

# ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ СТРУЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ НА ОСНОВЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ МОДЕЛИ $\nu_t$ -92

© 2020 М.Э. Мадалиев

Институт механики и сейсмостойкости сооружений АН РУз,  
(100125, Ташкент, ул. Дурман йули, д. 51)

E-mail: madaliev.me2019@mail.ru

Поступила в редакцию: ДД.ММ.ГГГГ

В работе проводится верификация турбулентной модели Секундова  $\nu_t$ -92 для различных струй. На основе этой модели проведены численные исследования осесимметричной дозвуковой холодной, горячей и околозвуковой струи. Для численной реализации уравнения гидродинамики записаны в переменных Мизеса и использована неявная абсолютно устойчивая схема второго порядка точности в поперечном и первого порядка в продольном направлениях. Для сравнения полученных численных результатов использованы опытные данные из базы данных NASA, где представлены не только данные экспериментов последних лет, но сравнительный анализ многих моделей турбулентности. Сравнения проведены по распространению осевой скорости потока, по профилю турбулентных напряжений и продольной скорости в различных сечениях. Показано, что модель количественно хорошо описывает основные параметры несжимаемой и сжимаемой турбулентных струй. Было выявлено, что модель Секундова  $\nu_t$ -92 менее подвержена к так называемой «аномалии» круглой струи, суть которой заключается в том, что многие другие RANS модели дают очень сильное расширение для осесимметричных струй.

*Ключевые слова:* Осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье—Стокса, модель Секундова  $\nu_t$ -92, прогонка, функция тока, турбулентное напряжение.

## Введение

Во многих случаях при движении жидкости и газа возникают так называемые поверхности тангенциального разрыва; течение жидкости в окрестности такой поверхности называется струей. В зависимости от относительного направления движения струи могут быть спутными или встречными. Тангенциальный разрыв терпят такие параметры, как скорость течения, температура, концентрация примеси, распределение же статического давления оказывается непрерывным. Как известно, на поверхности тангенциального разрыва в связи с ее неустойчивостью возникают вихри, беспорядочно движущиеся вдоль и поперек потока, вследствие этого между соседними струями происходит обмен конечными массами (молиями), т.е. поперечный перенос количества движения, тепла и примесей. В результате на границе двух струй формируется область конечной толщины с непрерывным распределением скорости, температуры и концентрации примеси, эта область называется струйным турбулентным пограничным слоем. Наиболее изученным видом турбулентной струи является струя, распространяющаяся в покоящейся среде, такая струя называется затопленной. При равномерном поле скорости в начальном сечении затопленной струи границы ее пограничного слоя представляют собой расходящиеся поверхности, которые пересекаются у кромки сопла. С внешней стороны пограничный слой струи соприкасается с неподвижной жидкостью, причем под внешней границей понимают поверхность, во всех точках которой составляющая скорости по оси  $x$  равна нулю ( $U = 0$ ). С внутренней стороны пограничный слой переходит в

ядро постоянной скорости, поэтому на внутренней границе пограничного слоя скорость потока равна скорости истечения  $U=U_0$  [1].

Рассматриваемая задача имеет большое значение для авиационной и ракетно-космической техники. Поэтому к исследованию различных струй, начиная с работ Прандтля за последние 100 лет посвящены множества работ [2,3]. Несмотря на множества этих исследований, рассматриваемую задачу нельзя рассматривать как полностью завершенной, т.к. она связана до сих пор не решенной проблемой турбулентности. Несмотря на то, что до сегодняшнего дня разработано более 100 различных моделей турбулентности, универсальную модель турбулентности все еще не существует. Это означает, что эти модели если удовлетворительно описывают одних классов турбулентности, других могут описывать неверно даже качественно.

Струи могут быть различных типов, холодная дозвуковая, горячая дозвуковая, околозвуковая, сверхзвуковая струи. Определить модель турбулентности, которая описывает все эти струи с приемлемой точностью имеет большое практическое значение. Поэтому целью настоящей статьи является верификация однопараметрической модели турбулентности Секундова  $v_t\text{-}92$  для дозвуковых холодной и горячей, а также околозвуковой затопленных струй. Для определения точности используемой модели турбулентности численные результаты сравниваются с экспериментальными данными из базы данных NASA [4]. Данные из этой базы используются по той причине, что там представлены опытные результаты для ближнего и переходного участков струи, которые являются наиболее сложными тестами для турбулентных моделей. Потому, что в этих участках струя состоит из невозмущенной ламинарной и турбулентной зон. Кроме этого, в базе данных NASA доступны экспериментальные результаты для холодной и горячей, а также околозвуковой струй.

Статья организована следующим образом. Раздел 1 посвящен краткому обзору некоторых современных и эффективных моделей турбулентности. В разделе 2 дается основные моменты однопараметрической модели Секундова  $v_t\text{-}92$ . В разделе 3 описаны методика численной реализации математической модели и начальные условия. В разделе 4 показаны сравнения численных результатов с экспериментальным данным. В заключении содержатся выводы и направления дальнейших исследований.

