритмы решения модельных задач и реализующий их комплекс программ может использоваться при исследовании гидрофизических процессов в прибрежных водных системах [14–20], а также для нахождения поля скоростей и давления водной среды, оценки возможного негативного воздействия на береговую линию при наличии поверхностных волн. Разработанный программный инструментариум позволяет задавать параметры источника колебаний, а также батиметрию водоема. Результаты численных экспериментов по моделированию распространения волновых гидродинамических процессов при выходе волны на берег с учетом геометрий дна объекта, находящегося в жидкости и дна водоема представлены на рис. 7 в различные моменты времени.

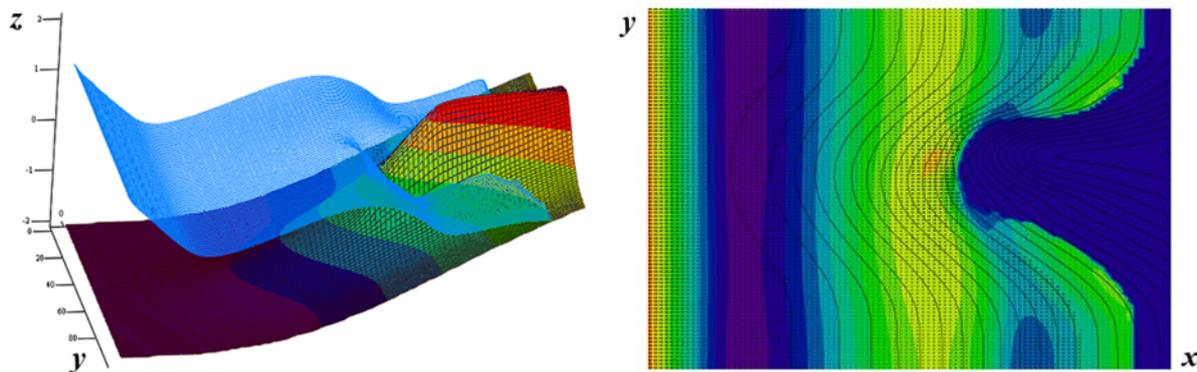
Разработка трехмерной модели волновых гидродинамических процессов на основании натуральных данных позволила описать движение водной среды мелководного водоема при учете выхода волны на берег. Создан современный программный комплекс, который адаптирован для моделирования гидродинамических волновых процессов, использу-



**Рис. 7.** Поле вектора скорости движения водной среды (срез плоскости XOZ)

ется в широком диапазоне параметров для расчета полей скоростей и давления водной среды, и оценки гидродинамического воздействия на берег при наличии поверхностных волн. На основе разработанного комплекса программ построен прогноз изменения гидродинамических волновых процессов прибрежной зоны водного тела. При практическом использовании проблемно-ориентированного комплекса программ решалась модельная задача расчета полей скорости водного потока и давления водной среды. Источник возмущений задается на заданном расстоянии от линии берега. Область моделирования имеет размеры 50 на 50 м и глубину 2 м, пиковая точка возвышается над уровнем моря на 2 м. Предположим, что жидкость находится в состоянии покоя в начальный момент времени. При решении поставленной модельной задачи использовалась сетка размерами  $100 \times 100 \times 40$  расчетных узлов, шаг по времени составил 0,01 с. Рис. 7 демонстрирует поле вектора скорости движения водной среды при накате волны на береговую линию, при этом динамически меняется функция возвышения уровня, образуются зоны затопления и обмеления.

