

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО И СЕЙСМИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ИЕРАРХИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

О.А. Хачай, А.Ю. Хачай

Построен алгоритм 3D моделирования электромагнитного поля для произвольного типа источника возбуждения N -слойной среды с иерархическим проводящим включением, расположенным в J -ом слое. Построены алгоритмы 2-D моделирования для дифракции звука и линейно поляризованной поперечной упругой волны на включении иерархической структуры, расположенной в J -ом слое N -слойной упругой среды.

Ключевые слова: иерархическая среда, электромагнитное поле, сейсмическое поле, алгоритмы моделирования.

Введение

Геологическая среда представляет собой открытую систему, на которую воздействуют как внешние, так и внутренние факторы, что может привести ее в неустойчивое состояние. Проявление этой неустойчивости, как правило, происходит локально, и эти зоны геологической среды называются динамически активными элементами, которые являются индикаторами потенциальных источников аварий и катастроф. Эти объекты обладают отличными от вмещающей геологической среды физико-механическими свойствами и способностью в резонансном режиме реагировать на внешние и внутренние воздействия, связанные с изменениями напряженно-деформированного состояния в их окрестности. Кроме того эти объекты обладают способностью изменять свою конфигурацию и структуру в пространстве и во времени, что осложняет задачу прогноза состояния и степени аварийной опасности. В работе Хачай О.А. [1] изложены принципы построения систем мониторинга природно-техногенных аварий и катастроф с использованием сейсмических и электромагнитных полей в пассивном и активном режиме возбуждения, в которых составной частью входят задачи картирования динамически активных зон.

Для решения задач геолого-геофизического картирования в настоящее время широко используется модель слоисто-блоковой среды с включениями, в рамках которой созданы аппаратурно-методические комплексы изучения трехмерно неоднородных сред с соответствующей теорией интерпретации геофизических данных [2]. При изучении пространственно-временных изменений структуры, физических свойств геологической среды или массива горных пород и связанных с ними напряженно-деформированного или фазового состояния модель слоисто-блоковой среды с включениями усложняется: она представляет собой двух ранговую цепочку в общей иерархически неоднородной модели среды. Модель иерархически неоднородной среды для описания процессов деформирования и разрушения геофизической среды была впервые предложена академиком Садовским М.А. [3]. Развитию и использованию иерархично-блоковой модели среды на качественном уровне посвящен ряд работ сотрудников Института Физики Земли РАН [4, 5]. Важную роль для понимания формирования и развития иерархии структурных

уровней деформации в твердых телах играют теоретические и экспериментальные результаты, полученные на образцах [6], с помощью которых обоснован подход, базирующийся на представлении о диссипативных структурах в неравновесных системах [7]. В работах [8, 9] Караевым Н.А. обобщены результаты сейсмических исследований по выделению участков земной коры со строением гетерогенного типа. Гетерогенность, по мнению автора, – важнейшая особенность горных пород, обусловленная неравномерностью распределения в пространстве геологических неоднородностей в виде включений всех масштабов, т.е. по сути дела изучение строения и динамики гетерогенных участков земной коры необходимо с использованием представлений об иерархичных моделях. Явления зональной дезинтеграции горных пород вокруг подземных выработок, связанные с дискретностью и фрагментацией среды, описаны академиком Е.И. Шемякиным с соавторами [10] и получили статус открытия [11]. Эти явления имеют место как в неглубоких шахтах (до глубины 500 м), так и в глубоких шахтах (глубина более 500 м). Результаты геолого-геофизических исследований сверхглубоких скважин показывают, что с увеличением глубины сложность геологического строения среды не уменьшается. Наконец, проблема мониторинга и прогноза состояния геологической среды требует тщательного отбора из имеющихся методик исследования трехмерных сред, допускающих пространственно-временное (частотное) масштабирование и фокусирование. Настоящая работа посвящена разработке алгоритма моделирования электромагнитного эффекта в рамках частотно-геометрической методики при исследовании погруженной в горизонтально-слоистую среду проводящего включения с иерархической структурой.

