

ДВУМЕРНАЯ МОДЕЛЬ ФАСЕТОЧНОГО ЗРЕНИЯ

© 2020 Р.С. Федянина, Л.Б. Соколинский

Южно-Уральский государственный университет

(454080 Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, д. 76)

E-mail: raisa.fedianina@susu.ru, leonid.sokolinsky@susu.ru

Поступила в редакцию: 26.10.2020

Одним из современных перспективных направлений исследований в области машинного зрения являются системы визуализации на основе искусственных фасеточных глаз, в основе которых лежат принципы организации зрения насекомых. Такие глаза имеют сложную структуру, основными элементами которой являются зрительные элементы, называемые омматидиями. В данной работе строится математическая модель бинокулярного фасеточного зрения в двумерном пространстве. Модель позволяет описывать задачи навигации робототехнического устройства и детектирования объектов на плоскости. В предложенной модели фасеточный глаз является правильным многоугольником с обзором 360°. Основными параметрами модели являются количество фасеток (омматидиев) в одном глазу, радиус описанной окружности вокруг глаза и расстояние между глазами. Модель предполагает, что области видимости омматидиев одного глаза не пересекаются. В качестве наблюдаемых объектов фигурируют окружности различных диаметров. Выводится формула вычисления номера омматидия, в область видимости которого попадает точка с заданными координатами. Доказывается утверждение о необходимом и достаточном условии попадания заданной окружности в область видимости омматидия с заданным номером. Предлагается алгоритм построения обучающей выборки для искусственной нейронной сети, работающей на основе модели двумерного фасеточного зрения.

Ключевые слова: система визуализации, математическая модель фасеточного зрения, нейронная сеть, генерация обучающей выборки.

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Федянина Р.С., Соколинский Л.Б. Двумерная модель фасеточного зрения // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2020. Т. X, № Y C. Z1–Z2. DOI: 10.14529/cmseXXXXXX.

Введение

Одной из актуальных задач современной робототехники является создание полностью автономных робототехнических устройств с элементами искусственного интеллекта, способных выполнять определенные действия без участия оператора. Важным элементом подобных устройств является система машинного зрения. С ее помощью решаются задачи распознавания различных объектов и интерпретации сцен [1], определения расстояний до объектов, а так же задачи, связанные с ориентацией во внешнем пространстве. Например, задачи одновременной локализации и картографирования [2], задачи обнаружения и отслеживания движущихся объектов [3]. Обязательной частью системы машинного зрения является видеокамера или система видеокамер. В большинстве случаев в системах машинного зрения робототехнических устройств используются сложные видеокамеры с переменным фокусным расстоянием, под определенным углом наклона [4], работающие под управлением удаленного оператора. Задача полной автоматизации управления такими видеокамерами (позиционирование, фокусировка) является трудно решаемой. Поэтому при разработке полностью автономных робототехнических систем все больший интерес вызывают видеокамеры, созданные по образу и подо-

бию фасеточных глаз насекомых, в которых нет движущихся частей, и которые не нужно фокусировать и позиционировать. Помимо этого, фасеточные глаза насекомых обладают целым рядом преимуществ. Они имеют большое угловое поле зрения (вплоть до 360°) [5] и низкую аберрацию [6]. Высокая контрастность и малая инерционность рецепторов фасеточных глаз обеспечивают способность различать быстро движущиеся объекты. Таким образом, скорость зрения некоторых насекомых достигает 250 – 300 кадров в секунду [7]. Фасеточные глаза обладают высокой чувствительностью. Они способны воспринимать свет в диапазоне от 300 – 700 нм, в том числе ультрафиолетовую часть спектра [8]. Также, фасеточные глаза характеризуются большой глубиной изображаемого пространства, чувствительностью к поляризации света, стереоскопичностью и способностью к цветовому восприятию [5, 7]. Несмотря на миниатюрные размеры, перечисленные выше особенности фасеточного зрения, позволяют насекомым с высокой эффективностью решать задачи навигации, идентификации цели, ее преследования и захвата. В [9] описывается способность краба-скрипача определять расстояние между объектами. В [10] исследуется способность стрекоз и хищных мух идентифицировать и преследовать быстро двигающуюся жертву. Проведенные эксперименты показывают, что время реакции стрекозы на изменение места положения жертвы составляет не более 25 мс.

На сегодняшний день, достигнуты определенные успехи в создании оптико-электронных систем аналогов фасеточных глаз насекомых на основе микролинзовых матриц, размещенных на сферических поверхностях [11]. Размеры создаваемых устройств, не превышают нескольких мм, а их масса нескольких сотен миллиграмм [5]. Количество микролинз искусственного фасеточного глаза достигает 4400 шт. [12]. Все это определяет перспективность применения искусственных фасеточных глаз в автономных робототехнических устройствах. В соответствие с вышесказанным актуальной является задача разработки нейросетевых моделей на основе фасеточных глаз насекомых. Цель данной статьи – построить математическую модель двумерного фасеточного зрения (на плоскости) и создание на ее основе множества прецедентов для обучения искусственной нейронной сети, способной определять азимут и расстояние до наблюдаемого объекта.

Статья имеет следующую структуру. В разделе 1 дано описание строения фасеточных глаз насекомых, перечислены их основные типы. В разделе 2 приводится краткий обзор систем визуализации на основе искусственных фасеточных глаз. Раздел 3 посвящен описанию математической модели двумерного фасеточного зрения; приведены формулы для расчета номеров омматидиев, в область видимости которых попадает наблюдаемый объект. В разделе 4 описан алгоритм порождения прецедентов обучающей выборки для нейронных сетей, обрабатывающих сигналы, поступающие из системы двумерного фасеточного зрения. В заключении суммируются полученные результаты и намечаются направления дальнейших исследований.

1. Строение фасеточных глаз

Фасеточные глаза представляют собой основной парный орган зрения насекомых, ракообразных и некоторых других беспозвоночных. Они состоят из отдельных структурных единиц – омматидиев. Каждый омматидий является автономным приемником

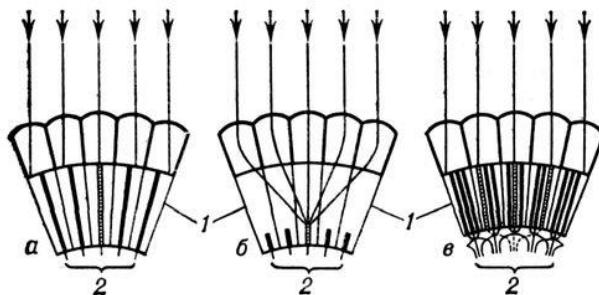


Рис. 1. Схема возникновения сетчаточного изображения в аппозиционном (а), оптико- (б) и нейросуперпозиционном (в) глазу. 1 - диоптрический аппарат омматидия; 2 - зрительные клетки с замкнутым (а и б) или открытым (в) рабдомом. Заштрихованы рабдомеры, на которые попадают параллельно идущие лучи света (показаны стрелками) [13].

светового излучения. У разных насекомых число омматидиев различно, их число варьируется от нескольких единиц до 30 тысяч [7, 13]. Светопреломляющий аппарат омматидия состоит из роговичной линзы и кристаллического конуса. С внешней стороны роговица омматидия имеет вид выпуклой шестигранной фасетки. Каждый омматидий и соответствующая ему фасетка ведут себя как единый оптический блок, и чем больше таких единиц вписывается в данную область, тем выше разрешающая способность глаза. Светочувствительный аппарат омматидия состоит из ретинальных (зрительных) клеток с четко выраженным аксонами, связывающими их с оптическим центром мозга насекомого. Внутри каждой ретинальной клетки на стороне, обращенной внутрь омматидия, расположен рабдомер – особое образование из множества (до 75 – 100 тыс.) микроскопических трубочек-ворсинок, в мемbrane которых содержится зрительный пигмент. Совокупность рабдомеров всех зрительных клеток называется рабдом [13].

