

ВЕСТНИК

ЮЖНО-УРАЛЬСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО
УНИВЕРСИТЕТА

2018
Т. 7, № 1

ISSN 2305-9052

СЕРИЯ

«ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА»

Решением ВАК включен в Перечень научных изданий,
в которых должны быть опубликованы результаты диссертаций
на соискание ученых степеней кандидата и доктора наук

Учредитель — Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Южно-Уральский государственный университет
(национальный исследовательский университет)»

Тематика журнала:

- Вычислительная математика и численные методы
- Математическое программирование
- Распознавание образов
- Вычислительные методы линейной алгебры
- Решение обратных и некорректно поставленных задач
- Доказательные вычисления
- Численное решение дифференциальных и интегральных уравнений
- Исследование операций
- Теория игр
- Теория аппроксимации
- Информатика
- Искусственный интеллект и машинное обучение
- Системное программирование
- Перспективные многопроцессорные архитектуры
- Облачные вычисления
- Технология программирования
- Машинная графика
- Интернет-технологии
- Системы электронного обучения
- Технологии обработки баз данных и знаний
- Интеллектуальный анализ данных

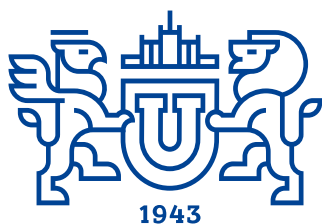
Редакционная коллегия

Л.Б. Соколинский, д.ф.-м.н., проф., *гл. редактор*
В.П. Танана, д.ф.-м.н., проф., *зам. гл. редактора*
М.Л. Цымблер, к.ф.-м.н., доц., *отв. секретарь*
Г.И. Радченко, к.ф.-м.н., доц.
Я.А. Краева, *техн. секретарь*

Редакционный совет

С.М. Абдуллаев, д.г.н., профессор
А. Андреяк, PhD, профессор (Германия)
В.И. Бердышев, д.ф.-м.н., акад. РАН, *председатель*
В.В. Воеводин, д.ф.-м.н., чл.-кор. РАН

Дж. Донгарра, PhD, профессор (США)
С.В. Зыкин, д.т.н., профессор
Д. Маллманн, PhD, профессор (Германия)
А.В. Панюков, д.ф.-м.н., профессор
Р. Продан, PhD, профессор (Австрия)
А.Н. Томилин, д.ф.-м.н., профессор
В.Е. Третьяков, д.ф.-м.н., чл.-кор. РАН
В.И. Ухоботов, д.ф.-м.н., профессор
В.Н. Ушаков, д.ф.-м.н., чл.-кор. РАН
М.Ю. Хачай, д.ф.-м.н., профессор
А. Черных, PhD, профессор (Мексика)
П. Шумяцкий, PhD, профессор (Бразилия)



BULLETIN

OF THE SOUTH URAL STATE UNIVERSITY 2018
vol. 7, no. 1

SERIES

“COMPUTATIONAL
MATHEMATICS AND SOFTWARE
ENGINEERING”

ISSN 2305-9052

Vestnik Yuzhno-Ural'skogo Gosudarstvennogo Universiteta.
Seriya “Vychislitel'naya Matematika i Informatika”

South Ural State University

The scope of the journal:

- Numerical analysis and methods
- Mathematical optimization
- Pattern recognition
- Numerical methods of linear algebra
- Reverse and ill-posed problems solution
- Computer-assisted proofs
- Numerical solutions of differential and integral equations
- Operations research
- Game theory
- Approximation theory
- Computer science
- Artificial intelligence and machine learning
- System software
- Advanced multiprocessor architectures
- Cloud computing
- Software engineering
- Computer graphics
- Internet technologies
- E-learning
- Database processing
- Data mining

Editorial Board

L.B. Sokolinsky, South Ural State University (Chelyabinsk, Russia)
V.P. Tanana, South Ural State University (Chelyabinsk, Russia)
M.L. Zymbler, South Ural State University (Chelyabinsk, Russia)
G.I. Radchenko, South Ural State University (Chelyabinsk, Russia)
Ya.A. Kraeva, South Ural State University (Chelyabinsk, Russia)

Editorial Council

S.M. Abdullaev, South Ural State University (Chelyabinsk, Russia)
A. Andrzejak, Heidelberg University (Germany)
V.I. Berdyshev, Institute of Mathematics and Mechanics, Ural Branch of the RAS (Yekaterinburg, Russia)
J. Dongarra, University of Tennessee (USA)
M.Yu. Khachay, Institute of Mathematics and Mechanics, Ural Branch of the RAS (Yekaterinburg, Russia)
D. Mallmann, Julich Supercomputing Centre (Germany)
A.V. Panyukov, South Ural State University (Chelyabinsk, Russia)
R. Prodan, University of Innsbruck (Innsbruck, Austria)
P. Shumyatsky, University of Brasilia (Brazil)
A. Tchernykh, CICESE Research Center (Mexico)
A.N. Tomilin, Institute for System Programming of the RAS (Moscow, Russia)
V.E. Tretyakov, Ural Federal University (Yekaterinburg, Russia)
V.I. Ukhobotov, Chelyabinsk State University (Chelyabinsk, Russia)
V.N. Ushakov, Institute of Mathematics and Mechanics, Ural Branch of the RAS (Yekaterinburg, Russia)
V.V. Voevodin, Lomonosov Moscow State University (Moscow, Russia)
S.V. Zykin, Sobolev Institute of Mathematics, Siberian Branch of the RAS (Omsk, Russia)

Содержание

Вычислительная математика

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАЦИОНАРНОГО СОСТОЯНИЯ И КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ ОРЕГОНАТОРА Л.А. Прокудина, С.У. Турлакова	5
ТЭТА-ФУНКЦИИ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ШУМА КВАНТОВАНИЯ Ю.С. Васильев, В.В. Заволокин	16
ГАРАНТИРОВАННОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДИСКРЕТНЫХ МОДЕЛЕЙ ХАОТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ А.С. Шелудько	25

Информатика, вычислительная техника и управление

ОБЗОР СОВРЕМЕННЫХ МОДЕЛЕЙ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ДАКТИЛОСКОПИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ Д.Н. Лепихова, В.Ю. Гудков, А.А. Кирсанова	40
ПРИМЕНЕНИЕ ТРЕХКОМПОНЕНТНЫХ КЛЮЧЕЙ ДЛЯ ПОЛНОТЕКСТОВОГО ПОИСКА С УЧЕТОМ РАССТОЯНИЯ С ГАРАНТИРОВАННЫМ ВРЕМЕНЕМ ОТКЛИКА А.Б. Веретенников	60

Contents

Computational Mathematics

MATHEMATICAL MODELLING OF STATIONARY STATE AND OSCILLATORY REGIMES
IN OREGONATOR

L.A. Prokudina, S.U. Turlakova 5

THETA-FUNCTIONS IN MATHEMATICAL MODEL OF NOISE QUANTIZATION

Y.S. Vasilyev, V.V. Zavolokin 16

GUARANTEED PARAMETER ESTIMATION FOR DISCRETE-TIME CHAOTIC SYSTEMS

A.S. Sheludko 25

Computer Science, Engineering and Control

AN OVERVIEW OF FINGERPRINT DESCRIPTION MODELS

D.N. Lepikhova, V.U. Gudkov, A.A. Kirsanova 40

PROXIMITY FULL-TEXT SEARCH WITH RESPONSE TIME GUARANTEE BY MEANS
OF THREE COMPONENT KEYS

A.B. Veretennikov 60



This issue is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Non Commercial 3.0 License which permits non-commercial use, reproduction and distribution of the work without further permission provided the original work is properly cited.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАЦИОНАРНОГО СОСТОЯНИЯ И КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ ОРЕГОНАТОРА

© 2018 Л.А. Прокудина, С.У. Турлакова

Южно-Уральский государственный университет

(454080 Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, д. 76)

E-mail: prokudinala@susu.ru, turlakovasusu@susu.ru

Поступила в редакцию: 18.07.2017

Колебательные системы широко распространены в различных областях научных исследований (химические, биологические, экологические осцилляторы). Представлена пятистадийная модель Филда—Нойеса—Кёрса реакции Белоусова—Жаботинского и соответствующая ей математическая модель орегонатора. Выведена система уравнений для стационарных состояний орегонатора. Стационарные состояния орегонатора рассчитываются в зависимости от скоростей прямых реакций для различных значений стехиометрического коэффициента. Моделирование однородного стационарного состояния системы проведено по экспериментальным данным авторов модели. Вычислительные эксперименты показали, что стехиометрический коэффициент является бифуркационным параметром системы, каждому его значению соответствует единственное положительное стационарное решение. Полученные результаты соответствуют физическому смыслу модели. На основе системы обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих кинетику химически активной системы, выполнено моделирование колебательных режимов для различных значений стехиометрического коэффициента. Определено время выхода системы в колебательный режим. Время выхода в колебательный режим зависит от величины стехиометрического коэффициента, с ростом которого отмечается его сокращение. Амплитуды колебаний согласуются с экспериментальными данными авторов модели. Исследована неустойчивость стационарного состояния орегонатора к возмущениям. Представлены графические зависимости возмущения концентрации компонентов системы орегонатора во времени.

Ключевые слова: реакция Белоусова—Жаботинского, орегонатор, стационарное состояние, колебательные режимы.

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Прокудина Л.А., Турлакова С.У. Математическое моделирование стационарного состояния и колебательных режимов орегонатора // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2018. Т. 7, № 1. С. 5–15. DOI: 10.14529/cmse180101.

Введение

Исследование химически активных систем имеет большое научное и практическое значение. Математические модели этих систем используются при изучении явлений и эффектов в химических, биохимических, экологических системах и инженерных приложениях [1, 2, 5–8, 14].

Математическое моделирование концентрационных колебаний систем началось с работ Лотка [12, 13], Вольтерра [3]. Особую популярность приобрела модель, известная в экологии под названием «хищник-жертва». Наиболее удобной для экспериментальных исследований оказалась реакция Белоусова—Жаботинского [6]. Реакция состоит в окислении легкобромлируемого органического вещества бромат-ионом в кислой среде в присутствии катализатора — иона металла. Реакция обычно проводится в серной кислоте. Варианты реакции Белоусова—Жаботинского достаточно разнообразны, используются раз-

личные катализаторы — ионы металла, органические восстановители (лимонная, малоновая, броммалоновая, яблочная кислота). Одной из общепринятых моделей химически реагирующих систем является модель Филда—Нойеса—Кёроса [9, 10] (механизм ФКН) реакции Белоусова—Жаботинского [4], известная как орегонатор. Колебательные режимы химически активных систем имеют большое практическое значение, поскольку возникают колебания во время работы химических реакторов [2]. В [2] было отмечено, что флуктуации в системе оказывают вредное воздействие, что снижает качество продукта и при больших амплитудах приводит к авариям. С другой стороны, колебательные режимы могут оказаться полезными в химических технологиях [4].

Жаботинский и др. проводили процесс окисления Ce(III) броматом в проточном реакторе, три питающих потока которого содержали соответственно Ce(III) , BrO_3^- и Br^- . Не присутствовало никаких органических соединений. Обратная связь была осуществлена такой организацией системы, при которой входной поток Br^- был пропорционален текущей концентрации Ce(IV) . Система восстанавливалась протоком, т.е. Ce(IV) и Br^- вымывались в то время, как Ce(III) восполнялся. Результаты эксперимента в проточном реакторе сравнивались с результатами классической реакции Белоусова—Жаботинского, протекающей одновременно в закрытом реакторе. Скорости подачи, использовавшиеся в проточном эксперименте, были подобраны так, чтобы они соответствовали скоростям исчезновения Ce(IV) и производства Br^- в закрытом реакторе продолжения простейшей версии механизма ФКН. В проточном реакторе были получены колебания, качественно сходные с колебаниями в закрытом реакторе. Однако, количественное соответствие не было хорошим, что, очевидно, обусловлено плохим знанием величин констант скорости в механизме ФКН.

Целью работы является изучение влияния стехиометрического коэффициента на стационарное состояние и колебательные режимы орегонатора. Для достижения этой цели решены следующие задачи:

- разработан алгоритм расчета стационарных состояний орегонатора для различных значений стехиометрического коэффициента;
- определен диапазон значений стехиометрического коэффициента, для которого существуют имеющие физический смысл стационарные состояния орегонатора;
- по результатам экспериментальных данных авторов модели [9, 10] рассчитаны колебательные режимы и время выхода исследуемой системы на колебательный режим;
- исследовано развитие возмущений в орегонаторе для найденного диапазона стехиометрического коэффициента.

Статья организована следующим образом. В разделе 1 представлена математическая модель орегонатора в соответствии с механизмом Филда—Нойеса—Кёроса [9, 10], а также стационарные состояния для различных значений стехиометрического коэффициента. В разделе 2 для проведенных в пакете MATLAB вычислительных экспериментов по существованию колебательных режимов в орегонаторе представлены примеры выявленных колебаний во времени бромистой кислоты, бромида и церия. Осуществлен переход от исходной модели орегонатора к системе дифференциальных уравнений в возмущениях, а также результаты расчетов возмущений для компонентов химически активной системы. В заключении отражены результаты вычислительных экспериментов в зависимости от величины стехиометрического коэффициента.

1. Математическая модель орегонатора

В данной работе рассмотрена пятистадийная модель окислительно-восстановительной реакции $\text{Ce}^{3+} \leftrightarrow \text{Ce}^{4+}$ в присутствии иона Br^{-1} , BrO_3^{-} и органических восстановителей [9].

Математическая модель орегонатора, описывающая изменение во времени концентрации промежуточных продуктов X , Y , Z имеет вид [9, 10]:

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= k_1AY - k_2XY + k_3AX - 2k_4X^2, \\ \frac{dY}{dt} &= -k_1AY - k_2XY + fk_5Z, \\ \frac{dZ}{dt} &= k_3AX - k_5Z, \end{aligned} \quad (1)$$

где X — бромистая кислота HBrO_2 ; Y — ион бромиды Br^{-1} ; Z — церий Ce^{4+} ; A — бромат-ион BrO_3^{-} ; f — стехиометрический коэффициент, k_i — константы скоростей прямых реакций.

Однородное стационарное состояние системы (1) определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} k_1AY_0 - k_2X_0Y_0 + k_3AX_0 - 2k_4X_0^2 &= 0, \\ -k_1AY_0 - k_2X_0Y_0 + fk_5Z_0 &= 0, \\ k_3AX_0 - k_5Z_0 &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

В данной работе рассчитаны стационарные состояния (2) орегонатора и значения параметров k_i , зависящие от оценки свободной энергии образования бромистой кислоты HBrO_2 , по экспериментальным данным авторов модели Эдельсона, Филда и Нойеса [11].

Рассчитаны показатели стационарного состояния системы для диапазона значений стехиометрического коэффициента (см. таблицу). В соответствии с физическим смыслом и результатами экспериментальных данных модели [11] значения переменных $X_0 > 0$, $Y_0 > 0$, $Z_0 > 0$.

Таблица

Стационарные состояния системы

f	$X_0 \cdot 10^{-8}$	$Y_0 \cdot 10^{-17}$	$Z_0 \cdot 10^{-13}$
0,1500	0,1811	0,0071	0,2282
0,2000	0,1890	0,0099	0,2381
0,2500	0,1969	0,0129	0,2481
0,3000	0,2047	0,0161	0,2580
0,3500	0,2126	0,0195	0,2679
0,4000	0,2205	0,0232	0,2778
0,4500	0,2284	0,0270	0,2878
0,5000	0,2362	0,0310	0,2977

Зависимости стационарных решений системы (2) от значений стехиометрического коэффициента представлены на рис. 1–3. Увеличение значения f приводит к увеличению значений концентраций веществ. Причем для переменных X и Z выражаются линейными зависимостями, а для переменной Y — нелинейными.

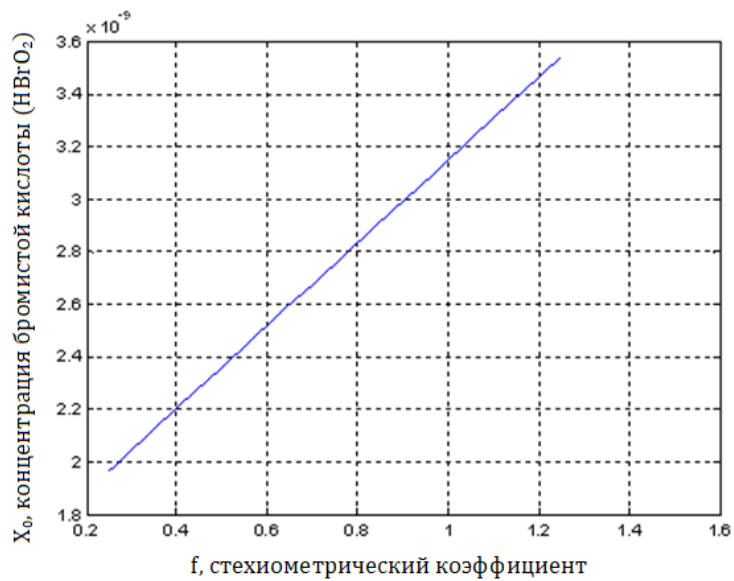


Рис. 1. Зависимость концентрации бромистой кислоты от f

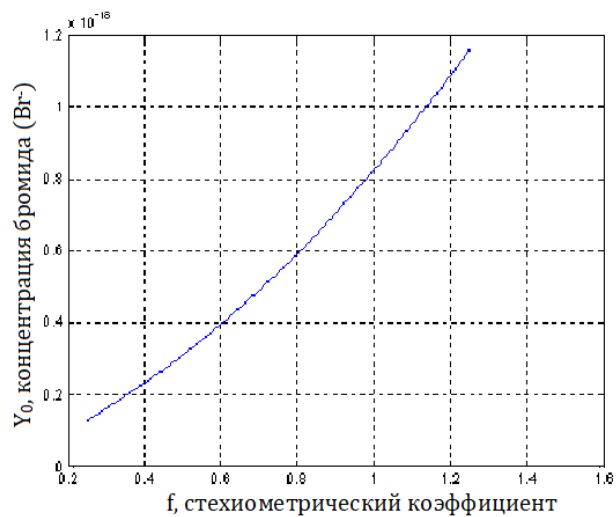


Рис. 2. Зависимость концентрации бромида от f

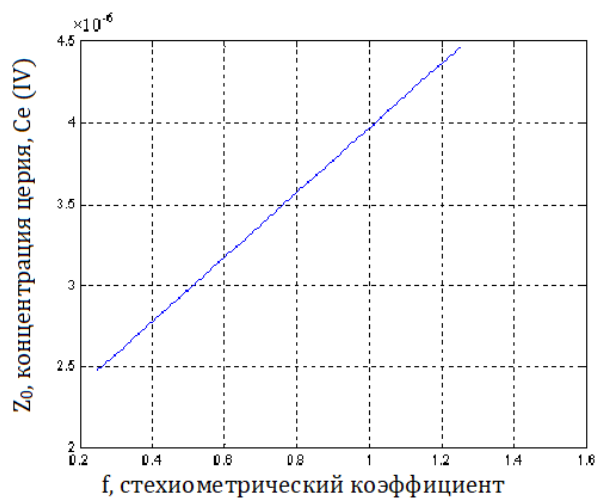


Рис. 3. Зависимость концентрации церия от f

Кривая стационарного состояния орегонатора для исследуемого диапазона стехиометрического коэффициента представлена на рис. 4.

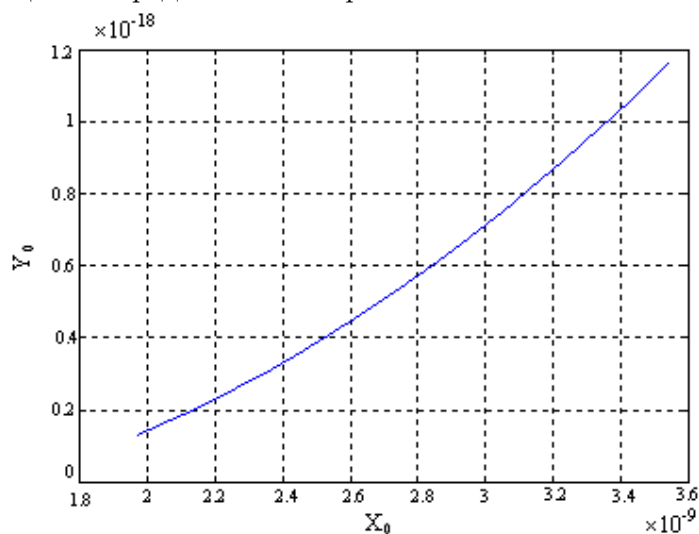


Рис. 4. Стационарное состояние орегонатора

2. Моделирование колебательных режимов орегонатора

Изменение концентрации компонентов X , Y , Z во времени исследовано в рамках системы (1). По заданным начальным условиям для соответствующих стехиометрических коэффициентов в пакете MATLAB рассчитаны зависимости концентраций компонентов. Показано существование колебательных режимов орегонатора, зафиксировано время выхода системы на колебательный режим. Например, графики колебательного режима на временном интервале $[0; 0,5 \cdot 10^{-6}]$ для $f = 0,2$ приведены на рис. 5–7. Время выхода системы на колебательный режим составило $2,5 \cdot 10^{-7}$.

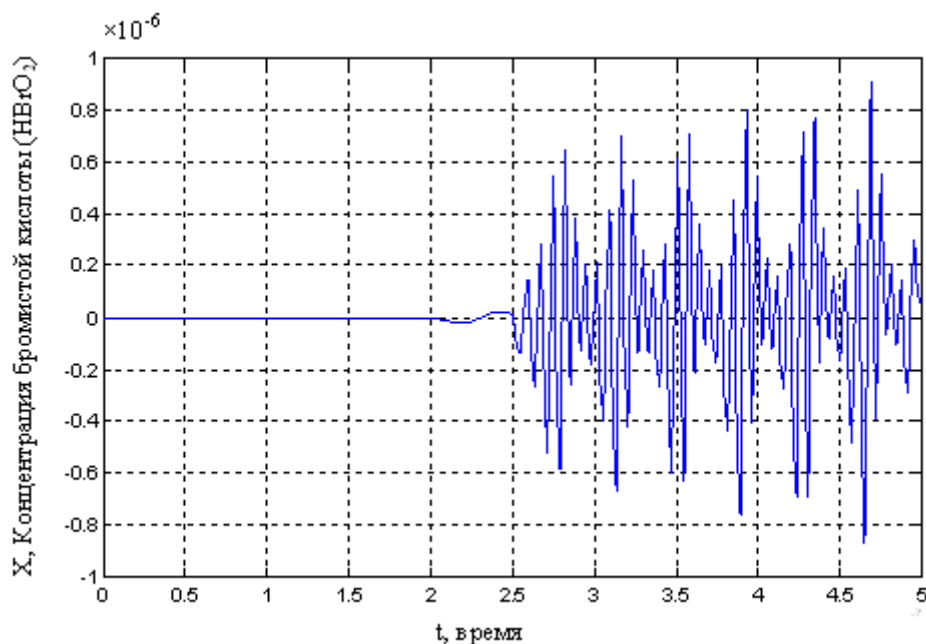


Рис. 5. Зависимость концентрации бромистой кислоты от времени

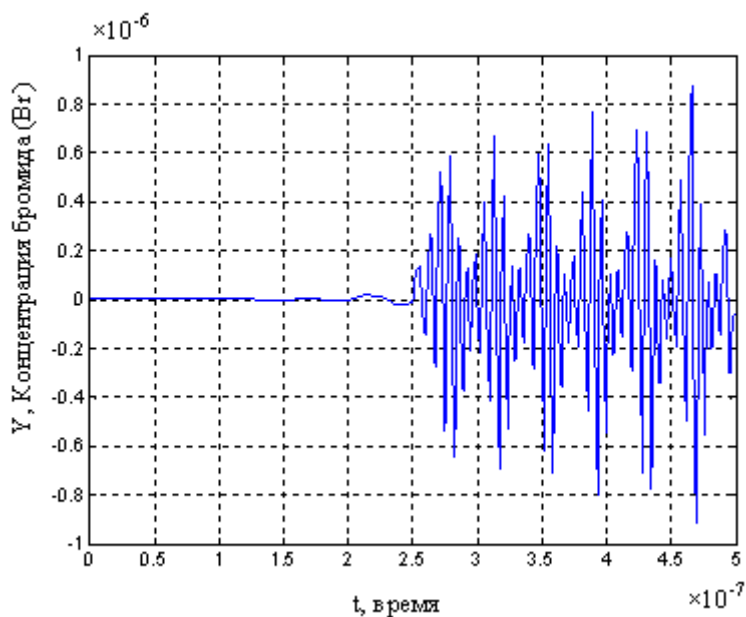


Рис. 6. Зависимость концентрации бромида от времени

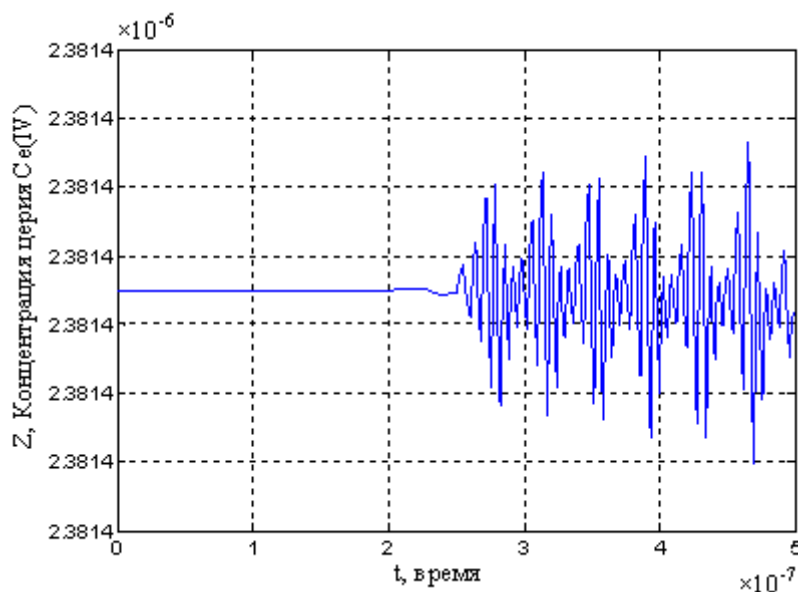


Рис. 7. Зависимость концентрации церия от времени

Полагая $X=X_0+x$, $Y=Y_0+y$, $Z=Z_0+z$, т.е. отклоняясь от равновесия, запишем систему (1) в возмущениях x , y , z [14]:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= a_1x + a_2y + a_3xy + a_4x^2, \\ \frac{dy}{dt} &= b_1y + b_2x + b_3z + b_4xy, \\ \frac{dz}{dt} &= c_1x + c_2z, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$a_1 = -k_2Y_0 + k_3A - 4k_4X_0, \quad a_2 = k_1A - k_2X_0, \quad a_3 = -k_2, \quad a_4 = -2k_4,$$

$$b_1 = -k_1A - k_2X_0, \quad b_2 = -k_2Y_0, \quad b_3 = fk_5, \quad b_4 = -k_2, \\ c_1 = k_3A, \quad c_2 = -k_5.$$

Вычислительные эксперименты, проведенные в рамках модели (3), показали, что стационарное состояние орегонатора неустойчиво (рис. 8–10).

Результаты расчетов возмущений концентрации бромистой кислоты для $f = 0,2$ приведены на рис. 8. Развитие возмущений в системе отмечается после временного интервала $0,5 \cdot 10^{-7}$.

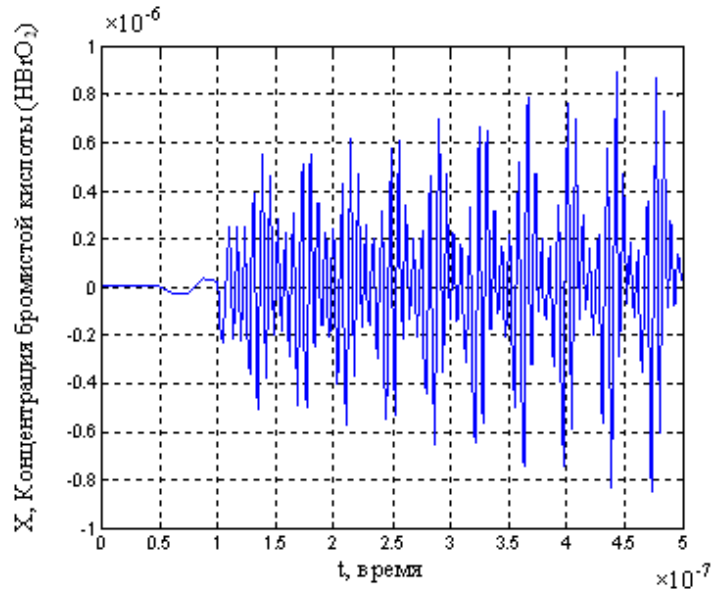


Рис. 8. Развитие возмущений концентрации бромистой кислоты во времени

Для бромида Br^{-1} рост возмущений отмечается практически сразу с момента времени $t > 0$ (рис. 9).