## 1. Обзор моделей турбулентности

Турбулентность является последней нерешенной проблемой классической физики. На сегодняшний предложены множества различных теорий и подходов к турбулентности. Подходы к турбулентности можно разбить на три группы. В первую группу входят так называемые методы прямого моделирования турбулентности (DNS). В основе данного подхода лежит гипотеза о применимости уравнений Навье–Стокса для описания турбулентности. Поэтому в данном подходе задачи рассматриваются в трехмерной постановке и область течения разбивается на расчетные сетки размерами менее Колмогоровского масштаба. Далее для улавливания турбулентных пульсаций интегрирование по времени проводится очень мелкими шагами. Поэтому данный подход требует очень больших вычислительных ресурсов. По этой причине данным методом получены результаты лишь для простых турбулентных течений для небольшого числа Рейнольдса. Следующую группу подходов составляют методы больших вихрей (LES). Однако и этот подход требует суперкомпьютеров. Поэтому при сохранении современного темпа развития ком-

пьютеров первые два подхода могут быть применены для решения практических задач лишь в конце нынешнего столетия. Следующим, широко распространенным подходом является так называемый подход Рейнольдса. Данный подход основывается на двух гипотезах: 1) скорость турбулентного потока состоит из осредненной и флюктуирующей скоростей; 2) уместность применения уравнения Навье—Стокса для описания турбулентности. Однако при данном подходе получается незамкнутая система уравнений Навье—Стокса осредненная по Рейнольдсу. Поэтому существуют различные модели турбулентности которые направлены на замыкания этой системы. Эти модели в литературе называются RANS моделями. В основе этих моделей лежат различные гипотезы и предположения, которые позволяют получить замкнутую систему уравнений. Одним из существенных предположений является то, что симметричные задачи можно рассматривать в двумерной постановке, несмотря на сугубо трехмерность турбулентных течений. Данное предположение существенно облегчает задачу. Поэтому для инженерных задач широко используются в основном модели RANS.

В базе данных NASA [4] приведены экспериментальные данные для различных задач по турбулентности. Кроме этого приводятся численные результаты различных полуэмпирических моделей RANS, а также их сравнительный анализ. Из этого анализа можно заключить, что наиболее высоко рейтинговый модели являются модель Спаларта и Аллмараса SA [5], и модель Ментера SST [6]. Однако анализ результатов этих моделей показывает, что эти модели для осесимметричной струи дают более сильное расширение струи, чем показывает опыт. Поэтому убывание осевой скорости от расстояния до сопла по этим моделям происходит быстрее чем по закону  $1/x$  в автомодельной зоне. Данное явление присуще практически всем полуэмпирическим моделям RANS и называется «аномалией» круглой струи.

Недавно в публикации появилась работа [7], где предложен иной подход к проблеме турбулентности. В указанной работе получена математическая модель турбулентности на основе нового подхода, которая хорошо описывает струйные течения и не страдает «аномалией» круглой струи. Еще одним достоинством новой математической модели то, что она проста для решения инженерных задач. Однако вышеуказанная модель Секундова  $\nu_t$ -92 уже широко используется практически во всех пакетах программ для расчета турбулентных течений. Поэтому в работе проводится проверка модели Секундова ( $\nu_t$ -92) для задач турбулентной осесимметричной холодной, горячей и околосзвуковой струи.

## 2. Математическая модель $\nu_t$ -92 для турбулентной струи

В работе в качестве математической модели использована система уравнений Навье—Стокса, осредненных по Рейнольдсу (RANS). Для поиска рейнольдсовых напряжений используется гипотеза Буссинеска, которая связывает эти напряжения с деформацией осредненной скорости линейным образом. Тогда уравнения стационарного переноса импульса и температуры в цилиндрической системе координат имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial rV}{r\partial r} = 0, \\ \rho \left( U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{r\partial r} \left( r(\nu + \nu_t) \frac{\partial U}{\partial r} \right), \\ \rho \left( U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{r\partial r} \left( r \left( \frac{\nu}{Pr} + \frac{\nu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial T}{\partial r} \right). \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $\nu$ ,  $\nu_t$  - молекулярная и турбулентная вязкости,  $Pr$ ,  $Pr_t$  - молекулярное и турбулентное числа Прандтля. Начальные и граничные условия для системы уравнений (1) для затопленной струи ставятся стандартным образом и подробно изложены в [8].

*Модель Секундова  $\nu_t$ -92.* Эта модель относится к классу однопараметрических моделей турбулентности. Здесь появляется только одно дополнительное уравнение для расчета кинематического коэффициента вихревой вязкости. Это низкорейнольдсовая модель, которая описывает всю область течения, включая пристеночные слои. Эта модель была усовершенствована за прошедшие годы, включая модель под названием  $\nu_t$ -90. Ссылка для модели с одним уравнением  $\nu_t$ -92 [9]:

$$\frac{\partial(\rho U_j \nu_t)}{\partial x_j} = \rho(P_v - D_v) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \rho(\nu + C_0 \nu_t) \frac{\partial \nu_t}{\partial x_j} \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \rho(-\nu + (C_1 - C_0) \nu_t) \frac{\partial \nu_t}{\partial x_j} \right], \quad (2)$$

где

$$P_v = \rho C_2 A_2 (\nu_t \Gamma_1 + A_1 \nu_t^{4/3} \Gamma_2^{2/3}) + \rho C_2 F_2 A_2 N_1 \sqrt{(\nu + \nu_t) \Gamma_1} + \rho C_3 \nu_t \left( \frac{\partial^2 \nu_t}{\partial x_j \partial x_j} + N_2 \right),$$

$$D_v = \rho C_5 \nu_t^2 \Gamma_1^2 / a^2 + \rho C_4 \nu_t \left( \frac{\partial \langle U_j \rangle}{\partial x_j} + \left| \frac{\partial \langle U_j \rangle}{\partial x_j} \right| \right) + \rho [C_6 \nu_t (N_1 d_w + \nu_{t,w}) + C_7 F_1 \nu \nu_t] / d^2,$$

здесь  $a$  - скорость звука, а угловые скобки  $\langle \rangle$  представляют собой среднее по времени. Турбулентная вихревая вязкость:  $\mu_t = \rho \nu_t$ .