Различают три морфологических типа фасеточных глаз [13, 14]: аппозиционный, оптикосуперпозиционный и нейросуперпозиционный (см. рис. 1). Аппозиционные глаза приспособлены для работы при избытке света, поэтому они свойственны большинству насекомых активных в дневное время. Отличительной особенностью глаз данного типа является удлиненный рабдом и постоянная пигментная изоляция смежных омматидиев. Каждый омматидий передает только небольшую часть поля зрения, а конечное изображение всего поля обзора представляет собой совокупность смежных полей зрения всех омматидиев. В оптикосуперпозиционных глазах, при недостаточном освещении, гранулы пигмента могут «оседать» на дне омматидия, обеспечивая, таким образом, возможность проникновения в один и тот же омматидий лучей, прошедших через группу смежных фасеток. Оптикосуперпозиционные глаза встречаются, как правило, у насекомых, ведущих ночной образ жизни. Третий морфологический тип фасеточных глаз – нейросуперпозиционные глаза. У данного типа глаз отсутствует способность к суперпозиции лучей на сетчатке, как у оптикосуперпозиционных глаз, но имеет место суперпозиция сигналов, исходящих от зрительных клеток разных омматидиев, что обеспечивает им повышенную светосилу по сравнению с аппозиционными глазами. Такой тип глаза встречается у мух. Для построения автономных систем машинного зрения наибольший интерес представляет аппозиционный фасеточный глаз в силу его простоты. Везде далее рассматриваются фасеточные глаза именно такого типа.

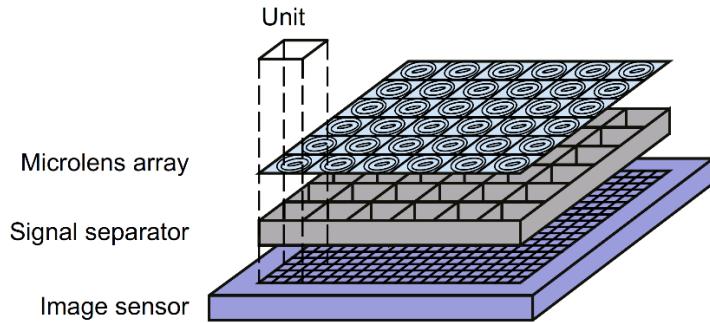


Рис. 2. Структуру системы визуализации ТОМВО [16].

2. Искусственные фасеточные глаза

В данном разделе дается обзор современных систем визуализации на основе искусственных фасеточных глаз. В зависимости от типа используемого датчика изображения и формы матрицы микролинз, выделяются следующие три основных класса таких устройств [15]:

- 1) устройства на основе плоского датчика изображения и плоской матрицы микролинз;
- 2) устройства на основе плоского датчика изображения и изогнутой матрицы микролинз;
- 3) устройства на основе изогнутого датчика изображения и изогнутой матрицы микролинз.

Рассмотрим каждый класс более подробно.

Устройства на основе плоского датчика изображения и плоской матрицы микролинз состоят из трех компонент: матрица микролинз (*microlens array*), промежуточный слой (*signal separator*) и датчик изображения (*image sensor*), представленных на Рис. 2, иллюстрирующем структуру системы визуализации ТОМВО [16]. Особенностью системы ТОМВО является то, что одна микролинза собирает оптические сигналы к блоку светочувствительных ячеек на датчике изображения. Соседние блоки разделены разделителем сигналов (*signal separator*) для предотвращения оптических перекрестных помех. Количество блоков формирования изображения системы, их размеры, а также тип и количество светочувствительных элементов может варьироваться, в зависимости от нужд пользователя. В качестве недостатка системы ТОМВО можно отметить то, что эта система позволяет получить четкое изображение только на определенном расстоянии до цели. Это объясняется плоской регулярной структурой матрицы микролинз. Такая матрица также характеризуется узким полем зрения. На основе архитектуры системы визуализации ТОМВО было построено несколько более совершенных систем с улучшенными характеристиками [17–20].

Появление следующего класса устройств на основе плоского датчика изображения и изогнутой матрицы микролинз обусловлено развитием технологий изготовления оптики. Типичным примером системы визуализации этого класса является система SCECam [12]. Изогнутый характер матрицы микролинз позволяет увеличить поле зрения системы визуализации. Однако при этом возникает проблема сопряжения изогнутой матрицы микролинз с плоским датчиком изображения. Для решения этой проблемы было предложено несколько подходов. В работе [12] предложена промежуточная

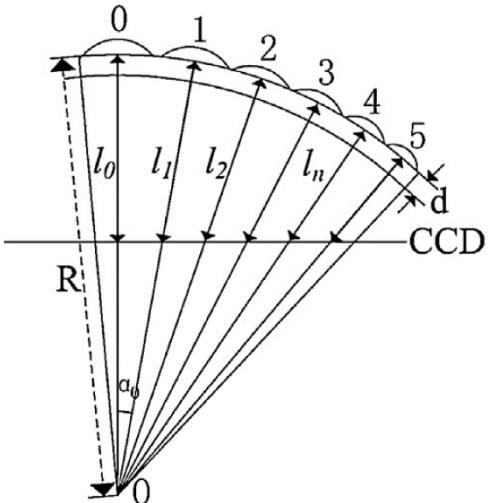


Рис. 3. Сопряжение изогнутой матрицы микролинз переменного диаметра с плоским датчиком изображения [21].

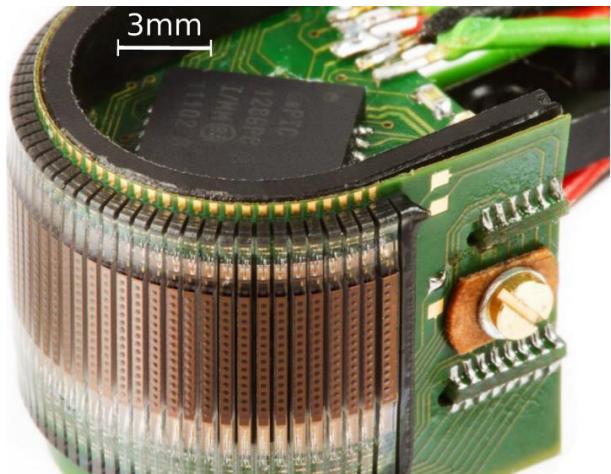


Рис. 4. Искусственный фасеточный глаз CurvACE [22]

оптическая система, отображающая сигналы, поступающие от изогнутой матрицы микролинз на плоский датчик. В [21] предложен подход базирующийся на использовании матрицы, состоящей из микролинз различных размеров. При данном подходе, по мере удаления микролинзы от центра матрицы ее диаметр уменьшается, что приводит к уменьшению фокусного расстояния (см. рис. 3). В этом случае отпадает необходимость использования промежуточной оптической системы.

Следующий этап в развитии систем визуализации на основе искусственных фасеточных глаз связан с созданием *устройств на основе изогнутого датчика изображения*. Представителем данного класса является система CurvACE [22], которая состоит из трех технологических слоев: матрица микролинз, матрица фотодетекторов и тонкая изогнутая печатная плата (рис. 4). Матрицы микролинз и фотодетекторов формируются из микрокомпонентов, количество которых соответствует количеству омматидиев. Данная конструкция характеризуется небольшими размерами, низким энергопотреблением, широким полем обзора и высокой чувствительностью.