1. Алгоритм моделирования распространения переменного электромагнитного поля в N -слойной среде с проводящим включением иерархического типа

Алгоритм построен с использованием итерационного подхода решения объемных интегральных уравнений для переменного электромагнитного поля в частотной области. Для модели: проводящее включение, расположенное в произвольном слое пятислойной среды, при возбуждении электромагнитного поля плоской волной, вертикальным магнитным или горизонтальным электрическим диполем алгоритм изложен в работе [12].

Пусть локальная неоднородность имеет следующую структуру: на первом иерархическом уровне – это неоднородность объема V_1 с проводимостью σ_{a1} , на втором уровне – это неоднородности, расположенные внутри объема V_1 и занимающие объем V_2 с проводимостями σ_{aj2} в общем случае. Мы будем рассматривать более простой случай, когда неоднородности второго и большего ранга будут иметь внутри своего ранга одинаковую проводимость, т.е. σ_{a2} . Неоднородности третьего ранга будут занимать объем V_3 в пределах объема V_2 с проводимостью σ_{a3} и т.д. Параметры вмещающей горизонтально-слоистой среды имеют вид $\{\sigma_k, h_k\}$, где $k=1, \dots, N$, h_k – суммарные мощности слоев, i – номер ранга или иерархического уровня. Задача рассматривается для магнитооднородной среды в квазистационарном приближении.

Объемные интегральные уравнения и соответственно интегральные представления для составляющих электрического и магнитного поля выписываются в виде:

$$E_i(M_0) = E_0^{i-1}(M_0) + (\sigma_{ai} - \sigma_{k(M_0)}) \int_{V_i} E_i(M) \hat{G}_E(M, M_0) dV_i \quad (1)$$

$$H_i(M_0) = H_0^{i-1}(M_0) + \left(\frac{\sigma_{ai} - \sigma_{k(M_0)}}{i\omega\mu_0} \right) \int_{V_i} H_i(M) \hat{G}_H(M, M_0) dV_i \quad (2)$$

φ^0 где i – номер итерации, связанной с номером иерархического уровня, $\hat{G}_E(M, M_0)$ и $\hat{G}_H(M, M_0)$ – тензоры Грина слоистой среды, которые определяются известным способом, описанным в работе [12]. При $i=1$ $E_0^{i-1}(M_0)$ и $H_0^{i-1}(M_0)$ – составляющие напряженностей электрического и магнитного возбуждающего или нормального поля слоистой среды. При $i=2, \dots, L$ $E_0^{i-1}(M_0)$ и $H_0^{i-1}(M_0)$ – составляющие напряженностей электрического и магнитного поля предыдущего ранга с учетом неоднородностей предыдущего ранга. Распределение электрического и магнитного поля можно анализировать последовательно на каждом итерационном этапе перед включением неоднородностей нового иерархического уровня.

2. Моделирование дифракции звука на двумерной упругой неоднородности иерархического типа, расположенной в N -слойной среде

В работе [13] описан алгоритм моделирования дифракции звука на двумерном упругом однородном включении, расположенном в J -ом слое N -слойной среды.

$$\begin{aligned} & \frac{(k_{1ji}^2 - k_{1j}^2)}{2\pi} \iint_{S_C} \varphi_l(M) G_{Sp,j}(M, M^0) d\tau_M + \frac{\sigma_{ja}}{\sigma_{ji}} \varphi^0(M^0) - \\ & - \frac{(\sigma_{ja} - \sigma_{ji})}{\sigma_{ji} 2\pi} \int_C G_{Sp,j} \frac{\partial \varphi}{\partial n} dc = \varphi(M^0), M^0 \in S_C \\ & \frac{\sigma_{ji}(k_{1ji}^2 - k_{1j}^2)}{\sigma(M^0) 2\pi} \iint_{S_C} \varphi(M) G_{Sp,j}(M, M^0) d\tau_M + \varphi^0(M^0) - \\ & - \frac{(\sigma_{ja} - \sigma_{ji})}{\sigma(M^0) 2\pi} \int_C G_{Sp,j} \frac{\partial \varphi}{\partial n} dc = \varphi(M^0), M^0 \notin S_C \end{aligned} \quad (3)$$

где $G_{Sp,j}(M, M^0)$ – функция источника сейсмического поля, краевая задача для которой сформулирована в работе [13], $k_{1ji}^2 = \omega^2(\sigma_{ji} / \lambda_{ji})$ – волновое число для продольной волны, в приведенном выражении индекс ji обозначает принадлежность свойств среды внутри неоднородности, ja – вне неоднородности, λ – постоянная Ламэ, σ – плотность среды, ω – круговая частота, $u = grad \varphi$ – вектор смещений, φ^0 – потенциал нормального сейсмического поля в слоистой среде в отсутствие неоднородности: $\varphi_{ji}^0 = \varphi_{ja}^0$.