Другие термины, встречающиеся в приведенных выше уравнениях, определяются как:

$$F_1 = \frac{N_1 d_w + 0.4 C_8 \nu}{\nu_t + C_8 \nu + \nu_{t,w}}, F_2 = \frac{\chi^2 + 1.3 \chi + 0.2}{\chi^2 - 1.3 \chi + 1.0}, \chi = \frac{\nu_t}{7\nu}, \Gamma_1 = \sqrt{\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)},$$

$$\Gamma_2 = \sqrt{\sum_i \left( \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} \right)^2} = \sqrt{\left( \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_n \partial x_n} \right) + \left( \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_m \partial x_m} \right)}, N_1 = \sqrt{\frac{\partial \nu_t}{\partial x_j} \frac{\partial \nu_t}{\partial x_j}}, N_2 = \sqrt{\frac{\partial N_1}{\partial x_j} \frac{\partial N_1}{\partial x_j}},$$

здесь  $d_w$  - расстояние до ближайшей стены,  $d = d_w + 0.01 k_s$ ;

$k_s$  является высотой шкалы шероховатости Никурадзе (0 для гладких стен).

Константы:  $A_1 = -0.5$ ,  $A_2 = 4.0$ ,  $C_0 = 0.8$ ,  $C_1 = 1.6$ ,  $C_2 = 0.1$ ,  $C_3 = 4.0$ ,  $C_4 = 0.35$ ,  $C_5 = 3.5$ ,  $C_6 = 2.9$ ,  $C_7 = 31.5$ ,  $C_8 = 0.1$ .

### 3. Метод решения

Для численной реализации систем уравнений (1) и (2) введем обобщенную функцию тока  $\psi$ , для которой справедливы соотношения:

$$U = \frac{\psi \partial \psi}{r \partial r}, V = -\frac{\psi \partial \psi}{r \partial x}.$$

Тогда уравнение неразрывности системы (1) будет удовлетворяться автоматически. Сделаем замену переменных и перейдем от переменных  $(x, r)$  к переменным Мизеса [10]  $(\xi, \psi)$ , где  $\xi=x$ .

В новых переменных, производные определяются по формуле:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} &= \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \psi}, \\ \frac{\partial}{\partial r} &= \frac{\partial \xi}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \psi}.\end{aligned}$$

В новых переменных система уравнений (1) приобретает вид

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\psi \partial \psi} \left( (\nu + \nu_t) \frac{U \partial U}{\psi \partial \psi} \right), \\ \frac{\partial T}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\psi \partial \psi} \left( \frac{U \partial T}{\psi \partial \psi} \left( \frac{\nu}{Pr} + \frac{\nu_t}{Pr_t} \right) \right), \\ \frac{\partial \nu_t}{\partial \xi} = (P_v - D_v) + \frac{\partial}{\psi \partial \psi} \left[ (\nu + C_0 \nu_t) \frac{U \partial \nu_t}{\psi \partial \psi} \right] + \\ + \frac{\partial}{\psi \partial \psi} [(-\nu + (C_1 - C_0) \nu_t) \frac{U \partial \nu}{\psi \partial \psi}]. \end{cases} \quad (3)$$

Таким образом, новые переменные позволяют привести все уравнения системы к параболическому виду и данную систему можно записать в векторном виде

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\psi \partial \psi} (q \frac{U \partial \Phi}{\psi \partial \psi}) + w. \quad (4)$$

В этом уравнении:

$$\Phi = \begin{bmatrix} U \\ T \\ \nu_t \end{bmatrix} \quad q = \begin{bmatrix} \nu + \nu_t \\ \frac{\nu}{Pr} + \frac{\nu_t}{Pr_t} \\ (\nu + C_0 \nu_t) \end{bmatrix} \quad w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (P_v - D_v) + \frac{\partial}{\psi \partial \psi} [(-\nu + (C_1 - C_0) \nu_t) \frac{U \partial \nu_t}{\psi \partial \psi}] \end{bmatrix}.$$

Для численной реализации уравнения (4) была использована неявная схема

$$\frac{\Phi_{i,j}^{n+1} - \Phi_{i,j}^n}{\Delta \xi} = \frac{0,5}{\psi_j \Delta \psi^2} \left[ (q_{j+1} + q_j)(\Phi_{i,j+1}^{n+1} - \Phi_{i,j}^{n+1}) - (q_j + q_{j-1})(\Phi_{i,j}^{n+1} - \Phi_{i,j-1}^{n+1}) \right] + w_j.$$

Это схема имеет точность второго порядка по направлению  $\psi$ , т.е.  $O(\Delta \xi, \Delta \psi^2)$  [11].

Для численной реализации системы (3) уравнения приведены к безразмерному виду. Для этого скорости и температура соотнесены к скорости и температуре на срезе сопла, а все длины к радиусу сопла. Начальные условия для этой системы были следующие: на срезе сопла при  $0 < \psi < 1$  безразмерные скорости и температуры  $\bar{U} = \bar{T} = 1$  и  $\bar{U} = \bar{T} = 0$  для окружающей среды  $\psi > 1$ . Границные условия ставились на достаточно большом удалении от оси, т.е. при  $\psi >> 1$  скорость и температура струи были равны скорости и температуре окружающей среды.