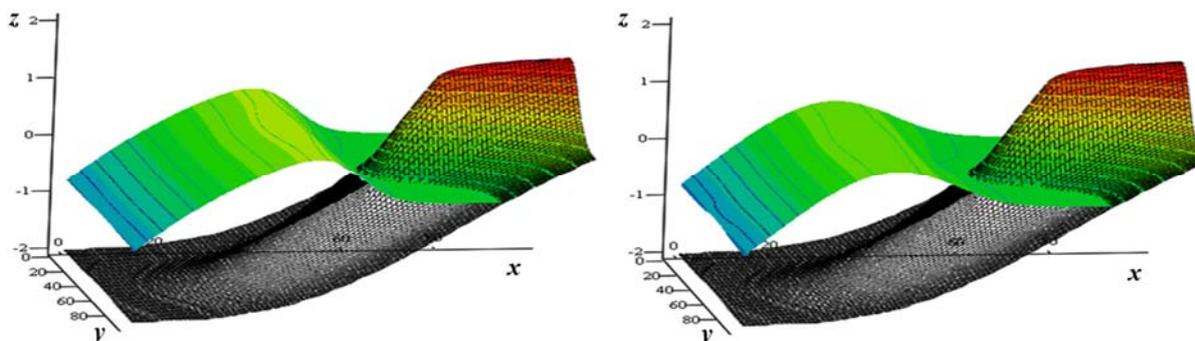
Из рис. 8 видно, что участок суши был затоплен набегающей волной. Учет затопления и осушения прибрежных участков осуществлялся за счет пересчета заполненностей расчетных ячеек. Предложенный подход позволяет решать задачи в областях со сложной и динамически перестраиваемой геометрией границы. Разработанный программный комплекс обладает отличительной чертой — при моделировании распространения поверхностных колебаний учитывается выход волны на береговую линию.



а) График функции возвышения уровня      б) График функции рельефа дна

**Рис. 8.** Графики функций возвышения уровня и рельефа дна

На рис. 9 представлены результаты моделирования динамического нестационарного процесса, характеризующего выход волны на берег, полученные на основе двух различных моделей при одинаковых входных параметрах. Временной интервал равен 5 с.

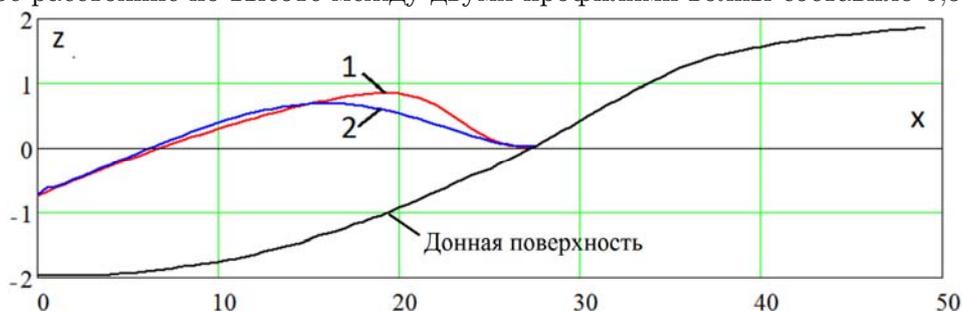


а) На основе двумерной системы уравнений мелкой воды      б) На основе математической модели, включающей три уравнения движения

**Рис. 9.** Сопоставление результатов моделирования выхода волны на берег

На рис. 10 представлены графики функций возвышения уровня, полученные на основе двумерной системы уравнений мелкой воды и математической модели, включающей три уравнения движения при сечении плоскостью  $y = 25$ .

Результаты численного эксперимента, представленные на рис. 10, достаточно сильно отличаются друг от друга. Профили волны, рассчитанной на основе двумерной модели мелкой воды, обгоняют профили волны, полученной на основе трехмерной модели. Максимальное расстояние по высоте между двумя профилями волны составило 0,329 м.



**Рис. 10.** Сопоставление результатов расчета функций возвышения уровня:  
1 — на основе двумерной модели, 2 — на основе трехмерной модели

Была численно решена задача расчета гидродинамического воздействия волн на конструкцию с размерами: 10 на 10 м, погруженную на глубину 0,5 м, которая установлена на дне водоема, рассматриваемый для моделирования участок имеет размеры 50 на 50 м по горизонтали и 4 м по вертикали (по 2 м в глубину и в высоту). Зададим на некотором расстоянии от надводного объекта источник возмущений.

На рис. 11 представлены результаты численного эксперимента на основе трехмерной модели волновых процессов.

Разработанный программный комплекс использовался для численной реализации предложенной трехмерной модели волновой гидродинамики и построения прогноза движения водной среды при наличии технического объекта, расположенного ниже уровня невозмущенной поверхности водоема, были рассчитаны силовые гидродинамические нагрузки на опоры сооружения.