Обзор показывает, что прогресс, достигнутый в разработке искусственных фасеточных глаз, позволяет уже сегодня создавать компактные устройства машинного зрения, применимые на практике.

3. Модель двумерного фасеточного зрения

С неформальной точки зрения плоскостная система искусственного фасеточного зрения включает в себя два одинаковых фасеточных глаза, неподвижно закрепленных на жестком горизонтальном стержне, к середине которого перпендикулярно крепится другой вертикальный стержень, задающий направление «вперед» (см. рис. 4). Центр горизонтального стержня называется центром системы фасеточного зрения. Горизонтальный и вертикальный стержни вместе с центром системы фасеточного зрения определяют оси декартовой системы координат, используемой для описания модели фасеточного зрения.

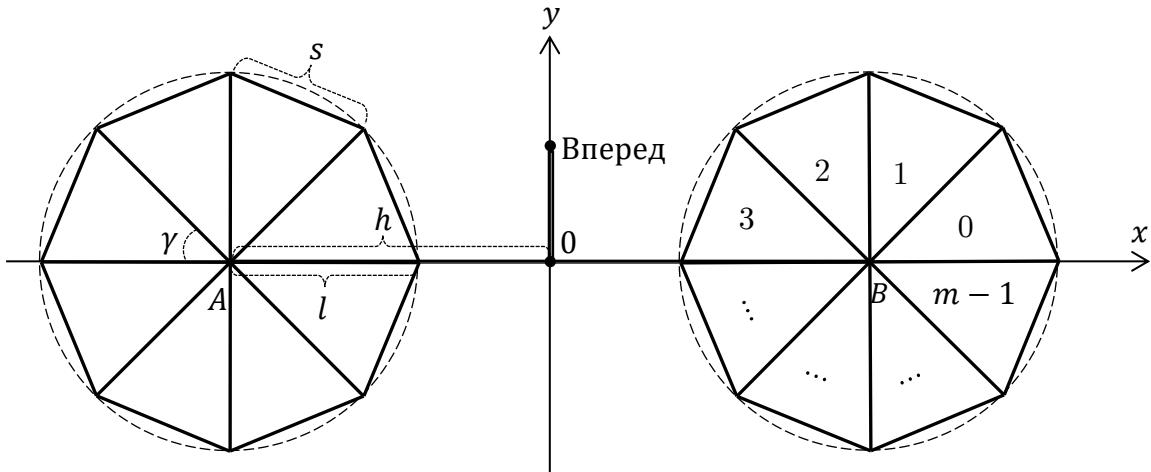


Рис. 5. Система плоскостного фасеточного зрения.

В декартовой системе координат на плоскости фасеточные глаза представляют собой правильные многоугольники, вписанные в окружности радиуса $l > 0$, с центрами в точках $A = (-h, 0)$ и $B = (h, 0)$ соответственно, где h – некоторое положительное число, являющееся параметром модели. Предполагается, что

$$h > l. \quad (1)$$

Каждый многоугольник имеет m граней, где $m > 3$ – целое положительное число, также являющееся параметром модели. Таким образом, многоугольник делится на m конгруэнтных треугольников, каждый из которых является моделью омматидия. Внутренний угол омматидия вычисляется по формуле

$$\gamma = \frac{2\pi}{m}. \quad (2)$$

Внешняя грань омматидия, соответственно, имеет длину

$$s = 2r \sin\left(\frac{\pi}{m}\right). \quad (3)$$

Будем предполагать, что направление «вперед» соответствует положительному направлению оси ординат. Будем также предполагать, что ось абсцисс совпадает с границей между двумя омматидиями.

Построим математическую модель проекции внешнего мира на растр зрительных клеток. Рассмотрим сначала простейший случай, когда видимый объект представляет собой точку с координатами (x, y) в контексте рис. 5. Введем полярную систему координат относительно центра правого глаза и углом, откладываемым от оси абсцисс. Определим функции $\Phi_A: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ и $\Phi_B: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ следующим образом:

$$\Phi_A(x, y) = \begin{cases} \arcsin\left(\frac{y}{r}\right) & y \geq 0 \wedge x + h \geq 0; \\ \pi - \arcsin\left(\frac{y}{r}\right) & y \geq 0 \wedge x + h < 0; \\ \pi + \arcsin\left(\frac{|y|}{r}\right) & y < 0 \wedge x + h < 0; \\ 2\pi - \arcsin\left(\frac{|y|}{r}\right) & y < 0 \wedge x + h \geq 0; \end{cases} \quad (4)$$

$$\Phi_B(x, y) = \begin{cases} \arcsin\left(\frac{y}{r}\right) & y \geq 0 \wedge x - h \geq 0; \\ \pi - \arcsin\left(\frac{y}{r}\right) & y \geq 0 \wedge x - h < 0; \\ \pi + \arcsin\left(\frac{|y|}{r}\right) & y < 0 \wedge x - h < 0; \\ 2\pi - \arcsin\left(\frac{|y|}{r}\right) & y < 0 \wedge x - h \geq 0. \end{cases} \quad (5)$$

Тогда полярные координаты (r, φ) точки с координатами (x, y) для левого (с центром в точке A) и правого глаза (с центром в точке B) могут быть вычислены соответственно по следующим формулам:

$$r_A = \sqrt{(x + h)^2 + y^2}; \quad (6)$$

$$r_B = \sqrt{(x - h)^2 + y^2}; \quad (7)$$

$$\varphi_A = \Phi_A(x, y); \quad (8)$$

$$\varphi_B = \Phi_B(x, y). \quad (9)$$

Далее будем рассматривать модель только одного глаза, используя полярную систему координат относительно его центра с углом, откладываемым от оси абсцисс. Пронумеруем все омматидии числами от 0 до $m - 1$ против часовой стрелки, как это показано на рис. 5 для глаза с центром в точке B . *Областью видимости омматидия* будем называть угол с вершиной в центре фасеточного глаза, границы которого совпадают с радиальными границами омматидия (см. рис. 6). Будем предполагать, что любая точка на границе между двумя омматидиями будет попадать в область видимости только омматидия с большим номером. Таким образом, мы предполагаем, что области видимости омматидиев одного глаза не пересекаются. Следующее утверждение позволяет определить омматидий, который «видит» точку с заданными координатами.

Утверждение 1. Пусть задана плоскостная модель фасеточного глаза с радиусом $l \in \mathbb{R}$ и количеством омматидиев $m \in \mathbb{N}$. Пусть омматидии пронумерованы числами от 0 до $m - 1$ против часовой стрелки, как это показано на рис. 6. Введем полярные координаты относительно центра фасеточного глаза с углом, откладываемым от правой

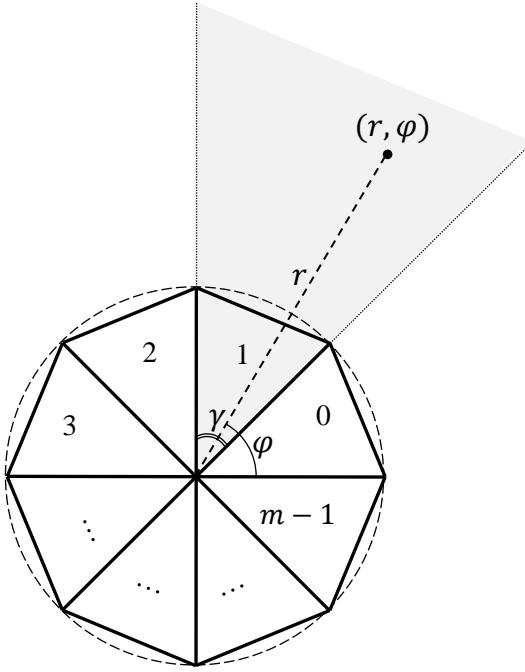


Рис. 6. Область видимости омматида 1.