Численные решения получены для струй истекающие из сопла радиусом 1 дюйм (25,4 мм). Число Маха на выходе из сопла составляли приблизительно  $M_{jet} = u_{jet} / a_{jet} = 0,51$  для дозвуковой струи,  $M_{jet} = u_{jet} / a_{jet} = 0,376$  для горячей дозвуковой струи,  $M_{jet} = u_{jet} / a_{jet} = 0,985$  для околозвуковой струи. Система (3) решалась для  $Re=5600$ . Хорошее

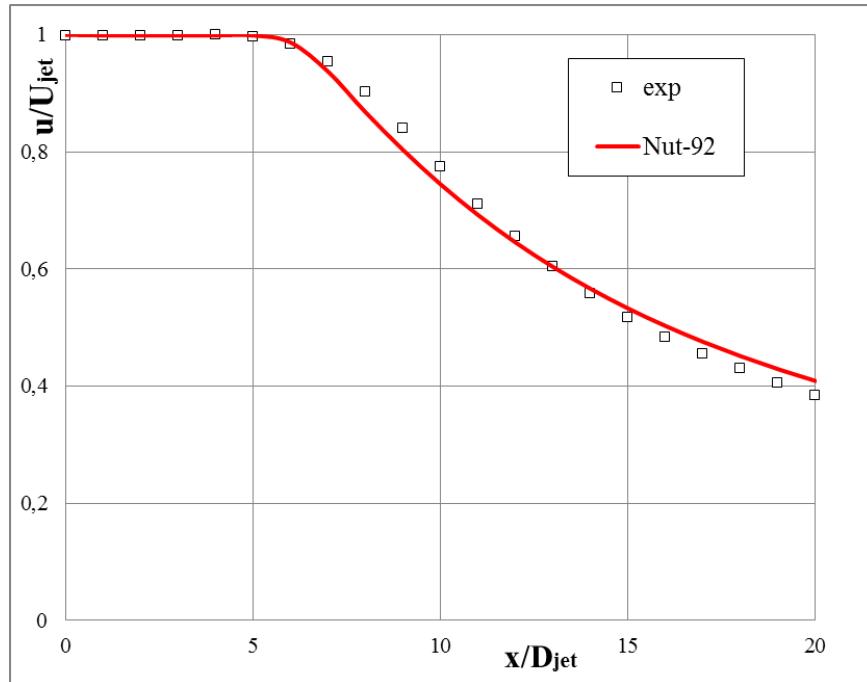
соответствие с экспериментальными данными получаются, если в качестве начального условия принять  $\nu_t=3/Re$ .

Использованная для расчетов неявная схема является абсолютно устойчивой и неизвестные на новом слое находились методом прогонки. Для интегрирования были использованы шаги  $\Delta\xi=0.001$ ,  $\Delta\psi=0.01$ . Количество узлов в радиальном направлении было 600. Численные эксперименты показали, что уменьшение шагов интегрирования в два раза приводят к изменению результатов интегрирования не более чем на 0.1%.

#### 4. Численные результаты

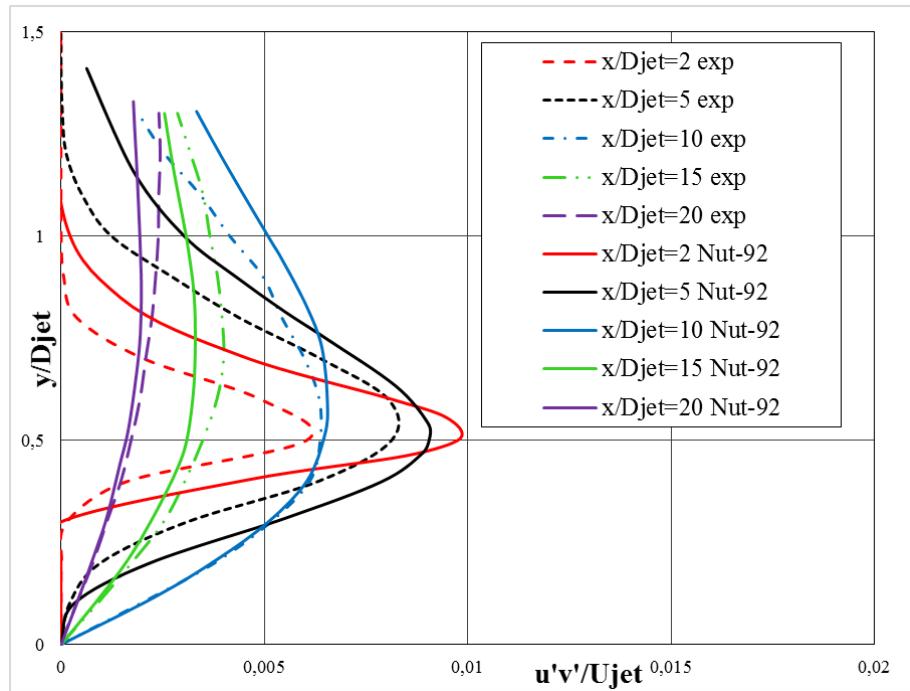
Приведем некоторые конкретные примеры, иллюстрирующие кратко описанные выше свойства  $\nu_t$ -92 модели. Все экспериментальные данные были взяты из базы данных[4].

На рис. 1 приведено сравнение результатов осесимметричной дозвуковой холодной струи при использовании модели  $\nu_t$ -92 с опытными данными для безразмерной осевой скорости в зависимости от расстояния до сопла.