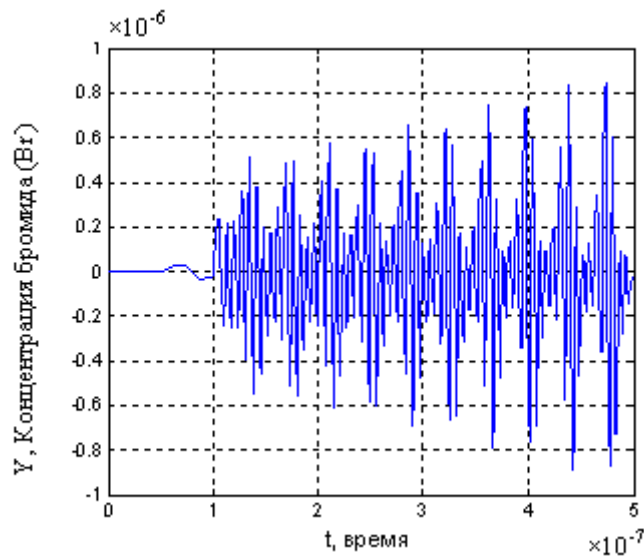


Рис. 9. Возмущения концентрации бромида во времени

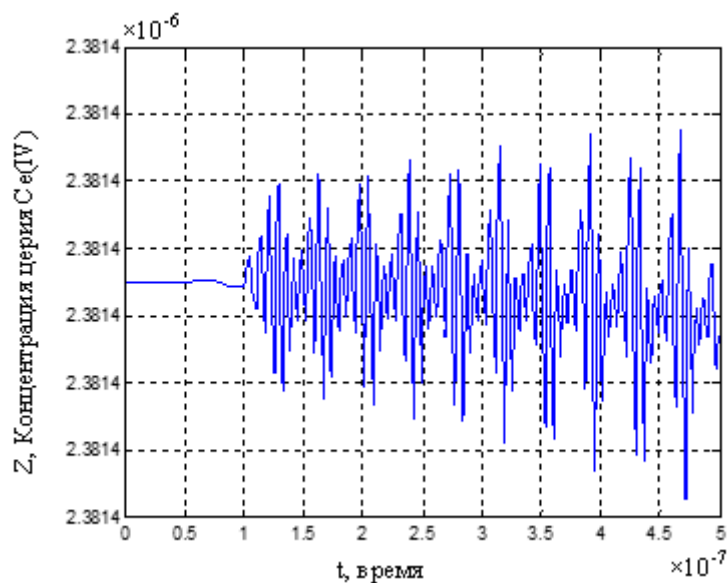


Рис. 10. Возмущения концентрации церия во времени

Заключение

В работе в рамках пятистадийной модели окислительно-восстановительной реакции Белоусова—Жаботинского рассчитаны стационарные режимы орегонатора при различных значениях стехиометрического коэффициента f . В соответствии с физическим смыслом системы ее стационарные решения имеют положительное решение.

Проведено моделирование с использованием пакета MATLAB колебательных режимов орегонатора для различных f . Вычислительные эксперименты подтверждают наличие колебательных режимов орегонатора, что соответствует экспериментальным данным авторов модели.

Исследовано поведение системы по отношению к возмущениям. Для всех значений стехиометрического коэффициента стационарное состояние орегонатора неустойчиво. В экспериментах фиксируется время отклонения от равновесия системы.

Полученные результаты исследований направлены на дальнейшее изучение нелинейных явлений в орегонаторе, к которым относятся образования диссипативных структур в химически реагирующих системах.

Литература

1. Белоусов Б.П. Периодически действующая реакция и ее механизмы // Сборник рефератов по радиационной медицине. М.: Медгиз, 1959. С. 145–148.
2. Вольтер Б.В., Сальников И.Е. Устойчивость режимов работы химических реактивов. М.: Химия, 1972.
3. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование. Пер. с франц. О. Н. Бондаренко. М.: Наука, 1976. 287 с.
4. Жаботинский А.М. Концентрационные колебания. М.: Наука, 1974. 179 с.
5. Жаботинский А.М. Периодические реакции окисления в жидкой фазе // Доклады Академии наук СССР, 1964. Т. 157. С. 392–395.

6. Жаботинский А.М. Периодический процесс окисления малоновой кислоты в растворе (исследование кинетики реакции Белоусова) // Биофизика. Т. 9. 1964. С. 306–311.
7. Холпанов Л.П., Прокудина Л.А. Математическое моделирование неустойчивого массообмена, осложненного химическими реакциями // Теоретические основы химической технологии, 2005. Т. 39, № 1. С. 39–49.
8. Япарова Н.М. Численный метод решения обратной задачи с неизвестными начальными условиями для нелинейного параболического уравнения // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2016. Т. 5, № 2. С. 43–58. DOI: 10.14529/cmse16020.
9. Field R.J., Koros E., Noyes R. Oscillations in Chemical Systems. II. Thorough Analysis of Temporal Oscillation in the Bromate-Cerium-Malonic Acid System // Journal of the American Chemical Society. Vol. 94, No. 25. 1972. P. 8649–8664. DOI: 10.1021/ja00780a001.
10. Field R.J., Noyes R.M. Oscillations in Chemical Systems. IV. Limit Cycle Behavior in a Model of a Real Chemical Reaction // Journal of Chemical Physics. Vol. 60, No. 5. 1974. P. 1877–1884. DOI: 10.1063/1.1681288.
11. Edelson D., Field R.J., Noyes R.M. Mechanistic Details of the Belousov-Zhabotinskii Reaction // International Journal of Chemical Kinetics. Vol. 7. 1975. P. 417–432. DOI: 10.1021/j100381a039.
12. Lotka A.J. Contribution to the Theory of Periodic Reactions // Journal of the Chemical Society. No. 14(3). 1909. P. 271–274. DOI: 10.1021/j150111a004.
13. Lotka A.J. Undamped Oscillations Derived from the Law of Mass Action // Journal of the American Chemical Society. No. 42(8). 1920. P. 1595–1599. DOI: 10.1021/ja01453a010.
14. Prokudina L.A., Kholpanov L.P. Nonlinear Development of Perturbations of Diffusion-Complicated Autocatalytic Reaction // Theoretical Foundations of Chemical Engineering. Vol. 38(6). 2004. P. 636–643. DOI: 10.1007/s11236-005-0037-0.

Прокудина Людмила Александровна, д.ф.-м.н., профессор, кафедра вычислительной математики и высокопроизводительных вычислений, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

Турлакова Светлана Ульмджиевна, к.ф.-м.н., доцент, кафедра вычислительной математики и высокопроизводительных вычислений, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

MATHEMATICAL MODELLING OF STATIONARY STATE AND OSCILLATORY REGIMES IN OREGONATOR

© 2018 L.A. Prokudina, S.U. Turlakova

South Ural State University (pr. Lenina 76, Chelyabinsk, 454080 Russia)

E-mail: prokudinala@susu.ru, turlakovasu@susu.ru

Received: 18.07.2017

Oscillatory systems are widely used in various areas of research (chemical, biological, environmental oscillators). The article presents the five-stage Field-Noyes-Körös model of the Belousov-Zhabotinsky reaction and the corresponding mathematical model of the oregonator. A system of equations for the stationary states of oregonator is derived. Stationary states of oregonator are calculated depending on the speed of direct reactions for various values of stoichiometric coefficient. Simulation of homogeneous stationary state of the system was conducted according to the experimental data of the authors of the model. The stationary solutions corresponded to the physical meaning of the model. In framework of the system of ordinary differential equations of the kinetics reactive systems oscillatory regimes are calculated. The time for oscillatory regime is determined. The amplitudes of the oscillations are corresponded to the experimental data of the authors of the model. The instability of the stationary state of the oregonator to perturbations is investigated.

Keywords: Belousov–Zhabotinsky’s reaction, oregonator, steady states, oscillatory regimes.

FOR CITATION

Prokudina L.A., Turlakova S.U. Mathematical Modelling of Stationary State and Oscillatory Regimes in Oregonator. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering*. 2018. vol. 7, no. 1. pp. 5–15. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse180101.

This paper is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Non Commercial 3.0 License which permits non-commercial use, reproduction and distribution of the work without further permission provided the original work is properly cited.

References

1. Belousov B.P. *Periodicheski deystvuyushchaya reaktsiya i eye mekhanizmy* [Bath Reaction and Its Mechanism. The Collection of Abstracts on Radiation Medicine]. M.: Medgiz Publ., 1959. pp. 145–148.
2. Volter B.V., Salnikov I.E. *Ustoychivost rezhimov raboty khimicheskikh reaktivov* [Stability of Operation Modes of Chemical Reactors]. M.: Khimiya, 1972. (in Russian).
3. Volterra V. *Matematicheskaya teoriya borby za sushchestvovaniye* [Mathematical Theory of the Struggle for Existence. Russian Translation]. M.: Nauka, 1976. 287 p.
4. Zhabotinsky A. M. *Kontsentratsionnyye kolebaniya* [Concentration Auto-Oscillations]. M.: Nauka, 1974. (in Russian)
5. Zhabotinskiy A. M. Periodic Liquid Phase Reactions. Proceedings of Academy of Sciences USSR, 1964. vol. 157. pp. 392–395. (in Russian)
6. Zhabotinskiy A. M. Periodic Process of the Oxidation of Malonic Acid in Solution (Study of Kinetics of Belousov’s Reaction). *Biofizika*. vol. 9. 1964. pp. 306–311. (in Russian)
7. Kholpanov L.P., Prokudina L.A. Mathematical Modeling of Unstable Mass Transfer Complicated by Chemical Reactions. *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*, 2005. vol. 39, no 1. pp. 39-49.

8. Yaparova N.M. Numerical Method for Solving an Inverse Problem for Nonlinear Parabolic Equation with Unknown Initial Conditions. *Vestnik Yuzho-Uralskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Vychislitel'naya matematika i informatika* [Bulletin of South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering]. 2016. vol. 5, no. 2. pp. 43–58. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse160204.
9. Field R.J., Koros E., Noyes R. Oscillations in Chemical Systems. II. Thorough Analysis of Temporal Oscillation in the Bromate-Cerium-Malonic Acid System. *Journal of the American Chemical Society*. vol. 94, no. 25. 1972. pp. 8649–8664. DOI: 10.1021/ja00780a001.
10. Field R.J., Noyes R.M. Oscillations in Chemical Systems. IV. Limit Cycle Behavior in a Model of a Real Chemical Reaction. *The Journal of Chemical Physics*. vol. 60, no. 5. 1974. pp. 1877–1884. DOI: 10.1063/1.1681288.
11. Edelson D., Field R.J., Noyes R.M. Mechanistic Details of the Belousov-Zhabotinskii reaction. *International Journal of Chemical Kinetics*. vol. 7. 1975. pp. 417–432. DOI: 10.1021/j100381a039.
12. Lotka A.J. Contribution to the Theory of Periodic Reactions. *Journal of the Chemical Society*. no. 14(3). 1909. pp. 271–274. DOI: 10.1021/j150111a004.
13. Lotka A.J. Undamped Oscillations Derived from the Law of Mass Action. *Journal of the American Chemical Society*. no. 42(8). 1920. pp. 1595–1599. DOI: 10.1021/ja01453a010.
14. Prokudina L.A., Kholpanov L.P. Nonlinear Development of Perturbations of Diffusion-Complicated Autocatalytic Reaction. *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*. vol. 38(6). 2004. pp. 636–643. DOI: 10.1007/s11236-005-0037-0.

ТЭТА-ФУНКЦИИ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ШУМА КВАНТОВАНИЯ

© 2018 Ю.С. Васильев, В.В. Заволокин

Южно-Уральский государственный университет

(454080 Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, д. 76)

E-mail: vasilyevys@susu.ru, zavolokinvv@susu.ru

Поступила в редакцию: 09.10.2017

В статье выведена новая формула для двухмерной плотности распределения вероятности шума квантования, которая позволила записать ее с помощью математического выражения, которое состоит только из тэта-функций Якоби. Приведен способ получения данной формулы. Вывод формулы основан на том, что при подходящей замене переменных часть членов двойного ряда уничтожается. Показан принцип получения всех формул данного семейства. Этот принцип основан на свойствах симметрии тэта-функций. Симметрия тэта-функций позволяет выражать одну тэта-функцию через другую тэта-функцию и получать формулы, состоящие только из тэта-функций Якоби. Это семейство формул позволяет получать выражения для организации модельных экспериментов, поддерживаемые основными математическими пакетами. Они позволяют получать и числовые характеристики случайных процессов, как функции параметров, порождающих их случайных процессов гауссовского типа в аналитическом виде. Их применение увеличивает скорость сходимости результатов моделирования. Полученные формулы позволят выполнять синтез нужных выражений в аналитическом виде при функциональных преобразованиях случайных векторов и процессов, при обработке сигналов.

Ключевые слова: плотность вероятности, шум квантования, тэта-функции Якоби.

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Васильев Ю.С., Заволокин В.В. Тэта-функции в математической модели шума квантования // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2018. Т. 7, № 1. С. 16–24. DOI: 10.14529/cmse180102.

Введение

Получение требуемого математического выражения для двух и n -мерных плотностей распределения вероятностей при функциональных преобразованиях случайных векторов наталкивается на математические трудности, связанные с необходимостью выполнения большого объема математических преобразований.

Авторы предлагают решение, позволяющее в некоторых случаях избавляться от выражений, содержащих кратные ряды. Новую формулу и способ, которым она была получена, вместе со способом, с помощью которого была получена исходная формула (1), можно применять для функциональных преобразований случайных векторов. И, в частности, для таких преобразований, в которых участвуют одновременно несколько двухмерных случайных векторов.

В работе [1] была получена математическая модель двухмерной плотности распределения вероятности для шума квантования с использованием двухмерного преобразования Фурье и метода характеристической функции способом, рассмотренным в [2]. Шум квантования возникает при квантовании суммы вектора теплового шума $\vec{w}(w_1, w_2)$ и вектора, вызванного отражением электромагнитных волн от капель дождя $\vec{\xi}(\xi_1, \xi_2)$ или водосодержащих объектов в моменты времени соответственно t_1 и t_2 .

В разделе 1 приведено выражение для плотности распределения в виде двойной бесконечной суммы. В разделе 2 приводятся выкладки, приводящие это выражение к виду, содержащему только тэта-функции. В заключении описаны достоинства полученной формулы.

1. Постановка задачи

Известно, что шум квантования возникает в любой системе обработки данных. Как только аналоговый сигнал любого происхождения преобразуется в цифровой код, пригодный для обработки компьютерной программой самого разного назначения или в аппаратуре реального времени, так сразу же на него аддитивно накладывается шум квантования. Значение шума квантования в каждый момент времени равно разности между значением отсчета, подвергаемого квантованию, и результата квантования. Шум квантования ухудшает характеристики работы и аппаратуры и программ, обрабатывающих данные. Ухудшаются не только указанные характеристики, но и математически существенно усложняются преобразования при вычислении нужных характеристик.

Плотность распределения вероятности шума квантования в статье [1] описывается следующим выражением:

$$W_{\bar{\zeta}} = W_{\bar{\zeta}}(u_1, u_2) = \frac{1}{\Delta^2} \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \sum_{n_2=-\infty}^{\infty} e^{\frac{-2\pi^2}{\beta}(n_1^2 + 2\rho n_1 n_2 + n_2^2)} \cos \frac{2\pi}{\Delta}(n_1 u_1 + n_2 u_2),$$

$$|u_1| \leq \frac{\Delta}{2}, \quad |u_2| \leq \frac{\Delta}{2};$$
(1)

где $\bar{\zeta}(\zeta_1, \zeta_2)$ — вектор шума квантования согласно определению, данному в [2];

Δ — шаг квантования;

β — глубина квантования координат вектора, порождающего шум квантования, численно равная отношению квадрата шага квантования к значению дисперсии координат вектора;

ρ — коэффициент корреляции координат вектора, порождающего шум квантования, разнесенных на некоторый интервал времени.

2. Математические преобразования

В выражении (1) для краткости записи введем следующие обозначения:

$$W_{\bar{\zeta}} = \frac{1}{\Delta^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-t(m^2 + 2\rho mn + n^2)} \cos(mz_1 + nz_2) =$$

$$= \frac{1}{\Delta^2} \sum_{m,n} e^{-t(m^2 + 2\rho mn + n^2)} \cos(mz_1 + nz_2), \quad |z_1| \leq \pi, \quad |z_2| \leq \pi.$$
(2)

Здесь
$$t = \frac{2\pi^2}{\beta}, \quad m = n_1, \quad n = n_2;$$
(3)

$$z_1 = u_1 \frac{2\pi}{\Delta}, \quad z_2 = u_2 \frac{2\pi}{\Delta}.$$
(4)

Выразим плотность распределения вероятности через тэта-функции Якоби, которые, согласно их определению, приведенному в [3] и [4], имеют следующий вид:

$$\mathcal{G}_1(z, q) = 2q^{\frac{1}{4}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n q^{n(n+1)} \sin(2n+1)z, \quad (5)$$

$$\theta_2(z, q) = 2q^{\frac{1}{4}} \sum_{n=0}^{\infty} q^{n(n+1)} \cos(2n+1)z = \sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{\left(n+\frac{1}{2}\right)^2} \cos(2n+1)z, \quad (6)$$

$$\theta_3(z, q) = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} q^{n^2} \cos 2nz = \sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{n^2} \cos 2nz, \quad (7)$$

$$\theta_4(z, q) = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n q^{n^2} \cos 2nz = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n q^{n^2} \cos 2nz, \quad (8)$$

где z — аргумент тэта-функций, q — параметр Якоби, определенный в [3].

Для удобства последующих преобразований введем следующее обозначение:

$$t = \frac{2\pi}{\beta}, \quad e^{\frac{-2\pi^2}{\beta}} = e^{-t}. \quad (9)$$

Показательную функцию под знаком суммы в выражении (2) преобразуем в произведение двух сомножителей, каждый из которых зависит только от одного индекса суммирования. Для этого используем прием, описанный в [5] и заключающийся в следующей замене индексов суммирования:

$$m = (i + j)/2, \quad n = (i - j)/2. \quad (10)$$

Тогда выражение (2) примет следующий вид:

$$W_{\bar{\zeta}} = \frac{1}{\Delta^2} \sum_{i,j} e^{\frac{-t(i^2(1+\rho)+j^2(1-\rho))}{2}} \cos\left(\frac{(i+j)}{2} z_1 + \frac{(i-j)}{2} z_2\right), \quad |z_1| \leq \pi, \quad |z_2| \leq \pi. \quad (11)$$

Выражение (11) можно представить в виде двух бесконечных сумм, индексы суммирования которых i и j также изменяются от $-\infty$ до $+\infty$:

$$W_{\bar{\zeta}} = \frac{1}{\Delta^2} \left(\sum_{i,j \text{ четные}} e^{\frac{-t(i^2(1+\rho)+j^2(1-\rho))}{2}} \times \cos\left(\frac{(i+j)}{2} z_1 + \frac{(i-j)}{2} z_2\right) + \sum_{i,j \text{ нечетные}} e^{\frac{-t(i^2(1+\rho)+j^2(1-\rho))}{2}} \times \cos\left(\frac{(i+j)}{2} z_1 + \frac{(i-j)}{2} z_2\right) \right), \quad |z_1| \leq \pi, \quad |z_2| \leq \pi. \quad (12)$$

Применяя формулу сложения для функций косинус в суммах, входящих в формулу (12), вместе с подстановкой вида:

$$x_1 = (z_1 + z_2)/2, \quad x_2 = (z_1 - z_2)/2, \quad (13)$$

разобьем формулу (12) на четыре суммы. В результате этих преобразований формула (12) примет следующий вид:

$$W_{\bar{\zeta}} = \frac{1}{\Delta^2} (S_1(x_1, x_2) + S_2(x_1, x_2) + S_3(x_1, x_2) + S_4(x_1, x_2)), \quad |x_1 + x_2| \leq \pi, \quad |x_1 - x_2| \leq \pi, \quad (14)$$

где:

$$S_1(x_1, x_2) = \left(\sum_{i \text{ четное}} e^{\frac{-t(1+\rho)i^2}{2}} \cos ix_1 \right) \left(\sum_{j \text{ четное}} e^{\frac{-t(1+\rho)j^2}{2}} \cos jx_2 \right), \quad (15)$$

$$S_2(x_1, x_2) = \left(\sum_{i \text{ нечетное}} e^{\frac{-t(1+\rho)i^2}{2}} \cos ix_1 \right) \left(\sum_{j \text{ нечетное}} e^{\frac{-t(1-\rho)j^2}{2}} \cos jx_2 \right), \quad (16)$$

$$S_3(x_1, x_2) = - \left(\sum_{i \text{ четное}} e^{\frac{-t(1+\rho)i^2}{2}} \sin ix_1 \right) \left(\sum_{j \text{ четное}} e^{\frac{-t(1-\rho)j^2}{2}} \sin jx_2 \right), \quad (17)$$

$$S_4(x_1, x_2) = - \left(\sum_{i \text{ нечетное}} e^{\frac{-t(1+\rho)i^2}{2}} \sin ix_1 \right) \left(\sum_{j \text{ нечетное}} e^{\frac{-t(1-\rho)j^2}{2}} \sin jx_2 \right). \quad (18)$$

Функции $\sin ix_1$ и $\sin jx_2$, входящие в выражения (17) и (18), являются нечетными. Поэтому в суммах-суммножителях выражений $S_3(x_1, x_2)$ и $S_4(x_1, x_2)$ индексам суммирования, отличающимся знаком, соответствуют члены с противоположным знаком, которые уничтожаются. По этой причине значения выражений $S_3(x_1, x_2)$ и $S_4(x_1, x_2)$ окажутся равными нулю. Тогда в выражении (14) слагаемые $S_3(x_1, x_2)$ и $S_4(x_1, x_2)$ можно опустить и переписать его в следующем виде:

$$W_{\bar{\zeta}} = \frac{1}{\Delta^2} (S_1(x_1, x_2) + S_2(x_1, x_2)), \quad |x_1 + x_2| \leq \pi. \quad (19)$$

В суммах выражения (15) выполним замену индексов суммирования вида $i = 2k$ и $j = 2k$, а в суммах выражения (16) выполним замену $i = 2k + 1$ и $j = 2k + 1$. В результате выражения (15) и (16) примут следующий вид:

$$S_1 = \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-2t(1+\rho)k^2} \cos 2kx_1 \right) \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-2t(1-\rho)k^2} \cos 2kx_2 \right), \quad (20)$$

$$\begin{aligned} S_2 &= \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{\frac{-t(1+\rho)(2k+1)^2}{2}} \cos(2k+1)x_1 \right) \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{\frac{-t(1-\rho)(2k+1)^2}{2}} \cos(2k+1)x_2 \right) = \\ &= \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-2t(1+\rho)\left(k+\frac{1}{2}\right)^2} \cos(2k+1)x_1 \right) \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-2t(1-\rho)\left(k+\frac{1}{2}\right)^2} \cos(2k+1)x_2 \right). \end{aligned} \quad (21)$$

В выражениях (20) и (21) введем следующие обозначения:

$$q_1 = e^{-2t(1+\rho)}, \quad q_2 = e^{-2t(1-\rho)}. \quad (22)$$

После введения обозначений (22) в выражения (15) и (16) формула (19) может быть записана в следующем виде:

$$\begin{aligned} W_{\bar{\zeta}} &= \frac{1}{\Delta^2} \left(\left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} q_1^{k^2} \cos 2kx_1 \right) \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} q_2^{k^2} \cos 2kx_2 \right) + \right. \\ &+ \left. \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} q_1^{\left(k+\frac{1}{2}\right)^2} \cos(2k+1)x_1 \right) \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} q_2^{\left(k+\frac{1}{2}\right)^2} \cos(2k+1)x_2 \right) \right), \quad |x_1 + x_2| \leq \pi, \quad |x_1 - x_2| \leq \pi. \end{aligned} \quad (23)$$

Тогда формула (23) преобразуется к следующему виду:

$$W_{\bar{\zeta}} = \frac{1}{\Delta^2} (\theta_3(x_1, q_1) \theta_3(x_2, q_2) + \theta_2(x_1, q_1) \theta_2(x_2, q_2)), \quad |x_1 + x_2| \leq \pi, \quad |x_1 - x_2| \leq \pi. \quad (24)$$

Если в выражении (24) перейти к обозначениям формулы (1) и последовательно выполнить обратные подстановки для перехода к переменным u_1 и u_2 , то в результате формулу (24) можно переписать в следующем виде:

$$W_{\bar{\zeta}}(u_1, u_2) = \frac{1}{\Delta^2} \left(\theta_3 \left(\frac{\pi}{\Delta} (u_1 + u_2), e^{\frac{-4\pi^2}{\beta}(1+\rho)} \right) \theta_3 \left(\frac{\pi}{\Delta} (u_1 - u_2), e^{\frac{-4\pi^2}{\beta}(1-\rho)} \right) + \right. \\ \left. + \theta_1 \left(\frac{\pi}{\Delta} (u_1 + u_2), e^{\frac{-4\pi^2}{\beta}(1+\rho)} \right) \theta_1 \left(\frac{\pi}{\Delta} (u_1 - u_2), e^{\frac{-4\pi^2}{\beta}(1-\rho)} \right) \right), \quad |u_1| \leq \frac{\Delta}{2}, \quad |u_2| \leq \frac{\Delta}{2}. \quad (25)$$

В заключение опишем принцип получения иных аналитических выражений для формулы (1), используя свойства симметрии тэта-функций Якоби [6].

Все свойства симметрии тэта-функций можно условно разбить на три группы, касающиеся характера изменения вида аналитического выражения для плотности распределения вероятности шума квантования, выраженного через тэта-функции.

Первая группа свойств симметрии связана с изменением аргумента тэта-функции на четверть периода у функций $\theta_1(x, q)$, $\theta_2(x, q)$ и на половину периода у функций $\theta_3(x, q)$, $\theta_4(x, q)$. Эти свойства симметрии тэта-функций позволяют получить новые аналитические выражения для (1) с помощью подстановок в (24), которые имеют следующий вид:

$$\theta_1 \left(x + \frac{\pi}{2}, q \right) = \theta_2(x, q), \quad (26)$$

$$\theta_2 \left(x + \frac{\pi}{2}, q \right) = -\theta_1(x, q), \quad (27)$$

$$\theta_3 \left(x + \frac{\pi}{2}, q \right) = \theta_4(x, q), \quad (28)$$

$$\theta_4 \left(x + \frac{\pi}{2}, q \right) = \theta_3(x, q). \quad (29)$$

Эта первая группа свойств симметрии тэта-функций (26) – (29) проявляется в преобразовании одного вида тэта-функций в другой и позволяет получить полное семейство формул, эквивалентных формулам (24) и (25). Используя свойства (26) – (29) можно составлять выражения полностью тождественные выражениям (24) и (25). Например, выражение вида:

$$W_{\bar{\zeta}} = \frac{1}{\Delta^2} \left(\theta_4 \left(\left(x_1 + \frac{\pi}{2} \right), q_1 \right) \theta_4 \left(\left(x_2 + \frac{\pi}{2} \right), q_2 \right) + \theta_1 \left(\left(x_1 + \frac{\pi}{2} \right), q_1 \right) \theta_1 \left(\left(x_2 + \frac{\pi}{2} \right), q_2 \right) \right), \quad (30) \\ |x_1 + x_2| \leq \pi, \quad |x_1 - x_2| \leq \pi$$

и равносильное ему выражение:

$$W_{\bar{\zeta}}(u_1, u_2) = \frac{1}{\Delta^2} \left(\theta_4 \left(\frac{\pi}{\Delta}(u_1 + u_2) + \frac{\pi}{2}, e^{-\frac{4\pi^2}{\beta}(1+\rho)} \right) \theta_4 \left(\frac{\pi}{\Delta}(u_1 - u_2) + \frac{\pi}{2}, e^{-\frac{4\pi^2}{\beta}(1-\rho)} \right) + \theta_1 \left(\frac{\pi}{\Delta}(u_1 + u_2) + \frac{\pi}{2}, e^{-\frac{4\pi^2}{\beta}(1+\rho)} \right) \theta_1 \left(\frac{\pi}{\Delta}(u_1 - u_2) + \frac{\pi}{2}, e^{-\frac{4\pi^2}{\beta}(1-\rho)} \right) \right), \quad |u_1| \leq \frac{\Delta}{2}, \quad |u_2| \leq \frac{\Delta}{2} \quad (31)$$

являются выражениями, эквивалентными выражениям (24) и (25) соответственно. Рассмотрев выражения (26)–(29) и (24), нетрудно увидеть, что можно получить четыре формулы, эквивалентные формуле (24). Во всех полученных выражениях тэта-функция подсчитывается очень быстро (см., например, [6]). Используя формулу (25), построим график двумерной плотности распределения шума квантования, который изображен на рисунке.