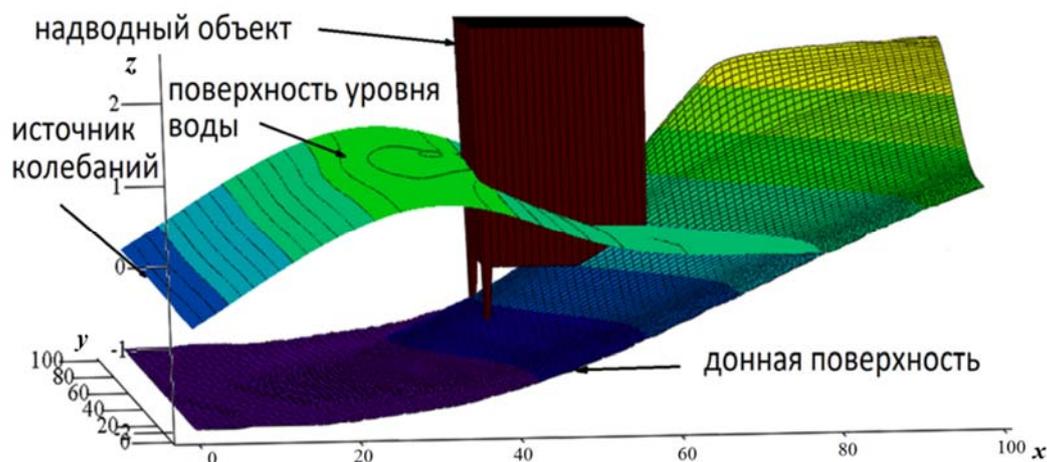


Рис. 11. Графики функций возвышения уровня и рельефа дна

## Заключение

Разработка и исследование модели трехмерных волновых процессов с учетом выхода волны на берег позволила провести сравнение результатов расчета двумерной и трехмерной моделей изменения волновых процессов на мелководье. Протестировано использование метода частичной заполненности расчетных ячеек, доказано его преимущество, выражающееся в значительном уменьшении погрешности решения задач волновой гидродинамики в областях со сложной геометрией. Приведено описание разработанного программного комплекса, позволяющего менять характеристики и расположение источника колебаний, а также учитывать форму зон и степень интенсивности осушения и затопления прибрежных участков. Созданный программный комплекс можно широко использовать для практического исследования расчета силового воздействия волн на геометрию донной поверхности, а также объекты надводной и прибрежной инфраструктуры. Разработанный проблемно-ориентированный программный комплекс может использоваться для прогнозирования изменения процессов водной экологии в результате опасных явлений природного и техногенного характеров.