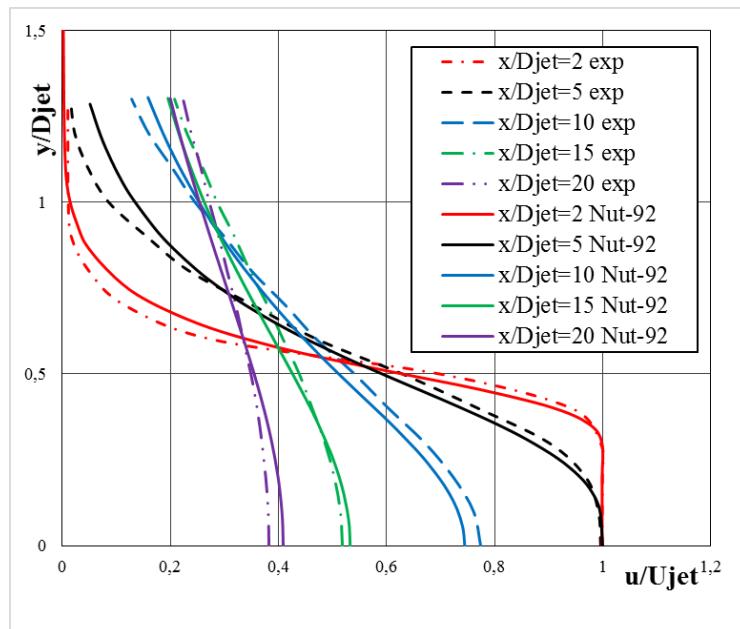
**Рис. 1.** Сравнение осесимметричной дозвуковой холодной струи при использовании модели  $\nu_t$ -92 с опытными данными для безразмерной осевой скорости от расстояния до сопла

На рис. 2 представлено сравнение результатов осесимметричной дозвуковой холодной струи при использовании модели  $\nu_t$ -92 с опытными данными для профилей турбулентного напряжения для различных сечений.



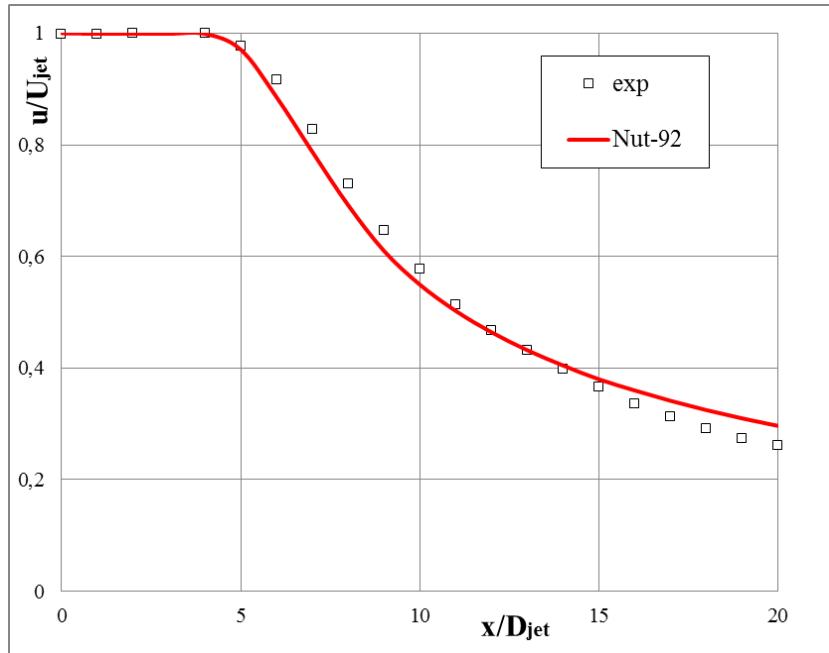
**Рис. 2.** Сравнение результатов осесимметричной дозвуковой холодной струи при использовании модели  $\nu_t$ -92 с опытными данными профилями турбулентного напряжения для различных сечений в условиях эксперимента

На рис. 3 показано сравнение результатов осесимметричной дозвуковой холодной струи при использовании модели  $\nu_t$ -92 с опытными данными для профилей безразмерных продольных скоростей в различных расстояниях от сопла.



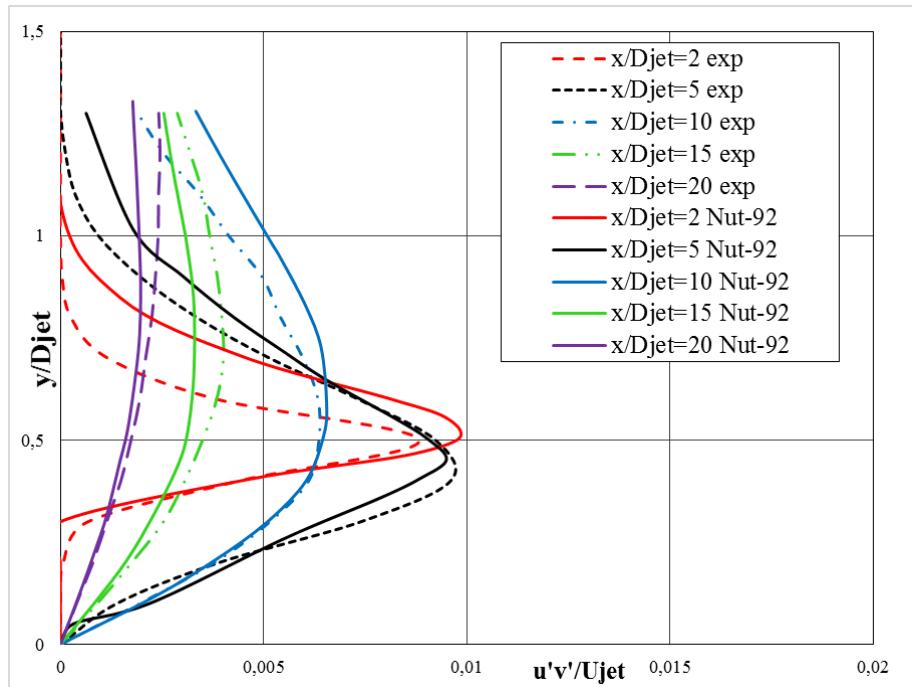
**Рис. 3.** Сравнение результатов осесимметричной дозвуковой холодной струи при использовании модели  $\nu_t$ -92 с опытными данными профилями продольных скоростей для различных сечений в условиях эксперимента

На рис. 4 выведено сравнение результатов осесимметричной дозвуковой горячей струи при использовании модели  $\nu_t$ -92 с опытными данными из безразмерной осевой скорости от расстояния до сопла.