(по часовой стрелке) грани нулевого омматида. Тогда, номер омматида $k \in \{0, 1, \dots, m - 1\}$, в область видимости которого попадает точка с полярными координатами (r, φ) , определяется по формуле

$$k = \left\lfloor \frac{m}{2\pi} \varphi \right\rfloor. \quad (10)$$

Доказательство. Пусть k – номер омматида, в область видимости которого попадает точка с полярными координатами (r, φ) . Тогда, с учетом формулы (2), угол φ , определяющий область видимости k -того омматида, в полярных координатах задается системой неравенств

$$\begin{cases} \varphi \geq \frac{2\pi}{m} k; \\ \varphi < \frac{2\pi}{m} (k + 1). \end{cases} \quad (11)$$

Перепишем эту систему в виде

$$\begin{cases} k \leq \frac{m}{2\pi} \varphi; \\ k > \frac{m}{2\pi} \varphi - 1. \end{cases} \quad (12)$$

Тогда, по определению наибольшего целого числа, не превышающего $\frac{m}{2\pi} \varphi$, из (12) по-

лучаем $k = \left\lfloor \frac{m}{2\pi} \varphi \right\rfloor$. Утверждение доказано.

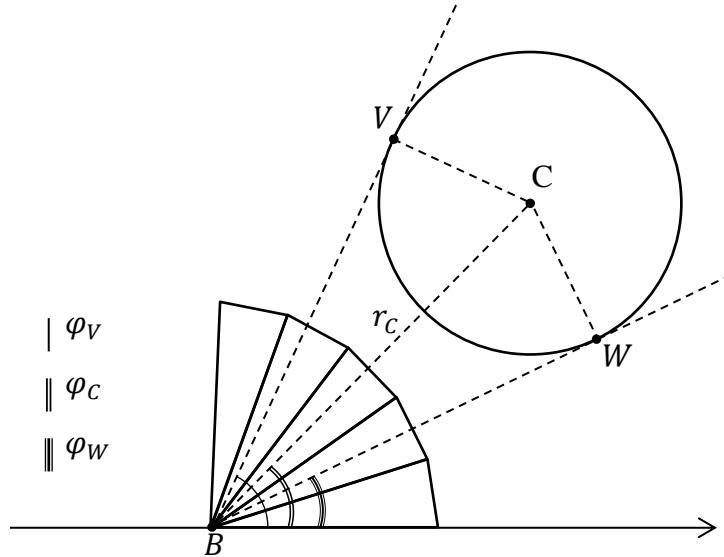


Рис. 7. Видимость объекта.

Теперь рассмотрим в качестве видимого объекта плоскостной системы фасеточного зрения окружность радиуса g и центром в точке $C(x, y)$ в контексте рис. 5. Введем полярную систему координат относительно центра правого глаза и оси абсцисс. Тогда полярные координаты (r, φ) точки с координатами (x, y) для правого и левого глаз могут быть вычислены по формуле (8). Расстояние от центра соответствующего глаза до объекта $r - g$. Следующее утверждение позволяет определить омматидии, которые «видят» окружность с заданными радиусом и координатами центра.

Утверждение 2. Пусть выполняются условия утверждения 1. Тогда справедливо следующее утверждение: окружность с центром в точке $C = (r_C, \varphi_C)$ и радиусом g попадает в область видимости омматидия с номером k в том, и только в том случае, когда

$$\left| \frac{m}{2\pi} \left(\varphi_C - \arcsin \left(\frac{g}{r_C} \right) \right) \right| \leq k \leq \left| \frac{m}{2\pi} \left(\varphi_C + \arcsin \left(\frac{g}{r_C} \right) \right) \right|. \quad (13)$$

Доказательство. Проведем касательные к окружности, проходящие через центр фасеточного глаза B (совпадает с центром полярной системы координат). Пусть указанные касательные касаются окружности в точках $V = (r_V, \varphi_V)$ и $W = (r_W, \varphi_W)$, как это показано на рис. 7. Тогда

$$\varphi_V = \varphi_C + \arcsin \frac{g}{r_C}, \quad (14)$$

$$\varphi_W = \varphi_C - \arcsin \frac{g}{r_C}. \quad (15)$$

Отсюда утверждению 1 имеем

$$\left| \frac{m}{2\pi} \left(\varphi_C - \arccos \left(\frac{g}{r_C} \right) \right) \right| \leq k \leq \left| \frac{m}{2\pi} \left(\varphi_C + \arccos \left(\frac{g}{r_C} \right) \right) \right|,$$

что и требовалось доказать. Утверждение доказано.

4. Алгоритм порождения прецедентов

В данном разделе описывается алгоритм построения обучающей выборки для искусственной нейронной сети, работающей на основе модели двумерного фасеточного зрения. В качестве наблюдаемых объектов фигурируют круги различного радиуса, расположенные перед фасеточными глазами на различных расстояниях и под различными углами. Для генерации прецедентов используются углы от 0 до π , откладываемые против часовой стрелки между положительной полуосью (O, X) и вектором, соединяющим центр системы фасеточного зрения (рис. 5) с центром наблюдаемого круга.

Алгоритм построения обучающей выборки использует следующие параметры модели фасеточного зрения:

- m – количество омматидиев в каждом глазу;
- h – половина расстояния между фасеточными глазами;
- l – радиус описанной вокруг фасеточного глаза окружности.

Для генерации образцов алгоритм построения обучающей выборки использует следующие параметры:

- n – количество генерируемых образцов;
- g_{\min} – минимальный радиус наблюдаемого круга;
- g_{\max} – максимальный радиус наблюдаемого круга;
- r_{\min} – минимальное расстояние от центра системы фасеточного зрения до центра наблюдаемого круга;
- r_{\max} – максимальное расстояние от центра системы фасеточного зрения до центра наблюдаемого круга;
- φ_{\min} – минимальный азимут наблюдаемого круга;
- φ_{\max} – максимальный азимут наблюдаемого круга.

При генерации образцов алгоритм отбирает прецеденты, удовлетворяющие следующим условиям:

- (1) круг видим каждым глазом полностью (не перекрывается другим глазом);
- (2) круг не пересекается с областью обоих глаз;
- (3) никакая часть наблюдаемого круга не попадает в отрицательную область оси ординат;
- (4) круг видим для обоих глаз (количество омматидиев, в область видимости которых попадает образец, для каждого глаза больше единицы).

Свойство (4) проверяется непосредственно. Необходимое и достаточное условие для выполнения свойств (1) – (3) определяется следующим утверждением.