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №19-07-00623.*

## Литература

1. Белоцерковский О.М., Гущин В.А., Щенников В.В. Метод расщепления в применении к решению задач динамики вязкой несжимаемой жидкости // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1975. Т. 15, № 1. С. 197–207.
2. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Алексеенко Е.В. Численная реализация трехмерной модели гидродинамики для мелководных водоемов на супервычислительной системе // Математическое моделирование. 2011. Т. 23, № 3. С. 3–21.
3. Сухинов А.И., Чистяков А.Е. Параллельная реализация трехмерной модели гидродинамики мелководных водоемов на супервычислительной системе // Вычислительные методы и программирование: Новые вычислительные технологии. 2012. Т. 13, С. 290–297.
4. Белоцерковский О. М. Турбулентность: новые подходы. М.: Наука, 2003.
5. Гущин В.А., Миткин В.В., Рождественская Т.И., Чашечкин Ю.Д. Численное и экспериментальное исследование тонкой структуры течения стратифицированной жидкости вблизи кругового цилиндра // Прикладная механика и техническая физика. 2007. Т. 48, № 1 (281). С. 43–54.
6. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Тимофеева Е.Ф., Шишениа А.В. Математическая модель расчета прибрежных волновых процессов // Математическое моделирование. 2012. Т. 24, №8. С. 32–44.
7. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Фоменко Н.А. Методика построения разностных схем для задачи диффузии-конвекции-реакции, учитывающих степень заполненности контрольных ячеек // Известия ЮФУ. Технические науки. 2013. №4. С 87–96.
8. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989.
9. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Численные методы решения задач конвекции-диффузии. М.: Эдиториал УРСС, 1999.
10. Васильев В.С., Сухинов А.И. Прецизионные двумерные модели мелких водоемов // Математическое моделирование. 2003. Т. 15, № 10. С. 17–34.
11. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Проценко Е.А. Математическое моделирование транспорта наносов в прибрежных водных системах на многопроцессорной вычислительной системе // Вычислительные методы и программирование. 2014. Т. 15. С. 610–620.
12. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Protsenko E.A. Mathematical Modeling of Sediment Transport in the Coastal Zone of Shallow Reservoirs. // Mathematical Models and Computer Simulations, 6:4 (2014), P. 351–363. DOI: 10.1134/S2070048214040097.
13. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978.
14. Коновалов А.Н. К теории попеременно - треугольного итерационного метода // Сибирский математический журнал. 2002. Т. 43., № 3. С. 552–572.
15. Сухинов А.И., Чистяков А.Е. Адаптивный модифицированный попеременно-треугольный итерационный метод для решения сеточных уравнений с несамосопряженным оператором // Математическое моделирование. 2012. Т. 24, № 1. С. 3–20.
16. Sukhinov A.I., Sukhinov A.A. Reconstruction of 2001 Ecological Disaster in the Azov Sea on the Basis of Precise Hydrophysics Models. Parallel Computational Fluid Dynamics, Multidisciplinary Applications, Proceedings of Parallel CFD 2004 Conference, Las

- Palmas de Gran Canaria, Spain, Elsevier, Amsterdam-Berlin-London-New York-Tokyo. 2005. P. 231–238. DOI: 10.1016/B978-044452024-1/50030-0.
17. Alekseenko E., Roux B., Sukhinov A., Kotarba R., Fougere D. Coastal Hydrodynamics in a Windy Lagoon // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2013. Vol. 20, No. 2. P. 189–198. DOI: 10.1016/j.compfluid.2013.02.003.
  18. Alekseenko E., Roux B., Sukhinov A., Kotarba R., Fougere D. Nonlinear Hydrodynamics in a Mediterranean Lagoon // *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2017. Vol. 57, No. 6. P. 978–994. DOI: 10.5194/npg-20-189-2013.
  19. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Семенякина А.А., Никитина А.В. Численное моделирование экологического состояния Азовского моря с применением схем повышенного порядка точности на многопроцессорной вычислительной системе // *Компьютерные исследования и моделирование*. 2016. Т. 8, № 1. С. 151–168.
  20. Гуцин В.А., Семенякина А.А., Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Никитина А.В. Модель транспорта и трансформации биогенных элементов в прибрежной системе и ее численная реализация // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2018. Т. 58, № 8. С. 120–137. DOI: 10.31857/S004446690002007-8.

Проценко Софья Владимировна, аспирант кафедры «Математика и информатика», Донской государственной технической университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

Атаян Ася Михайловна, кафедра «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем», Донской государственной технической университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

Чистяков Александр Евгеньевич, д.ф.-м.н., кафедра «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем», Донской государственной технической университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

Никитина Алла Валерьевна, д.т.н., доцент, кафедра «Интеллектуальные и многопроцессорные системы», Южный федеральный университет (Таганрог, Российская Федерация)

Литвинов Владимир Николаевич, к.т.н., доцент, кафедра «Теплоэнергетика и информационно-управляющие системы», Азово-Черноморский инженерный институт ФГБОУ ВО Донской ГАУ (Зерноград, Российская Федерация)

Филина Алёна Александровна, к.т.н., ООО «НИЦ супер-ЭВМ и нейрокомпьютеров» (Таганрог, Российская Федерация)

## EXPERIMENTAL RESEARCH OF POWER LOADS ON THE SUPPORTS OF THE SURFACE STRUCTURE BASED ON THE MATHEMATICAL MODEL OF WAVE PROCESSES

© 2019 S.V. Protsenko<sup>1</sup>, A.M. Atayan<sup>1</sup>, A.E. Chistyakov<sup>1</sup>, A.V. Nikitina<sup>2</sup>,  
V.N. Litvinov<sup>3</sup>, A.A. Filina<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Don State Technical University (Gagarina sq. 1, Rostov-on-Don, 344000 Russia),