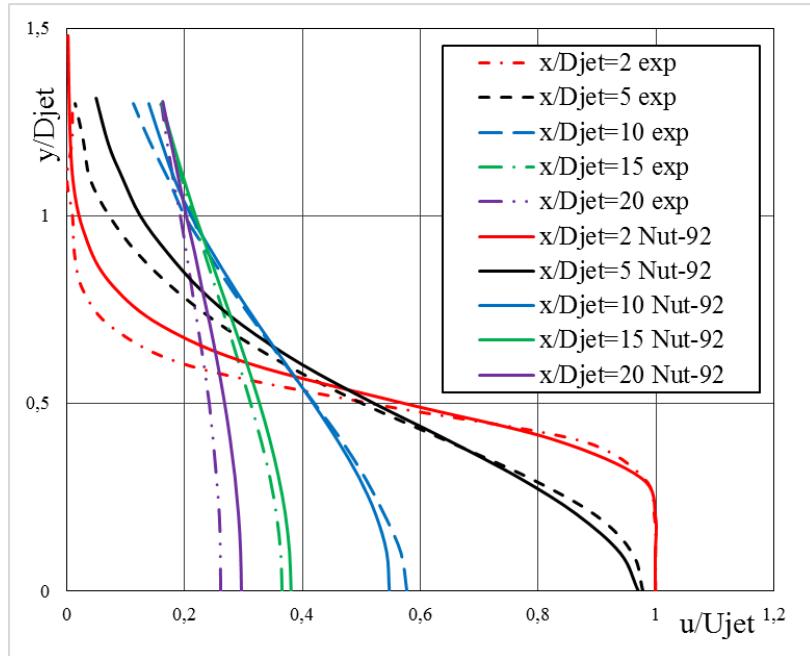
**Рис. 4.** Сравнение осесимметричной дозвуковой горячей струи при использовании модели  $\nu_t$ -92 с опытными данными для безразмерной осевой скорости от расстояния до сопла

На рис. 5 представлено сравнение результатов осесимметричной дозвуковой горячей струи при использовании модели  $\nu_t$ -92 с опытными данными для профилей турбулентного напряжения для различных сечений.



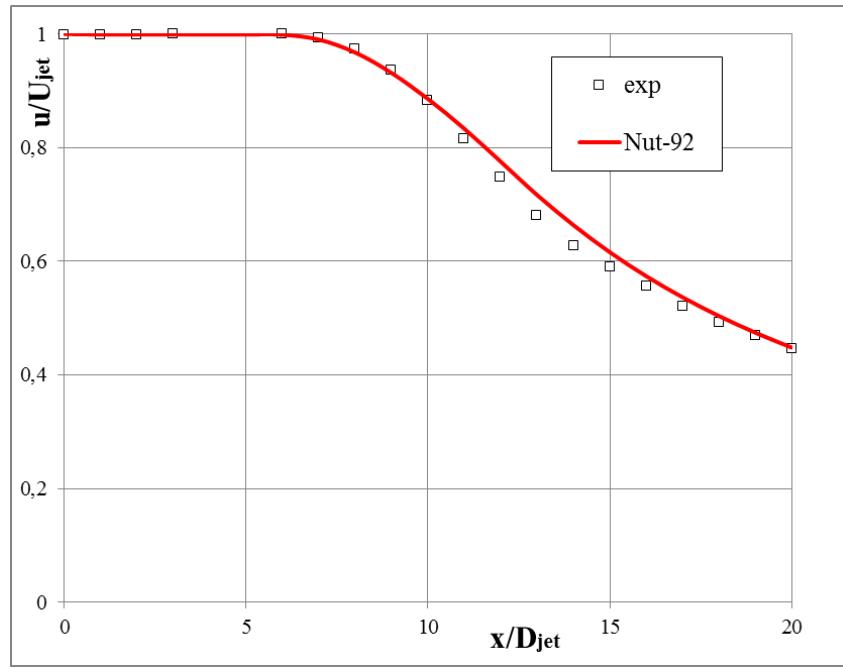
**Рис. 5.** Сравнение результатов осесимметричной дозвуковой горячей струи при использовании модели  $\nu_t$ -92 с опытными данными профилями турбулентного напряжения для различных сечений в условиях эксперимента

На рис. 6 показано сравнение результатов осесимметричной дозвуковой горячей струи при использовании модели  $\nu_t$ -92 с опытными данными для профилей безразмерных продольных скоростей в различных расстояниях от сопла.