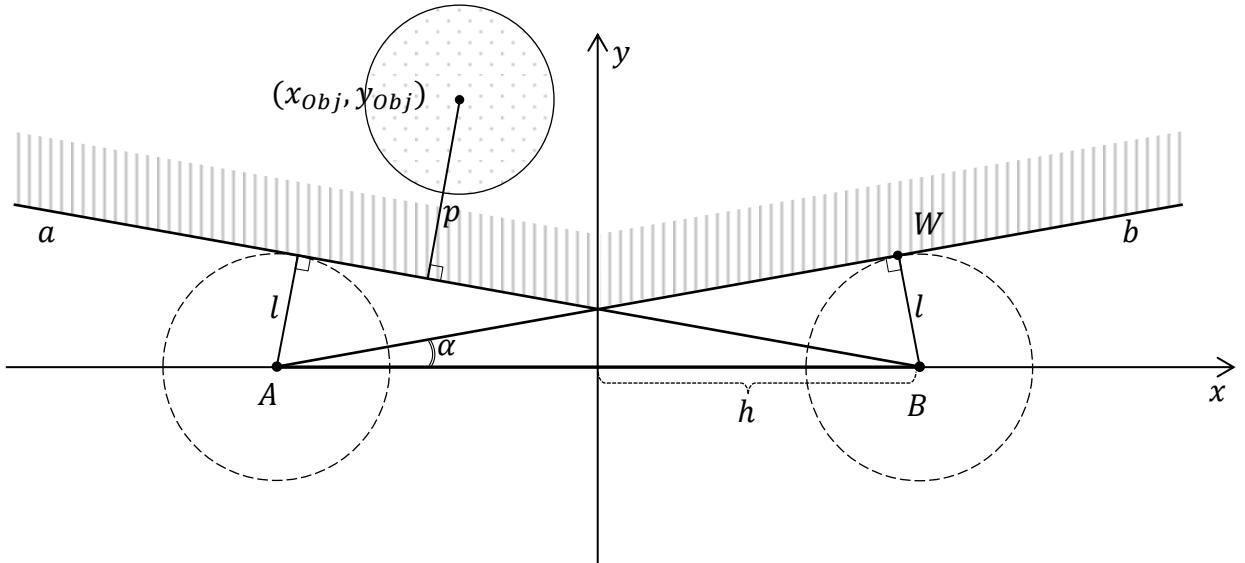


Рис. 8. Объект в плоскостной системе фасеточного зрения.

Утверждение 3. Пусть задана система фасеточного зрения в декартовой системе координат (см. рис. 5) со следующими параметрами:

h — половина расстояния между фасеточными глазами;

l — радиус описанной окружности фасеточного глаза.

Для наблюдаемого круга S с центром в точке (x_{Obj}, y_{Obj}) и радиусом g_{Obj} условия (1) – (3) выполняются тогда и только тогда, когда точка (x_{Obj}, y_{Obj}) является допустимой для следующей системы неравенств:

$$\begin{cases} \sqrt{4h^2 - l^2}y_{Obj} + lx_{Obj} > lh; \\ \sqrt{4h^2 - l^2}y_{Obj} - lx_{Obj} > lh; \\ \left| -lx_{Obj} - \sqrt{4h^2 - l^2}y_{Obj} + lh \right| > 2hg_{Obj}; \\ \left| lx_{Obj} - \sqrt{4h^2 - l^2}y_{Obj} + lh \right| > 2hg_{Obj}. \end{cases} \quad (16)$$

Доказательство. Сначала докажем необходимость первых двух неравенств в системе (16). Доказательство выполним с помощью геометрических построений. Проведем касательную a к описанной окружности левого глаза через центр правого глаза $(h, 0)$ так, чтобы она пересекла положительную полуось ординат, и проведем касательную b к описанной окружности правого глаза через центр левого глаза $(-h, 0)$ так, чтобы она также пересекла положительную полуось ординат (см. рис. 8). Очевидно, что свойства (1) – (3) выполняются в том и только в том случае, когда видимый круг целиком находится выше обеих касательных в области, обозначенной вертикальной штриховкой.

Пусть прямая b касается описанной окружности правого глаза в точке W . Обозначим через α угол, образованный лучами $[A, W]$ и $[A, B]$. Тогда уравнения прямых a и b могут быть записаны в виде

$$y = -\operatorname{tg}(\alpha) \cdot (x - h) \quad (17)$$

и

$$y = \operatorname{tg}(\alpha) \cdot (x + h) \quad (18)$$

соответственно. Имеем

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{l}{\|W - A\|}. \quad (19)$$

Учитывая, что $\|W - A\| = \sqrt{4h^2 - l^2}$, из (19) получаем

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{l}{\sqrt{4h^2 - l^2}}. \quad (20)$$

Учитывая (1), видим, что подкоренное выражение в (20) принимает значение больше нуля. Подставив правую часть уравнения (20) в (17) и (18) получаем следующие уравнения прямых a и b :

$$y = -\frac{l}{\sqrt{4h^2 - l^2}} \frac{x - h}{x + h} \quad (21)$$

и

$$y = \frac{l}{\sqrt{4h^2 - l^2}} \frac{x + h}{x - h}. \quad (22)$$

Перепишем их в виде

$$\sqrt{4h^2 - l^2}y + lx = lh \quad (23)$$

и

$$\sqrt{4h^2 - l^2}y - lx = lh. \quad (24)$$

Таким образом, для того, чтобы точка лежала в заштрихованной области, не касаясь прямых a и b , необходимо, чтобы она удовлетворяла следующей системе неравенств:

$$\begin{cases} \sqrt{4h^2 - l^2}y + lx > lh; \\ \sqrt{4h^2 - l^2}y - lx > lh. \end{cases} \quad (25)$$

Правильность расстановки знаков неравенств легко проверяется путем подстановки координат точки $(0,0)$, не входящей в заштрихованную область. Очевидно, что центр (x_{Obj}, y_{Obj}) круга должен удовлетворять (25). Отсюда получаем первые два неравенства в (16).

Теперь докажем необходимость третьего и четвертого неравенств в системе (16). Расстояние p от центра (x_{Obj}, y_{Obj}) наблюдаемого круга до прямой a вычисляется по формуле

$$p = \frac{|-lx_{Obj} - \sqrt{4h^2 - l^2}y_{Obj} + lh|}{2h} \quad (26)$$

Для того, чтобы наблюдаемый круг S радиуса g_{Obj} с центром в точке (x_{Obj}, y_{Obj}) не имел общих точек с прямой a , необходимо, чтобы выполнялось условие $p > g_{Obj}$, то есть