<sup>2</sup>Southern Federal University (Chekhova, 2, Taganrog, 347922 Russia),

<sup>3</sup>Azov-Black Sea engineering institute of FSBHEEPT "Don State Agrarian University"  
(Lenina 21, Zernograd, 347740 Russia),

<sup>4</sup>Scientific Research Center of supercomputers and Neurocomputers  
(per. Italyansky 106, Taganrog, 347900 Russia)

E-mail: rab55555@rambler.ru, atayan24@mail.ru, cheese\_05@mail.ru,  
nikitina.vm@gmail.com, litvinovvn@rambler.ru, j.a.s.s.y@mail.ru,

Received: 16.05.2019

The article is devoted to the research of the effects of wave processes on above-water constructions using a mathematical model of wave processes based on the system of Navier–Stokes equations, which includes three equations of motion in areas with dynamically changing geometry of the computational domain. The pressure correction method is used for the approximation of a hydrodynamic model. The difference schemes describing the mathematical model of the wave exit to the shore are constructed on the basis of the integro-interpolation method using the scheme with weights. An adaptive alternating-triangular iterative method is used to solve the system of grid equations. The practical significance of numerical algorithms and the complex of programs implementing them consists in the possibility of their application in the study of hydrophysical processes in coastal water systems, as well as for the construction of the velocity field and pressure of the aquatic environment, as well as the assessment of the hydrodynamic effect on coastal protection structures and riparian constructions in the presence of surface waves.

*Keywords:* wave process, mathematical model, areas of drainage and flooding, surface structures, force, software, algorithm.

### FOR CITATION

Protsenko S.V., Atayan A.M., Chistyakov A.E., Nikitina A.V., Litvinov V.N., Filina A.A. Experimental Research of Power Loads on the Supports of the Surface Structure Based on the Mathematical Model of Wave Processes. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering*. 2019. vol. 8, no. 3. pp. 27–42. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse190302.

*This paper is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Non Commercial 3.0 License which permits non-commercial use, reproduction and distribution of the work without further permission provided the original work is properly cited.*

### References

1. Belocerkovskij O.M., Gushchin V.A., Shchennikov V.V. Splitting Method Applied to Solving Problems of Viscous Incompressible Fluid Dynamics. *Zhurnal vychislitel'noj ma-*