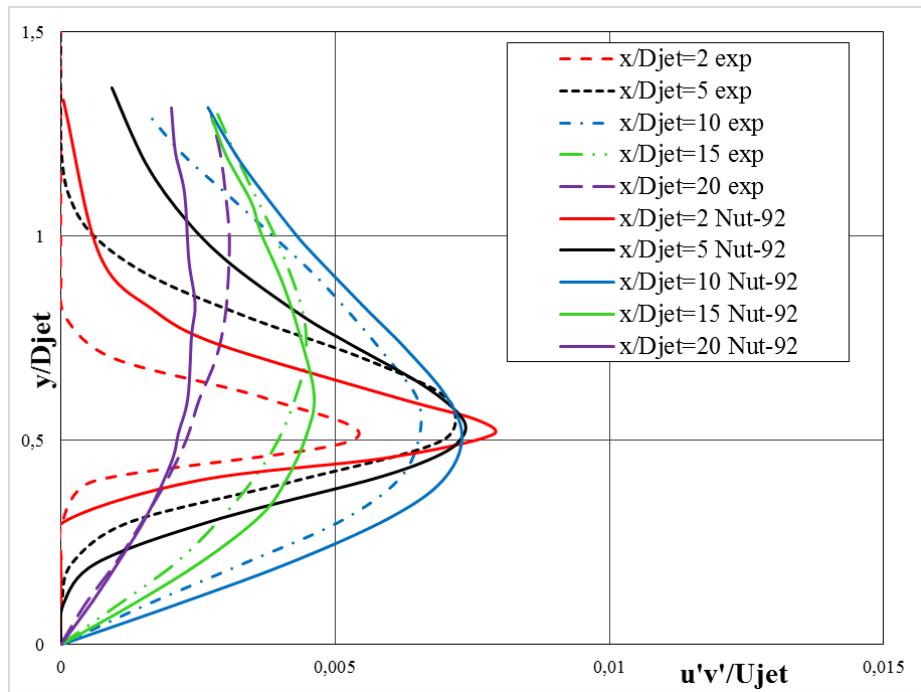
**Рис. 6.** Сравнение результатов осесимметричной дозвуковой горячей струи при использовании модели  $\nu_t$ -92 с опытными данными профилями продольных скоростей для различных сечений в условиях эксперимента

На рис. 7 представлено сравнение результатов осесимметричной околозвуковой струи при использовании модели  $\nu_t$ -92 с опытными данными для безразмерной осевой скорости от расстояния до сопла.



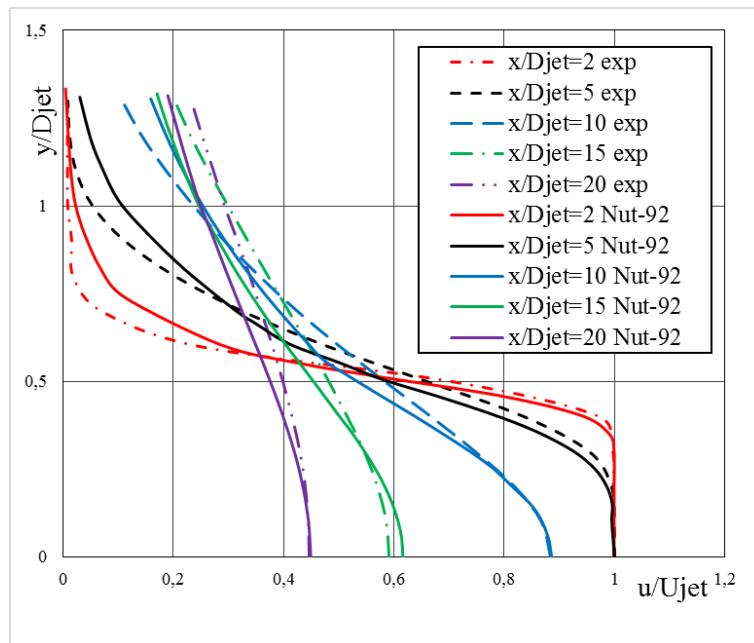
**Рис. 7.** Сравнение осесимметричной околосзвуковой струи при использовании модели  $\nu_t$ -92 с опытными данными для безразмерной осевой скорости от расстояния до сопла

На рис. 8 представлено сравнение результатов осесимметричной околосзвуковой струи при использовании модели  $\nu_t$ -92 с опытными данными для профилей турбулентного напряжения для различных сечений.



**Рис. 8.** Сравнение результатов осесимметричной околосзвуковой струи при использовании модели  $\nu_t$ -92 с опытными данными профилями турбулентного напряжения для различных сечений в условиях эксперимента

На рис. 9 представлено сравнение результатов осесимметричной околозвуковой струи при использовании модели  $\nu_t$ -92 с опытными данными для профилей безразмерных продольных скоростей в различных расстояниях от сопла.



**Рис. 9.** Сравнение результатов осесимметричной околозвуковой струи при использовании модели  $\nu_t$ -92 с опытными данными профилями продольных скоростей для различных сечений в условиях эксперимента

## Заключение

Проведено сравнительное тестирование модели  $\nu_t$ -92 Секундова [9] для осесимметричных турбулентных дозвуковой холодной, горячей и околозвуковой струй.

Проведено сравнение результатов расчета с результатами экспериментов [4]. Получено, что эта модель турбулентности дает очень близкие численные результаты для струйных течений. В целом наблюдается удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных данных.

По сравнению с другими моделями RANS модель Секундова  $\nu_t$ -92 хорошо описывает расширение струй, в то время как многие другие модели турбулентности дают несколько большее расширение холдной, горячей и околозвуковой струй, чем наблюдается в эксперименте. Кроме того модель Секундова  $\nu_t$ -92 показала хорошая сходимость и проста в численной реализации. Поэтому ее можно рекомендовать для исследования турбулентных струй в различных инженерных задачах.

## Литература

1. Абрамович Г.Н., Теория турбулентных струй // Москва «Наука» 1984 г, 716 с.
2. Кудимов Н.Ф., Сафонов А.В., Третьякова О.Н. Результаты экспериментальных исследований взаимодействия многоблочных сверхзвуковых турбулентных струй с преградой // Труды МАИ, 2013, № 69.