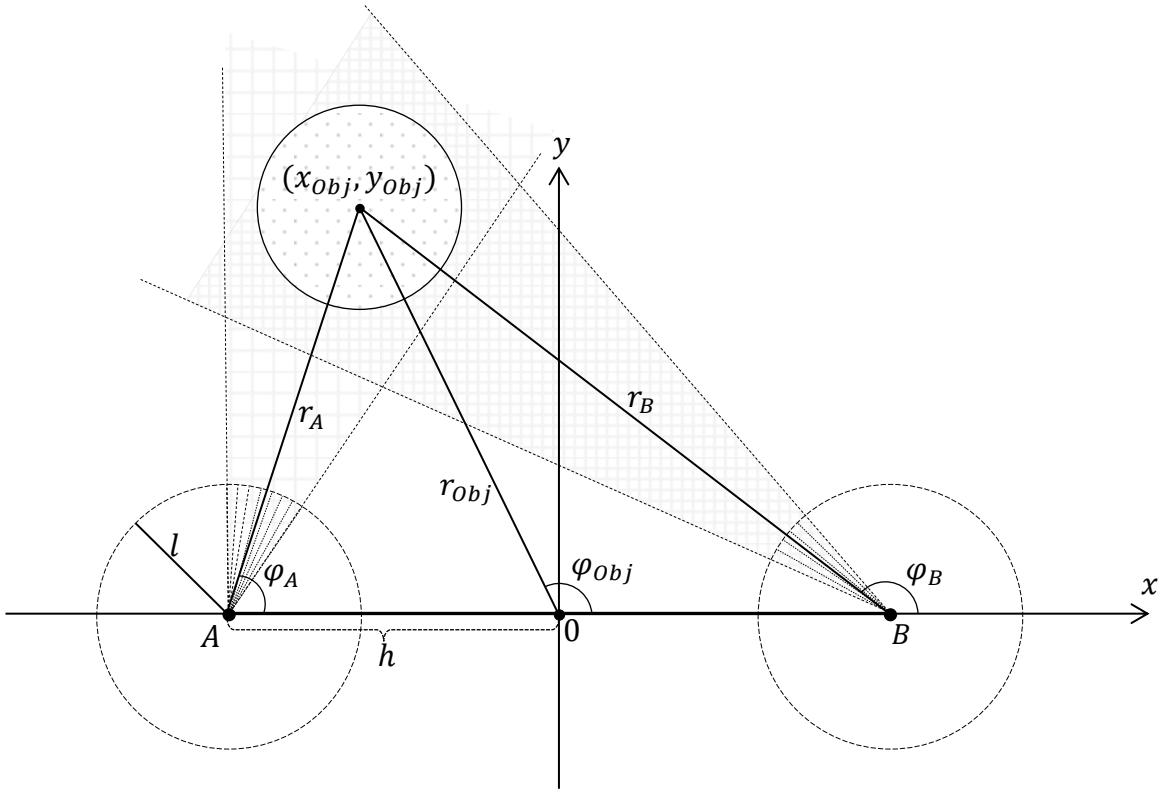


Рис. 9. Определение положения наблюдаемого объекта в плоскостной системе фасеточного зрения.

$$\left| -lx_{Obj} - \sqrt{4h^2 - l^2}y_{Obj} + lh \right| > 2hg_{Obj}. \quad (27)$$

Аналогичным образом получаем необходимое условие для того, чтобы наблюдаемый круг S радиуса g_{Obj} с центром в точке (x_{Obj}, y_{Obj}) не имел общих точек с прямой b :

$$\left| lx_{Obj} - \sqrt{4h^2 - l^2}y_{Obj} + lh \right| > 2hg_{Obj}. \quad (28)$$

Таким образом, получаем все неравенства системы (16) как необходимые условия выполнения свойств (1) – (3). Достаточность этих условий очевидна. Утверждение доказано.

Процедура генерации обучающей выборки представлена в виде алгоритма 1. Каждый прецедент генерируемой выборки представляет собой четверку (β_A, β_B, d, a) . Параметры β_A и β_B представляют собой битовые шкалы, кодирующие визуальные сигналы, поступающие на омматидии левого и правого глаз соответственно. Указанные битовые шкалы подаются на вход нейронной сети. Длина каждой шкалы равна m (количеству омматидиев в одном глазу). Каждый бит описывает состояние соответствующего омматидия фасеточного глаза: единица, если в поле зрения омматидия попадает какая-либо часть наблюдаемого круга; ноль в противном случае. Параметры d и a определяют истинное положение наблюдаемого круга в соответствии со следующими формулами:

$$d = \tanh\left(\lambda \frac{r_{Obj}}{h}\right); \quad (29)$$

$$a = \frac{1}{1 + e^{-\gamma \frac{\pi}{2} - \varphi_{Obj}}}. \quad (30)$$

Здесь $\lambda, \gamma \in (0; 1]$ – параметры алгоритма. Значения r_{Obj} и φ_{Obj} могут быть восстановлены из d и a следующим образом:

$$r_{Obj} = \frac{h}{\lambda} \operatorname{artanh}(d); \quad (31)$$

$$\varphi_{Obj} = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{\gamma} \ln \frac{1-a}{a}. \quad (32)$$

Рассмотрим более подробно шаги алгоритма. На каждой итерации алгоритма генерируется один прецедент обучающей выборки. На шаге 1 вводятся параметры алгоритма:

- m – количество омматидиев в каждом глазу;
- h – половина расстояния между фасеточными глазами;
- l – радиус описанной вокруг фасеточного глаза окружности;
- n – количество генерируемых образцов;
- g_{\min} – минимальный радиус наблюдаемого круга;
- g_{\max} – максимальный радиус наблюдаемого круга;
- r_{\min} – минимальное расстояние от центра системы фасеточного зрения до центра наблюдаемого круга;
- r_{\max} – максимальное расстояние от центра системы фасеточного зрения до центра наблюдаемого круга;
- φ_{\min} – минимальный азимут наблюдаемого круга;
- φ_{\max} – максимальный азимут наблюдаемого круга.

На шаге 2 счетчику прецедентов i присваивается значение ноль. На шаге 3 множество прецедентов \mathcal{M} первоначально определяется как пустое. Шаг 4 начинает итерационный цикл. На этом шаге, используя генератор случайных чисел, формируется тройка чисел $r_{Obj}, \varphi_{Obj}, g_{Obj}$, определяющая наблюдаемый круг с радиусом g_{Obj} , центр которого расположен на расстоянии r_{Obj} от центра системы фасеточного зрения и азимутом φ_{Obj} (см. рис. 9). На шаге 5 вычисляются декартовы координаты (x_{Obj}, y_{Obj}) центра наблюдаемого круга. Далее, на шаге 6, в соответствии с утверждением 3 проверяется допустимость сгенерированного наблюдаемого круга. При этом используется функция *valid*, проверяющая, что центр круга (x_{Obj}, y_{Obj}) с радиусом g_{Obj} удовлетворяет системе неравенств (16). Если сгенерированный наблюдаемый круг не является допустимым, происходит переход на шаг 4 для повторной генерации прецедента. На шагах 7, 8 по формулам (6)–(9) вычисляются полярные координаты (r_A, φ_A) и (r_B, φ_B) центра наблюдаемого круга относительно левого и правого глаз системы фасеточного зрения соответственно.

На шаге 9, в соответствии с утверждением 2, определяются первый и последний номера омматидиев левого глаза, в область видимости которых попадает наблюдаемый круг.

Алгоритм 1. Генерация обучающей выборки \mathcal{M}

```

1: input  $h, l, m, n, r_{min}, r_{max}, \varphi_{min}, \varphi_{max}, g_{min}, g_{max}$ 
2:  $i := 0$ 
3:  $\mathcal{M} := \emptyset$ 
4:  $r_{obj} := rnd(r_{min}, r_{max}); \varphi_{obj} := rnd(\varphi_{min}, \varphi_{max}); g_{obj} := rnd(g_{min}, g_{max})$ 
5:  $x_{obj} := r_{obj} \cos(\varphi_{obj}); y_{obj} := r_{obj} \sin(\varphi_{obj})$ 
6: if not valid( $x_{obj}, y_{obj}, g_{obj}$ ) goto 4
7:  $r_A := \sqrt{(x_{obj} + h)^2 + y_{obj}^2}; \varphi_A := \Phi_A(x_{obj}, y_{obj})$ 
8:  $r_B := \sqrt{(x_{obj} - h)^2 + y_{obj}^2}; \varphi_B := \Phi_B(x_{obj}, y_{obj})$ 
9:  $L_A := \left\lfloor \frac{m}{2\pi} \left( \varphi_A - \arcsin \left( \frac{g_{obj}}{r_A} \right) \right) \right\rfloor; R_A := \left\lfloor \frac{m}{2\pi} \left( \varphi_A + \arcsin \left( \frac{g_{obj}}{r_A} \right) \right) \right\rfloor$ 
10: if  $L_A = R_A$  goto 4
11: for  $j \in [L_A, R_A]$  do  $\beta_A[j] := 1$ 
12: for  $j \notin [L_A, R_A]$  do  $\beta_A[j] := 0$ 
13:  $L_B := \left\lfloor \frac{m}{2\pi} \left( \varphi_B - \arcsin \left( \frac{g_{obj}}{r_B} \right) \right) \right\rfloor; R_B := \left\lfloor \frac{m}{2\pi} \left( \varphi_B + \arcsin \left( \frac{g_{obj}}{r_B} \right) \right) \right\rfloor$ 
14: for  $j \in [L_B, R_B]$  do  $\beta_B[j] := 1$ 
15: for  $j \notin [L_B, R_B]$  do  $\beta_B[j] := 0$ 
16:  $d = \tanh \left( \lambda \frac{r_{obj}}{h} \right)$ 
17:  $a = \frac{1}{1+e^{-\gamma(\frac{\pi}{2}-\varphi_{obj})}}$ 
18:  $\mathcal{M} := \mathcal{M} \cup \{(\beta_A, \beta_B, r_{obj}, \varphi_{obj})\}$ 
19:  $i := i + 1$ 
20: if  $i \leq n$  goto 4
21: stop