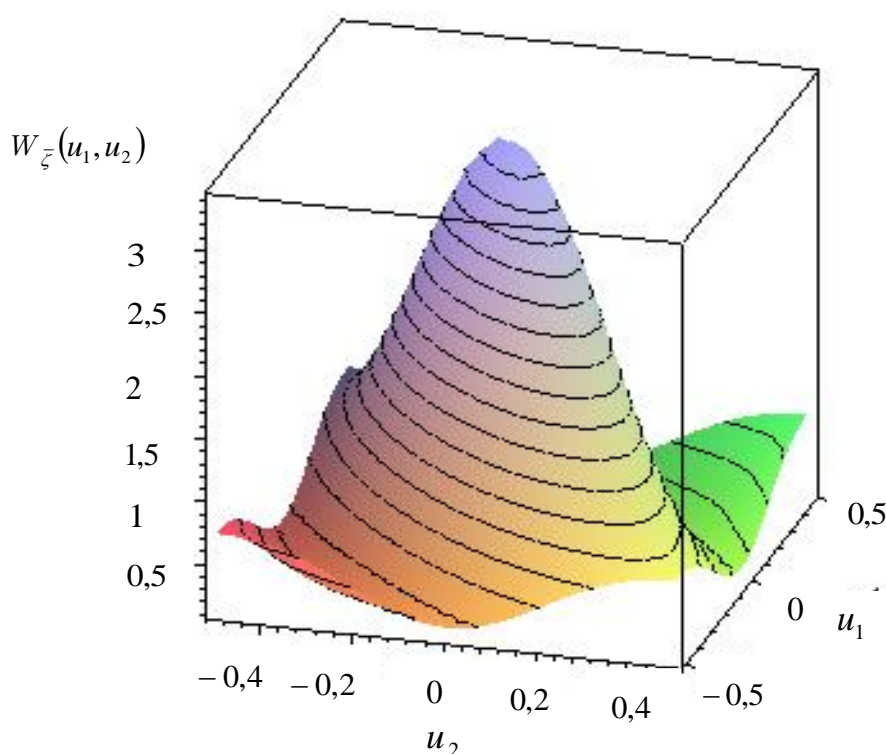


Рис. Плотность вероятности по формуле (25)
(параметр $t=1,3$, шаг квантования $\Delta = 1$, коэффициент корреляции $\rho = 0,7$)

Заключение

В работе получена новая формула, выражающая двумерную плотность распределения вероятности шума квантования (1) в виде выражений (24), (25), (30), (31), состоящих только из тэта-функций Якоби. Первая задача, которую позволяет решить данная формула, это возможность избавиться от кратных функциональных рядов и тем самым упростить преобразования при некоторых статистических и вероятностных расчетах. Вторая задача, которую позволяет решить данная формула и которая может возникать при разработке программ и проведении модельных экспериментов, это уменьшение вычислительной работы при одновременном уменьшении погрешностей вычисления. Для плотности распределения вероятности (1) актуальна задача увеличения скорости сходи-

мости функциональных рядов при допустимой погрешности вычислений. Эта задача решается для некоторых значений параметра Якоби с использованием тэта-функций Якоби из библиотек известных математических пакетов. Применяя формулы (24), (25), (30), (31) можно повысить скорость вычисления функции $W_{\bar{z}}(u_1, u_2)$ при той же точности вычислений, что и для выражения (1). И, наконец, используя способ получения исходной формулы, изложенный в [1], полученные результаты можно обобщить по аналогичной схеме на плотности распределения вероятности вида (1), но имеющие большую размерность.

Статья подготовлена при поддержке правительства РФ (Постановление № 211 от 16.03.2013 г.), соглашение № 02.А03.21.0011

Литература

1. Балясников Б.М., Ворона М.С., Заволокин В.В., Коршунов А.Ю., Максименко М.Д., Одиноченко Н.М. Математическая модель шума квантования сигналов, отраженных от протяженных пространственных помех // Труды Военно-космической академии им. А.Ф. Можайского. СПб., 2011, Вып. 633, ч. 2. С. 131–138.
2. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь, 1982. 624 с.
3. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. 832 с.
4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1967. 832 с.
5. Lawden D.F. Elliptic Function and Application. Springer Verlag New York, 1989. 336 p. DOI: 10.1007/978-1-4757-3980-0.
6. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Эллиптические и автоморфные функции, функции Ламе и Матье. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1967. 300 с.

Васильев Юрий Сергеевич, к.ф.-м.н., доцент, кафедра прикладной математики и программирования, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

Заволокин Владимир Валентинович, ведущий инженер, кафедра прикладной математики и программирования, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

THETA-FUNCTIONS IN MATHEMATICAL MODEL OF NOISE QUANTIZATION

© 2018 Y.S. Vasilyev, V.V. Zavolokin

South Ural State University (pr. Lenina 76, Chelyabinsk, 454080 Russias)

E-mail: vasilyevys@susu.ru, zavolokinvv@susu.ru

Received 09.10.2017

This article presents a new formula for two-dimensional density function probability of noise quantization, which allows us to write it with the help of mathematical expression, which consists of only theta-functions Jacobi. The method of obtaining this formula is given. The derivation is based on the fact that at a suitable change of variables some members of the double row are destroyed. It shows the principle of producing all of the formulas of this family. This principle is based on properties of symmetry theta-function. The symmetry of theta-functions allows us to express one theta-function by another theta-function and obtain other formulas consisting only of theta-functions Jacobi. This family of formulas allows us to obtain expressions for the organization of model experiments, supported by basic mathematical packages. They enable us to receive numerical characteristics of random processes such as the functions of parameters that give rise to their Gaussian random processes in an analytical form. Their use increases the rate of convergence of simulation results. These formulas enable us carry out synthesis of the desired expression in an analytic form for functional transformations of random vectors and processes in signal process.

Keywords: distribution density, noise quantization, theta-functions Jacobi.

FOR CITATION

Vasilyev Y.S., Zavolokin V.V. Theta-functions in Mathematical Model of the Noise Quantization. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering*. 2018. vol. 7, no. 1. pp. 16–24. (in Russian) DOI: 1014529/cmse180102.

This paper is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Non Commercial 3.0 License which permits non-commercial use, reproduction and distribution of the work without further permission provided the original work is properly cites.

References

1. Balyasnikov B.M., Vorona M.C., Zavolokin V.V., Korshunov A.Y., Maksimenko M.D., Odinochenko N.M. A Mathematical Model of the Quantization of the Signals Reflected from Expended Spatial Interference. *Proceedings of the Mozhaisky Military Space Academy St.Petersburg*, 2011. vol. 633, no. 2. pp. 131–138. (in Russian)
2. Tihonov V.I. *Statisticheskaya radiotekhnika* [Statistical Radio Engineering]. Moscow: Sovetskoe Radio, 1982. 624 p. (in Russian)
3. Abramowitz M., Stegun I. Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables. National Bureau of Standards Applied Mathematics Series–55, 1964. 832 p.
4. Korn G., Korn T. Mathematical Handbook. For Scientists and Engineers. Definitions, Theorems and Formulas for Reference and Revive. Second, Enlargend and Revised Edition. McGraw–Hill Book Co., New York, San Francisco, Toronto, London, Sydney, 1968. 832 p.

5. Lawden D.F. Elliptic Function and Application. Springer Verlag New York, 1989. 336 p. DOI: 10.1007/978-1-4757-3980-0.
6. Bateman H., Erdelyi A., Higher Transcendental Functions: Elliptic and Automorphic Functions. Lamé and Mathieu Functions. Vol. 3, McGraw-Hill Book Co., New York, 1955. 300 p.

ГАРАНТИРОВАННОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДИСКРЕТНЫХ МОДЕЛЕЙ ХАОТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

© 2018 А.С. Шелудько

Южно-Уральский государственный университет

(454080 Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, д. 76)

E-mail: sheludkoas@susu.ru

Поступила в редакцию: 18.01.2018

Рассматривается задача оценивания параметров дискретных моделей хаотических процессов по зашумленным измерениям. Исследуется применение гарантированного подхода, что предполагает множественное представление неопределенности о неизвестных переменных в модели (переменной состояния, параметре и ошибках измерений). Разрабатываемый алгоритм основан на интервальном анализе и может быть реализован в прямом и обратном времени. Результатом гарантированного оценивания являются множественные (интервальные) оценки, которые содержат истинные значения неизвестных переменных. Предложенный алгоритм может быть эффективно использован в сочетании с методами, разрабатываемыми в рамках оптимизационного и динамического подходов к решению задачи оценивания. Алгоритм гарантированного оценивания можно рассматривать как процедуру уточнения множества возможных значений переменных целевой функции при применении метода наименьших квадратов и его модификаций. Это позволяет уменьшить число локальных экстремумов целевой функции и сократить время вычислений при применении алгоритмов глобальной оптимизации. Найденные множественные оценки также могут быть использованы для проверки корректности оценок, полученных в результате применения модификаций фильтра Калмана для нелинейных моделей. Для анализа эффективности алгоритма исследуется зависимость результатов оценивания от числа измерений и уровня шума.

Ключевые слова: хаотическое отображение, оценивание параметров, гарантированный подход, множественная оценка, интервальный анализ, информационное множество.

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Шелудько А.С. Гарантированное оценивание параметров дискретных моделей хаотических процессов // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2018. Т. 7, № 1. С. 25–39. DOI: 10.14529/cmse180103.

Введение

Моделирование хаотических процессов [1, 2] имеет множество приложений в различных областях исследований [3, 4]. Независимо от области применения центральной задачей при этом является задача оценивания параметров модели по данным измерений [5, 6]. Результат решения задачи оценивания в дальнейшем влияет на точность алгоритмов фильтрации, прогнозирования и управления. Работы, связанные с решением задачи оценивания параметров моделей хаотических процессов (обширный обзор представлен в [7]), можно разделить на две группы в зависимости от типа исследуемой модели. Основное внимание исследователей (об этом можно судить по количеству публикаций) сосредоточено на классе моделей, заданных в виде систем нелинейных дифференциальных уравнений

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \lambda), \quad \mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n.$$

Разрабатываемые в рамках этого направления алгоритмы не всегда могут с той же эффективностью применяться для дискретных моделей хаотических процессов, заданных

в виде одномерных (как правило, однопараметрических) отображений

$$x_k = f(x_{k-1}, \lambda), \quad x_k \in \mathbb{R}. \quad (1)$$

Во многом это связано с тем, что модели вида (1) описывают временные процессы, которые по своим характеристикам близки к ошибкам измерений (эти модели также используются в качестве генераторов шумов [2]).

В данной работе рассматривается задача оценивания параметра λ хаотического отображения (1) по зашумленным измерениям

$$y_k = x_k + v_k, \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad (2)$$

где v_k — ошибки измерений. В модели (1), (2) неизвестным также является начальное условие x_0 , от которого неявно зависит значение переменной состояния x_k в момент времени k :

$$x_k = f^k(x_0, \lambda).$$

Запись f^k означает выполнение k итераций отображения (1):

$$f^k(x_0, \lambda) = \underbrace{f(f \dots f(x_0, \lambda) \dots)}_k.$$

Статья организована следующим образом. В разделе 1 приводится обзор методов, разрабатываемых в рамках оптимизационного и динамического подходов к решению рассматриваемой задачи. В разделе 2 обсуждается применение гарантированного подхода и возможность его использования в сочетании с другими методами. В разделе 3 рассматривается алгоритм гарантированного оценивания в прямом и обратном времени. В разделе 4 исследуется зависимость результатов оценивания от числа измерений и уровня шума. В заключении приводятся особенности предложенного алгоритма и направления дальнейших исследований.

1. Обзор литературы

1.1. Оптимизационный подход

Оптимизационный подход основан на решении задачи минимизации целевой функции, которая определяет меру близости реализации модели (1) к измеряемым значениям (2). Наиболее распространенным является применение метода наименьших квадратов (МНК) [6], то есть минимизация целевой функции

$$F(x_0, \lambda) = \sum_{k=1}^N \left(y_k - f^k(x_0, \lambda) \right)^2. \quad (3)$$

Основная сложность при таком подходе — многоэкстремальность целевой функции (3) [8], которая возникает из-за сложной зависимости реализации хаотического отображения (1) от начального условия x_0 и параметра λ [1, 2]. Это приводит к необходимости применения трудоемких алгоритмов глобальной оптимизации [9]. На рис. 1 показана целевая функция (3) для примера, который будет рассмотрен в разделе вычислительных экспериментов.

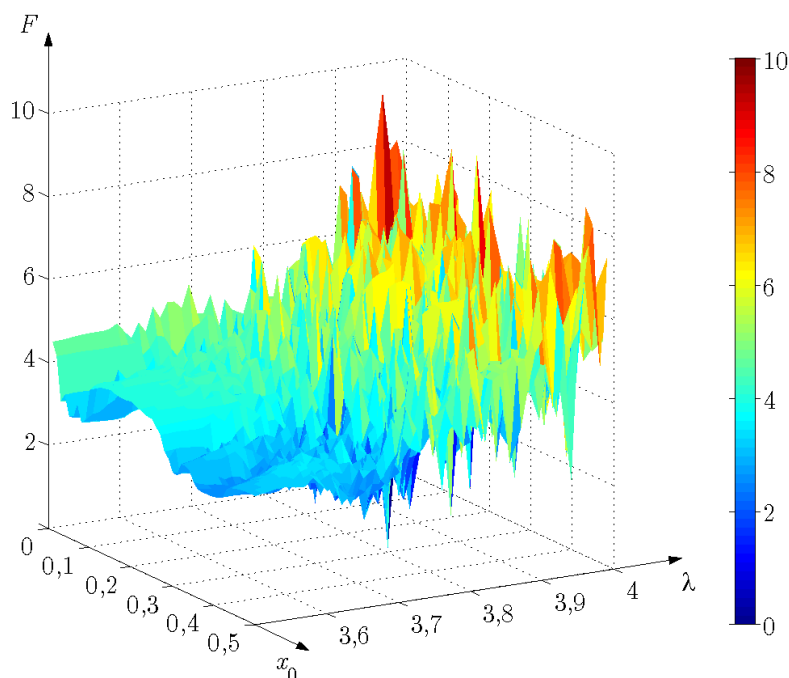


Рис. 1. Пример многоэкстремальной целевой функции при применении МНК

В [10] предложено использовать МНК в сочетании с итерированием в обратном времени. Задача минимизации решается для целевой функции

$$F(x_N, \lambda) = \sum_{k=0}^{N-1} \left(y_{N-k} - f^{-k}(x_N, \lambda) \right)^2, \quad (4)$$

где запись f^{-k} означает выполнение k итераций обратного отображения

$$x_k = f^{-1}(x_{k+1}, \lambda). \quad (5)$$

Ожидается, что целевая функция (4) имеет меньшее число локальных экстремумов, так как при обращении времени пропадает существенная зависимость от начального условия (в обратном времени — от значения x_N в конечный момент времени). Данный прием имеет недостаток, связанный с неоднозначностью обратного отображения (5). Кроме того, получить обратное отображение в явном виде не всегда возможно.

Еще одной модификацией МНК является метод множественной стрельбы [6, 8], который основан на представлении целевой функции в виде

$$F(x_{k_0}, x_{k_1}, \dots, x_{k_m}, \lambda) = \sum_{i=0}^m \sum_{k=k_i+1}^{k_{i+1}} \left(y_k - f^{k-k_i}(x_{k_i}, \lambda) \right)^2, \quad (6)$$

где x_{k_i} , $i = 0, 1, \dots, m$ — узловые точки. При этом $k_0 = 0$, $k_{m+1} = N$ и $k_i < k_{i+1}$, $i = 0, 1, \dots, m$. Задача минимизации целевой функции (6) решается при ограничениях в виде равенств:

$$x_{k_{i+1}} = f^{k_{i+1}-k_i}(x_{k_i}, \lambda), \quad i = 0, 1, \dots, m-1.$$

В рамках оптимизационного подхода также разрабатываются методы, использующие другие виды целевых функций. В [11] предлагается использовать меру близости, которая

не зависит от начального условия, а именно близость между аттракторами хаотических отображений. В [12] используется свойство монотонной зависимости среднего значения реализации хаотического отображения от параметра. В алгоритме, предложенном в [13], при вычислении целевой функции используется результат решения задачи нелинейной фильтрации.

1.2. Динамический подход

Динамический подход основан на решении задачи оценивания расширенного вектора состояния $\tilde{\mathbf{x}}_k = [x_k \ \lambda_k]^T$ нелинейной динамической системы, эквивалентной уравнению (1):

$$\tilde{\mathbf{x}}_k = \tilde{\mathbf{f}}(\tilde{\mathbf{x}}_{k-1}) \Leftrightarrow \begin{cases} x_k = f(x_{k-1}, \lambda_{k-1}), \\ \lambda_k = \lambda_{k-1}. \end{cases} \quad (7)$$

Уравнение измерений (2) при этом имеет вид:

$$y_k = \mathbf{G}\tilde{\mathbf{x}}_k + v_k, \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad (8)$$

где матрица измерений $\mathbf{G} = [1 \ 0]$. Для решения задачи оценивания вектора состояния $\tilde{\mathbf{x}}_k$ используются модификации фильтра Калмана (ФК) для нелинейных моделей [8, 14]. Применение стохастических алгоритмов в рассматриваемой задаче может привести к некорректным результатам [15], так как нелинейные свойства хаотического отображения (1) оказывают влияние на сходимость оценок ФК [16, 17]. В частности, истинное значение вектора состояния $\tilde{\mathbf{x}}_k$ может не принадлежать доверительному множеству (эллипсу) (рис. 2). В терминах оптимизационного подхода это означает, что последовательность оценок вектора состояния $\tilde{\mathbf{x}}_k$ сходится к точке локального экстремума, отличной от точки глобального минимума.

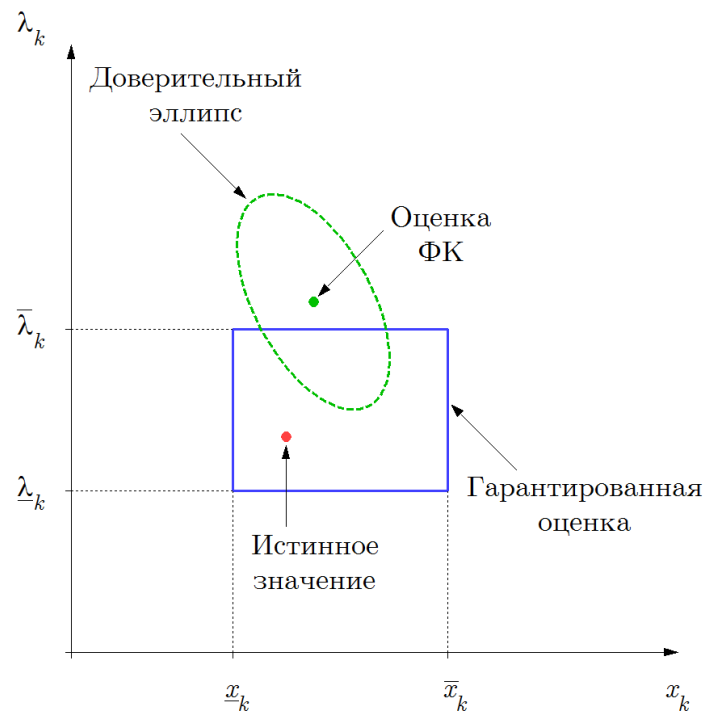


Рис. 2. Ситуация, когда применение ФК приводит к некорректному результату

2. Гарантированный подход

Для преодоления сложностей, возникающих при оптимизационном и динамическом подходе, предлагается использование гарантированного подхода [18, 19], который получил широкое применение при решении задачи идентификации нелинейных моделей [20–23]. Гарантированное оценивание основано на множественном представлении неопределенности о неизвестных переменных в модели. Предполагается, что априорная информация о начальном условии x_0 , параметре λ и ошибках v_k представлена в виде множественных (интервальных) оценок:

$$x_0 \in X_0 = [\underline{x}_0; \bar{x}_0], \lambda \in \Lambda_0 = [\underline{\lambda}_0; \bar{\lambda}_0], v_k \in V_k = [\underline{v}_k; \bar{v}_k]. \quad (9)$$

Результатом гарантированного оценивания в момент времени k являются множественные оценки X_k и Λ_k , которые содержат истинные значения переменной состояния x_k и параметра λ соответственно:

$$x_k \in X_k = [\underline{x}_k; \bar{x}_k], \lambda \in \Lambda_k = [\underline{\lambda}_k; \bar{\lambda}_k].$$

Применительно к модели (7), (8) результатом является последовательность множеств $P_k = X_k \times \Lambda_k$, которые содержат истинные значения расширенного вектора состояния \tilde{x}_k , то есть истинную траекторию системы (рис. 3) [20, 21]. В теории гарантированного оценивания множество \tilde{X}_k состояний системы (7), совместимых с измерениями (8) и априорными ограничениями (9), называется информационным множеством [18, 24]. Для нелинейных систем информационное множество может быть невыпуклым и несвязанным [18], а также иметь фрактальную структуру [25]. Задача гарантированного оценивания в этом случае состоит в построении аппроксимации информационного множества [23]. В рассматриваемой задаче множество P_k представляет собой внешнюю оценку информационного множества $\tilde{X}_k \subseteq P_k$ [19, 26]. Найденные множественные оценки могут быть использованы для проверки корректности стохастических алгоритмов. Например, в ситуации, показанной на рис. 2 точечная оценка ФК не принадлежит множеству P_k .

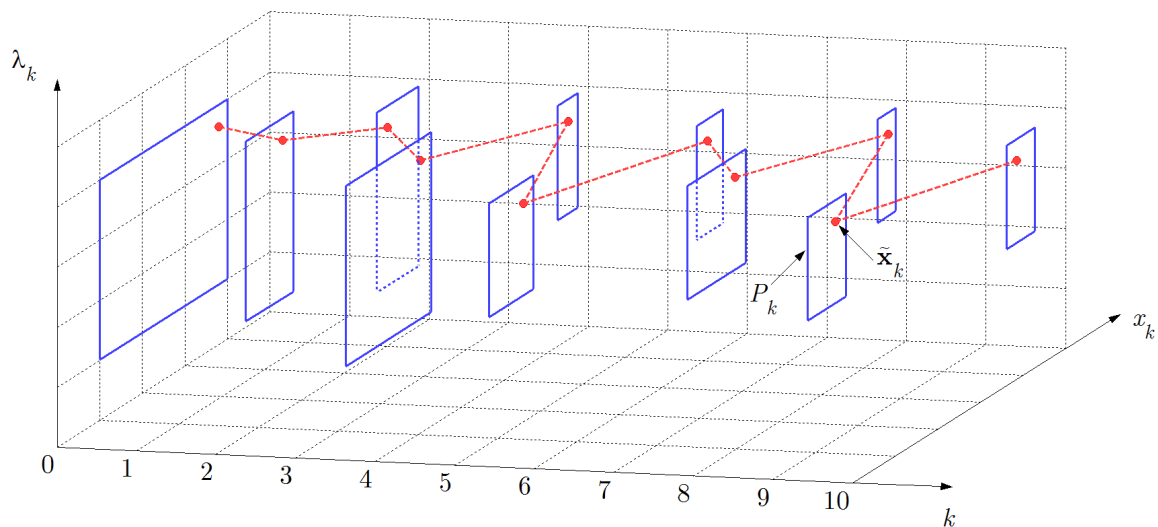


Рис. 3. Гарантированные оценки расширенного вектора состояния

Результаты гарантированного оценивания могут быть использованы для уточнения множества возможных значений переменных целевой функции при оптимизационном подходе, что позволяет уменьшить число локальных экстремумов и сократить время вычислений при применении алгоритмов глобальной оптимизации.

Кроме того, теоретическое обоснование применения МНК и модификаций ФК основано на предположении о том, что ошибки измерений являются белым гауссовским шумом с нулевым математическим ожиданием и известной дисперсией. При гарантированном подходе не требуется выдвигать предположений о модели ошибок. Применение алгоритма гарантированного оценивания для различных моделей ошибок измерений рассмотрено в [27].

3. Алгоритм гарантированного оценивания

Разрабатываемый алгоритм гарантированного оценивания основан на интервальном анализе: отображение f рассматривается как интервальное преобразование [19, 26]. В данном разделе используются следующие обозначения:

$$\begin{aligned} f(X, \Lambda) &= \{u \mid u = f(x, \lambda), x \in X, \lambda \in \Lambda\}, \\ f(x, \Lambda) &= \{u \mid u = f(x, \lambda), \lambda \in \Lambda\}, \\ f(X, \lambda) &= \{u \mid u = f(x, \lambda), x \in X\}. \end{aligned}$$

Верхние индексы «+» и «-» обозначают прямое и обратное время соответственно.

Алгоритм гарантированного оценивания в прямом времени. Пусть X_0^+ , Λ_0^+ — априорные множественные оценки в начальный момент времени $k = 0$. Для $k = 1, 2, \dots, N$ множественные оценки X_k^+ , Λ_k^+ определяются в соответствии со следующими шагами алгоритма.

Шаг 1. Построение множества $X_{k/k-1}$ прогнозных значений переменной состояния x_k исходя из множественных оценок X_{k-1}^+ , Λ_{k-1}^+ найденных на предыдущем временном шаге:

$$X_{k/k-1} = f(X_{k-1}^+, \Lambda_{k-1}^+). \quad (10)$$

Шаг 2. Построение множества Y_k значений переменной состояния x_k , совместимых с измерением y_k , исходя из множественной оценки V_k для ошибки v_k :

$$\begin{aligned} Y_k &= \{x \mid x = y_k - v, v \in V_k\} = \\ &= \{x \mid y_k - \bar{v}_k \leq x \leq y_k - \underline{v}_k\} = \\ &= [y_k - \bar{v}_k; y_k - \underline{v}_k]. \end{aligned} \quad (11)$$

Шаг 3. Множественная оценка X_k^+ переменной состояния x_k определяется как пересечение множеств (10) и (11):

$$X_k^+ = X_{k/k-1} \cap Y_k. \quad (12)$$

Уравнения (10)–(12) аналогичны операциям построения множеств достижимости при гарантированном оценивании вектора состояния линейных динамических систем [24].

Шаг 4. Уточнение множественной оценки $\Lambda_k^+ \subseteq \Lambda_{k-1}^+$ параметра λ :

$$\Lambda_k^+ = \{\lambda \in \Lambda_{k-1}^+ \mid f(\lambda, X_k^+) \cap X_k^+ \neq \emptyset\}. \quad (13)$$

Алгоритм гарантированного оценивания в обратном времени. Пусть в конечный момент времени $k = N$ множественные оценки $X_N^- = X_N^+$, $\Lambda_N^- = \Lambda_N^+$. Для $k = N - 1, N - 2, \dots, 0$ множественные оценки X_k^-, Λ_k^- определяются в соответствии со следующими шагами алгоритма.

Шаг 1. Уточнение множественной оценки $X_k^- \subseteq X_k^+$ переменной состояния x_k :

$$X_k^- = \{x \in X_k^+ \mid f(x, \Lambda_{k+1}^-) \cap X_{k+1}^- \neq \emptyset\}. \quad (14)$$

Шаг 2. Уточнение множественной оценки $\Lambda_k^- \subseteq \Lambda_{k+1}^-$ параметра λ :

$$\Lambda_k^- = \{\lambda \in \Lambda_{k+1}^- \mid f(\lambda, X_k^-) \cap X_{k+1}^- \neq \emptyset\}. \quad (15)$$

При реализации алгоритма для конкретного отображения (1) необходимо учитывать, что множественные оценки находятся в виде непрерывных интервалов, так как операции (13)–(15), строго говоря, подразумевают возможность получения несвязанных множеств. Также необходимо отметить, что эффективность рассмотренного алгоритма зависит от того, насколько априорные множественные оценки V_k адекватны реальным значениям ошибок v_k . Вопрос выбора множественных оценок V_k для ошибок измерений обсуждается в [27].

4. Результаты вычислительных экспериментов

Рассматривается задача оценивания параметра λ квадратичного отображения [2]

$$x_k = \lambda x_{k-1}(1 - x_{k-1}). \quad (16)$$

Истинное значение параметра $\lambda = 3,8$, начальное условие $x_0 = 0,3$, число измерений $N = 30$. На рис. 4 показаны реализация x_k квадратичного отображения (16), ошибки v_k и зашумленные измерения y_k (2). Значения ошибок v_k получены с помощью генератора псевдослучайных чисел с нормальным распределением, нулевым математическим ожиданием и среднеквадратическим отклонением $\sigma_v = 0,05$ (используется функция *randn* из стандартной библиотеки *Matlab*). Априорные множественные оценки:

$$X_0^+ = [0; 0,5], \Lambda_0^+ = [3; 4], V_1 = \dots = V_N = [-3\sigma_v; 3\sigma_v].$$

Результаты алгоритма гарантированного оценивания (вычислительная схема для квадратичного отображения приводится в [28]) представлены на рис. 5, 6. После обработки измерений в прямом и обратном времени получены следующие множественные оценки начального условия и параметра:

$$X_0^- = [0,2570; 0,3381], \Lambda_0^- = [3,7382; 4].$$

На рис. 7 представлено сравнение множеств $P_0^+ = X_0^+ \times \Lambda_0^+$ и $P_0^- = X_0^- \times \Lambda_0^-$, которые представляют собой соответственно априорное и уточненное множество возможных значений переменных целевой функции (3) при применении МНК (см. рис. 1).