Идея, изложенная в предыдущем разделе для электромагнитного поля, реализована и для сейсмического поля для двумерного случая распространения продольной волны через локальную неоднородность с иерархической структурой, расположенной в J -ом слое N -слойной среды.

$$\begin{aligned}
 & \frac{(k_{1jil}^2 - k_{1j}^2)}{2\pi} \iint_{S_{Cl}} \varphi_l(M) G_{Sp,j}(M, M^0) d\tau_M + \frac{\sigma_{ja}}{\sigma_{jil}} \varphi_{l-1}^0(M^0) - \\
 & - \frac{(\sigma_{ja} - \sigma_{jil})}{\sigma_{jil} 2\pi} \int_{Cl} G_{Sp,j} \frac{\partial \varphi_l}{\partial n} dc = \varphi_l(M^0), M^0 \in S_{Cl} \\
 & \frac{\sigma_{jil}(k_{1jil}^2 - k_{1j}^2)}{\sigma(M^0) 2\pi} \iint_{S_{Cl}} \varphi_l(M) G_{Sp,j}(M, M^0) d\tau_M + \varphi_{l-1}^0(M^0) - \\
 & - \frac{(\sigma_{ja} - \sigma_{jil})}{\sigma(M^0) 2\pi} \int_{Cl} G_{Sp,j} \frac{\partial \varphi_l}{\partial n} dc = \varphi_l(M^0), M^0 \notin S_{Cl}
 \end{aligned} \tag{4}$$

где $G_{Sp,j}(M, M^0)$ – функция источника сейсмического поля, она совпадает с функцией выражения (3), $k_{1jil}^2 = \omega^2(\sigma_{jil} / \lambda_{jil})$ – волновое число для продольной волны, в приведенном выражении индекс ji обозначает принадлежность свойств среды внутри неоднородности, ja – вне неоднородности, $l=1\dots L$ – номер иерархического уровня, $u_l = grad\varphi_l$, φ_l^0 – потенциал нормального сейсмического поля в слоистой среде в отсутствие неоднородности предыдущего ранга, если $l=2\dots L$ $\varphi_l^0 = \varphi_{l-1}$, если $l=1$, $\varphi_l^0 = \varphi^0$, что совпадает с соответствующим выражением из (3).

Если при переходе на следующий иерархический уровень ось двумерности не меняется, а меняются только геометрии сечений вложенных структур, то аналогично (1,2) можно описать итерационный процесс моделирования сейсмического поля (случай формирования только продольной волны). Итерационный процесс относится к моделированию вектора смещений при переходе с предыдущего иерархического уровня на последующий уровень.

Внутри каждого иерархического уровня интегро-дифференциальное уравнение и интегро-дифференциальное представление вычисляются с помощью алгоритмов (4). Если на некотором иерархическом уровне структура локальной неоднородности распадается на несколько неоднородностей, то двойной и контурные интегралы в выражениях (4) берутся по всем неоднородностям. В данном алгоритме рассмотрен случай, когда физические свойства неоднородностей одного и того же уровня одинаковы, различаются только границы областей.