```

На шаге 10 проверяется, является ли наблюдаемый круг допустимым в соответствии с условием (4). На шагах 11 и 12 формируется битовая шкала β_A для левого глаза. На шагах 13–15 формируется битовая шкала β_B для правого глаза. На шагах 16 и 17 вычисляются параметры d и a , определяющие истинное положение наблюдаемого круга. На шаге 18, полученный прецедент вида (β_A, β_B, d, a) помещается в множество прецедентов обучающей выборки. На шаге 19 счетчик прецедентов увеличивается на единицу. На шаге 20 оценивается количество генерированных образцов: если количество прецедентов в обучающей выборке меньше n , итерационный процесс продолжается с шага 4, в противном случае итерационный процесс останавливается.

Заключение

В статье рассмотрены три типа фасеточных глаз насекомых: аппозиционные, оптикосуперпозиционные и нейросуперпозиционные. В качестве биологического прототипа для построения математической модели был выбран аппозиционный фасеточный глаз, поскольку, в силу своих анатомических особенностей, данный тип является наиболее простым с точки зрения технической реализации. В работе приведена классификация и краткий обзор искусственных фасеточных глаз, которые, в настоящее время, могут успешно применяться для создания автономных робототехнических устройств различного назначения. В рамках данного исследования построена математическая модель бинокулярного фасеточного зрения в двумерном пространстве. Предложенная модель позволяет формулировать задачи навигации и детектирования объекта для систем визуализации фасеточного типа на плоскости. В рамках предложенной модели выведены формулы для расчета координат наблюдаемого объекта, формула вычисления номера омматидия, в область видимости которого попадает окружность с заданными координатами или ее часть. Доказано утверждение о необходимом и достаточном условии попадания заданной окружности в область видимости омматидия с заданным номером. На основе модели двумерного фасеточного зрения сформулирован алгоритм порождения прецедентов обучающей выборки для искусственной нейронной сети.

В рамках дальнейших исследований мы планируем:

- 1) на основе представленной модели создать искусственную нейронную сеть, способную на плоскости определять азимут и расстояние до наблюдаемого объекта;
- 2) обобщить предложенную модель на трехмерный случай.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-07-00092-а, Правительства РФ в соответствии с Постановлением №211 от 16.03.2013 г. (соглашение № 02.A03.21.0011) и Министерства образования и науки РФ (государственное задание FENU-2020-0022).

Литература

1. Pérez L., Rodríguez Í., Rodríguez N., et al. Robot guidance using machine vision techniques in industrial environments: A comparative review // Sensors, 2016. Vol. 16, no. 3., 335. DOI: 10.3390/s16030335.
2. Azim A., Aycard O. Detection, classification and tracking of moving objects in a 3D environment // IEEE Intelligent Vehicles Symposium, Proceedings. 2012. P. 802–807. DOI: 10.1109/IVS.2012.6232303.
3. Llamazares Á., Molinos E.J., Ocaña M. Detection and Tracking of Moving Obstacles (DATMO): A Review // Robotica. Cambridge University Press, 2020. Vol. 38, no. 5. P. 761–774. DOI: 10.1017/S0263574719001024.
4. Sitte J., Winzer P. Methodic design of robot vision systems // Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, ICMA 2007. 2007. P. 1758–1763. DOI: 10.1109/ICMA.2007.4303816.

5. Соломатин В. Фасеточное зрение: перспективы в оптико-электронных системах // Фототоника. 2009. Vol. 1. P. 22–26.
6. Encyclopedia of Insects. Academic Press, 2003, 1295 p.
7. Захваткин Ю.А. Курс общей энтомологии. М: Колос, 2001. 376 с.
8. Тышченко В.П. Физиология насекомых: учеб. пособие для студентов ун-тов, обучающихся по спец. «Биология». 1986. 303 с.
9. Hemmi J.M., Zeil J. Robust judgement of inter-object distance by an arthropod // Nature. 2003. Vol. 421, no. 6919. P. 160–163. DOI: 10.1038/nature01247.
10. Olberg R., Seaman R., Coats M., et al. Eye movements and target fixation during dragonfly prey-interception flights // J. Comp. Physiol. A Neuroethol. Sensory, Neural, Behav. Physiol. 2007. Vol. 193, no. 7. P. 685–693. DOI: 10.1007/s00359-007-0223-0.
11. Qu P., Chen F., Liu H., et al. A simple route to fabricate artificial compound eye structures // Opt. Express. The Optical Society, 2012. Vol. 20, no. 5. P. 5775. DOI: 10.1364/oe.20.005775.
12. Shi C., Wang Y., Liu C., et al. SCECam: a spherical compound eye camera for fast location and recognition of objects at a large field of view // Opt. Express. Optical Society of America, 2017. Vol. 25, no. 26. P. 32333–32345. DOI: 10.1364/OE.25.032333.
13. Мазохин-Поршняков Г.А., Елизаров Ю.А., Жантиев Р.Д., и др. Руководство по физиологии органов чувств насекомых. М: Издательство МГУ, 1983. 262 с.
14. Borst A. Drosophila's View on Insect Vision // Curr. Biol. Elsevier Ltd, 2009. Vol. 19, no. 1. P. R36–R47. DOI: 10.1016/j.cub.2008.11.001.
15. Cheng Y., Cao J., Zhang Y., et al. Review of state-of-the-art artificial compound eye imaging systems // Bioinspiration and Biomimetics. IOP Publishing, 2019. Vol. 14, no. 3. DOI: 10.1088/1748-3190/aaffb5.
16. Tanida J., Mima H., Kagawa K., et al. Application of a compound imaging system to odontotherapy // Opt. Rev. SpringerOpen, 2015. Vol. 22, no. 2. P. 322–328. DOI: 10.1007/s10043-015-0052-2.
17. Li L., Yi A.Y. Design and fabrication of a freeform microlens array for a compact large-field-of-view compound-eye camera // Appl. Opt. OSA - The Optical Society, 2012. Vol. 51, no. 12. P. 1843–1852. DOI: 10.1364/AO.51.001843.
18. Deng H., Gao X., Ma M., et al. Catadioptric planar compound eye with large field of view // Opt. Express. The Optical Society, 2018. Vol. 26, no. 10. P. 12455. DOI: 10.1364/oe.26.012455.
19. Duparré J., Wippermann F., Dannberg P., et al. Artificial compound eye zoom camera // Bioinspiration and Biomimetics. Bioinspir Biomim, 2008. Vol. 3, no. 4. DOI: 10.1088/1748-3182/3/4/046008.
20. Horisaki R., Kagawa K., Nakao Y., et al. Irregular lens arrangement design to improve imaging performance of compound-eye imaging systems // Appl. Phys. Express. IOP Publishing, 2010. Vol. 3, no. 2. P. 022501. DOI: 10.1143/APEX.3.022501.
21. Li F., Chen S., Luo H., et al. Curved micro lens array for bionic compound eye // Optik (Stuttgart). 2013. Vol. 124, no. 12. P. 1346–1349. DOI: 10.1016/j.ijleo.2012.03.063.