Для исследования зависимости результатов от числа измерений и уровня шума рассматривается $n = 10^4$ тестовых примеров. В рассматриваемой задаче под уровнем шума подразумевается величина среднеквадратического отклонения σ_v генерируемых значений

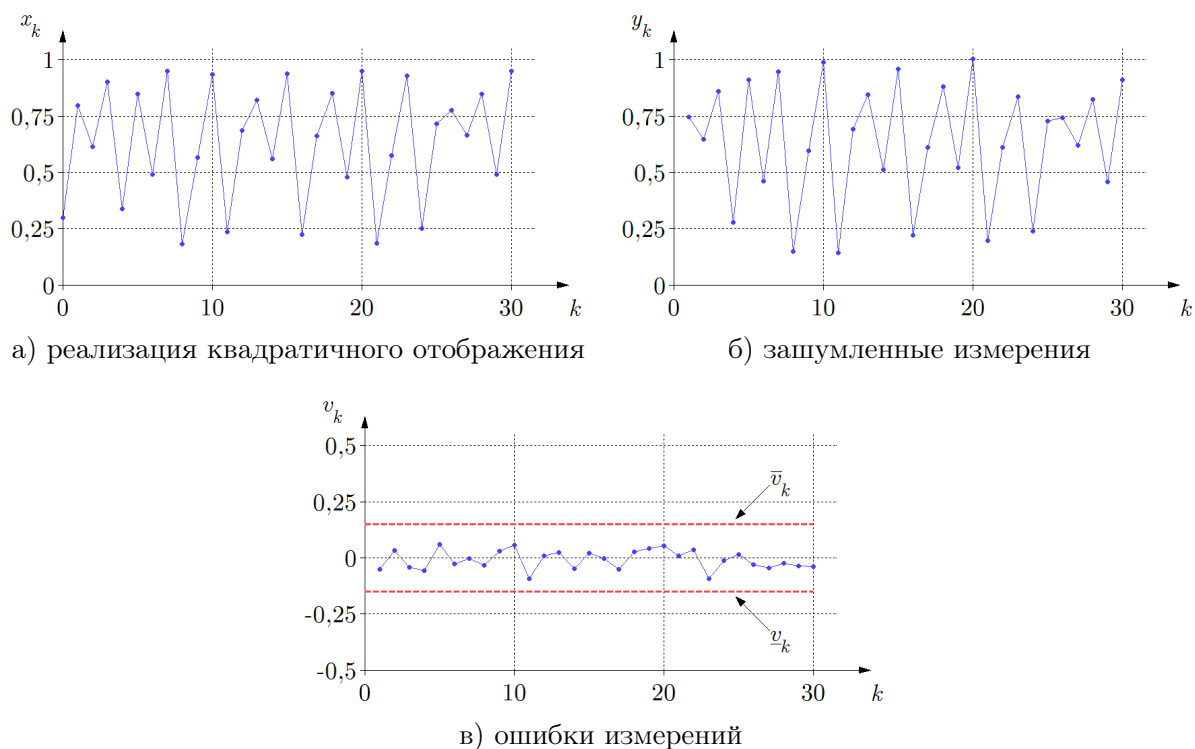


Рис. 4. Временные процессы, рассматриваемые в примере

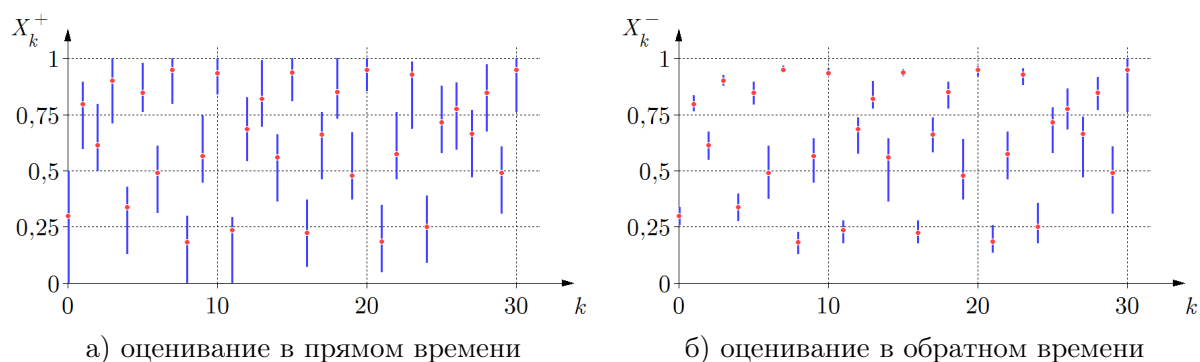


Рис. 5. Множественные оценки переменной состояния (точками отмечены истинные значения)

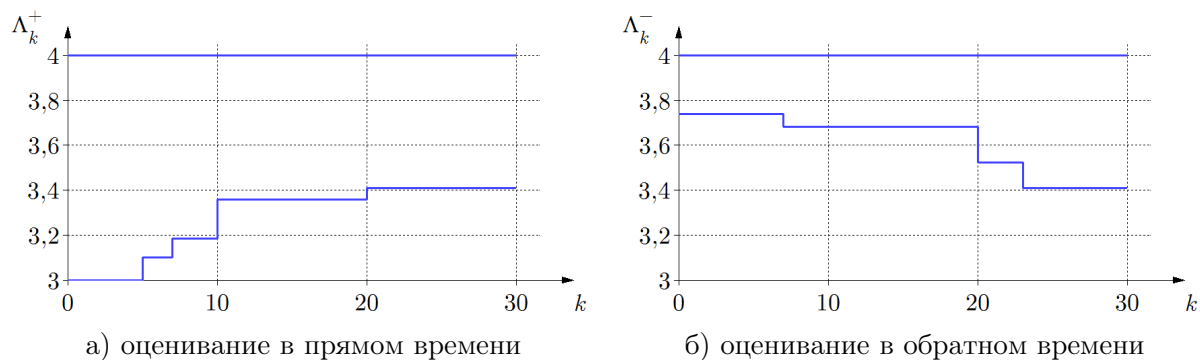
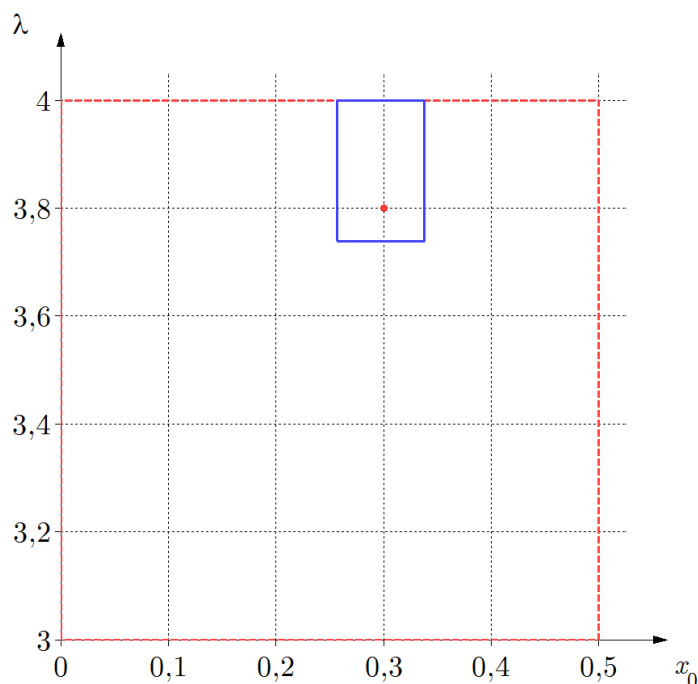


Рис. 6. Уточнение границ множественной оценки параметра



- Истинное значение - - - - - Априорное множество — Уточненное множество

Рис. 7. Сравнение априорного и уточненного множеств возможных значений начального условия и параметра

ошибок v_k . На рис. 8 показана зависимость между величиной σ_v и отношением сигнал/шум, которое рассчитывается по формуле:

$$C/Ш = 20 \lg \frac{\sigma_x}{\sigma_v},$$

где σ_x — выборочное среднеквадратическое отклонение реализации квадратичного отображения. Для каждого тестового примера значения начального условия $x_0 \in (0; 0,5)$ и параметра $\lambda \in [3,6; 4]$ квадратичного отображения (16) выбираются из соответствующих интервалов возможных значений с помощью генератора псевдослучайных чисел с равномерным распределением (используется функция *rand* из стандартной библиотеки *Matlab*). Во всех случаях априорные множественные оценки выбираются как в рассмотренном выше примере.

В качестве количественной характеристики эффективности алгоритма гарантированного оценивания рассматривается отношение площадей множеств P_0^- и P_0^+ (см. рис. 7):

$$\delta = \frac{(\bar{x}_0^- - \underline{x}_0^-) (\bar{\lambda}_0^- - \underline{\lambda}_0^-)}{(\bar{x}_0^+ - \underline{x}_0^+) (\bar{\lambda}_0^+ - \underline{\lambda}_0^+)} \times 100\%.$$

Величина δ показывает, какую часть от априорной неопределенности составляет множество возможных значений начального условия x_0 и параметра λ , найденное в результате применения алгоритма гарантированного оценивания. На рис. 9 показана зависимость величины δ от числа N измерений и среднеквадратического отклонения σ_v ошибок измерений. При отношении $C/Ш > 15$ дБ и числе измерений $N > 20$ размер уточненного множества возможных значений не превышает 10% от величины априорной неопределенности.

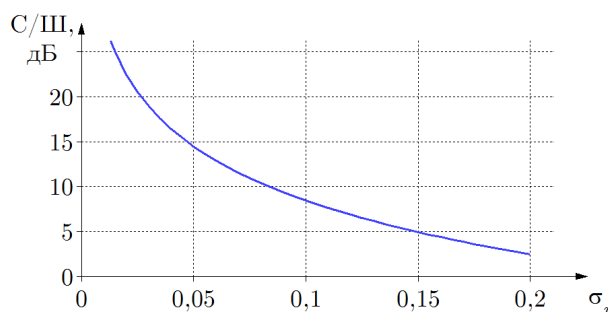


Рис. 8. Зависимость отношения сигнал/шум от среднеквадратического отклонения ошибок измерений

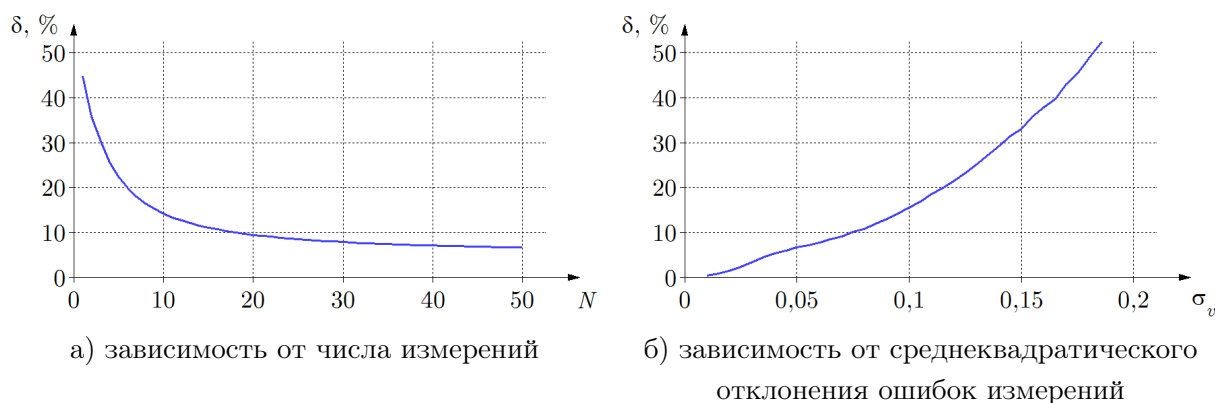


Рис. 9. Зависимость характеристики эффективности алгоритма от параметров задачи (в среднем для $n = 10^4$ тестовых примеров)

Заключение

При решении задачи оценивания параметров моделей хаотических процессов возникают сложности, связанные с многоэкстремальностью целевой функции (при оптимизационном подходе) и влиянием нелинейных свойств хаотического отображения на сходимость оценок стохастических алгоритмов (при динамическом подходе).

Применение гарантированного подхода предполагает, что априорная информация о неизвестных переменных представлена в виде множественных (интервальных) оценок. Рассмотренный алгоритм гарантированного оценивания представляет собой рекуррентную процедуру построения множественных оценок переменной состояния и параметра хаотического отображения, которая может быть реализована в прямом и обратном времени. Построение множественных оценок основано на интервальном анализе, поэтому сложность реализации алгоритма зависит от конкретного вида хаотического отображения.

При корректных априорных предположениях найденные множественные оценки обязательно содержат истинные значения неизвестных переменных и могут быть использованы для проверки корректности применения стохастических алгоритмов при динамическом подходе к решению задачи оценивания. Перспективным направлением дальнейших исследований может стать одновременное использование алгоритма гарантированного оценивания и фильтра Калмана.

Если задача оценивания решается в рамках оптимизационного подхода, результаты предварительной обработки измерений с помощью алгоритма гарантированного оценивания могут быть использованы для уточнения множества возможных значений переменных

целевой функции. Это позволяет уменьшить число локальных экстремумов целевой функции и сократить время вычислений при применении алгоритмов глобальной оптимизации. Отметим, что декартово произведение интервалов является простейшим вариантом внешней аппроксимации множества возможных значений. В дальнейшем предполагается использование алгоритма гарантированного оценивания для построения аппроксимации в виде объединения непересекающихся подмножеств (прямоугольников).

Статья выполнена при поддержке Правительства РФ (Постановление № 211 от 16.03.2013 г.), соглашение № 02.А03.21.0011.

Литература

1. Devaney R.L. An Introduction to Chaotic Dynamical Systems. Addison-Wesley, 1989. 336 p.
2. Sprott J.C. Chaos and Time-Series Analysis. Oxford University Press, 2003. 507 p.
3. Skiadas C.H., Skiadas C. Handbook of Applications of Chaos Theory. CRC Press, 2016. 934 p.
4. Thompson J.M.T. Chaos, Fractals and Their Applications // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2016. Vol. 26, No. 13. DOI: 10.1142/S0218127416300354.
5. Аносов О.Л., Бутковский О.Я., Кравцов Ю.А. Восстановление динамических систем по хаотическим временным рядам: краткий обзор // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2000. Т. 8, № 1. С. 29–48.
6. Безручко Б.П., Смирнов Д.А. Современные проблемы моделирования по временным рядам // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Физика. 2006. Т. 6, № 1–2. С. 3–27.
7. Aguirre L.A., Letellier C. Modeling Nonlinear Dynamics and Chaos: A Review // Mathematical Problems in Engineering. 2009. Article ID 238960. DOI: 10.1155/2009/238960.
8. Voss H.U., Timmer J., Kurths J. Nonlinear Dynamical System Identification from Uncertain and Indirect Measurements // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2004. Vol. 14, No. 6. P. 1905–1933. DOI: 10.1142/S0218127404010345.
9. Gotmare A., Bhattacharjee S.S., Patidar R., George N.V. Swarm and Evolutionary Computing Algorithms for System Identification and Filter Design: A Comprehensive Review // Swarm and Evolutionary Computation. 2017. Vol. 32. P. 68–84. DOI: 10.1016/j.swevo.2016.06.007.
10. Smirnov D.A., Vlaskin V.S., Ponomarenko V.I. Estimation of Parameters in One-Dimensional Maps from Noisy Chaotic Time Series // Physics Letters A. 2005. Vol. 336. P. 448–458. DOI: 10.1016/j.physleta.2004.12.092.
11. Jafari S., Sprott J.C., Pham V.-T. et al. A New Cost Function for Parameter Estimation of Chaotic Systems Using Return Maps as Fingerprints // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2014. Vol. 24, No. 10. DOI: 10.1142/S021812741450134X.
12. Liu L., Hu J., Li H. et al. Parameter Estimation of a Class One-Dimensional Discrete Chaotic System // Discrete Dynamics in Nature and Society. 2011. Article ID 696017. DOI: 10.1155/2011/696017.
13. Nakamura T., Hirata Y., Judd K. et al. Improved Parameter Estimation from Noisy Time Series for Nonlinear Dynamical Systems // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2007. Vol. 17, No. 5. P. 1741–1752. DOI: 10.1142/S021812740701804X.

14. Walker D.M. Parameter Estimation Using Kalman Filters with Constraints // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2006. Vol. 16, No. 4. P. 1067–1078. DOI: 10.1142/S0218127406015325.
15. Judd K. Fifty Years of Forecasting Chaos and the Shadow of Imperfect Models // Nonlinear Theory and Its Applications. 2016. Vol. 7, No. 2. P. 234–249. DOI: 10.1587/nolta.7.234.
16. Leung H., Zhu Z., Ding Z. An Aperiodic Phenomenon of the Extended Kalman Filter in Filtering Noisy Chaotic Signals // IEEE Transactions on Signal Processing. 2000. Vol. 48, No. 6. P. 1807–1810. DOI: 10.1109/78.845941.
17. Feng J., Fan H., Tse C.K. Convergence Analysis of the Unscented Kalman Filter for Filtering Noisy Chaotic Signals // Proceedings of the 2007 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS) (New Orleans, USA, May 27–30, 2007), 2007. P. 1681–1684. DOI: 10.1109/ISCAS.2007.377916.
18. Куржанский А.Б., Фурасов В.Д. Идентификация нелинейных процессов — гарантированные оценки // Автоматика и телемеханика. 1999. № 6. С. 70–87.
19. Jaulin L., Kieffer M., Didrit O., Walter E. Applied Interval Analysis. Springer, 2001. 379 p. DOI: 10.1007/978-1-4471-0249-6.
20. Raissi T., Ramdani N., Candau Y. Set Membership State and Parameter Estimation for Systems Described by Nonlinear Differential Equations // Automatica. 2004. Vol. 40, No. 10. P. 1771–1777. DOI: 10.1016/j.automatica.2004.05.006.
21. Abdallah F., Gning A., Bonnifait P. Box Particle Filtering for Nonlinear State Estimation Using Interval Analysis // Automatica. 2008. Vol. 44, No. 3. P. 807–815. DOI: 10.1016/j.automatica.2007.07.024.
22. Kumkov S.I., Mikushina Y.V. Interval Approach to Identification of Catalytic Process Parameters // Reliable Computing. 2013. Vol. 19, No. 2. P. 197–214.
23. Paulen R., Villanueva M., Fikar M., Chachuat B. Guaranteed Parameter Estimation in Nonlinear Dynamic Systems Using Improved Bounding Techniques // Proceedings of the 2013 European Control Conference (ECC) (Zurich, Switzerland, July 17–19, 2013), 2013. P. 4514–4519.
24. Blanchini F., Miani S. Set-Theoretic Methods in Control. Birkhauser, 2015. 630 p. DOI: 10.1007/978-3-319-17933-9.
25. Prostiakov P.V. Fractal Structure for the Guaranteed Observation Problem. An Example // Applied Mathematics Letters. 2001. Vol. 14, No. 4. P. 507–511. DOI: 10.1016/S0893-9659(00)00185-3.
26. Shary S.P. A New Technique in Systems Analysis under Interval Uncertainty and Ambiguity // Reliable Computing. 2002. Vol. 8, No. 5. P. 321–418. DOI: 10.1023/A:1020505620702.
27. Шелудько А.С., Ширяев В.И. Алгоритм гарантированного оценивания параметра одномерного хаотического отображения // Информационные технологии. 2015. Т. 21, № 1. С. 30–34.
28. Sheludko A.S., Shiryaev V.I. Guaranteed State and Parameter Estimation for One-Dimensional Chaotic System // Proceedings of the 2nd International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM) (Chelyabinsk, Russia, May 19–20, 2016), 2016. DOI: 10.1109/ICIEAM.2016.7911580.

Шелудько Антон Сергеевич, ассистент, кафедра прикладной математики и программирования, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

DOI: 10.14529/cmse180103

GUARANTEED PARAMETER ESTIMATION FOR DISCRETE-TIME CHAOTIC SYSTEMS

© 2018 A.S. Sheludko

South Ural State University

(pr. Lenina 76, Chelyabinsk, 454080 Russia)

E-mail: sheludkoas@susu.ru

Received: 18.01.2018

This paper considers the problem of parameter estimation from noisy measurements of discrete-time chaotic systems. The guaranteed approach assumes that the uncertainty is represented by intervals of possible values of the unknown variables (state, model parameter and measurement errors). The developed algorithm is based on interval analysis and can be used in the forward and backward time direction. The result of the guaranteed estimation is interval estimates that contain the true values of the unknown variables. The proposed algorithm can be usefully associated with common estimation methods developed in the field of optimization approach and estimation in real time. If the estimation problem is solved by the least squares method or its modifications, the guaranteed algorithm can be used to specify the set of possible values of the unknown variables. It decreases the number of local minima of the cost function. Computed interval estimates may also be used to verify the results obtained using the modifications of the Kalman filter for nonlinear systems. In the practical section, the dependence of the results on the number of available measurements and noise level is examined.

Keywords: chaotic map, parameter estimation, guaranteed approach, interval estimate, interval analysis, information set.

FOR CITATION

Sheludko A.S. Guaranteed Parameter Estimation for Discrete-Time Chaotic Systems. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering*. 2018. vol. 7, no. 1. pp. 25–39. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse180103.

This paper is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Non Commercial 3.0 License which permits non-commercial use, reproduction and distribution of the work without further permission provided the original work is properly cited.

References

1. Devaney R.L. An Introduction to Chaotic Dynamical Systems. Addison-Wesley, 1989. 336 p.
2. Sprott J.C. Chaos and Time-Series Analysis. Oxford University Press, 2003. 507 p.
3. Skiadas C.H., Skiadas C. Handbook of Applications of Chaos Theory. CRC Press, 2016. 934 p.
4. Thompson J.M.T. Chaos, Fractals and Their Applications. International Journal of Bifurcation and Chaos. 2016. vol. 26, no. 13. DOI: 10.1142/S0218127416300354.
5. Anosov O.L., Butkovskii O.Ya., Kravtsov Yu.A. Reconstruction of Dynamical Systems from Chaotic Time Series: Short Review. *Izvestiya vuzov. Prikladnaya nelineinaya dinamika* [Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics]. 2000. vol. 8, no. 1. pp. 29–48. (in Russian)

6. Bezruchko B.P., Smirnov D.A. Contemporary Problems in Modeling from Time Series. *Izvestiya Saratovskogo universiteta. Novaya seriya. Seriya Fizika* [Izvestiya of Saratov University. New Series. Series Physics]. 2006. vol. 6, no. 1–2. pp. 3–27. (in Russian)
7. Aguirre L.A., Letellier C. Modeling Nonlinear Dynamics and Chaos: A Review. *Mathematical Problems in Engineering*. 2009. Article ID 238960. DOI: 10.1155/2009/238960.
8. Voss H.U., Timmer J., Kurths J. Nonlinear Dynamical System Identification from Uncertain and Indirect Measurements. *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 2004. vol. 14, no. 6. pp. 1905–1933. DOI: 10.1142/S0218127404010345.
9. Gotmare A., Bhattacharjee S.S., Patidar R., George N.V. Swarm and Evolutionary Computing Algorithms for System Identification and Filter Design: A Comprehensive Review. *Swarm and Evolutionary Computation*. 2017. vol. 32. pp. 68–84. DOI: 10.1016/j.swevo.2016.06.007.
10. Smirnov D.A., Vlaskin V.S., Ponomarenko V.I. Estimation of Parameters in One-Dimensional Maps from Noisy Chaotic Time Series. *Physics Letters A*. 2005. vol. 336. pp. 448–458. DOI: 10.1016/j.physleta.2004.12.092.
11. Jafari S., Sprott J.C., Pham V.-T. et al. A New Cost Function for Parameter Estimation of Chaotic Systems Using Return Maps as Fingerprints. *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 2014. vol. 24, no. 10. DOI: 10.1142/S021812741450134X.
12. Liu L., Hu J., Li H. et al. Parameter Estimation of a Class One-Dimensional Discrete Chaotic System. *Discrete Dynamics in Nature and Society*. 2011. Article ID 696017. DOI: 10.1155/2011/696017.
13. Nakamura T., Hirata Y., Judd K. et al. Improved Parameter Estimation from Noisy Time Series for Nonlinear Dynamical Systems. *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 2007. vol. 17, no. 5. pp. 1741–1752. DOI: 10.1142/S021812740701804X.
14. Walker D.M. Parameter Estimation Using Kalman Filters with Constraints. *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 2006. vol. 16, no. 4. pp. 1067–1078. DOI: 10.1142/S0218127406015325.
15. Judd K. Fifty Years of Forecasting Chaos and the Shadow of Imperfect Models. *Nonlinear Theory and Its Applications*. 2016. vol. 7, no. 2. pp. 234–249. DOI: 10.1587/nolta.7.234.
16. Leung H., Zhu Z., Ding Z. An Aperiodic Phenomenon of the Extended Kalman Filter in Filtering Noisy Chaotic Signals. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2000. vol. 48, no. 6. pp. 1807–1810. DOI: 10.1109/78.845941.
17. Feng J., Fan H., Tse C.K. Convergence Analysis of the Unscented Kalman Filter for Filtering Noisy Chaotic Signals. *Proceedings of the 2007 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS) (New Orleans, USA, May 27–30, 2007)*, 2007. pp. 1681–1684. DOI: 10.1109/ISCAS.2007.377916.
18. Kurzhanski A.B., Furasov V.D. Identification of Nonlinear Processes: Guaranteed Estimates. *Automation and Remote Control*. 1999. vol. 60, no. 6. pp. 814–828.
19. Jaulin L., Kieffer M., Didrit O., Walter E. *Applied Interval Analysis*. Springer, 2001. 379 p. DOI: 10.1007/978-1-4471-0249-6.
20. Raissi T., Ramdani N., Candau Y. Set Membership State and Parameter Estimation for Systems Described by Nonlinear Differential Equations. *Automatica*. 2004. vol. 40, no. 10. pp. 1771–1777. DOI: 10.1016/j.automatica.2004.05.006.

21. Abdallah F., Gning A., Bonnifait P. Box Particle Filtering for Nonlinear State Estimation Using Interval Analysis. *Automatica*. 2008. vol. 44, no. 3. pp. 807–815. DOI: 10.1016/j.automatica.2007.07.024.
22. Kumkov S.I., Mikushina Y.V. Interval Approach to Identification of Catalytic Process Parameters. *Reliable Computing*. 2013. vol. 19, no. 2. pp. 197–214.
23. Paulen R., Villanueva M., Fikar M., Chachuat B. Guaranteed Parameter Estimation in Nonlinear Dynamic Systems Using Improved Bounding Techniques. *Proceedings of the 2013 European Control Conference (ECC) (Zurich, Switzerland, July 17–19, 2013)*, 2013. pp. 4514–4519.
24. Blanchini F., Miani S. *Set-Theoretic Methods in Control*. Birkhauser, 2015. 630 p. DOI: 10.1007/978-3-319-17933-9.
25. Prostiakov P.V. Fractal Structure for the Guaranteed Observation Problem. An Example. *Applied Mathematics Letters*. 2001. vol. 14, no. 4. pp. 507–511. DOI: 10.1016/S0893-9659(00)00185-3.
26. Shary S.P. A New Technique in Systems Analysis under Interval Uncertainty and Ambiguity. *Reliable Computing*. 2002. vol. 8, no. 5. pp. 321–418. DOI: 10.1023/A:1020505620702.
27. Sheludko A.S., Shiryayev V.I. The Algorithm of Guaranteed Parameter Estimation for One-Dimensional Chaotic Map. (in Russian) *Informatsionnye tekhnologii* [Information Technologies]. 2015. vol. 21, no. 1. pp. 30–34.
28. Sheludko A.S., Shiryayev V.I. Guaranteed State and Parameter Estimation for One-Dimensional Chaotic System. *Proceedings of the 2nd International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM) (Chelyabinsk, Russia, May 19–20, 2016)*, 2016. DOI: 10.1109/ICIEAM.2016.7911580.

ОБЗОР СОВРЕМЕННЫХ МОДЕЛЕЙ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ДАКТИЛОСКОПИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

© 2018 Д.Н. Лепихова¹, В.Ю. Гудков², А.А. Кирсанова²

¹ООО «Сонда Про»

(456318 Челябинская обл., г. Миасс, ул. Ильмен-Тау, д. 1-2),

²Южно-Уральский государственный университет

(454080 Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, д. 76)

E-mail: lepikhova@sonda.ru, diana@sonda.ru, alexander.a.kirsanov@gmail.com

Поступила в редакцию: 16.11.2017

Идентификация человека по отпечаткам пальцев сегодня является наиболее распространенным методом биометрической идентификации. В статье приводится обзор современных моделей компьютерного представления изображений отпечатков пальцев и методов сравнения отпечатков на базе этих моделей. Рассматриваются представления отпечатка в виде множества частных признаков, множества общих признаков, множества папиллярных линий, а также в виде топологического объекта, содержащего комбинацию признаков. Сформулированы основные преимущества и недостатки этих представлений. Предлагается классификация моделей представления дактилоскопических изображений по степени полноты их описания. Каждый уровень предложенной модели описывает изображение с помощью какой-либо его характеристики (частные признаки, общие признаки, расположение и плотность папиллярных линий, поле направлений) либо в виде некоторого топологического объекта на более высоком уровне. При этом модель каждого уровня может использоваться как в виде самостоятельного представления, так и в комбинации с моделями других уровней, расширяя и дополняя описание изображения. Обзор моделей и методов идентификации опирается на широкий круг патентных материалов, научных статей, свидетельств о регистрации программ за последние несколько лет, что подтверждает актуальность проблемы и проведенного исследования.