3. Моделирование дифракции упругой поперечной волны на двумерной неоднородности иерархического типа в N -слойной среде

Аналогично (4) выписывается такой же процесс для моделирования распространения упругой поперечной волны в N -слойной среде с двумерной иерархической структурой произвольной морфологии сечения с использованием интегральных соотношений, выписанных в работе [13].

$$\begin{aligned}
 & \frac{(k_{2jil}^2 - k_{2j}^2)}{2\pi} \iint_{S_{Cl}} u_{xl}(M) G_{Ss,j}(M, M^0) d\tau_M + \frac{\mu_{ja}}{\mu_{jil}} u_{x(l-1)}^0(M^0) + \\
 & + \frac{(\mu_{ja} - \mu_{jil})}{\mu_{jil} 2\pi} \int_{Cl} u_{xl}(M) \frac{\partial G_{Ss,j}}{\partial n} dc = u_{xl}(M^0), M^0 \in S_{Cl} \\
 & \frac{\mu_{jil}(k_{2jil}^2 - k_{2j}^2)}{\mu(M^0) 2\pi} \iint_{S_{Cl}} u_{xl}(M) G_{Ss,j}(M, M^0) d\tau_M + u_{x(l-1)}^0(M^0) + \\
 & + \frac{(\mu_{ja} - \mu_{jil})}{\mu(M^0) 2\pi} \int_{Cl} u_{xl}(M) \frac{\partial G_{Ss,j}}{\partial n} dc = u_{xl}(M^0), M^0 \notin S_{Cl}
 \end{aligned} \tag{5}$$

где $G_{Ss,j}(M, M^0)$ – функция источника сейсмического поля рассматриваемой задачи, она совпадает с функцией Грина, выписанной в работе [13] для соответствующей задачи, $k_{2jil}^2 = \omega^2(\sigma_{jil} / \mu_{jil})$ – волновое число для поперечной волны, μ – постоянная Ламэ, u_{xl} – составляющая вектора смещений, $l=1\dots L$ – номер иерархического уровня, u_{xl}^0 – составляющая вектора смещений сейсмического поля в слоистой среде в отсутствие неоднородности предыдущего ранга, если $l=2\dots L$ $u_{xl}^0 = u_{x(l-1)}$, если $l=1$, $u_{xl}^0 = u_x^0$, что совпадает с соответствующим выражением для нормального поля в работе [13].

Таким образом, итерационные процессы (4) и (5) позволяют определить при заданных модулях упругости во вмещающей иерархическую неоднородность слоистой среде и в неоднородности пространственное распределение составляющих сейсмического поля на каждом иерархическом уровне. Затем по известным формулам работы [14] для каждого иерархического уровня можно вычислить распределение составляющих тензора деформации и тензора напряжений по распределению составляющих вектора смещений. Эта информация играет важную роль при оценке состояния среды в зависимости от структуры ее иерархичности и степени ее изменчивости.

Заключение

В работе рассмотрена задача моделирования электромагнитного и сейсмического поля в слоистой среде с включениями иерархической структуры. Построены алгоритмы моделирования в электромагнитном случае для 3-D неоднородности, в сейсмическом случае для 2-D неоднородности. Представляет интерес с использованием полученных алгоритмов исследовать вопрос об изучении связи между тензорами напряжения и деформации на каждом иерархическом уровне и о возможном отклонении ее от обобщенного закона Гука. С другой стороны, с увеличением степени иерархичности среды увеличивается степень пространственной нелинейности распределения составляющих сейсмического и электромагнитного поля, что предполагает исключение методов линеаризации задачи при создании методов интерпретации. Кроме того, усложняется процесс комплексирования методов, использующих электромагнитное и сейсмическое поле для изучения отклика среды с иерархической структурой. Эта проблема неразрывно связана с формулировкой и решением обратной задачи для распространения электромагнитного и сейсмического полей в таких сложных средах, что является нашей ближайшей задачей.