22. Viollet S., Godiot S., Leitel R., et al. Hardware architecture and cutting-edge assembly process of a tiny curved compound eye // Sensors (Switzerland). MDPI AG, 2014. Vol. 14, no. 11. P. 21702–21721. DOI: 10.3390/s141121702.

Федянина Раиса, ст. преподаватель, кафедра системного программирования, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

Соколинский Леонид Борисович, д.ф.-м.н., профессор, проректор по информатизации, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

TWO-DIMENSIONAL MODEL OF FACET VISION

© 2020 R.S. Fedyanina, L.B. Sokolinsky

South Ural State University (pr. Lenina 76, Chelyabinsk, 454080 Russia)

E-mail: raisa.fedianina@susu.ru, leonid.sokolinsky@susu.ru

Received: 26.10.2020

One of the modern promising areas of research in the field of machine vision is visualization systems based on artificial compound eyes, which are based on the principles of organizing insect vision. Such eyes have a complex structure, the main elements of which are visual elements called ommatidium. In this paper, we construct a mathematical model of binocular facet vision in two-dimensional space. This model allows you to describe the tasks of navigating a robotic device and detecting objects on a plane. In the proposed model, the faceted eye is a regular polygon with a 360°view. The main parameters of the model are the number of facets (ommatidia) in one eye, the radius of the circle described around the eye, and the distance between the eyes. The model assumes that the ommatidia fields of view of one eye do not intersect. Circles of various diameters appear as observed objects. We derive the formula for determining the number of ommatidium in which the point with the specified coordinates falls. We prove a theorem on the necessary and sufficient condition for a given circle to fall into the field of view of an ommatidium with a given number. An algorithm for constructing a training sample for an artificial neural network based on a two-dimensional facet vision model is proposed.

Keywords: *visualization systems, mathematical model of facet vision, neural network, training sample generation.*

FOR CITATION

Fedyanina R.S., Sokolinsky L.B. Two-dimensional model of facet vision. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering.* 2020. Vol. X, no. Y. P. Z1–Z2. (in Russian) DOI: 10.14529/cmseXXXXXX.

This paper is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Non Commercial 3.0 License which permits non-commercial use, reproduction and distribution of the work without further permission provided the original work is properly cited.

References

1. Pérez L., Rodríguez Í., Rodríguez N., et al. Robot guidance using machine vision techniques in industrial environments: A comparative review. *Sensors* (Switzerland). MDPI AG, 2016. Vol. 16, no. 3, 335. DOI: 10.3390/s16030335.
2. Azim A., Aycard O. Detection, classification and tracking of moving objects in a 3D environment. *IEEE Intelligent Vehicles Symposium, Proceedings.* 2012. P. 802–807. DOI: 10.1109/IVS.2012.6232303.
3. Llamazares Á., Molinos E.J., Ocaña M. Detection and Tracking of Moving Obstacles (DATMO): A Review. *Robotica.* Cambridge University Press, 2020. Vol. 38, no. 5. P. 761–774. DOI: 10.1017/S0263574719001024.
4. Sitte J., Winzer P. Methodic design of robot vision systems. *Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, ICMA 2007.* 2007. P. 1758–1763. DOI: 10.1109/ICMA.2007.4303816.
5. Solomatin V. Facet vision: the prospects of opto-electronic systems. *Photonics.* 2009. Vol. 1. P. 22–26. (in Russian)

6. Encyclopedia of Insects. Academic Press, 2003. 1295 p.
7. Zakhvatkin Y.A. Course of General entomology. Moscow: Kolos, 2001. 376 p. (in Russian)
8. Tyshchenko, V. P., Physiology of insect: studies manual for students of uni-tov, studying in spec. «Biology». 1986. 303 p. (in Russian)
9. Hemmi J.M., Zeil J. Robust judgement of inter-object distance by an arthropod. *Nature*. 2003. Vol. 421, no. 6919. P. 160–163. DOI: 10.1038/nature01247.
10. Olberg R., Seaman R., Coats M., et al. Eye movements and target fixation during dragonfly prey-interception flights. *J. Comp. Physiol. A Neuroethol. Sensory, Neural, Behav. Physiol.* 2007. Vol. 193, no. 7. P. 685–693. DOI: 10.1007/s00359-007-0223-0.
11. Qu P., Chen F., Liu H., et al. A simple route to fabricate artificial compound eye structures. *Opt. Express. The Optical Society*, 2012. Vol. 20, no. 5. P. 5775. DOI: 10.1364/oe.20.005775.
12. Shi C., Wang Y., Liu C., et al. SCECam: a spherical compound eye camera for fast location and recognition of objects at a large field of view. *Opt. Express. Optical Society of America*, 2017. Vol. 25, no. 26. P. 32333–32345. DOI: 10.1364/OE.25.032333.
13. Mazokhin-Porshnyakov G. A., Yelizarov Yu. A., Zhantiev R. D. et al. Guide to the physiology of the insect sense organs. M: MSU publishing House, 1983. 262 p. (in Russian)
14. Borst A. *Drosophila's View on Insect Vision*. *Curr. Biol. Elsevier Ltd*, 2009. Vol. 19, no. 1. P. R36–R47. DOI: 10.1016/j.cub.2008.11.001.
15. Cheng Y., Cao J., Zhang Y., et al. Review of state-of-the-art artificial compound eye imaging systems. *Bioinspiration and Biomimetics. IOP Publishing*, 2019. Vol. 14, no. 3. DOI: 10.1088/1748-3190/aaffb5.
16. Tanida J., Mima H., Kagawa K., et al. Application of a compound imaging system to odontotherapy. *Opt. Rev. SpringerOpen*, 2015. Vol. 22, no. 2. P. 322–328. DOI: 10.1007/s10043-015-0052-2.
17. Li L., Yi A.Y. Design and fabrication of a freeform microlens array for a compact large-field-of-view compound-eye camera. *Appl. Opt. OSA - The Optical Society*, 2012. Vol. 51, no. 12. P. 1843–1852. DOI: 10.1364/AO.51.001843.
18. Deng H., Gao X., Ma M., et al. Catadioptric planar compound eye with large field of view. *Opt. Express. The Optical Society*, 2018. Vol. 26, no. 10. P. 12455. DOI: 10.1364/oe.26.012455.
19. Duparré J., Wippermann F., Dannberg P., et al. Artificial compound eye zoom camera. *Bioinspiration and Biomimetics. Bioinspir. Biomim.*, 2008. Vol. 3, no. 4. DOI: 10.1088/1748-3182/3/4/046008.
20. Horisaki R., Kagawa K., Nakao Y., et al. Irregular lens arrangement design to improve imaging performance of compound-eye imaging systems. *Appl. Phys. Express. IOP Publishing*, 2010. Vol. 3, no. 2. P. 022501. DOI: 10.1143/APEX.3.022501.
21. Li F., Chen S., Luo H., et al. Curved micro lens array for bionic compound eye. *Optik (Stuttg.)*. 2013. Vol. 124, no. 12. P. 1346–1349. DOI: 10.1016/j.ijleo.2012.03.063.

22. Viollet S., Godiot S., Leitel R., et al. Hardware architecture and cutting-edge assembly process of a tiny curved compound eye. Sensors (Switzerland). MDPI AG, 2014. Vol. 14, no. 11. P. 21702–21721. DOI: 10.3390/s141121702.