Ключевые слова: биометрическая идентификация, отпечаток пальца, шаблон отпечатка пальца.

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Лепихова Д.Н., Гудков В.Ю., Кирсанова А.А. Обзор современных моделей представления дактилоскопических изображений // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2018. Т. 7, № 1. С. 40–59. DOI: 10.14529/cmse180104.

Введение

Автоматическая идентификация личности по отпечаткам пальцев широко применяется с тех пор как в 1969 году ФБР в сотрудничестве с Национальным бюро стандартов (Национальный институт стандартов и технологий, NIST) разработали систему, автоматизирующую процесс дактилоскопической идентификации [33]. Она используется не только в сфере криминалистики, но и в системах контроля доступа различного уровня, в бытовых и мобильных устройствах, в которых наравне с величиной ошибки идентификации важна и высокая производительность системы [16].

Вследствие этого все большую актуальность приобретает вопрос повышения эффективности идентификационных систем, разрабатываются и новые методы, призванные улучшить скоростные и качественные характеристики сравнения.

Статья организована следующим образом. В разделе 1 приводятся общие понятия дактилоскопической идентификации. Раздел 2 содержит классификацию

существующих моделей представления отпечатков по принципу расширения структуры шаблона дактилоскопического изображения, а более подробно каждая группа моделей рассматривается в соответствующих подразделах. В разделе 3 кратко рассматриваются вопросы сравнения алгоритмов и оценки качества их работы на примере реальных идентификационных систем. В заключении приводятся общие выводы по результатам обзора, суммируются итоги и описываются перспективные направления дальнейших исследований.

1. Задача идентификации по отпечаткам пальцев



Рис. 1. Отпечатки одного и того же пальца на одном сенсоре

Идентификация отпечатков в электронно-цифровом виде нецелесообразна из-за неоднозначности непосредственного сравнения цифровых изображений: шумы, низкое качество изображений, их цветопередача и другие факторы снижают долю правильной идентификации [27]. Помимо этого, отпечатки одного и того же пальца, даже сделанные одним прибором, всегда будут отличаться, поскольку невозможно приложить палец ровно так же, как и в предыдущий раз (рис. 1). Именно поэтому для дактилоскопической идентификации используются не сами изображения отпечатков, а полученные на их основе математические модели — шаблоны вида $T = f(A)$, где f — функция вычисления шаблона изображения A , и степень сходства двух отпечатков определяется степенью сходства их шаблонов.

Изображения отпечатков состоят из почти параллельных линий, расположение которых образует общие признаки узора в виде петель, завитков и дельт. Некоторые системы используют классификацию по типу узора, однако в полностью автоматических системах к такой классификации стараются не прибегать из-за внутрикласовой вариации, которая настолько велика, что границы между классами весьма размыты. Многие папиллярные узоры невозможно отнести к тому или иному классу [10].

Точки начала и окончания, соединения и разветвления папиллярных линий образуют частные признаки узора. Известны работы, в которых выделяется до 13 особенностей: окончание линии, расщепление линии, фрагмент, островок, точка, примыкание, мостик, крючок, дельта, пересечение, утроение линии, прерывание линии, другие признаки [13, 14]. Но обычно для методов автоматического кодирования изображений используют два типа признаков: окончание и разветвление линии [27]. Причем окончание и разветвление могут переходить одно в другое в зависимости от условий получения изображений отпечатков.

Такое изменение типа частного признака без перехода через папиллярную линию называют мутацией [4].

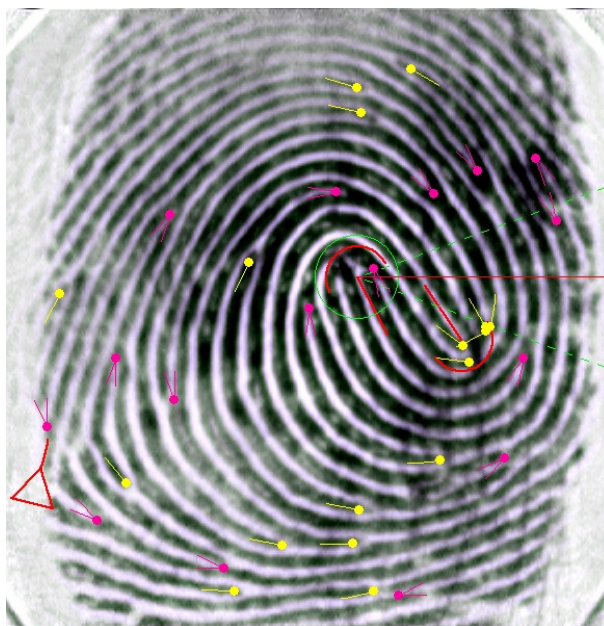


Рис. 2. Общие и частные признаки дактилоскопического изображения

На рис. 2 приведен пример дактилоскопического изображения с детектированными общими (две петли и дельта) и частными признаками.

Шаблоны могут хранить общие и частные признаки изображения [6, 34], данные о плотности, толщине и направлении папиллярных линий [35], размере и расположении пор [29] и др.

Также при сопоставлении шаблонов важно учитывать возможные трансформации изображения: повороты и смещения отпечатка на сканере, эластичные деформации, неизбежно возникающие при контакте объемного пальца с плоской поверхностью сканера [2].

2. Модели представления дактилоскопических изображений

В целом все методы сравнения шаблонов дактилоскопических изображений можно разбить на основные группы, использующие:

- расположение и направление частных признаков изображения;
- гребневый счет и особенности папиллярных линий (толщину, плотность и направление линий, величину и расположение пор и др.);
- общее поле направлений изображения;
- локальные окрестности, предварительно построенные для каждого признака;
- общее топологическое представление изображения.

Особенностью данной классификации является то, что модели каждого последующего уровня могут дополнять и расширять модели предыдущего уровня. Помимо этого такая классификация дает общее представление о направлении развития автоматизированных систем от простого сравнения координат частных признаков до построения особых объектов, полностью описывающих не только общие и частные признаки и папиллярные линии дактилоскопического изображения, но и оперирующих дополнительными характеристиками.

Стоит отметить, что в реальных коммерческих системах зачастую применяются комбинации различных методов. Например, в патентах [36, 38, 41] представлен метод, в котором для каждого частного признака формируется окрестность, включающая в себя все признаки, сопряженные с данным. Затем применяются итерационные методы оценки согласованности частных признаков в пределах окрестности [36] либо в целом по изображению [41].

2.1. Характеристики общих и частных признаков дактилоскопических изображений

Каждый частный признак (в русскоязычных источниках часто применяется термин «контрольная точка» [5]) описывается координатами и направлением. В некоторых случаях к ним также добавляются тип и достоверность признака и другие характеристики:

$$M_i = \{(x_i, y_i), \alpha_i, t_i, s_i, v_i, \theta_i, p_i, h_i\}, i \in 1..n, \quad (1)$$

где M_i — частный признак; i — номер частного признака; $(x_i, y_i), \alpha_i, t_i, s_i, v_i, \theta_i, p_i, h_i$ — соответственно координаты, направление, тип, метка сомнительности, величина и направление кривизны, вероятность и плотность линий в окрестности частного признака.

Координаты (x_i, y_i) определяют как координаты вершины скелета, в которой эта контрольная точка детектирована [3]. Направление признака α_i как угол определяют на основе простой цепи вершин скелета для окончания и трех простых цепей для разветвления так, что оно указывает на область увеличения числа линий (рис. 2). Тип признака $t_i \in \{0; 1\}$, где 0 — разветвление и 1 — окончание, определяют по валентности вершины графа, представляющего скелет изображения [9]. Метка сомнительности $s_i \in \{0; 1\}$ определяется близостью частного признака к неинформативным областям, причем 1 означает сомнительность.

Совпадение между наборами контрольных точек определяется с учетом разницы между расположением и ориентацией для соответствующих контрольных точек каждого набора. Окончательно оценка подобия двух шаблонов T_1 и T_2 вычисляется по формуле:

$$S = \frac{2m}{t_1 + t_2} \times 100, \quad (2)$$

где t_1 и t_2 — число контрольных точек в каждом из шаблонов; m — число совпадающих контрольных точек.

Множество частных признаков используют для различных математических и геометрических преобразований. По координатам контрольных точек, полученных из скелета изображения, вычисляют их центр масс, выбирают наименее удаленные от центра масс контрольные точки, строят деревья от каждой контрольной точки к соседним и формируют шаблон в виде набора соотношений длин ребер для каждого дерева:

$$T = \{(L_{j,r}^k, \alpha_{j,r'}^k), k \in [1, K]; j, r, r' \in [1, J]\}, \quad (3)$$

где K — количество выделенных поддеревьев; $j, r \in [1, J]$ — номера ребер в поддереве k ; $L_{j,r}^k = (d_j^k)/(d_r^k)$ — соотношения длин ребер j и r в поддереве k ; $\alpha_{j,r}^k$ — угол между ребрами j и r .

Такое представление исключает необходимость выполнения расчетных операций на этапе сравнения кодов [19]. Помимо построения скелета множество контрольных точек

отпечатка может использоваться для формирования набора треугольников и вычисления триангуляции (рис. 3), которые позволяют оценить возможные деформации и выделить области наибольшей достоверности [28, 34]. Для оценки деформации изображения в [26] используется голосование по каждому гипотетическому варианту преобразования. Лучшим признается вариант с наибольшим числом перекрывающихся контрольных точек. В [15] предложен метод сравнения на основе триангуляции Делоне, в результате которой формируется $O(n)$ треугольников, где n – число контрольных точек, выделенных на отпечатке. Таким образом, высокая скорость сравнения достигается без существенного влияния на его точность.

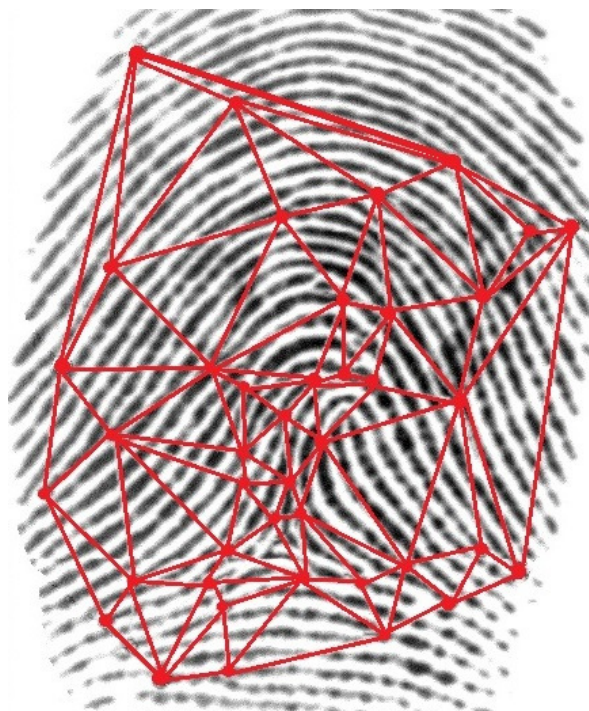


Рис. 3. Пример построения триангуляции для отпечатка

Для построения триангуляции используются геометрические данные, включающие в себя, по меньшей мере, длины сторон треугольника, образованного тремя соседними контрольными точками M_1 , M_2 и M_3 , минимальным углом α между двумя отрезками, соединяющими соседние контрольные точки, и разностью между векторами V_2 и V_3 (рис. 4).

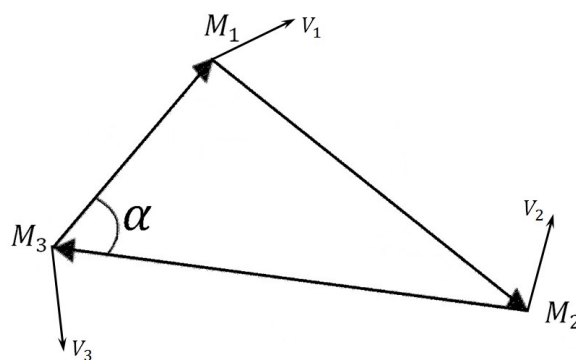


Рис. 4. Треугольник, образованный контрольными точками M_1 , M_2 и M_3

Основной недостаток триангуляции — отсутствие робастности к смещению близко расположенных контрольных точек, а также к появлению ложных и пропуску истинных контрольных точек.

2.2. Гребневый счет и особенности папиллярных линий

Папиллярные линии, или гребневые линии, являются важной характеристикой отпечатка. Счет этих гребней между любыми двумя контрольными точками широко используется при сравнении отпечатков [20]. В работе [24] авторы используют методы обработки сигналов для построения словарей структуры и направления гребневых линий. Такие словари, сформированные в окрестностях контрольных точек, позволяют оценить качество отпечатка и восстановить при необходимости рисунок папиллярных линий на поврежденных участках.

Усредненное направление линий в некоторой окрестности называют потоком. Направление и кривизна потока также могут использоваться в качестве дополнительной характеристики сравнения.



Рис. 5. Гребневый счет для одного признака

Значение гребневого счета для контрольной точки определяется по числу линий, пересекаемых отрезком, проведенным от рассматриваемой контрольной точки к соседним (в пределах некоторого заданного радиуса) [7].

Пусть для каждого изображения A_1 и A_2 при помощи функции f вычисления шаблона сформированы шаблоны $T_1 = f(A_1)$ и $T_2 = f(A_2)$. Для каждой контрольной точки m_i изображения A_1 выделяется некоторая окрестность, в которой измеряется гребневый счет $\{r_{ik}\}$ до контрольной точки m_k . В результате для контрольной точки m_i строится гнездо

N_i (рис. 5) как система признаков в виде

$$N_i = \{m_k, r_{ik}, \gamma_{ik}\}, m_k = \{x_k, y_k, \theta_k\}, i, k \in I = 1..m. \quad (4)$$

Здесь γ_{ik} — угол доворота вектора направления α_i контрольной точки m_i до отрезка, соединяющего контрольные точки m_i и m_k .

Сопоставление двух шаблонов сводится к сравнению гнезд из различных шаблонов [8].

Помимо сравнения гребневый счет контрольных точек может использоваться для оценки качества отпечатков при сканировании [30]. Для полученного изображения в некоторой окрестности определяются толщина, направление, непрерывность и угол как направление потока гребня, формируется карта гребневых линий. Затем полученная карта может быть использована для сегментации изображения как в [37], где изображение разбивается на кластеры. В каждом из полученных кластеров можно оценить хотя бы один параметр гребневых линий (ориентация линий, среднее расстояние между ними и т.д.), дополнительно сохраняется расположений контрольных точек, а также форма, размер и расположение пор, если это оправдано.

Метод частичного распознавания отпечатков, позволяющий сравнивать небольшие фрагменты изображений, предложен в [22]. Производится извлечение признаков, включая ориентацию гребневых линий, характеристики и расположение контрольных точек из фрагментов отпечатка. Поскольку добавление точек гребня значительно увеличивает время вычисления, предлагается схема выбора точки гребня, через которую для каждого хребта выбирается только одна репрезентативная точка (RRP). Сходство фрагментов вычисляется путем оценки соответствия контрольных точек и репрезентативных точек гребневых линий.

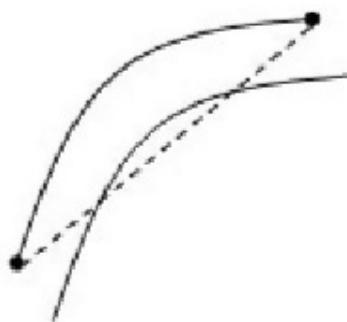


Рис. 6. Гребневый счет на кривых участках линий

Гребневый счет признака зависит от кривизны папиллярных линий (рис. 6). При деформации изображения, приводящей к выпрямлению линий, значение гребневого счета может существенно измениться. Также на величину гребневого счета может влиять появление вблизи контрольных точек «мертвых зон», в которых качество изображения не позволяет детектировать папиллярные линии и признаки.

2.3. Поле направлений

При распознавании частных признаков цифрового дактилоскопического изображения данные о локальном направлении линий определяют качество фильтрации изображения. Поле направлений является мерой непрерывности гребневых линий [7]. Получить поле

направлений для изображения отпечатка можно различными способами. Сравнительный обзор различных подходов к вычислению поля направлений приводится в работе [35], включая словари [24], нейронные сети [17], преобразования Фурье и др.

Для изображения отпечатка поле направлений представляют в виде матрицы $O(m, n)$ так, что каждый элемент матрицы будет содержать информацию о значении угла ориентации линий гребня. Значения элементов матрицы вычисляются по формуле (5), предложенной в [40]:

$$O(x, y) = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\sum_{\Gamma} 2G_x G_y}{\sum_{\Gamma} (G_x^2 - G_y^2)} + \frac{\pi}{2}, \quad (5)$$

где Γ — окрестность, разбитая на квадраты размером $N \times N$ с центром в точке (x, y) ; (G_x, G_y) — горизонтальные и вертикальные градиенты.

Поле направлений имеет существенный недостаток. Оно фиксируется не для точки, а для сегмента изображения (4×4 , 8×8 , 16×16 или 32×32) и не учитывает масштаб линий, что может привести к дефектам распознавания и последующей оценки изображения.

2.4. Локальные окрестности точек

В [25] предложен метод, использующий для сопоставления локальные и глобальные структуры, содержащие дополнительную информацию. Это может быть ориентация признака, форма гребневых линий в окрестности, и др. В статье [23] существующие подходы к формированию локальных окрестностей классифицированы по трем категориям: на основе изображений, на основе текстур и на основе контрольных точек.

Известен так называемый метод цилиндрического кода для сравнения шаблонов МСС (Minutia Cylinder Code) [18], который инвариантен к повороту и смещению изображений и оперирует некоей окрестностью вокруг каждой особенности.

Каждая контрольная точка m в методе МСС представлена в виде цилиндра радиуса R и высотой 2π , центр которого совпадает с координатами контрольной точки. Цилиндр заключен внутри кубоида, основание которого выровнено с соответствием с направлением контрольной точки m . Кубоид разделен на $N_S \times N_S \times N_D$ ячеек, каждая из которых в свою очередь является кубоидом размера $\Delta_S \times \Delta_S \times \Delta_D$, где $\Delta_S = 2R/N_S$ и $\Delta_D = 2\pi/N_D$ (рис. 7 а).

Значение каждой ячейки $c_m(i, j, k)$ зависит от соседних контрольных точек, попадающих в окрестность радиуса $3\sigma_S$. Пусть p_{ij}^m — центр ячейки (i, j, k) , тогда $C(m_t, p_{ij}^m)$ — общий вклад от каждой ячейки m_t из соответствующей окрестности. Причем суммарный вклад $C(m_t, p_{ij}^m)$ можно разделить на направленный компонент $C_m^S(m_t, p_{ij}^m)$ и пространственный компонент $C_m^d(m_t, p_{ij}^m)$ следующим образом:

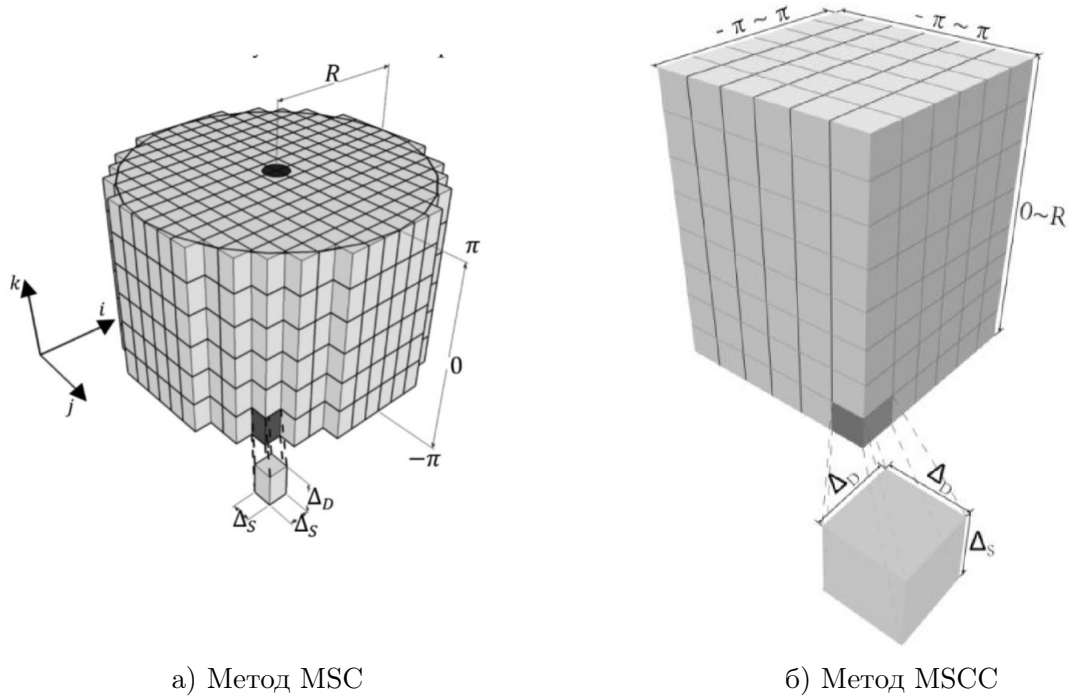
$$C(m_t, p_{ij}^m) = C_m^S(m_t, p_{ij}^m) \times C_m^d(m_t, p_{ij}^m), \quad (6)$$

при этом

$$C_m^S(m_t, p_{ij}^m) = \frac{2}{\sigma_S \sqrt{2\pi}} e^{\frac{-t^2}{2\sigma_S^2}}, t = d_S(m_t, p_{ij}^m), \quad (7)$$

$$C_m^{d\sigma}(m_t, p_{ij}^m) = \frac{2}{\sigma_S \sqrt{2\pi}} \int_{\alpha - \frac{\Delta_d}{2}}^{\alpha + \frac{\Delta_d}{2}} e^{\frac{-t^2}{2\sigma_S^2}} dt, t = d_{\sigma}(m_t, p_{ij}^m), \quad (8)$$

где $d_S(m_t, p_{ij}^m)$ — евклидово расстояние от m_t до p_{ij}^m ; $d_{\sigma}(m_t, p_{ij}^m)$ — разница углов между контрольными точками.



а) Метод MSC

б) Метод MSCC

Рис. 7. Представление окрестности контрольной точки

Постоянный размер окрестности особенности и ограниченные варианты поворота и смещения изображений позволили выполнить сопоставление шаблонов методом МСС достаточно точным и высокопроизводительным.

Кроме того известен сферический координатный код особенностей (MSCC), который является развитием подхода МСС [39]. Подобно методу МСС, кубоид в MSCC разделяется на $N_S \times N_D \times N_D$ ячеек, каждая из которых также является кубоидом размера $\Delta_S \times \Delta_D \times \Delta_D$ (рис. 7 б).

Значение каждой ячейки определяется всеми контрольными точками из окрестности радиуса $3\sigma_S$. Вклад каждой ячейки $C(m_t, p_{ij}^m)$ в MSCC подразделяется на 3 компонента:

- $C_m^S(m_t, p_{ij}^m)$ — пространственный компонент;
- $C_m^{d_\theta}(m_t, p_{ij}^m)$ — вклад по направлению угла d_θ ;
- $C_m^{d_R}(m_t, p_{ij}^m)$ — вклад по направлению угла d_R .

Тогда формула (6) модифицируется и имеет вид

$$C(m_t, p_{ij}^m) = C_m^S(m_t, p_{ij}^m) \times \sqrt{(C_m^{d_\theta}(m_t, p_{ij}^m) \times C_m^{d_R}(m_t, p_{ij}^m))}, \quad (9)$$

где

$$C_m^S(m_t, p_{ij}^m) = \frac{2}{\sigma_S \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2\sigma_S^2}}, t = d_S(m_t, p_{ij}^m), \quad (10)$$

$$C_m^{d_\theta}(m_t, p_{ij}^m) = \frac{2}{\sigma_S \sqrt{2\pi}} \int_{\alpha - \frac{\Delta_d}{2}}^{\alpha + \frac{\Delta_d}{2}} e^{-\frac{t^2}{2\sigma_S^2}} dt, t = d_\theta(m_t, p_{ij}^m), \quad (11)$$

$$C_m^{d_R}(m_t, p_{ij}^m) = \frac{2}{\sigma_S \sqrt{2\pi}} \int_{\alpha - \frac{\Delta_d}{2}}^{\alpha + \frac{\Delta_d}{2}} e^{-\frac{t^2}{2\sigma_S^2}} dt, t = d_R(m_t, p_{ij}^m), \quad (12)$$

и $d_S(m_t, p_{ij}^m)$ — евклидово расстояние от m_t до p_{ij}^m , $d_\theta(m_t, p_{ij}^m)$ — разница углов между контрольными точками, $d_R(m_t, p_{ij}^m)$ — разница двух радиальных углов.

Радиальный угол определяется как угол между линией, соединяющей контрольные точки, и вектором направления первой контрольной точки.

Отметим, что $C_m^S(m_t, p_{ij}^m)$ по формуле (10) можно выразить через функцию Гаусса, а $C_m^{d_\theta}(m_t, p_{ij}^m)$ и $C_m^{d_R}(m_t, p_{ij}^m)$ из формул (11) и (12) — через функцию Лапласа, что позволяет свести расчет к простому табулированию данных и значительно повысить скорость вычислений.

Главное преимущество данного алгоритма в том, что можно значительно уменьшить размер структуры данных, используемой для хранения описания каждой контрольной точки.

В случае, если изображение отпечатка содержит небольшое количество контрольных точек, либо контрольные точки расположены на значительном удалении друг от друга, использование данной группы методов может показывать низкое качество сравнения.

2.5. Топологические векторы

Топологическим вектором V_i называют нумерованный набор связей с упорядоченными парами (e_l, n_l) , где e_l — событие, сформированное на связи контрольной точкой с номером n_l . Подобный подход впервые был предложен в [32] и получил развитие в работах [8, 31].

Такое представление является развитием описания изображения отпечатка пальца на основе гребневого счета и позволяет повысить качество и скорость сопоставления шаблонов. На узоре в информативной области выделяют линии и образованные ими особенности типа окончаний и разветвлений. Особенности нумеруют и для каждой особенности определяют угол направления и координаты. В результате шаблон изображения T дополняется топологическими векторами по формуле

$$T = \{(m_i, V_i)\}, m_i = \{x_i, y_i, \alpha_i, t_i\}, V_i = \{(e_l, n_l)\}, l, i \in I, \quad (13)$$

где α_i — направление и $t_i \in \{0; 1\}$ — тип контрольной точки; I — множество номеров контрольных точек.

Степень подобия векторов V_i и V_j , оценивают частичным степенным рядом вида

$$S(V_i, V_j) = \sum_{k=1}^n (a_k \Lambda^k(V_i, V_j) + b_k \Psi^k(V_i, V_j) + c_k \Lambda^k(V_i, V_j) \Psi^k(V_i, V_j)), \quad (14)$$

где a_k, b_k, c_k — коэффициенты ряда; n — длина ряда. Здесь $\Lambda(V_i, V_j)$ — оценка степени подобия топологических векторов по топологии, вычисляемая по формуле

$$\Lambda(V_i, V_j) = \frac{\sum_{l=0}^w \lambda(e_l^i, e_l^j)}{w}, \quad (15)$$

в которой $\lambda(e_l^i, e_l^j)$ — функция подобия по топологии для одноименных связей; w — число связей; $e_l^i \in V_i$ и $e_l^j \in V_j$ — сравниваемые события; l — номер связи.

Функция $\Psi(V_i, V_j)$ — оценка степени подобия топологических векторов по геометрии, которую вычисляют по формуле

$$\Psi(V_i, V_j) = \frac{\sum_{l=0}^w \Psi^k(\omega(m_i, m_k), \omega(m_j, m_g))}{w}, \quad (16)$$

где $\omega(m_i, m_k)$ — функция подобия по геометрии для одноименных связей; ψ — значение невязки для пар частных признаков; m_k и m_g — частные признаки, задаваемые их номерами k и g на одноименных связях [7].

Вычисление подобия топологических векторов по топологии и геометрии подразумевает оценку совпадения для пар соседних и смежных признаков в топологическом пространстве с учетом заданного топологического разбиения и в евклидовом пространстве с учетом заданных допусков соответственно. Видно, что в простейшем случае комплексная оценка аналогична вероятности произведения или суммы событий.

Для сравнения шаблонов T_1 и T_2 необходимо выполнить сравнение топологических векторов V_i и V_j по формуле (14) и получить упорядоченный набор оценок степени подобия топологических векторов в виде:

$$S = \{S_k(V_i, V_j) | V_i \in T_1, V_j \in T_2\}, \quad (17)$$

где k — номер элемента ряда, причем меньшим номерам соответствуют лучшие оценки.