Литература

1. Хачай, О.А. Об изучении нестационарных процессов в литосфере Среднего Урала / О.А. Хачай, В.С. Дружинин, Г.И. Парыгин // Уральский геофизический вестник. – 2002. – № 3. – С. 103–107.
2. 300 лет горно-геологической службе России. Тезисы докладов Международной геофизической конференции. С.-Петербург: Изд-во ВИРГ – Рудгеофизика, ЕАГО – 2000. 738 с.
3. Садовский, М.А. Деформирование геофизической среды и сейсмический процесс / М.А. Садовский, Л.Г. Болховитинов, В.Ф. Писаренко – М.: Наука, 1987. – 98 с.
4. Дискретные свойства геофизической среды / Сборник научных трудов Института Физики Земли АН СССР – М.: Наука, 1989. – 173 с.
5. Родионов, В.Н. О моделировании природных объектов в геомеханике / В.Н. Родионов, И.А. Сизов, Г.Г. Кочарян // Дискретные свойства геофизической среды. – М.: Наука, 1989. – С. 14–18.
6. Панин, В.Е. Структурные уровни деформации твердых тел / В.Е. Панин, В.А. Лихачев, Ю.В. Гриняев. – Новосибирск: Наука, 1985. – 226 с.
7. Николис, Г. Самоорганизация в неравновесных системах / Г. Николис, И. Пригожин – М.: Мир, 1979. – 300 с.
8. Караев, Н.А. Рудная сейсморастворка / Н.А. Караев, Г.Я. Рабинович – М.: Геоинформмарк, 2000. – 468 с.
9. Караев, Н.А. Сейсмическая гетерогенность земной коры и проблемы интерпретации результатов региональных наблюдений в ближней зоне / Н.А. Караев // Неклассическая геофизика. – Саратов, 2000. – С. 30–32.
10. Эффект зональной дезинтеграции горных пород вокруг подземных выработок / Е.И. Шемякин, Г.Л. Фисенко, М.В. Курленя и др. // ДАН СССР. – 1986. – Т. 289. – № 5. – С. 830–832.
11. Открытие № 400. Явление зональной дезинтеграции горных пород вокруг подземных выработок / Е.И. Шемякин, М.В. Курленя, В.Н. Опарин и др. // Бюллетень изобретений. – 1992. – № 1. – 5 с.
12. Хачай, О.А. Математическое моделирование и интерпретация переменного электромагнитного поля в неоднородной коре и верхней мантии Земли: дис. д-ра ф.-м. наук / О.А. Хачай. – Свердловск: ИГФ УрО РАН, 1994. – 314 с.
13. Хачай, О.А. О комплексировании сейсмических и электромагнитных активных методов для картирования и мониторинга состояния двумерных неоднородностей в N-слоистой среде / О.А. Хачай, А.Ю. Хачай // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2011. – № 2(219), Вып. 13. – С. 49–56.
14. Лурье, А.И. Пространственные задачи теории упругости / А.И. Лурье. – М.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы. – 1956. – 435 с.

Хачай Ольга Александровна, д.ф.-м.н., ведущий научный сотрудник, Институт геофизики УрО РАН, (Екатеринбург, Российская Федерация), olgakhachay@yandex.ru

Хачай Андрей Юрьевич, к.ф.-м.н., доцент, Уральский федеральный университет, (Екатеринбург, Российская Федерация), andrey.khachay@usu.ru

MODELING OF ELECTROMAGNETIC AND SEISMIC FIELDS IN HIERARCHIC HETEROGENEOUS MEDIA

O. A. Hachay, Institute of Geophysics UB RAS (Yekaterinburg, Russian Federation)

A. Y. Khachay, Ural Federal University (Yekaterinburg, Russian Federation)

It had been constructed an algorithm for 3D modeling electromagnetic field for arbitrary type of source of excitation in N-layered medium with a hierarchic conductive intrusion, located in the layer number J . It had been constructed algorithms for 2D modeling of sound diffraction and linear polarized transversal seismic wave on an intrusion of hierarchic structure, located in the layer number J of N-layered elastic medium.

Keywords: hierarchic medium, electromagnetic field, seismic field, algorithms of modeling.