3. Кудимов Н.Ф., Сафонов А.В., Третьякова О.Н. Численное моделирование взаимодействия многоблочных сверхзвуковых турбулентных струй с преградой // Труды МАИ, 2013, № 70.
4. Christopher R. Responsible NASA official. "Turbulence modeling Resource. NASA Langley Research Center", <http://turbmodels.larc.nasa.gov>. (дата обращения 04.04.2019)
5. Spalart P.R., Allmaras S.R. A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows. AIAA-92-0439. DOI.org/10.2514/6.1992-439.
6. Menter F.R. Two-equation eddy viscosity turbulence models for engineering applications. // AIAA J. 1994.32, no 11. P.1299–1310. DOI.org/10.2514/3.12149.
7. Malikov Z. Mathematical Model of Turbulence Based on the Dynamics of Two Fluids// Applied Mathematic Modeling. no 82, 202, P. 409-436. DOI.org/10.1016/j.apm.2020.01.047.
8. Bradshaw P., Ferriss D. H., Atwell N. P. "Calculation of boundary layer development using the turbulent energy equation", J. Fluid Mech., 1967.
9. Shur, M., Strelets, M., Zaikov, L., Gulyaev, A., Kozlov, V., Secundov, A., "Comparative Numerical Testing of One- and Two-Equation Turbulence Models for Flows with Separation and Reattachment," AIAA Paper 95-0863, January 1995. DOI.org/10.2514/6.1995-863.
10. Mises R.von, Bernerkungen zur Hydrodinamik, Z. Angew. Math.. Mech., vol 7, P 425-431, 1927.
11. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Якобовский М.В. Точность численного решения уравнения диффузии-конвекции на основе разностных схем второго и четвертого порядков погрешности аппроксимации // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2016.Т.5, №1. С. 47–62. DOI: 10.14529/cmse160105.

Мадалиев Муродил Эркинжон угли докторант PhD Институт механики и сейсмостойкости сооружений АН РУз (г. Ташкент, Республика Узбекистан)

---

## NUMERICAL RESEARCH $\nu_t$ -92 TURBULENCE MODEL FOR AXISYMMETRIC JET FLOW

© 2020 M.E. Madaliev

*Institute of Mechanics and Earthquake Engineering, Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan,*

*(Durman yuli 51, Tashkent, 100125 Uzbekistan)*

*E-mail: madaliev.me2019@mail.ru*

Received: DD.MM.YYYY

In this work, we verify the turbulent Secundov  $\nu_t$ -92 model for various jets. Based on this model, numerical studies of an axisymmetric subsonic cold, hot, and transonic jet are carried out. For the numerical implementation

of the equations of hydrodynamics are written in the Mises variables and an implicit absolutely stable scheme of the second order of accuracy in the transverse and first order in the longitudinal directions is used. To compare the obtained numerical results, we used experimental data from the NASA database, which presents not only experimental data of recent years, but a comparative analysis of many turbulence models. Comparisons were made on the propagation of the axial flow velocity, along the profile of turbulent stresses and longitudinal velocity in various sections. It is shown that the model quantitatively describes well the main parameters of incompressible and compressible turbulent jets. It is shown that the Secundov  $\nu_t$ -92 model is less prone to the so-called "anomaly" of the circular jet, the essence of which is that many other RANS models give a very strong expansion for axisymmetric jets.

*Keywords:* Reynolds-averaged Navier—Stokes equations, Secundov  $\nu_t$ -92 model, sweep, current function, turbulent voltage.

## References

1. Abramovich G.N. *Teoriya turbulentnykh struy* [Theory of turbulent jets]. Moscow "Nauka" 1984, 716 p.(in Russian)
2. Kudimov N.F., Safronov A.V., Tretyakova O.N. The results of experimental studies of the interaction of multiblock supersonic turbulent jets with an obstacle. *Trudy MAI* [Transactions of MAI]. 2013, no. 69. (in Russian)
3. Kudimov N.F., Safronov A.V., Tretyakova O.N. Numerical simulation of the interaction of multiblock supersonic turbulent jets with a barrier. *Trudy MAI* [Transactions of MAI]. 2013, no. 70. (in Russian)
4. Christopher R. Responsible NASA official. "Turbulence modeling Resource. NASA Langley Research Center", <http://turbmodels.larc.nasa.gov>.
5. Spalart P.R., Allmaras S.R. A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows. AIAA-92-0439. DOI.org/10.2514/6.1992-439.
6. Menter F.R. Two-equation eddy viscosity turbulence models for engineering applications. AIAA J. 1994.32, no. 11. P.1299-1310. DOI.org/10.2514/3.12149.
7. Malikov Z. Mathematical Model of Turbulence Based on the Dynamics of Two Fluids. Applied Mathematic Modeling. no 82, 202, P. 409-436. DOI.org/10.1016/j.apm.2020.01.047.
8. Bradshaw P., Ferriss D. H., Atwell N. P. "Calculation of boundary layer development using the turbulent energy equation", J. Fluid Mech., 1967.
9. Shur, M., Strelets, M., Zaikov, L., Gulyaev, A., Kozlov, V., Secundov, A., "Comparative Numerical Testing of One- and Two-Equation Turbulence Models for Flows with Separation and Reattachment," AIAA Paper 95-0863, January 1995. DOI.org/10.2514/6.1995-863.
10. Mises R.von, Bernerkungen zur Hydrodinamik, Z. Angew. Math.. Mech., vol 7, P 425-431, 1927.
11. Sukhinov A.I., Chistakov A.E., Iakobovskii M.V. Accuracy of the Numerical Solution of the Equations of Diffusion-Convection Using the Difference Schemes of Second and Fourth Order Approximation Error. *Vestnik YUUrGU. Seriya: Vychislitel'naya matematika i informatika* [Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering]. 2016. vol. 5, no. 1. P. 47–62. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse160105.