Тогда сходство шаблонов вычисляют в виде

$$S(T_1, T_2) = \frac{\sum_{k=1}^K S_k}{\min(n_1, n_2)}, \quad (18)$$

где K — длина ряда; n_1 и n_2 — число частных признаков в шаблонах T_1 и T_2 . Использование топологической модели позволяет более полно описать изображение. Платой за указанные преимущества является повышенная сложность расчета моделей. Однако модели содержат механизмы, компенсирующие влияние мутаций контрольных точек, деформации изображения и кривизны линий. Это повышает устойчивость шаблона и точность сравнения, а также позволяет достичь высокой скорости. Топологическое описание отпечатков предлагается в патенте [1], алгоритмы на основе такого представления успешно применяются в реальных системах идентификации [11].

3. Качество идентификации

Для сравнения алгоритмов идентификации по отпечаткам пальцев важную роль играет не только время сравнения, но и качественные характеристики, которые в процентном соотношении демонстрируют число ошибочно идентифицированных отпечатков. Ошибки идентификации являются статистическими характеристиками, которые зависят от алгоритма и массива данных, на которых они измерены [12].

Базовыми характеристиками качества идентификации являются уровни ошибок первого и второго рода, обозначаемые соответственно FAR и FRR [5]. Ошибка первого рода — «ложный пропуск» (false accept), при котором отпечатки одного и того же пальца определяются как принадлежащие разным пальцам. Ошибка второго рода — «ложное обнаружение», когда два разных отпечатка ошибочно определяются как принадлежащие одному и тому же пальцу.

Международный конкурс алгоритмов идентификации отпечатков пальцев FVC OnGoing проводится университетом Болоньи с 2009 года [21]. В нем могут участвовать и независимые разработчики, и академические исследователи, и компании, занимающиеся разработкой алгоритмов и производством автоматизированных систем дактилоскопической идентификации, причем участники сами принимают решение о публикации алгоритма.

Таблица

Результаты тестирования FVC OnGoing

Дата публикации	Разработчик	Алгоритм	$ERR, \%$	$FMR_{1000}, \%$	$FMR_{10000}, \%$
02.02.2018	Sonda Technologies Ltd	FPM	0,754	1,035	1,330
28.07.2017	Beijing Hisign Bio-info Institute	HXKJ	0,530	0,797	1,879
17.10.2016	Decatur Industries, Inc.	Decatur	0,697	1,108	1,936
09.02.2016	Neurotechnology	MM_FV	0,648	1,216	2,381
15.01.2015	GenKey Netherlands BV	BioFinger	1,489	2,127	2,914

Большинство фирм, участвующих в тестировании, предпочитают не раскрывать подробности используемых алгоритмов, ограничиваясь кратким описанием.

В таблице приведены результаты тестирования, актуальные на 02.02.2018 г.

Все вышеперечисленные алгоритмы выполняют сравнение изображений отпечатков на основе контрольных точек, используя также характеристики папиллярных линий в окрестностях контрольных точек.

Оценка алгоритмов, участвующих в тестировании, производится по следующим основным статистическим характеристикам.

EER или Equal Error Rate — точка на ROC-кривой, в которой значения FAR и FRR равны.

FMR_n или False Match Rate — статистический порог, для которого среди всех проведенных сравнений определяются доли пар изображений одного и того же пальца, ложно признанных чужими, и доли пар различных изображений, ошибочно идентифицированных как родные. Нижний индекс указывает на значение порога, которое выбирается вручную в зависимости от назначения алгоритма.

Заключение

В работе коротко рассмотрены основные методы математического представления отпечатков пальцев и основные модели идентификации отпечатков на базе шаблонов. Современные модели представления отпечатков могут содержать не только характеристики общих и частных признаков, но и максимально полное описание изображений, включающее дополнительные параметры. Дополнительная информация (структура и плотность папиллярных линий, наличие, форма и расположение пор), хотя и увеличивает размер шаблона и сложность его вычисления, но позволяет учесть и скомпенсировать некоторые дефекты, возникающие при сканировании отпечатков, а также значительно повышает скорость и качество сравнения.

Отмечены основные достоинства и недостатки рассмотренных моделей с точки зрения их скоростных и качественных характеристик. Предложена классификация моделей и

методов, по принципу расширения и дополнения структуры шаблона дактилоскопического изображения.

Ни одна из существующих на сегодня моделей не является идеальной. В практике часто применяется комплекс из нескольких методов для повышения производительности и снижения величины ошибок. Лучшую скорость сравнения совместно с низкими показателями ошибок демонстрируют алгоритмы, разработанные Beijing Hisign Bio-info Institute, Sonda Technologies и Decatur Industries.

В дальнейших исследованиях предполагается развитие топологического представления отпечатка и добавление новых признаков в топологический вектор, привязка этих векторов к общим признакам изображений. Временные затраты на формирование шаблона при использовании топологической модели могут быть снижены путем использования современных средств параллельного программирования для многопроцессорных многоядерных систем либо графических процессоров.

Литература

1. Аркабаев Д.И., Гудков В.Ю. Пат. 2444058, МПК G 06 K 9/52 Способ гребневого счета на основе топологии дактилоскопического узора. № 2010110115/08, заявл 17.03.2010; опубл. 27.02.2012; Бюл. № 6. 9 с.
2. Арутюнян А.Р., Ушмаев О.С. Влияние деформаций на качество биометрической идентификации по отпечаткам пальцев // Информатика и ее применения, 2009. Т. 3. Вып. 4. С. 12–21.
3. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. Пер. с англ. М.: Техносфера, 2006. 1072 с.
4. Гордеева (Лепихова) Д.Н., Гудков В.Ю. Распознавание дактилоскопических изображений // Вестник МГТУ. Серия: Приборостроение. Специальный выпуск «Биотехнологии», 2011. С. 47–58.
5. ГОСТ Р ИСО/МЭК 19794-2-2013 Информационные технологии (ИТ). Биометрия. Форматы обмена биометрическими данными. Часть 2. Данные изображения отпечатка пальца — контрольные точки. Издание официальное. М.: Стандартинформ, 2015. 94 с.
6. Гудков В.Ю. Методы первой и второй обработки дактилоскопических изображений. Миасс: Геотур, 2009. 237 с.
7. Гудков В.Ю. Модель гребневого счета на основе топологии дактилоскопического изображения // Вестник ЧелГУ, 2011. Вып. 13. С. 99–108.
8. Гудков В.Ю. Способ математического описания и идентификации отпечатков пальцев / под ред. член-корр. РАН В.Л. Арлазарова и д.т.н. проф. Н.Е. Емельянова // Обработка изображений и анализ данных: Труды ИСА РАН. М.: ЛИБРОКОМ, 2008. Т. 38. С. 336–356.
9. Гудков В.Ю., Лепихова Д.Н. Влияние ложных признаков на качество сравнения дактилоскопических изображений // 23 Международная конференция по компьютерной графике и зрению ГрафиКон'2013: Труды конференции. Владивосток, 16–20 сентября, 2013. С. 314–315.
10. Самищенко С.С. Атлас необычных папиллярных узоров. Москва: Юриспруденция, 2001. 320 с.

11. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2017617796. Рос. Федерация. Автоматизированная дактилоскопическая идентификационная система AFIS Enterprise Edition, версия 9.0 — АДИС Сонда 9.0 Е / Боков А.С., Чиркин Д.М., Гудков В.Ю., Аркабаев Д.И., Козлов С.М., Мосунов А.С., Гарифуллин О.Ф., Пислегин А.В., Пислегин С.А.; правообладатель ООО «Сонда Про». № 2017611004; заявл. 08.02.2017; зарегистр. 12.07.2017; опубл. 12.07.2017. 1 с.
12. Ушмаев О.С, Арутюнян А.Р. Метод оценки качества биометрической идентификации в операционных условиях на примере дактилоскопической идентификации // 19 Международная конференция по компьютерной графике и зрению ГрафиКон'2009: Труды конференции (Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова, 5–9 октября 2009 г.). М.: МАКС ПРЕСС, 2009. С. 232-235.
13. Эджубов Л.Г., Карпухина Е.С., Мяснянкина В.Н. и др. Банк данных детального описания папиллярных узоров / под ред. Л.Г. Эджубова // сб. науч. ст. М.: ИЦ МВД РФ, 2002. С. 304–311.
14. Эджубов Л.Г., Литинский С.А. А.с. 138095 СССР, МКИ G 06 K 9/00 Способ автоматического сравнительного исследования дактилоскопических отпечатков / № 701272/31; заявл. 17.01.59; опубл. 18.09.61. Бюл. № 9. 9 с.
15. Bebis G., Deaconu T., Georgiopoulos M. Fingerprint Identification Using Delaunay Triangulation // International Conference on Information Intelligence and Systems (Bethesda, MD, USA, 31 Oct.–3 Nov., 1999). P. 452–459. DOI: 10.1109/ICIIS.1999.810315
16. Bolle R.M., Connel J.Y., Pankanti S., et al. Guide to biometrics. New York: Springer-Verlag, 2004. 368 p.
17. Cao K., Jain A.K. Latent Orientation Field Estimation via Convolutional Neural Network // 2015 International Conference on Biometrics ICB (Phuket, Thailand, May, 2015). P. 349–356 DOI: 10.1109/ICB.2015.7139060
18. Capelli R., Ferrara M., Maltoni D. Fingerprint Indexing Based on Minutia Cylinder-Code // IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence. 2011. Vol. 33, No. 5. P. 1051–1057. DOI: 10.1109/TPAMI.2010.228
19. Chandrasekaran A., Thuraisingham B. Fingerprint Matching Algorithm Based on Tree Comparison Using Ratios of Relational Distances // Proceedings of the The Second International Conference on Availability, Reliability and Security ARES'07 (Vienna, Austria, 10–13 April, 2007). P. 273–280. DOI: 10.1109/ARES.2007.90
20. Choi H., Choi K., Kim J. Fingerprint Matching Incorporating Ridge Features With Minutiae // IEEE Transactions on Information Forensics and Security, 2011. Vol. 6, No. 2. P. 338–345. DOI: 10.1109/TIFS.2010.2103940
21. Dorizzi B., Cappelli R., Ferrara M., et al. Fingerprint and On-Line Signature Verification Competitions at ICB 2009 // International Conference on Biometrics ICB 2009 (Alghero, Italy, 2–5 June, 2009). P. 725–732. DOI: 10.1007/978-3-642-01793-3_74
22. Fang G., Srihari S.N., Srinivasan H. et al. Use of Ridge Points in Partial Fingerprint Matching // Biometric Technology for Human Identification IV. 2007. P. 65390D1–65390D9. DOI: 10.1117/12.718941

23. Feng J., Zhou J. A Performance Evaluation of Fingerprint Minutia Descriptors // International Conference on Hand-Based Biometrics ICHB (Hong Kong, China, 17–18 Nov., 2011). 2011. DOI: 10.1109/ICHB.2011.6094350
24. Jain A.K., Cao K. Fingerprint Image Analysis: Role of Orientation Path and Ridge Structure Dictionaries // Geometry Driven Statistics, 2015. P. 288–310. DOI: 10.1002/9781118866641
25. Jiang X., Yau W.Y. Fingerprint Minutiae Matching Based on the Local and Global Structures // Proceedings 15th International Conference on Pattern Recognition ICPR 2000 (Barcelona, Spain, 3–7 Sept., 2000). 2000. P. 1038–1041. DOI: 10.1109/ICPR.2000.906252
26. Júnior P., de Nazare-Junior A., Menotti D. A Complete System for Fingerprint Authentication Using Delaunay Triangulation // Re-conhecimento de Padroes, DECOM-UFOP, 2010. P. 1–7.
27. Maltoni D., Maio D., Jain A.K., et al. Handbook of Fingerprint Recognition. London: Springer-Verlag, 2009. 496 p. DOI: 10.1007/978-1-84882-254-2
28. Medina-Perez M.A., Garcia-Borroto M., Gutierrez-Rodriguez A.E., et al. Improving Fingerprint Verification Using Minutiae Triplets // Sensors, 2012. Vol. 12. P. 3418–3437. DOI: 10.3390/s120303418
29. Segundo M.P., Lemes R. Pore-based Ridge Reconstruction for Fingerprint Recognition // 2015 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops (CVPRW 2015) (Boston, Massachusetts, USA, 7–12 June, 2015). 2015. P. 128–133. DOI: 10.1109/CVPRW.2015.7301328
30. Sha L., Zhao F., Tang X. Minutiae-Based Fingerprint Matching Using Subset Combination // In Proceedings 18th International Conference on Pattern Recognition ICPR 2006 (Hong Kong, 20–24 Aug., 2006). 2006. P. 566–569. DOI: 10.1109/ICPR.2006.802
31. Sherlock B., Monro D. A Model for Interpreting Fingerprint Topology // Pattern Recognition, 1993. Vol. 26, No. 7. P. 1047–1055. DOI: 10.1016/0031-3203(93)90006-I
32. Sparrow M.K., Sparrow P.J. A Topological Approach to the Matching of Single Fingerprints: Development of Algorithms for Use on Latent Finger Marks // US dep. comer. nat. bur. stand. spec. pub. 1985. № 500–126. 61 p.
33. The NISTC Subcommittee on Biometrics. Fingerprint Recognition. URL: https://www.fbi.gov/file-repository/about-us-cjis-fingerprints_biometrics-biometric-center-of-excellences-fingerprint-recognition.pdf (дата обращения: 16.10.2017).
34. Uz T., Bebis G., Erol A., et al. Minutiae Based Template Synthesis and Matching for Fingerprint Authentication // First IEEE International Conference on Biometrics: Theory, Applications, and Systems BTAS 2007 (Crystal City, VA, USA, 27–29 Sept., 2007). 2007. P. 1–8. DOI: 10.1109/BTAS.2007.4401958
35. Vidyadevi G. Biradar, Sarojadevi H. Fingerprint Ridge Orientation Extraction: A Review of State of the Art Techniques // International Journal of Computer Applications, 2014. Vol. 91, No. 3. P. 8–13. DOI: 10.5120/15859-4773
36. Wang J., Zhen Ping Lo P., inventors; Morphotrack LLC, assignee. Minutiae Grouping for Distorted Fingerprint Matching. US Patent Application Publication 2017/0140193 A1, May 18, 2017.

37. Wang L., Bhalera A., Wilson R., inventors; Warwick Warp Ltd, assignee. Fingerprint Matching Method and Apparatus. US Grant 8588484B2. Nov. 19, 2013.
38. Zhen Ping Lo P., Chen H., inventors; Morphotrack LLC, assignee. Feature-Based Matcher for Distorted Fingerprint Matching. US Patent Application Publication 2017/0140192 A1, May 18, 2017.
39. Zheng F., Yang C. Latent Fingerprint Match using Minutia Spherical Coordinate Code // International Conference on Biometrics ICB 2015 (Phuket, Thailand, 19–22 May, 2015). 2015. P. 357–362. DOI: 10.1109/ICB.2015.7139061
40. Zhou J., Gu J. A Model-based Method for the Computation of Fingerprints' Orientation Field // IEEE Transactions on Image Processing, 2004. Vol. 13, No. 6. P. 821–835. DOI: 10.1109/TIP.2003.822608
41. Zhu H., Zhen Ping Lo P., Chen H., inventors; Morphotrack LLC., assignee. Fingerprint Matching Using Virtual Minutiae. US Patent Application Publication 2017/0140207 A1, Apr. 18, 2017.

Лепихова Дарья Николаевна, инженер-программист ООО «Сонда Про» (Челябинская обл., г. Миасс, Российская Федерация)

Гудков Владимир Юльевич, д.ф.-м.н., профессор кафедры ЭВМ, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

Кирсанова Александра Александровна, программист вычислительного центра, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

DOI: 10.14529/cmse180104

AN OVERVIEW OF FINGERPRINT DESCRIPTION MODELS

© 2018 D.N. Lepikhova¹, V.U. Gudkov², A.A. Kirsanova²

¹*Sonda Pro Ltd*

(Ilmen-Tau str. 1-2, Miass, Chelyabinsk reg., 456318 Russia),

²*South Ural State University (pr. Lenina 76, Chelyabinsk, 454080 Russia)*

E-mail: lepikhova@sonda.ru, diana@sonda.ru, alexander.a.kirsanov@gmail.com

Received: 16.11.2017

Personal fingerprint identification is the most common method of biometric identification. In this paper we presented a review of modern fingerprint image representation models and fingerprint matching methods based on these models. Fingerprint image may be represented as a set of local features, a set of global features, a set of papillary lines and in the form of topological object which includes combination of features. The main advantages and disadvantages of common fingerprint representations were defined. Also authors proposed a classification of fingerprint represented models by the level of integrity of their description. Each level of this model describes fingerprint image using some characteristic (local features, global features, direction and density of ridges, direction field et al.) or as a solid topological object at the highest model level. Each level of the model can be used independently or with combination of other models. It allows expanding and supplementing fingerprint image description. The review of models and identification methods based on wide range of patents, scientific articles and program registration certificates for the past few years, which confirms the relevance of the problem and this research.

Keywords: biometric identification, fingerprint, fingerprint template.

FOR CITATION

Lepikhova D.N., Gudkov V.U., Kirsanova A.A. An Overview of Fingerprint Description Models. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering*. 2018. vol. 7, no. 1. pp. 40–59. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse180104.

This paper is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Non Commercial 3.0 License which permits non-commercial use, reproduction and distribution of the work without further permission provided the original work is properly cited.

References

1. Arkabaev D.I., Gudkov V.U. *Sposob grebneвого scheta na osnove topologii daktiloskopicheskogo uzora* [Method of Ridge Count Based on Topology]. Patent 2444058, G 06 K 9/52 № 2010110115/08, reg. Mar., 17, 2010; pub. Feb., 27, 2012; no. 6. 9 p.
2. Arutyunyan A.R., Ushmaev O.S. The Influence of Strain on the Quality of Biometric Fingerprint Identification. *Informatics and Applications*. 2009. vol. 4. no. 3. pp. 12–21. (in Russian)
3. Bokov A.C., Chirkin D.M., Gudkov V.U. Certificate of State Registration of the Computer Program 2017617796. Russian Federation. *Avtomatizirovannaya daktiloskopicheskaya identifikatsionnaya sistema AFIS Enterprise Edition, versiya 9.0 — ADIS Sonda 9.0 E* [Automatic Fingerprint Identification System Enterprise Edition v. 9.0 — AFIS Sonda 9.0 E]. Rightsholder — Sonda Pro Ltd. no. 2017611004; application date 08.02.2017; registration date 12.07.2017; published 12.07.2017. 1 p.
4. Gonzalez R.C., Woods R.E. Digital image processing. 2006. 1072 p.
5. Gordeeva (Lepikhova) D.N., Gudkov V.U. Fingerprint recognition. *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya "Priborostroenie". Specialniy vypusk "Biotehnologii"* [Bulletin of Moscow State Technic University. Series: Instrumentation. Special Volume: Biotechnologies]. 2011. pp. 47–58. (in Russian)
6. *GOST R ISO/MEK 19794-2-2013 Informatsionnye tekhnologii (IT). Biometriya. Formaty obmena biometricheskimi dannymi. Chast' 2. Dannye izobrazheniya otpechatka pal'tsa — kontrol'nye tochki. Izdanie ofitsial'noe* [ISO/IEC Information technologies. Biometrics. Biometric data interchange formats. Part 2. Finger minutiae data. Official Edition]. Moscow. Standartinform. 2015. 94 p.
7. Gudkov V.U. *Metody pervoi i vtoroi obrabotki daktiloskopicheskikh izobrazhenii* [Methods for First and Second Fingerprint Images Processing]. Miass, Geotur, 2009. 237 p.
8. Gudkov V.U. Ridge Count Model Based on Fingerprint Topology. *Vestnik Chelyabinskogo gosudarstvennogo universiteta* [Bulletin of Chelyabinsk State University]. 2011. no. 13, pp. 99–108 (in Russian)
9. Gudkov V.U. *Sposob matematicheskogo opisaniya i identifikatsii otpechatkov pal'tsev* [Method of Mathematical Description and Identification of Fingerprints]/red. by Corresponding Member of RAS Arlazarov V.L. and Doctor of Technical Sciences, Professor Emeljanov N.E. *Obrabotka izobrazhenii i analiz dannykh: Trudy ISA RAN*. LIBROKOM, 2008. vol. 38. pp. 336–356. (in Russian)

10. Gudkov V.U., Lepikhova D.N. Effect of False Minutiae on Fingerprint Matching Quality. *23 Mezhdunarodnaya konferentsiya po komp'yuternoi grafike i zreniyu GrafiKon'2013: Trudy konferentsii (Vladivostok, 16–20 sentyabrya 2013)* [23th International Conference on Computer Graphics and Vision GraphiCon'2013: Proceedings of the International Scientific Conference (Vladivostok, Russia, 16–20 September, 2013)], 2013. pp. 314–315. (in Russian)
11. Samischenko S.S. Atlas of Unusual Papillary Patterns. Moscow, Jurisprudence, 2001. 320 p.
12. Ushmaev O.S., Arutyunyan A.R. Method for Assessing quality of Biometric Identification in Operating Conditions on Fingerprint Identification' Example. *19 Mezhdunarodnaya konferentsiya po komp'yuternoi grafike i zreniyu GrafiKon'2009: Trudy konferentsii (Moskva, 5–9 oktyabrya 2009)* [19th International Conference on Computer Graphics and Vision GraphiCon'2009: Proceedings of the International Scientific Conference (Moscow, Russia, 5–9 October, 2009)]. MAX PRESS. 2009. pp. 232–235.
13. Edzhubov L.G., Karpuhina E.S., Myasnyankina V.N., etc. *Bank dannykh detal'nogo opisaniya papillyarnykh uzorov* [Data Bank of Papillary Patterns Detailed Description]. /red. by Edzhubov L.G. Digest of scientific articles M: Pub. center MIA, 2002. pp. 304–311. (in Russian)
14. Edzhubov L.G., Litinsky S.A. *Sposob Avtomaticheskogo Sravnitel'nogo Issledovaniya daktiloskopicheskikh otpechatkov* [The method of automatic comparative study of fingerprints]. Certificate of authorship 138095 USSR, G 06 K 9/00 no 701272/31; reg. Jan. 17, 1959; pub. Sep. 18, 1961. vol. 9. 9 p.
15. Bebis G., Deaconu T., Georgiopoulos M. Fingerprint Identification Using Delaunay Triangulation. Proceedings of the International Conference on Information Intelligence and Systems (Bethesda, MD, USA, 31 Oct.–3 Nov., 1999). 1999. pp. 452–459. DOI: 10.1109/ICIIS.1999.810315
16. Bolle R.M., Connel J.Y., Pankanti S., et al. Guide to biometrics. New York: Springer-Verlag, 2004. 368 p.
17. Cao K., Jain A.K. Latent Orientation Field Estimation via Convolutional Neural Network. Proceedings of the 2015 International Conference on Biometrics ICB (Phuket, Thailand, May, 2015). 2015. pp. 349–356. DOI: 10.1109/ICB.2015.7139060
18. Capelli R., Ferrara M., Maltoni D. Fingerprint Indexing Based on Minutia Cylinder-Code. IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence. 2011. vol. 33, no. 5, pp. 1051–1057. DOI: 10.1109/TPAMI.2010.228
19. Chandrasekaran A., Thuraisingham B. Fingerprint Matching Algorithm Based on Tree Comparison Using Ratios of Relational Distances. Proceedings of the The Second International Conference on Availability, Reliability and Security ARES'07 (Vienna, Austria, 10–13 April, 2007). 2007. pp. 273–280. DOI: 10.1109/ARES.2007.90
20. Choi H., Choi K., Kim J. Fingerprint Matching Incorporating Ridge Features With Minutiae. IEEE Transactions on Information Forensics and Security. 2011. vol. 6, no. 2, pp. 338–345. DOI: 10.1109/TIFS.2010.2103940
21. Dorizzi B., Cappelli R., Ferrara M., et al. Fingerprint and On-Line Signature Verification Competitions at ICB 2009. In Proceedings of the International Conference on Biometrics (ICB 2009) (Alghero, Italy, 2–5 June, 2009). 2009. pp. 725–732. DOI: 10.1007/978-3-642-01793-3_74

22. Fang G., Srihari S.N., Srinivasan H. et al. Use of Ridge Points in Partial Fingerprint Matching. *Biometric Technology for Human Identification IV*. 2007. pp. 65390D1–65390D9. DOI: 10.1117/12.718941
23. Feng J., Zhou J. A Performance Evaluation of Fingerprint Minutia Descriptors. In *Proceedings of the International Conference on Hand-Based Biometrics ICHB (Hong Kong, China, 17–18 Nov., 2011)*. 2011. DOI: 10.1109/ICHB.2011.6094350
24. Jain A.K., Cao K. Fingerprint Image Analysis: Role of Orientation Path and Ridge Structure Dictionaries. *Geometry Driven Statistics*. 2015. pp. 288–310. DOI: 10.1002/9781118866641
25. Jiang X., Yau W.Y. Fingerprint Minutiae Matching Based on the Local and Global Structures. In *Proceedings of the 15th International Conference on Pattern Recognition ICPR 2000 (Barcelona, Spain, 3–7 Sept., 2000)*. 2000. pp. 1038–1041. DOI: 10.1109/ICPR.2000.906252
26. Júnior P., de Nazare-Junior A., Menotti D. A Complete System for Fingerprint Authentication Using Delaunay Triangulation. *Re-conhecimento de Padroes. DECOM-UFOP*, 2010. pp. 1–7.
27. Maltoni D., Maio D., Jain A.K., et al. *Handbook of Fingerprint Recognition*. London: Springer-Verlag, 2009. 496 p. DOI: 10.1007/978-1-84882-254-2
28. Medina-Perez M.A., Garcia-Borroto M., Gutierrez-Rodriguez A.E., et al. Improving Fingerprint Verification Using Minutiae Triplets. *Sensors*, 2012. vol. 12. pp. 3418–3437. DOI: 10.3390/s120303418
29. Segundo M.P., Lemes R. Pore-based Ridge Reconstruction for Fingerprint Recognition. In *Proceedings of the 2015 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops (CVPRW 2015) (Boston, Massachusetts, USA, 7–12 June, 2015)*. 2015. pp. 128–133. DOI: 10.1109/CVPRW.2015.7301328
30. Sha L., Zhao F., Tang X. Minutiae-Based Fingerprint Matching Using Subset Combination. In *Proceedings of the 18th International Conference on Pattern Recognition ICPR 2006 (Hong Kong, 20–24 Aug., 2006)*. 2006. pp. 566–569. DOI: 10.1109/ICPR.2006.802
31. Sherlock B., Monro D. A Model for Interpreting Fingerprint Topology. *Pattern Recognition*, 1993. vol. 26, no. 7. pp. 1047–1055. DOI: 10.1016/0031-3203(93)90006-I
32. Sparrow M.K., Sparrow P.J. A Topological Approach to the Matching of Single Fingerprints: Development of Algorithms for use on Latent Finger Marks. *US dep. comer. nat. bur. stand. spec. pub.*, 1985. № 500–126. 61 p.
33. The NISTC Subcommittee on Biometrics. Fingerprint Recognition. Available at: https://www.fbi.gov/file-repository/about-us-cjis-fingerprints_biometrics-biometric-center-of-excellences-fingerprint-recognition.pdf (accessed: 16.10.2017).
34. Uz T., Bebis G., Erol A., et al. Minutiae Based Template Synthesis and Matching for Fingerprint Authentication. In *Proceedings of the First IEEE International Conference on Biometrics: Theory, Applications, and Systems BTAS 2007 (Crystal City, VA, USA, 27–29 Sept., 2007)*. 2007. pp. 1–8. DOI: 10.1109/BTAS.2007.4401958

35. Vidyadevi G. Biradar, Sarojadevi H. Fingerprint Ridge Orientation Extraction: A Review of State of the Art Techniques. *International Journal of Computer Applications*, 2014. vol. 91, no. 3. pp. 8–13. DOI: 10.5120/15859-4773
36. Wang J., Zhen Ping Lo P., inventors; Morphotrack LLC, assignee. Minutiae Grouping for Distorted Fingerprint Matching. US Patent Application Publication 2017/0140193 A1, May 18, 2017.
37. Wang L., Bhalerao A., Wilson R., inventors; Warwick Warp Ltd, assignee. Fingerprint Matching Method and Apparatus. US Grant 8588484B2. Nov. 19. 2013.
38. Zhen Ping Lo P., Chen H., inventors; Morphotrack LLC, assignee. Feature-Based Matcher for Distorted Fingerprint Matching. US Patent Application Publication 2017/0140192 A1, May 18, 2017.
39. Zheng F., Yang C. Latent Fingerprint Match using Minutia Spherical Coordinate Code. In *Proceedings of the 8th IAPR International Conference on Biometrics (Phuket, Thailand, 19–22 May, 2015)*. 2015. pp. 357–362. DOI: 10.1109/ICB.2015.7139061
40. Zhou J., Gu J. A Model-based Method for the Computation of Fingerprints' Orientation Field. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2004. vol. 13, no. 6, pp. 821–835. DOI: 10.1109/TIP.2003.822608
41. Zhu H., Zhen Ping Lo P., Chen H., inventors; Morphotrack LLC., assignee. Fingerprint Matching Using Virtual Minutiae. US Patent Application Publication 2017/0140207 A1, Apr. 18, 2017.