- tematiki i matematicheskoy fiziki* [Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics]. 1975. vol. 15, no. 1. pp. 197–207. (in Russian)
2. Suhinov A.I., Chistyakov A.E., Alekseenko E.V. Numerical Implementation of a Three-Dimensional Hydrodynamics Model for Shallow Water Bodies on a Supercomputing System. *Matematicheskoe modelirovanie* [Mathematical Modeling]. 2011. vol. 23, no. 3. pp. 3–21. (in Russian)
  3. Suhinov A.I., Chistyakov A.E. Parallel Implementation of a Three-Dimensional Model of Hydrodynamics of Shallow Water Bodies on a Supercomputing System. *Vychislitel'nye metody i programmirovaniye: Novye vychislitel'nye tekhnologii* [Computational Methods and Programming: New Computational Technologies]. 2012. vol. 13. pp. 290–297. (in Russian)
  4. Belocerkovskij O. M. *Turbulentnost': novye podhody* [Turbulence: New Approaches]. Nauka, M., 2003
  5. Gushchin V.A., Mitkin V.V., Rozhdestvenskaya T.I., Chashechkin YU.D. Numerical and Experimental Study of the Fine Structure of Stratified Fluid Flow Near a Circular Cylinder. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika* [Applied Mechanics and Technical Physics]. 2007. vol. 48, no. 1 (281). pp. 43–54. (in Russian)
  6. Suhinov A.I., Chistyakov A.E., Timofeeva E.F., Shishenya A.V. Mathematical Model of Calculation of Coastal Wave Processes. *Matematicheskoe modelirovanie* [Mathematical Modeling]. 2012. vol. 24, no. 8. pp. 32–44. (in Russian)
  7. Suhinov A.I., Chistyakov A.E., Fomenko N.A. A Method of Constructing Difference Schemes for the Diffusion-Convection-Reaction Problem, Taking Into Account the Degree of Filling of Control Cells. *Izvestiya YUFU. Tekhnicheskie nauki* [News of Southern Federal University. Technical science]. 2013. vol. 4. pp. 87–96. (in Russian)
  8. Samarskij A.A. *Teoriya raznostnyh skhem* [Theory of Difference Schemes]. M. Nauka, 1989.
  9. Samarskij A.A., Vabishchevich P.N. *Chislennyye metody resheniya zadach konvekcii-diffuzii* [Numerical Methods for Solving Convection-Diffusion Problems]. M., Editorial URSS, 1999.
  10. Vasil'ev V.S., Suhinov A.I. Precision Two-Dimensional Models of Shallow Water Bodies. *Matematicheskoe modelirovanie* [Mathematical Modeling]. 2003. vol. 15, no. 10. pp. 17–34. (in Russian)
  11. Suhinov A.I., Chistyakov A.E., Procenko E.A. Mathematical Modeling of Sediment Transport in Coastal Water Systems on a Multiprocessor Computer System. *Vychislitel'nye metody i programmirovaniye* [Computational Methods and Programming]. 2014. vol. 15. pp. 610–620. (in Russian)
  12. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Protsenko E.A. Mathematical Modeling of Sediment Transport in the Coastal Zone of Shallow Reservoirs. *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2014. vol. 6, no. 4. pp. 351–363. DOI: 10.1134/S2070048214040097.
  13. Samarskij A.A., Nikolaev E.S. *Metody resheniya setochnykh uravnenij* [Methods for Solving Grid Equations]. M. Nauka, 1978.
  14. Konovalov A.N. On the Theory of the Alternating - Triangular Iterative Method. *Sibirskiy matematicheskij zhurnal* [Siberian Mathematical Journal]. 2002. vol. 43, no. 3. pp. 552–572. (in Russian)

15. Suhinov A.I., Chistyakov A.E. Adaptive Modified Alternating-Triangular Iterative Method for Solving Grid Equations With Non-Self-Adjoint Operator. *Matematicheskoe modelirovanie* [Mathematical Modeling]. 2012. vol. 24, no. 1. pp. 3–20. (in Russian)
16. Sukhinov A.I., Sukhinov A.A. Reconstruction of 2001 Ecological Disaster in the Azov Sea on the Basis of Precise Hydrophysics Models. Parallel Computational Fluid Dynamics, Multidisciplinary Applications, Proceedings of Parallel CFD 2004 Conference, Las Palmas de Gran Canaria, Spain, ELSEVIER, Amsterdam-Berlin-London-New York-Tokyo. 2005. pp. 231–238. DOI: 10.1016/B978-044452024-1/50030-0.
17. Alekseenko E., Roux B., Sukhinov A., Kotarba R., Fougere D. Coastal Hydrodynamics in a Windy Lagoon. *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2013. vol. 20, no. 2. pp. 189–198. DOI: 10.1016/j.compfluid.2013.02.003.
18. Alekseenko E., Roux B., Sukhinov A., Kotarba R., Fougere D. Nonlinear Hydrodynamics in a Mediterranean Lagoon. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2017. vol. 57, no. 6. pp. 978–994. DOI: 10.5194/npg-20-189-2013.
19. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Semenyakina A.A., Nikitina A.V. Numerical Modeling of an Ecological Condition of the Sea of Azov With Application of Schemes of the Raised Accuracy Order on the Multiprocessor Computing System. *Komp'yuternye issledovaniya i modelirovanie* [Computer Researches and Modeling]. 2016. vol. 8, no. 1. pp. 151–168. (in Russian)
20. Gushchin V.A., Sukhinov A.I., Nikitina A.V., Chistyakov A.E., Semenyakina A.A. A Model of Transport and Transformation of Biogenic Elements in the Coastal System and Its Numerical Implementation. *Zhurnal vychislitel'noj matematiki i matematicheskoy fiziki* [Computational Mathematics and Mathematical Physics]. 2018. vol. 58, no. 8. pp. 1316–1333. (in Russian)