References

1. Hachay O.A., Druginin V.S., Parigin G.I. Ob izuchenii nestationarnich processov v lithosphere Srednego Urala [About Research of no stationary Processes in the Lithosphere of the Middle Ural]. Uralskij geofizicheskiy vestnik [Ural Geophysical Bulletin]. 2002. No 3. P. 103–107.
2. Trista let gorno-geologicheskoy slughbi Rossii [300-years of mining- geological service of Russia]. Trudi mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii (S.-Peterburg 3–6 oktjabrja, 2000) Proceedings of the International Scientific Conference. (S.-Peterburg 3–6 october, 2000). S.-Petersburg, publishing by VIRG-RUDGEOPHYZIKA, EAGO. 2000. 738 p.
3. Sadovsky M.A., Bolhovitinov L.G., Pisarenko V.F. Deformatsia geofizicheskoy sredi I seismicheskij process [Deformation of Geophysical Medium and Seismic Process]. Moscow, Publishing in Nauka, 1987. 98 p.
4. Diskretnie svoistva geofizicheskoy sredi. [Discrete Features of Geophysical Medium]. Sbornik trudov Instituta Fiziki Zemli AN USSR [Proceedings of the Institute of Physics of the Earth of AN USSR]. Moscow, Publishing in Nauka, 1989. 173 p.
5. Rodionov V.N., Sizov I.A., Kocharjan G.G. O modelirovanii prirodnich objectov v geomechanike [About Modeling of Natural Objects in Geomechanics] Diskretnie svoistva geofizicheskoy sredi. [Discrete Features of Geophysical Medium]. Moscow, Publishing in Nauka, 1989. P. 14–18.
6. Panin V.E., Likhatchev V.A., Grinjaev Y.V. Strukturnie urovni deformatsii tverdich tel [Structural Levels of Deformation Elastic Bodies]. Novosibirsk. Publishing in Nauka, 1985. 226 p.
7. Nikolis G., Prigozin I. Samoorganizatsija v neravnovesnich sistemach [Selforganization in Nostable Systems] Moscow, Publishing in MIR, 1979. 300 p.
8. Karaev N.A., Rabinovitch N.A. Rudnaja seismorazvedka [Ore Seismic Prospecting] Moscow, Publishing in Geoinformmark, 2000. 468 p.
9. Karaev N.A. Seismicheskaja geterogennost zemnoj kori i problemi interpretacii rezultatov regionalnich nabludenij v blignei zone [Seismic Heterogeneity of the Earth's Crust and Interpretation Problems of the Results of Regional Observations in the Nearest Zone] Neklassicheskaja geofizika [No classic Geophysics]. Saratov, 2000. P. 30–32.

10. Shemjakin E.I., Fisenko G.L., Kurlenja M.V., Oparin V.N., et al. Effect zonalnoj dezintegracii gornich porod vokrug podzemnich virabotok [Effect of Zone Desintegration in Rock Massif around the Mine Holes] DAN USSR, 1986. V. 289. No 5. P. 830–832.
11. Shemjakin E.I., Kurlenja M.V., Oparin V.N., et al. Otkritie No 400. Javlenie zonalnoj dezintegratsii gornich porod vokrug podzemnich virabotok. [Discovery No 400. Phenomenon of Zone Disintegration in Rock Massif around the Mines Holes]. Bulletin izobrenenij [Bulletin of inventions] Moscow, 1992. No 1. 5 p.
12. Hachay O.A. Matematicheskoe modelirovanie i interpretatsija peremennogo elektromagnitnogo polja v neodnorodnoj kore i mantii Zemli [Mathematical modeling and interpretation of alternating electromagnetic field in heterogeneous crust and mantle of the Earth] Dissertation of doctor of physics and mathematics. Sverdlovsk. IGF UB RAS, 1994. 320 p.
13. Hachay O.A., Khachay A.Y. O kompleksirovanii seismicheskikh i elektromagnitnich aktivnich metodov dlja kartirovanija i monitoring sostojanija dvumernich neodnorodnostey v N-sloinoj srede [About Integrating Seismic and Electromagnetic Active Methods for Mapping and Monitoring of the State of 2-D Heterogeneous Objects in N-layered Medium]. Vestnik Yuzho-Uralskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya "Kompyuternije tehnologii, upravlenije, radioelektronika" [Bulletin of South Ural State University. Series "Computer technologies, control, radioelectronics"], 2011. No 2(219). P. 49–56.
14. Lurie A.I. Prostranstvennie zadachi teorii uprugosti [Space Problems of Elastic Theory]. Moscow, Publishing by gosudarstvennoe izdatelstvo tehniko-teoreticeskoj literature [State publishing house of technical and theoretical literature], 1956. 435 p.

Поступила в редакцию 20 марта 2013 г.