ПРИМЕНЕНИЕ ТРЕХКОМПОНЕНТНЫХ КЛЮЧЕЙ ДЛЯ ПОЛНОТЕКСТОВОГО ПОИСКА С УЧЕТОМ РАССТОЯНИЯ С ГАРАНТИРОВАННЫМ ВРЕМЕНЕМ ОТКЛИКА

© 2018 А.Б. Веретенников

Уральский федеральный университет

(620083 Екатеринбург, пр. им. В.И. Ленина, д. 51)

E-mail: alexander@veretennikov.ru

Поступила в редакцию: 28.11.2017

Рассматриваются задачи поиска фраз и наборов слов в большом объеме текстов. В результате поиска получаем список документов, содержащих заданные слова, при этом документы, где слова располагаются ближе друг к другу, считаются более релевантными. Поскольку эта задача требует сохранения в индексе информации о каждом вхождении каждого слова в текстах, запросы, включающие часто встречающиеся слова, требуют для своего выполнения длительного времени. В некоторых поисковых системах предлагается ввести список стоп слов, которые не учитываются при поиске, но этот подход снижает качество поиска. В данной работе при поиске обрабатываются все слова и применяются дополнительные индексы. С помощью дополнительных индексов время выполнения поискового запроса, включающего часто встречающиеся слова, может быть снижено в десятки раз. Разработан новый вид индекса с трехкомпонентными ключами. Приведены алгоритмы поиска и результаты экспериментов поиска в сравнении с обычными индексами. Эксперименты показывают, что при применении разработанных индексов для определенного класса запросов, состоящих из самых часто встречающихся слов, скорость поиска возрастает более чем в 90 раз.

Ключевые слова: полнотекстовый поиск, поисковые системы, инвертированные файлы, дополнительные индексы, поиск с учетом близости слов.

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Веретенников А.Б. Применение трехкомпонентных ключей для полнотекстового поиска с учетом расстояния с гарантированным временем отклика // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2018. Т. 7, № 1. С. 60–77. DOI: 10.14529/cmse180105.

Введение

Задачей полнотекстового поиска является поиск документов, содержащих заданные слова. Пользователь получает список документов и информацию о том, где в них располагаются слова запроса. Результат поиска — это набор записей, каждая из которых содержит идентификатор документа, название документа, и другую информацию о нем, а также позицию начала и позицию конца фрагмента текста, содержащего искомые слова.

Если слова запроса располагаются в документе вблизи, то такие записи можно считать более релевантными и поместить в начало списка результатов. Чем ближе слова запроса в документе друг к другу, тем большее значение имеет эта запись в отношении заданного поискового запроса. Если есть две записи, где в соответствующих документах искомые слова располагаются друг от друга на, примерно, одинаковом расстоянии, то можно применить отдельную функцию релевантности, для того, чтобы определить, какая из них более важна.

Эта задача (Задача 1) требует для своего решения сохранения в индексе информации о каждом вхождении каждого слова. Поэтому, время выполнения запроса зависит от суммарного объема текстов (например, в байтах). Кроме того, чем чаще встречаются слова запроса в текстах, тем дольше осуществляется поиск. Возникают ситуации, когда в целом поиск работает быстро, но при обработке поискового запроса, включающего часто встречающиеся слова, время обработки запроса существенно возрастает и становится неприемлемым с точки зрения пользователя.

Цель и задачи исследования: разработать методы повышения скорости поиска в случае наличия в составе поискового запроса часто встречающихся слов, разработать структуру данных, позволяющую выполнять любой запрос быстро.

Статья организована следующим образом. В разделе 1 рассмотрено: допустимое время обработки поискового запроса, факторы, определяющие время поиска, преимущества и недостатки методов повышения производительности поиска — введение списка стоп слов, упорядочение по важности, ускорение поиска при помощи дополнительных индексов. Раздел 2 посвящен постановке задачи поиска с учетом расстояния и сведения ее к двум задачам, которые можно решать более эффективно. В разделе 3 сформулирован разработанный автором метод организации дополнительных индексов, применяемый для решения подзадачи поиска запросов, все слова которых выбраны из подмножества самых часто встречающихся слов. В разделе 4 предложен алгоритм поиска. В разделе 5 приводятся результаты экспериментов, позволяющие оценить эффективность метода и тем самым обосновать полезность его применения. В заключении кратко рассмотрены полученные результаты и направления дальнейших исследований.

1. Обзор работ по теме исследования

1.1. Скорость выполнения поискового запроса

В [1] даны оценки желаемого времени отклика в информационных системах. Поисковый запрос, состоящий из нескольких слов, можно рассмотреть как вариант простого запроса информации. Для этого случая дана рекомендация максимального времени выполнения запроса — 2 секунды. При этом указано, что если время ожидания превышает одну секунду, возникает вероятность того, что непрерывность мышления будет нарушена (т. е. пользователь начнет думать о чем-то другом). Таким образом, при максимальном времени выполнения запроса 2 секунды, можем рассмотреть время выполнения запроса, не более 1 секунды, как рекомендуемое.

Для полнотекстового поиска применяются инвертированные файлы [2] и их аналоги [3, 4]. Скорость поиска зависит от того, с какой частотой слова запроса встречаются в текстах. Считается, что распределение частот встречаемости слов соответствует закону Ципфа [5]. Запросы, включающие часто встречающиеся слова, могут выполняться существенно дольше, чем запросы, состоящие из редко используемых слов, так при поиске с учетом расстояния скорость выполнения запроса линейно зависит от числа вхождений слов запроса в индексируемых текстах.

В качестве варианта решения проблемы можно игнорировать «проблемные» слова при поиске. Вводится список стоп слов, включающий в себя самые часто встречающиеся слова, и эти слова пропускаются при поиске. В английском языке такие слова, как «to, be, not, or, who, you, are», а в русском, «и, я, кто, где», обычно включаются в список стоп слов. Это ведет к потере качества поиска. В [6] делается вывод, что нужно учитывать

все слова, авторы утверждают, что пропуск часто встречающихся слов может привести к непредсказуемым эффектам. Часто встречающиеся слово может иметь особый смысл в конкретном документе или в составе фразы, предложения. Мы приведем пример: «who are you who», «time and a word yes». Часть слов в этих запросах имеет особый смысл, например Who, Yes — наименования исполнителей («Who are you» и «Time and a word» — наименования произведений). Если поисковый запрос состоит полностью из пропускаемых слов (например, «to be or not to be» или «from me to you»), то он вообще не может быть выполнен.

1.2. Упорядочение по важности

Инвертированный файл или инвертированный индекс — это ассоциативный массив. В качестве ключа может выступать, например, слово, базовая форма слова, набор слов, набор базовых форм слова. Например, в [6, 7] ключ — пара слов или даже фраза. Значение ключа — это список записей вида (ID, P) . ID — это идентификатор документа. P — позиция ключа в документе, например, порядковый номер слова в документе. Запись (ID, P) будем называть записью о вхождении слова в документе или словопозицией. ID будем считать целым числом, например, номером документа. Определим, что словопозиция A меньше словопозиции B , если $A.ID < B.ID$ или $(A.ID = B.ID$ и $A.P < B.P)$. Инвертированный файл состоит из файла данных и словаря. Файл данных хранит списки словопозиций. Словарь хранит ключи и для каждого ключа дескриптор — структура, содержит информацию о том, где в файле данных располагаются словопозиции этого ключа.

В [8–10] предлагается отсортировать данные в индексе в порядке релевантности документов и прерывать поиск, если прочитано много данных. То есть, список словопозиций для каждого ключа упорядочен таким образом, что словопозиции более релевантных документов находятся в начале списка. При поиске чтение списка словопозиций можно прервать (early termination), как только все релевантные документы будут обработаны. Критерий остановки поиска можно задавать некими пороговыми параметрами. В [10] учитывают при сортировке списка словопозиций результаты обработки пользовательских поисковых запросов. Если какие-то документы часто при поиске отображаются в начале списка результатов, то данные этих документов размещаются в начале списка словопозиций.

Однако нет никакой гарантии, что в том документе, который функцией релевантности оценен не высоко, не окажется рядом располагающихся требуемых слов или фразы. Сортировка данных в индексе с учетом релевантности не позволяет учитывать расстояние в документе между словами произвольного поискового запроса. Есть риск пропуска требуемых документов при поиске. В [8] обосновывают подход тем, что при его применении результаты поиска выглядят достаточно хорошо (demonstrably «good enough», то есть, пользователь не способен обнаружить проблему), а скорость поиска возрастает. В [9] предлагают ориентироваться на уровень загрузки системы, и только при высокой загрузке применять прерывание поиска. В ряде систем подобные доводы могут быть применимы, но правильнее считывать все данные из индекса, а уже потом сортировать результаты по релевантности.

1.3. Дополнительные индексы

Применение дополнительных индексов исследовалось в [6, 7] для решения задачи поиска фраз. Авторы вводят два вида дополнительных индексов. Во-первых, *nexword* индекс, где ключ — пара слов, значение — список мест в текстах, где второе слово располагается прямо за первым. Фраза при поиске разделяется на набор пар слов. Во-вторых, частичный индекс фраз, ключ — фраза, значение — список вхождений фразы в текстах. Данный индекс применяется для фраз, включающих часто встречающиеся слова, так как для них *nexword* индекс работает медленно. Искомая фраза в тексте должна полностью, вплоть до порядка слов, совпадать с поисковым запросом. Это не позволяет применять методы [6, 7] для рассматриваемой задачи поиска с учетом расстояния. Требуется разработать другие виды дополнительных индексов.

В [11] создаются дополнительные индексы, ключ в которых — пара слов. Ключ формируется для такого вхождения двух слов в тексте, где эти слова располагаются близко друг к другу (авторы рассматривают расстояния в 1, 2, и 3). Для каждого такого ключа хранятся данные, соответствующие вхождениям слов ключа в текстах и требуемые для расчета значения функции релевантности. Авторы [11] при выполнении запроса вначале используют индекс пар слов, который им позволяет сформировать первоначальный список документов, для каждого из которых рассчитана релевантность в соответствие с их функцией. Далее, анализируется обычный индекс для поиска дополнительных результатов. Если первоначальный список уже содержит высоко релевантные записи, то чтение обычного индекса можно сократить частично или полностью. То есть, дополнительные индексы применяются как дополнительный компонент для более оптимального прерывания поиска (*early termination*) в обычном индексе.

Существенным недостатком работы [11] является то, что основной алгоритм и структуры данных применяются только для запросов, состоящих из ровно двух слов. Вопросы, связанные с выполнением более длинных запросов, в [11] не решены. Можно предположить, что с усложнением функции релевантности реализовывать логику раннего прерывания поиска (*early termination*) для сложных запросов затруднительно.

Можно также отметить, что индексы, где ключом является пара слов, как правило не применимы при обработке запросов, включающих самые часто используемые слова. Если мы рассмотрим, к примеру, пару слов «you who», то число вхождений этой пары в текстах будет настолько большим, что использование индекса с таким ключом не будет иметь смысла, с точки зрения производительности, при поиске с учетом расстояния, если поисковый запрос состоит более чем из двух слов.

2. Постановка задачи

2.1. Разделение Задачи 1 на подзадачи

На основании рассмотренного выше можем сформулировать следующие утверждения, которые будем учитывать при решении задачи:

- Нужно учитывать все слова при поиске.
- Методы раннего прерывания поиска (*early termination*) не позволяют учитывать расстояние между словами запроса в тексте.
- Поиск должен осуществляться быстро, в пределах 1–2 с, что трудно достичь, если в составе запроса присутствуют самые часто встречающиеся слова.

Задача 1. Поисковый запрос — набор слов. Результат поиска — список записей (ID, P, E) , где ID — идентификатор документа, P — начало фрагмента, содержащего слова запроса, E — конец фрагмента. Документы, где искомые слова располагаются близко друг к другу, являются более релевантными по отношению к заданному поисковому запросу. Поэтому результаты сортируются в соответствии с длиной фрагмента $(E - P + 1)$ по возрастанию. Затем применяется дополнительная функция релевантности для сортировки записей с одинаковой длиной фрагмента.

В более формализованном случае, записи могут сортироваться в соответствии с одной функцией релевантности, вида $S = SR + IR + TP$ (детали реализации и параметры опустим). Где SR — статический ранг документа ID , независящий от поискового запроса, например PageRank. IR позволяет учитывать слова запроса, например, BM25. TP учитывает расстояние между словами запроса в тексте документа для конкретной записи (ID, P, E) . Пример см. в [11]. Обычно считают, что TP определяется на основании предположения, что важность связи между словами обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними в тексте [11] (на основании этого также можно ввести пороговое значение расстояния, до которого связь между словами важна и TP имеет высокое значение, после которого значение TP мало по сравнению с SR и IR). Поэтому два приведенных подхода сортировки записей дают похожие результаты.

Если слова располагаются в тексте близко друг к другу, то предполагаем, что они связаны друг с другом по смыслу, являются частью некоего предложения или высказывания (поэтому, чем ближе слова друг к другу в тексте, тем такие документы более важны). Можно считать, что они сильно связаны друг с другом. Если же слова располагаются на значительном расстоянии в тексте, то они могут быть связаны по тематике или предметной области, но расстояние между ними уже не имеет существенного значения. Данный случай будем обозначать как слабую связь. Т. е. существует некое расстояние $MaxDistance$, если слова располагаются друг от друга на расстоянии не более $MaxDistance$, то связь между ними сильная и это расстояние нужно учитывать. Иначе связь слабая, и расстояние учитывать не нужно. Значение $MaxDistance$ задаем как параметр построения индекса.

Поэтому Задача 1 может быть сведена к Задачам 2 и 3.

Задача 2. Задача полнотекстового поиска с учетом близости слов: ищем только те документы, в которых слова запроса располагаются близко друг к другу, на расстоянии, не превышающем заданного параметра $MaxDistance$.

Задача 3. Задача полнотекстового поиска без учета расстояния: поиск документов, в которых искомые слова могут находиться где угодно.

Задача 2 решается более эффективно с помощью использования дополнительных индексов. Задача 2 более общая, чем поиск фраз, и методы из [6, 7] здесь не применимы. Достаточно наличия хотя бы одного лишнего слова в тексте между искомыми словами, и методами [6, 7] мы не найдем данный документ. Например, если в тексте мы имеем «Time and a word by Yes», а поисковый запрос «Time and a word Yes». Для эффективного решения Задачи 2 автором были разработаны другие подходы [12, 13].

Для решения Задачи 3, в отличие от Задачи 1, для конкретного слова нужно сохранять только информацию о первых его вхождениях в документах. Что соответствует информации о том, есть ли данное слово в документе или нет. Время выполнения запроса зависит от количества документов. Если индексируемые документы достаточно велики, (например, это книги, статьи, объемом от 10–20 страниц), то запрос выполняется на порядок

быстрее, чем в случае Задачи 1. Кроме того, искать в условиях Задачи 3 не нужно, если все слова запроса являются часто встречающимися или стоп словами, так как по отдельности такие слова существенного смысла не несут.

Если вначале осуществим поиск в условиях Задачи 2 с применением дополнительных индексов, а затем, при необходимости, в условиях Задачи 3, то получим результаты, эквивалентные поиску в условиях Задачи 1. Ускорением поиска в условиях Задачи 2 мы обеспечиваем ускорение поиска в общем случае. Методы [12, 13] позволяют искать в условиях Задачи 2, в десятки раз быстрее, чем в общем случае, то есть в условиях Задачи 1.

3. Дополнительные индексы с трехкомпонентными ключами

3.1. Виды слов и морфологический анализатор

Разделим слова на три группы, по их частоте встречаемости [12]:

- 1) «стоп слова»: и, в, или. Встречаются очень часто и могут, в некоторых поисковых системах, вообще не включаться в индекс, поэтому их и можно называть стоп словами;
- 2) часто используемые слова;
- 3) остальные, будем называть их «обычные слова».

В поисковом запросе учитываются все слова, включая стоп слова.

При создании индекса используем морфологический анализатор. Для каждой словоформы, входящей в словарь анализатора он возвращает список номеров базовых форм слов. Номер базовой формы это число в диапазоне от 0 до $WordsCount - 1$, где $WordsCount$ — число различных базовых форм (около 260 тыс. для используемого анализатора). Если слово не входит в словарь анализатора, считаем, что его базовая форма совпадает с самим словом. Термины слово и словоформа считаем взаимозаменяемыми. Базовые формы слова также называются леммами, а сам процесс получения набора лемм по словоформе — лемматизацией. С учетом морфологического анализа деление слов на три группы применяем не к исходным словоформам, а к леммам. Имеем три типа лемм в смысле частоты встречаемости: стоп леммы, часто используемые леммы и остальные.

FL — список известных лемм, отсортированный в порядке убывания частоты их появления в текстах. Введем параметр $WsCount$, например, $WsCount = 700$. Будем также называть порядковый номер леммы в FL -списке — FL -номером, нумерация с нуля. Пусть первые $WsCount$ элементов списка FL , то есть, первые $WsCount$ самые часто встречаемые леммы, это стоп леммы. Далее, следующие 500–5000 — часто используемые леммы. Количество стоп и часто используемых лемм зависит от числа поддерживаемых анализатором языков, в данной работе их два, русский и английский.

3.2. Виды запросов

Поисковый запрос это набор слов. Каждое слово имеет список лемм. Поисковый запрос после применения лемматизации назовем лемматизированным поисковым запросом. Лемматизированный поисковый запрос — это набор списков лемм. Будем называть один список лемм в составе лемматизированного поискового запроса — клеткой.

Нужно обеспечить, чтобы в каждой клетке запроса присутствовали только леммы одного вида [13] (стоп леммы, часто используемые или обычные). Например, запрос «солнце село». Слово «село» имеет две леммы: «село» — часто используемая, «сесть» — стоп лемма. После лемматизации имеем запрос из двух клеток: [солнце] [село, сесть]. Он преобразуется в два поисковых запроса, [солнце] [село] и [солнце] [сесть].

Методы из [13] эффективно решают Задачу 2 за исключением случая, когда все леммы запроса — стоп леммы. В данной работе предлагается решение Задачи 2 для этого случая. Эффективное решение этого случая важно, так как остальные случаи уже решены в [12, 13].

3.3. Расширенный индекс стоп лемм

Для двух словопозиции A и B расстояние между ними определим как $|A.P - B.P|$, если $A.ID = B.ID$. Если $A.ID \neq B.ID$, то расстояние неопределено. Рассмотрим пример: «ведь за полночь уже, разбудим». Т. к. у каждого слова есть номер, скажем: слова «ведь» и «разбудим» в тексте на расстоянии 4 друг от друга. Т. к. у каждого слова есть одна или несколько лемм, скажем: леммы «ведь» и «разбудить» в тексте на расстоянии 4 друг от друга. Леммы «полночь» и «узкий» на расстоянии 1 друг от друга. Слово «уже» имеет три леммы, у остальных слов одна лемма: [ведь], [за], [полночь], [уж, уже, узкий], [разбудить]. Или, [242], [44], [-1], [71, 88, 86], [-1], если заменим леммы на их номера в FL -списке для стоп лемм, и оставим (-1) для остальных.

Расширенный индекс стоп лемм (f, s, t) — это список словопозиций стоп леммы f , таких, что в тексте не более чем на расстоянии $MaxDistance$ от f располагались стоп леммы s и t . Значения f , s и t — номера соответствующих стоп лемм в FL -списке. $MaxDistance$ — заданный параметр, например, 5. Словопозиции одного ключа сохраняем по возрастанию.

Если храним расширенный индекс (f, s, t) , то хранить расширенный индекс, с другим порядком компонент, например, (f, t, s) или (s, t, f) — избыточно. Данные (f, t, s) , (s, t, f) и других комбинаций порядка f, s, t восстанавливаются по данным (f, s, t) . Будем создавать для трех стоп лемм f, s, t , только такой расширенный индекс (f, s, t) , что $f \leq s \leq t$. Что означает: f встречается в тексте не реже, чем s , а s встречается в тексте не реже, чем t . В составе словопозиции сохраняем расстояние от s до f и от t до f . Нужно также указывать для s и t , была ли соответствующая лемма в тексте до или после f . Если s была после f в тексте, сохраняем положительное число, иначе отрицательное. Аналогично для t .

Пример 1. Рассмотрим текст $ID1$: скажи мне, кто твой самый близкий друг. Леммы слов запроса: [сказать], [я], [кто], [твой], [самый], [близкий], [друг]. Примеры словопозиций: Ключ (я, самый, твой) \rightarrow (4, 100, 236): словопозиция $(ID1, 1, 3, 2)$, где 1 — номер леммы «я» в тексте, начиная с нуля, 3 — расстояние между леммами «самый» и «я», 2 — расстояние между «твой» и «я», $ID1$ — идентификатор документа, (4, 100, 236) — FL -номера лемм. Ключ (я, сказать, друг) \rightarrow (4, 58, 170): словопозиция $(ID1, 1, -1, 5)$. Расстояние (-1) между «сказать» и «я», т. к. лемма «сказать» в тексте присутствует до леммы «я», 5 — расстояние между «я» и «друг».

Один индекс (f, s, t) представляет собой список записей вида $(ID, P, Delta1, Delta2)$, каждая из которых соответствует вхождению в документе лемм f, s, t , где: ID — идентификатор документа, P — позиция леммы f в документе, то есть, номер слова, $Delta1$ — расстояние от f до s в документе, $Delta2$ — расстояние от f до t в документе.

Словопозиции в индексе (f, s, t) упорядочены по возрастанию. Введем понятие объекта-ленты или итератора словопозиций. Данный объект имеет операцию $Next$, возвращающую следующую запись и поле $Value$, которое содержит текущую запись. Записи, которые выдает итератор, упорядочены, то есть следующая запись должна быть не меньше предыдущей.

4. Поиск

4.1. Поискový запрос в структурированном виде

Входным параметром поиска является массив стоп лемм. Каждую лемму заменяем на ее номер в FL -списке, получая массив номеров V . Каждый элемент массива V представляет собой лемму, закодированную в виде числа. Нумерация элементов с нуля. В качестве $V.Count$ обозначим количество элементов массива, в качестве $V[x]$ — элемент массива с номером x , нумерация с 0. Введем переменные: $Marked$ — число лемм запроса, обнаруженных на заданной позиции. ITL — список итераторов словопозиций.

Определим аккумулятор позиций, как объект соответствующий одной лемме. Аккумулятор позиций содержит в себе информацию о лемме и вспомогательные поля, требуемые для поиска. Аккумуляторы нужны, чтобы на заданной позиции текста накопить данные о вхождениях в тексте вблизи нее требуемых лемм и определить фрагмент текста минимальной длины, в котором присутствуют все леммы запроса в нужном количестве. Аккумулятор позиций имеет следующие поля:

Form: номер леммы в FL -списке.

Index: локальный идентификатор (номер) леммы или индекс аккумулятора.

Count: счетчик встречаемости леммы в запросе поиска.

Marked: счетчик найденных вхождений леммы.

Positions: массив позиций найденных лемм, в этом массиве $Count$ элементов.

PosTable: битовый массив позиций найденных лемм, представлен двумя целыми 64-битными числами. В текущей реализации, без ограничения общности, $MaxDistance < 64$.

Поискový запрос в структурированном виде — это список аккумуляторов позиций.

$AccCt$ — количество аккумуляторов позиций, инициализируем его значением 0.

4.2. Алгоритм поиска

Запрос — несколько лемм. Выберем одну лемму запроса f .

Рассмотрим набор индексов вида (f, x, y) , где x, y — выбираются из множества остальных лемм запроса. Каждый из этих индексов содержит словопозиции вхождения леммы f в документах. Рассмотрим в документе фиксированную позицию (ID, P) вхождения леммы f . Требуется проверить с помощью этих индексов, что рядом с f присутствовали все остальные леммы запроса, в том количестве, в котором они присутствуют в запросе.

Один аккумулятор позиций S соответствует одной лемме. Если S соответствует лемме g , отличной от f , то его поле $S.Count$ равно количеству встречаемости этой леммы g в запросе V . Если S соответствует лемме f , то $S.Count$ равно количеству встречаемости f в запросе V , минус 1, так как одно вхождение леммы f соответствует самой позиции P .

Читая последовательно словопозиции из индекса (f, x, y) , вида $(ID', P', Delta1, Delta2)$, такие что $ID' = ID$ и $P' = P$, отмечаем в аккумуляторах позиций для x и y наличие вхождения их лемм в тексте. Накапливаем число вхождений в поле $Marked$ аккумуляторов. При этом, для любого аккумулятора S , не увеличиваем значение $S.Marked$ больше, если достигнуто $S.Marked = S.Count$.

Искомый запрос присутствует в тексте, если сумма значений $Marked$ всех аккумуляторов позиций равна $(V.Count - 1)$. Глобальную переменную $Marked$ будем

использовать для суммы значений *Marked* аккумуляторов. Когда увеличиваем *S.Marked* аккумулятора *S*, также увеличиваем значение глобальной переменной *Marked*.

Дополнительно аккумулятор *S* используется для отслеживания самых близких к *P* позиций леммы *S.Form*. Для этого используется поле *S.Positions*. Поле *S.PosTable* используется, чтобы исключить дубли позиций леммы *S.Form*, если они вдруг будут обнаружены.

Поскольку позиция леммы *f* фиксирована и равна *P*, то позиция другой леммы *g* (где *g* — это *x* или *y*) определяется расстоянием *Delta* от *P*. Это положительное число, если *g* располагается после *f* и отрицательное, если *g* располагается до *f*. По модулю значение *Delta* ограничено, так как *g* располагается близко к *f*. Поле *S.PosTable* состоит из двух 64-битных чисел. Одно из них используется в случае $Delta > 0$, другое, если $Delta < 0$. Если мы обрабатываем вхождение леммы *g*, то выставляем в 1 бит с номером $|Delta|$ в соответствующем числе. Если этот бит был уже выставлен, обрабатываемое вхождение игнорируется. Далее алгоритм поиска структурируем и опишем в виде нескольких процедур.

4.3. Выбор набора индексов

Выберем лемму *R* запроса *V*, которая чаще всего встречается в текстах. Обозначим в качестве основного индекса *Main* индекс первого вхождения этой леммы в *V*, в частности, $R = V[Main]$. Ключ индекса представляет собой тройку (f, s, t) , где *f, s, t* — номера лемм в *FL*-списке. В качестве *f* для всех индексов берем *R*, т. е. элемент запроса, лемма которого чаще всего встречается в текстах. В качестве *s* и *t* нужно выбрать другие леммы, входящие в запрос, таким образом, чтобы все леммы запроса были учтены. Функция *NextSearchIndex(Current)* возвращает индекс следующего рассматриваемого элемента:

- 1) Увеличиваем *Current* на 1.
- 2) Если *Current* равен *Main*, то увеличиваем *Current* на 1.
- 3) Если $Current \geq V.Count$, присваиваем $Current = 0$ (циклический сдвиг).
- 4) Если *Current* равен *Main*, то увеличиваем *Current* на 1.
- 5) Возвращаем *Current* в качестве результата.

Таким образом, с помощью этой функции мы последовательно и циклически перебираем леммы запроса, при этом пропускаем индекс *Main*.

4.4. Выбор индексов, формирование списка аккумуляторов

Предполагаем, есть процедура *AddAcc(Form)*: если аккумулятор *S* с условием *S.Form = Form* уже создан, увеличиваем его поле *S.Count* на 1, иначе создаем новый аккумулятор ($S.Form = Form, S.Index = AccCt, S.Count = 1$) и увеличиваем *AccCt* на 1.

Выбор индексов и формирование списка аккумуляторов выполняется в следующем фрагменте псевдокода. Присваиваем $Start = (-1)$. Выполняем в цикле:

- 1) Присваиваем $A = NextSearchIndex(Start)$.
- 2) Если $A < Start$, то выходим из цикла. Все леммы запроса учтены, так как мы циклически снова перешли через начало массива запроса *V*.
- 3) Присваиваем $B = NextSearchIndex(A)$.
- 4) Если $A > Start$, то выполняем *AddAcc(V[A])*.
- 5) Если $B > Start$, то выполняем *AddAcc(V[B])*.
- 6) Присваиваем $A1 = \min(V[A], V[B]), B1 = \max(V[A], V[B])$.

- 7) Присваиваем VA = значение поля $Index$ аккумулятора $A1$ ($VA = S.Index$ аккумулятора S с условием $S.Form = A1$).
 - 8) Присваиваем VB = значение поля $Index$ аккумулятора $B1$.
 - 9) Определяем ключ индекса (f, s, t) , где $f = R, s = A1, t = B1$. Формируем итератор IT , с полями $IT.VA = VA, IT.VB = VB$, ключ индекса (f, s, t) , помещаем его в ITL .
 - 11) Если $B < Start$, выходим из цикла, иначе: присваиваем $Start = B$, идем на шаг 1.
- Для каждого аккумулятора S инициализируем массив $S.Positions$ размером $S.Count$.
Если просуммируем $Count$ у всех аккумуляторов, то получим значение $(V.Count - 1)$.

Пример 2. Рассмотрим запрос «who are you who». В нашем словаре слово «are» имеет две леммы, «are» и «be», имеем лемматизированный запрос [who], [are, be], [you], [who], который преобразуем в два подзапроса, которые выполняем независимо.

Первый подзапрос [who], [are], [you], [who] → [293], [268], [47], [293]. Лемма «you» имеет минимальный номер в FL -списке — 47, поэтому ее индекс 2 — основной. Действуя циклически, вначале выбираем леммы «who», «are» и вместе с леммой «you» формируем ключ $(you, are, who) = (47, 268, 293)$. Далее пропускаем «you» и выбираем «who» (позиция 3), а затем снова «who» (позиция 0), формируем ключ $(you, who, who) = (47, 293, 293)$. Имеем два аккумулятора: $(Form = 293, Index = 0, Count = 2)$, $(Form = 268, Index = 1, Count = 1)$. Второй подзапрос рассматривается аналогично.

4.5. Процедура поиска

На входе имеем список итераторов ITL . UML диаграмма поиска приведена на рис. 1. В цикле выполняются две операции. Вначале *Equalize* — применяется для того, чтобы во всех итераторах перейти в одному документу. Значения $Value.ID$ у всех итераторов теперь одинаковые, то есть, соответствуют одному документу, или же поиск завершается, если все данные итераторов обработаны. Далее вызывается процедура $SearchInDoc(Value.ID)$ где выполняется поиск в этом документе.

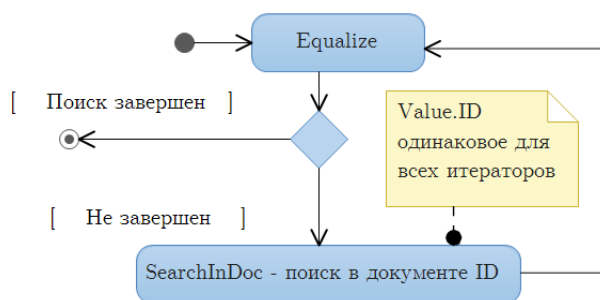


Рис. 1. Процедура поиска

Процедура выравнивания *Equalize* реализуется в виде цикла:

- 1) Если значение $Value.ID$ для всех итераторов одинаковое, выходим из процедуры.
- 2) Выбираем такой итератор IT , значение $IT.Value.ID$ которого минимально среди всех итераторов. Выполняем $IT.Next$. Если перебрали все записи итератора IT , то выходим из поиска. Иначе, переходим на пункт 1, то есть к началу цикла.

Процедуру *Equalize* можно реализовывать используя две бинарные кучи [14], вычислительная сложность итерации цикла будет $O(\log(\text{количество итераторов}))$.

4.6. Поиск в документе ID , процедура $SearchInDoc(ID)$

При входе в эту процедуру значения $Value.ID$ у всех итераторов одинаковые и равны ID . UML диаграмма процедуры $SearchInDoc$ приведена на рис. 2. Предполагаем, есть процедура $InitAccumulators$, которая очищает аккумуляторы при переходе к следующей позиции текста: для каждого аккумулятора S присваиваем $S.Marked = 0$, очищаем $S.PosTable$, присваиваем $Marked = 0$.

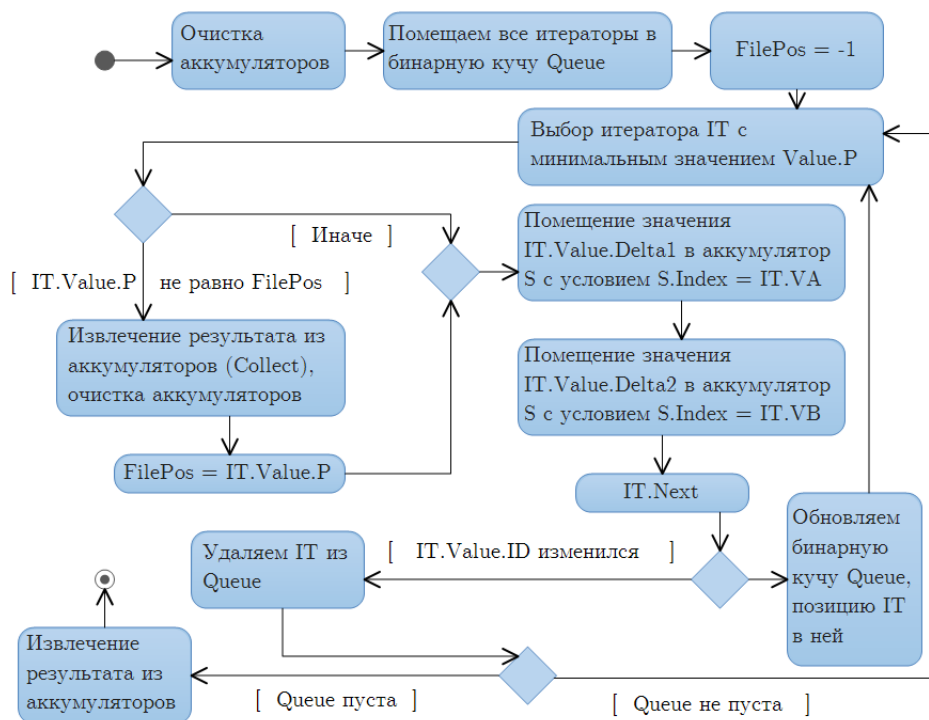


Рис. 2. $SearchInDoc(ID)$

Вначале вызываем процедуру $InitAccumulators$. Формируем бинарную кучу [14] $Queue$. Для каждого итератора указатель на него помещаем в $Queue$. В качестве операции « $A < B$ » для этой бинарной кучи используем $A.Value.P < B.Value.P$. Вершина кучи соответствует итератору с минимальным значением $Value.P$.

Присваиваем $FilePos = -1$. Переменная $FilePos$ соответствует позиции в документе первого компонента ключа индекса, которую сейчас обрабатываем.

Выполняем в цикле, пока $Queue$ не пуста:

- 1) Выбираем итератор IT с минимальным значением $Value.P$.
- 2) Если $IT.Value.P$ не равно $FilePos$, то выполняем следующие подшаги (2.a – 2.b):
 - a) Запускаем процедуру сборки результата $Collect$.
 - b) Вызываем $InitAccumulators$. Присваиваем: $FilePos = IT.Value.P$. Идем на шаг 3.
- 3) Берем аккумулятор S с индексом $S.Index = IT.VA$, обозначим $Delta = IT.Value.Delta1$. Выполняем один из следующих подшагов (3.a – 3.c):
 - a) Если в $S.PosTable$ значение бита, соответствующего $Delta$, равно 1, переходим к следующему пункту 4.
 - b) Иначе, если $S.Marked < S.Count$, помещаем в $S.Positions[S.Marked]$ значение $Delta$, увеличиваем $S.Marked$ на 1, увеличиваем $Marked$ на 1. Бит $Delta$ в $S.PosTable$ присваиваем в 1. Переходим к следующему пункту 4.

- с) Иначе, обозначим $DeltaAbs = |Delta|$. Бит $Delta$ в $S.PosTable$ присваиваем в 1. Перебираем последовательно значения в $S.Positions$, если какое-то значение по модулю превышает $DeltaAbs$, то заменяем его на $Delta$ и переходим к следующему пункту 4 (т. е. находим и обрабатываем только первое такое значение). Цель — хранение в $S.Positions$ позиций лемм, наиболее близких к $FilePos$.
- 4) Берем аккумулятор S с индексом $S.Index = IT.VB$, $Delta = IT.Value.Delta2$. Действуем как в пункте 3 (в пункте 3 обрабатываем $IT.VA$, в пункте 4 обрабатываем $IT.VB$).
- 5) Вызываем $IT.Next$. Выполняем далее одно из трех действий (5.a — 5.c):
- Если все записи IT прочитаны, удаляем IT из $Queue$.
 - Иначе, если $IT.Value.ID$ не равно ID , значит, мы перешли к следующему документу в этом итераторе IT , удаляем IT из $Queue$.
 - Иначе, обновляем бинарную кучу $Queue$, с учетом возможного изменения порядка элементов после изменения $IT.Value$ на шаге 5 (чтобы вершиной кучи стал итератор, с минимальным значением $Value.P$).

После выхода из цикла еще раз вызываем процедуру сборки результата $Collect$.

4.7. Процедура сборки результата $Collect$

Если $(V.Count - 1)$ не равно $Marked$ — выход из процедуры. Какая-то лемма запроса не найдена на текущей позиции.

Перебираем все аккумуляторы позиций и значения в массивах $Positions$. Вычисляем минимальное $DeltaMin$ и максимальное $DeltaMax$ значения. Добавляем в список результатов запись: $(ID, FilePos - DeltaMin, FilePos + DeltaMax + 1)$ — в документе ID обнаружен поисковый запрос V , позиция первого слова фрагмента текста, содержащего V , равна $FilePos - DeltaMin$, позиция последнего слова фрагмента равна $FilePos + DeltaMax$.

5. Вычислительные эксперименты

5.1. Методика проведения эксперимента

Для экспериментов использовались те же тексты, что и в [13]. Проиндексировано 195 тыс. файлов, объем текста 71,5 Гб, файлы представляли собой обычный текст, однобайтовая кодировка, по стилю, художественная литература, в основном русский язык. Запросы также состоят из слов русского языка.

Для экспериментов поиска случайным образом выбран один из документов коллекции, из слов которого будем формировать тестовые запросы. В эксперименте поиска выберем из документа набор запросов поиска. Далее произведем поиск каждого выбранного поискового запроса. При поиске для каждого используемого ключа читаем в индексе все его словопозиции (т. е. если даже нашли искомый набор слов, все равно читаем все данные в индексе до конца). Далее опишем формирование запросов поиска на заданной позиции.

Параметры: $Step$ — длина пропуска, $Count$ — количество пропусков, Max — максимальное число слов запроса. Если мы находимся на определенной позиции $FilePos$ в тексте, то поисковый запрос выбирается из текста следующим образом:

- Включаем в запрос слово, которое располагается на позиции $P = FilePos$.
- Если выбранное число слов меньше или равно $Count$, то пропускаем $Step$ слов ($P = P + Step + 1$), иначе переходим на одно слово вперед ($P = P + 1$).

3) Включаем в запрос текущее слово. Если в запросе менее Max слов, идем на шаг 2. Например ($Step = 1, Count = 2, Max = 3$) — берем в тексте текущее слово, пропускаем одно слово, затем берем следующее слово, пропускаем одно слово, берем еще одно слово. ($Step = 2, Count = 1, Max = 3$) — берем в тексте первое слово, пропускаем два слова, далее берем два слова подряд.

Задавая $Step > 0$ проверяем, что работает не только точный поиск, но и поиск с учетом расстояния. То есть, если $Step = 2, Count = 1$, то слова поискового запроса в тексте имеют между собой «вставку» из двух «посторонних» слов. Для выбора запросов были использованы следующие параметры: $Par1 = (Step = 0, Count = 0, Max = 3, 4, 5)$ — соответствует точному поиску фраз, длины от 3-х до 5-и, $Par2 = (Step = 1, Count = 1, Max = 3, 4)$, $Par3 = (Step = 1, Count = 2, Max = 3)$, $Par4 = (Step = 2, Count = 1, Max = 3)$.

Для каждого запроса применяется дополнительная фильтрация в соответствии с критерием фильтрации. Позиция выбора запроса $FilePos$ вначале совпадает с началом файла (первое слово файла). На этой позиции формируем 7 запросов, используя настройки $Par1, Par2, Par3, Par4$. Запросы, удовлетворяющие критерию фильтрации, добавляем в набор запросов. Затем увеличиваем $FilePos$ на 1. Количество обрабатываемых позиций определяется параметром $MaxSearch$.

Сформированный набор запросов применяем к разным видам индекса. Основной измеряемый параметр, от которого зависит скорость поиска: количество прочитанных словопозиций при выполнении одного поискового запроса. Выполняя запросы, измеряем среднее значение этого параметра. Для того чтобы получить усредненные результаты каждый запрос выполняем три раза. Преимущество подхода в том, что проверяется: индекс построен корректно. Так как выбираем запросы из уже проиндексированного документа, то мы их точно должны найти. Проверяем, что в результатах поиска присутствует запись, соответствующая тому документу, из которого выбрали запрос, и месту в нем. Получаемые поисковые запросы разнообразны и включают в себя большое количество различных слов.

5.2. Результаты и их обсуждение

Виды индексов для экспериментов поиска:

Idx1. Обычный индекс. Содержит для каждой леммы, включая стоп леммы, список всех ее словопозиций. Данный индекс представляет собой обычный инвертированный файл.

Idx2. Индекс трехкомпонентных ключей. Стоп лемм 700 (524 ru, 176 en), $MaxDistance = 5$. Размер файлов словопозиций трехкомпонентного индекса, 622 Гб. Это существенно превышает размеры индекса последовательностей стоп лемм из [13], 95,4 Гб.

Критерий фильтрации: пропускаем запрос, если в нем есть хотя бы одно слово, имеющее не стоп лемму. Все запросы должны состоять только из стоп лемм. $MaxSearch = 500$.

Для экспериментов поиска использовалось оборудование: CPU — Intel(R) Core(TM) i7 CPU 920 @ 2,67 GHz, HDD — Seagate 7200 RPM, оперативная память — 24 Гб. Выполнено 975 запросов. Выполнение запросов осуществлялось в одном программном потоке.

Среднее число обработанных словопозиций на один запрос поиска: Idx1: 193 млн., Idx2: 756 тыс. Среднее время выполнения поискового запроса: Idx1: 31,27 с, Idx2: 0,33 с. Средний объем прочитанных данных на один запрос: Idx1: 745 Мб, Idx2: 8,45 Мб.

Полное время эксперимента: Idx1: 8 час, 59 мин, Idx2: 6 мин, 42 с.

При поиске в Idx2 среднее время выполнения запроса в 94,7 раза меньше, чем в Idx1.

Среднее число обработанных словопозиций на один запрос при поиске в Idx2 меньше в 255 раз, по сравнению с Idx1. Средний объем прочитанных данных на один запрос при поиске в Idx2 меньше в 88 раз, по сравнению с Idx1. Соотношение меньше, чем соотношение для числа словопозиций, потому что словопозиция в индексе трехкомпонентных ключей содержит дополнительные данные (расстояния между компонентами ключа в тексте).

На рис. 3 отображено среднее время поиска для Idx1 и Idx2 (слева), и средний объем прочитанных данных на один запрос (справа).

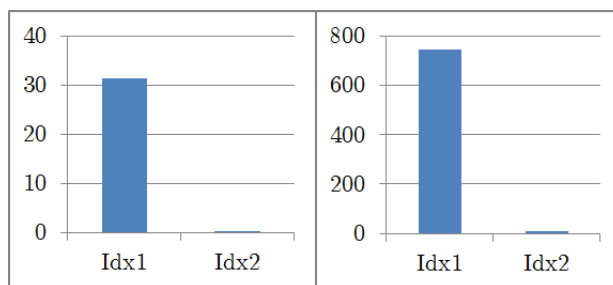


Рис. 3. Среднее время поиска (с) и средний объем прочитанных данных на запрос (Мб)

Заключение

Поисковые запросы, содержащие часто встречающиеся слова, могут выполняться долго, в этом заключается решаемая проблема. Применяя дополнительные индексы, время выполнения запроса можно существенно сократить. Для ускорения выполнения запросов, состоящих из самых часто встречающихся слов, разработаны индексы с трехкомпонентным ключом. По результатам экспериментов, время выполнения таких запросов сокращается в 94,7 раза. Среднее время выполнения таких запросов с использованием обычного индекса, 31,27 секунды, неприемлемо для пользователя, так как превышает 2 секунды (эта временная граница задана исходя из [1]). При этом объем текстовой коллекции 71,5 Гб не является чрезмерным. Среднее время поиска при использовании дополнительных индексов 0,33 секунды является удовлетворительным. В этом смысле говорим, что рассмотренный подход позволяет добиться гарантированного уровня производительности.

В качестве итогового вывода отметим, что с решением текущей задачи получаем методологию поиска, позволяющую решать задачу поиска с учетом близости, для запросов, состоящих из любых лемм, более эффективно, чем с помощью обычных индексов. Если запрос состоит из самых часто встречающихся слов (стоп слова), то применяется новый алгоритм, а для запросов любого другого вида задача уже решена в [12, 13].

Разработанный метод позволяет выполнять более широкий класс запросов, чем [6, 7], где дополнительные индексы применяются только для поиска фраз. Метод обеспечивает больший уровень производительности, чем другие подходы. Например, в [11], таблица 5-2, показано максимальное ускорение выполнения запроса, в 5 раз (в этой таблице даны времена выполнения поисковых запросов для разных видов индекса, максимальное, без оптимизаций, 158 мс, минимальное, со всеми оптимизациями, 32 мс). Результаты в [15] выглядят многообещающими, но в этой работе авторы исключают стоп слова из поиска и индекса. Поэтому возникают сомнения о применимости метода [15] при обработке запросов, включающих часто встречающиеся слова.

Параметр *MaxDistance* выбран равным 5. Есть резерв для увеличения данного параметра. Если при значении 5, имеем ускорение в 94,7 раза по времени при обработке запросов, состоящих из стоп лемм, то можем увеличить *MaxDistance*, при потере ускорения, скажем, до 50 раз, в этом случае. Определение оптимального, с точки зрения качества поиска, значения параметра *MaxDistance* – одно из направлений дальнейших исследований. При формировании ключа (f, s, t) используем условие $f \leq s \leq t$, что соответствует текущей реализации. Можно наоборот рассмотреть все ключи с условием $f \geq s \geq t$, при построении индекса, в этом случае поиск может быть более эффективным.

Литература

1. Miller R.B. Response Time in Man-Computer Conversational Transactions // Proceedings: AFIPS Fall Joint Computer Conference. San Francisco, California, December 09–11, 1968. Vol. 33. P. 267–277. DOI: 10.1145/1476589.1476628.
2. Zobel J., Moffat A. Inverted Files for Text Search Engines // ACM Computing Surveys, 2006. Vol. 38, No. 2. Article 6. DOI: 10.1145/1132956.1132959.
3. Tomasic A., Garcia-Molina H., Shoens K. Incremental Updates of Inverted Lists for Text Document Retrieval // SIGMOD '94 Proceedings of the 1994 ACM SIGMOD International Conference on Management of Data. Minneapolis, Minnesota, May 24–27 1994. P. 289–300. DOI: 10.1145/191839.191896.
4. Brown E.W., Callan J.P., Croft W.B. Fast Incremental Indexing for Full-Text Information Retrieval // VLDB '94 Proceedings of the 20th International Conference on Very Large Data Bases. Santiago de Chile, Chile, September 12–15, 1994. P. 192–202.
5. Zipf G. Relative Frequency as a Determinant of Phonetic Change // Harvard Studies in Classical Philology. 1929. Vol. 40. P. 1–95. DOI: 10.2307/408772.
6. Williams H.E., Zobel J., Bahle D. Fast Phrase Querying with Combined Indexes // ACM Transactions on Information Systems (TOIS). 2004. Vol. 22, No. 4. P. 573–594. DOI: 10.1145/1028099.1028102.
7. Bahle D., Williams H.E., Zobel J. Efficient Phrase Querying with an Auxiliary Index // SIGIR '02 Proceedings of the 25th Annual International ACM SIGIR Conference on Research and Development in Information Retrieval. Tampere, Finland, August 11–15, 2002, P. 215–221. DOI: 10.1145/564376.564415.
8. Anh V.N., Moffat A. Pruned Query Evaluation Using Pre-computed Impacts // SIGIR '06 Proceedings of the 29th Annual International ACM SIGIR Conference on Research and Development in Information Retrieval. Seattle, Washington, USA, August 06–11, 2006. P. 372–379. ACM Press. DOI: 10.1145/1148170.1148235.
9. Anh V.N., de Kretser O., Moffat A. Vector-Space Ranking with Effective Early Termination // SIGIR '01 Proceedings of the 24th Annual International ACM SIGIR Conference on Research and Development in Information Retrieval. New Orleans, Louisiana, USA, September 9–12, 2001. P. 35–42. DOI: 10.1145/383952.383957.
10. Garcia S., Williams H.E., Cannane A. Access-Ordered Indexes // ACSC '04 Proceedings of the 27th Australasian Conference on Computer Science. Dunedin, New Zealand, January 18–22, 2004. P. 7–14.

11. Yan H., Shi S., Zhang F., Suel T., Wen J.-R. Efficient Term Proximity Search with Term-Pair Indexes // CIKM '10 Proceedings of the 19th ACM International Conference on Information and Knowledge Management. Toronto, ON, Canada, October 26–30, 2010. P. 1229–1238. DOI: 10.1145/1871437.1871593.
12. Веретенников А.Б. Использование дополнительных индексов для более быстрого полнотекстового поиска фраз, включающих часто встречающиеся слова // Системы управления и информационные технологии. 2013. № 2(52). С. 61–66.
13. Веретенников А.Б. Эффективный полнотекстовый поиск с использованием дополнительных индексов часто встречающихся слов // Системы управления и информационные технологии. 2016. № 4(66). С. 52–60.
14. Williams J.W.J. Algorithm 232 — Heapsort // Communications of the ACM. 1964. Vol. 7, No. 6. P. 347–348.
15. Schenkel R., Broschart A., Hwang S., Theobald M., Weikum G. Efficient Text Proximity Search // String Processing and Information Retrieval. 14th International Symposium. SPIRE 2007. Lecture Notes in Computer Science. Santiago de Chile, Chile, October 29–31, 2007. Vol. 4726. Springer, Berlin, Heidelberg. P. 287–299. DOI: 10.1007/978-3-540-75530-2_26.

Веретенников Александр Борисович, к.ф.-м.н., кафедра вычислительной математики и компьютерных наук, Уральский федеральный университет (Екатеринбург, Российская Федерация)

DOI: 10.14529/cmse180105

PROXIMITY FULL-TEXT SEARCH WITH RESPONSE TIME GUARANTEE BY MEANS OF THREE COMPONENT KEYS

© 2018 A.B. Veretennikov

Ural Federal University (pr. Lenina 51, Yekaterinburg, 620083 Russia)

E-mail: alexander@veretennikov.ru

Received: 28.11.2017

Searches for phrases and word sets in large text arrays by means of additional indexes are considered. A search result is a list of documents that contain specified words. A document which contains the query words near each other is more important. Such a task required to store one posting per any word occurrence in a document. Some search systems use a list of stop words and exclude any information about a stop word from the index thus reducing search quality. In our paper we store information about all words to ensure search quality and build additional indexes for most frequently used words. Use of the additional indexes may reduce the query processing time by an order of magnitude and more in comparison with standard indexes. A new three component key based index has described. Results of search experiments are given and new search algorithm is provided. The results of the experiments shows 90 times improvement of search time for a class of queries containing most frequently used words in comparison with default inverted file.

Keywords: full-text search, search engines, inverted files, additional indexes, proximity search.

FOR CITATION

Veretennikov A.B. Proximity full-text search with response time guarantee by means of three component keys. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering*. 2018. vol. 7, no. 1. pp. 60–77. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse180105.

This paper is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Non Commercial 3.0 License which permits non-commercial use, reproduction and distribution of the work without further permission provided the original work is properly cited.

References

1. Miller R.B. Response Time in Man-Computer Conversational Transactions. Proceedings: AFIPS Fall Joint Computer Conference. San Francisco, California, December 09–11, 1968. vol. 33. pp. 267–277. DOI: 10.1145/1476589.1476628.
2. Zobel J., Moffat A. Inverted Files for Text Search Engines. ACM Computing Surveys, 2006, 38(2), Article 6. DOI: 10.1145/1132956.1132959.
3. Tomasic A., Garcia-Molina H., Shoens K. Incremental Updates of Inverted Lists for Text Document Retrieval. SIGMOD '94 Proceedings of the 1994 ACM SIGMOD International Conference on Management of Data. Minneapolis, Minnesota, May 24–27, 1994. pp. 289–300. DOI: 10.1145/191839.191896.
4. Brown E.W., Callan J.P., Croft W.B. Fast Incremental Indexing for Full-Text Information Retrieval. VLDB '94 Proceedings of the 20th International Conference on Very Large Data Bases. Santiago de Chile, Chile, September 12–15, 1994. pp. 192–202.
5. Zipf G. Relative Frequency as a Determinant of Phonetic Change. Harvard Studies in Classical Philology. 1929. vol. 40. pp. 1–95. DOI: 10.2307/408772.
6. Williams H.E., Zobel J., Bahle D. Fast Phrase Querying with Combined Indexes. ACM Transactions on Information Systems (TOIS). 2004. vol. 22, no. 4. pp. 573–594. DOI: 10.1145/1028099.1028102.
7. Bahle D., Williams H.E., Zobel J. Efficient Phrase Querying with an Auxiliary Index. SIGIR '02 Proceedings of the 25th Annual International ACM SIGIR Conference on Research and Development in Information Retrieval. Tampere, Finland, August 11–15, 2002, pp. 215–221. DOI: 10.1145/564376.564415.
8. Anh V.N., Moffat A. Pruned Query Evaluation Using Pre-computed Impacts. SIGIR '06 Proceedings of the 29th Annual International ACM SIGIR Conference on Research and Development in Information Retrieval. Seattle, Washington, USA, August 06–11, 2006. pp. 372–379. ACM Press. DOI: 10.1145/1148170.1148235.
9. Anh V.N., de Kretser O., Moffat A. Vector-Space Ranking with Effective Early Termination. SIGIR '01 Proceedings of the 24th Annual International ACM SIGIR Conference on Research and Development in Information Retrieval. New Orleans, Louisiana, USA, September 9–12, 2001. pp. 35–42. DOI: 10.1145/383952.383957.
10. Garcia S, Williams H.E., Cannane A. Access-Ordered Indexes. ACSC '04 Proceedings of the 27th Australasian Conference on Computer Science. Dunedin, New Zealand, January 18–22, 2004. pp. 7–14.
11. Yan H., Shi S., Zhang F., Suel T., Wen J.-R. Efficient Term Proximity Search with Term-Pair Indexes. CIKM '10 Proceedings of the 19th ACM International Conference on Information and Knowledge Management. Toronto, ON, Canada, October 26–30, 2010. pp. 1229–1238. DOI: 10.1145/1871437.1871593.

12. Veretennikov A.B. Using Additional Indexes for Fast Full-Text Searching Phrases that Contains Frequently Used Words. *Sistemy upravleniya i informatsionnye tekhnologii* [Control Systems and Information Technologies]. 2013. vol. 52, no. 2. pp. 61–66.
13. Veretennikov A.B. Efficient Full-Text Search by Means of Additional Indexes of Frequently Used Words. *Sistemy upravleniya i informatsionnye tekhnologii* [Control Systems and Information Technologies]. 2016. vol. 66, no. 4. pp. 52–60.
14. Williams J.W.J. Algorithm 232 — Heapsort. *Communications of the ACM*. 1964. vol. 7, no. 6. pp. 347–348.
15. Schenkel R., Broschart A., Hwang S., Theobald M., Weikum G. Efficient Text Proximity Search. *String Processing and Information Retrieval. 14th International Symposium. SPIRE 2007. Lecture Notes in Computer Science*. Santiago de Chile, Chile, October 29–31, 2007. vol. 4726. Springer, Berlin, Heidelberg. pp. 287–299. DOI: 10.1007/978-3-540-75530-2_26.

СВЕДЕНИЯ ОБ ИЗДАНИИ

Научный журнал «Вестник ЮУрГУ. Серия «Вычислительная математика и информатика» основан в 2012 году.

Свидетельство о регистрации ПИ ФС77-57377 выдано 24 марта 2014 г. Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.

Журнал включен в Реферативный журнал и Базы данных ВИНИТИ; индексируется в библиографической базе данных РИНЦ. Журнал размещен в открытом доступе на Всероссийском математическом портале MathNet. Сведения о журнале ежегодно публикуются в международной справочной системе по периодическим и продолжающимся изданиям «Ulrich's Periodicals Directory».

Решением Президиума Высшей аттестационной комиссии Министерства образования и науки Российской Федерации журнал включен в «Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук» по следующим отраслям и группам специальностей: 05.13.00 – информатика, вычислительная техника и управление; 25.00.00 – науки о Земле (№ 421).

Подписной индекс научного журнала «Вестник ЮУрГУ», серия «Вычислительная математика и информатика»: 10244, каталог «Пресса России». Периодичность выхода — 4 выпуска в год (февраль, май, август и ноябрь).

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

1. Правила подготовки рукописей и пример оформления статей можно загрузить с сайта серии <http://vestnikvmi.susu.ru>. **Статьи, оформленные без соблюдения правил, к рассмотрению не принимаются.**
2. Адрес редакции научного журнала «Вестник ЮУрГУ», серия «Вычислительная математика и информатика»:
Россия 454080, г. Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, 76, ЮУрГУ, кафедра СП,
ответственному секретарю Цымблеру М.Л.
3. Адрес электронной почты редакции: vestnikvmi@susu.ru
4. **Плата с авторов за публикацию рукописей не взимается, гонорары авторам не выплачиваются.**