

# ВЕСТНИК

ЮЖНО-УРАЛЬСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО  
УНИВЕРСИТЕТА

2018  
Т. 7, № 3

ISSN 2305-9052

СЕРИЯ

## «ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА»

Решением ВАК включен в Перечень научных изданий,  
в которых должны быть опубликованы результаты диссертаций  
на соискание ученых степеней кандидата и доктора наук

Учредитель — Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Южно-Уральский государственный университет  
(национальный исследовательский университет)»

Тематика журнала:

- Вычислительная математика и численные методы
- Математическое программирование
- Распознавание образов
- Вычислительные методы линейной алгебры
- Решение обратных и некорректно поставленных задач
- Доказательные вычисления
- Численное решение дифференциальных и интегральных уравнений
- Исследование операций
- Теория игр
- Теория аппроксимации
- Информатика
- Искусственный интеллект и машинное обучение
- Системное программирование
- Перспективные многопроцессорные архитектуры
- Облачные вычисления
- Технология программирования
- Машинная графика
- Интернет-технологии
- Системы электронного обучения
- Технологии обработки баз данных и знаний
- Интеллектуальный анализ данных

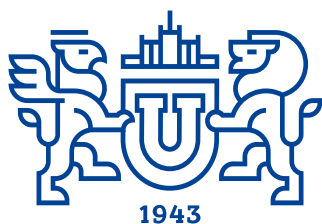
### Редакционная коллегия

**Л.Б. Соколинский**, д.ф.-м.н., проф., *гл. редактор*  
**В.П. Танана**, д.ф.-м.н., проф., *зам. гл. редактора*  
**М.Л. Цымблер**, к.ф.-м.н., доц., *отв. секретарь*  
**Г.И. Радченко**, к.ф.-м.н., доц.  
**Я.А. Краева**, *техн. секретарь*

### Редакционный совет

**С.М. Абдуллаев**, д.г.н., профессор  
**А. Андреяк**, PhD, профессор (Германия)  
**В.И. Бердышев**, д.ф.-м.н., акад. РАН, *председатель*  
**В.В. Воеводин**, д.ф.-м.н., чл.-кор. РАН

**Дж. Донгарра**, PhD, профессор (США)  
**С.В. Зыкин**, д.т.н., профессор  
**Д. Маллманн**, PhD, профессор (Германия)  
**А.В. Панюков**, д.ф.-м.н., профессор  
**Р. Продан**, PhD, профессор (Австрия)  
**А.Н. Томилин**, д.ф.-м.н., профессор  
**В.Е. Третьяков**, д.ф.-м.н., чл.-кор. РАН  
**В.И. Ухоботов**, д.ф.-м.н., профессор  
**В.Н. Ушаков**, д.ф.-м.н., чл.-кор. РАН  
**М.Ю. Хачай**, д.ф.-м.н., профессор  
**А. Черных**, PhD, профессор (Мексика)  
**П. Шумяцкий**, PhD, профессор (Бразилия)



# BULLETIN

**OF THE SOUTH URAL STATE UNIVERSITY** 2018  
vol. 7, no. 3

SERIES

**“COMPUTATIONAL  
MATHEMATICS AND SOFTWARE  
ENGINEERING”**

ISSN 2305-9052

---

**Vestnik Yuzhno-Ural'skogo Gosudarstvennogo Universiteta.  
Seriya “Vychislitel'naya Matematika i Informatika”**

---

## South Ural State University

The scope of the journal:

- Numerical analysis and methods
- Mathematical optimization
- Pattern recognition
- Numerical methods of linear algebra
- Reverse and ill-posed problems solution
- Computer-assisted proofs
- Numerical solutions of differential and integral equations
- Operations research
- Game theory
- Approximation theory
- Computer science
- Artificial intelligence and machine learning
- System software
- Advanced multiprocessor architectures
- Cloud computing
- Software engineering
- Computer graphics
- Internet technologies
- E-learning
- Database processing
- Data mining

### Editorial Board

**L.B. Sokolinsky**, South Ural State University (Chelyabinsk, Russia)  
**V.P. Tanana**, South Ural State University (Chelyabinsk, Russia)  
**M.L. Zymbler**, South Ural State University (Chelyabinsk, Russia)  
**G.I. Radchenko**, South Ural State University (Chelyabinsk, Russia)  
**Ya.A. Kraeva**, South Ural State University (Chelyabinsk, Russia)

### Editorial Council

**S.M. Abdullaev**, South Ural State University (Chelyabinsk, Russia)  
**A. Andrzejak**, Heidelberg University (Germany)  
**V.I. Berdyshev**, Institute of Mathematics and Mechanics, Ural Branch of the RAS (Yekaterinburg, Russia)  
**J. Dongarra**, University of Tennessee (USA)  
**M.Yu. Khachay**, Institute of Mathematics and Mechanics, Ural Branch of the RAS (Yekaterinburg, Russia)  
**D. Mallmann**, Julich Supercomputing Centre (Germany)  
**A.V. Panyukov**, South Ural State University (Chelyabinsk, Russia)  
**R. Prodan**, University of Innsbruck (Innsbruck, Austria)  
**P. Shumyatsky**, University of Brasilia (Brazil)  
**A. Tchernykh**, CICESE Research Center (Mexico)  
**A.N. Tomilin**, Institute for System Programming of the RAS (Moscow, Russia)  
**V.E. Tretyakov**, Ural Federal University (Yekaterinburg, Russia)  
**V.I. Ukhobotov**, Chelyabinsk State University (Chelyabinsk, Russia)  
**V.N. Ushakov**, Institute of Mathematics and Mechanics, Ural Branch of the RAS (Yekaterinburg, Russia)  
**V.V. Voevodin**, Lomonosov Moscow State University (Moscow, Russia)  
**S.V. Zykin**, Sobolev Institute of Mathematics, Siberian Branch of the RAS (Omsk, Russia)

# Содержание

## Геоинформатика

ДИАГНОСТИКА ЛАНДШАФТОВ ПРОВИНЦИИ ЭЛЬ-ДИВАНИЯ (ИРАК) ПО МУЛЬТИСПЕКТРАЛЬНЫМ СНИМКАМ LANDSAT-8 З.Х. Халил, С.М. Абдуллаева .....	5
---	---

## Информатика, вычислительная техника и управление

ВЕКТОРНАЯ МОДЕЛЬ АВТОРЕГРЕССИИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТРОИТЕЛЬНОГО ПРЕДПРИЯТИЯ Я.Д. Гельруд, Е.А. Угрюмов, В.Л. Рыбак .....	19
---	----

## Суперкомпьютерное моделирование

PRACTICAL ASPECTS OF IMPLEMENTATION OF THE PARALLEL ALGORITHM FOR SOLVING PROBLEM OF STENOPHORE POPULATION INTERACTION IN THE AZOV SEA А.И. Sukhinov, А.У. Nikitina, А.Е. Chistyakov, А.А. Semenyakina .....	31
---	----

## Вычислительная математика

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ ТРУБЫ С ПОТОКОМ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ Л.А. Прокудина, Н.М. Япарова, М.П. Вихирев .....	55
---	----

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ МАТРИЦЫ ЕВКЛИДОВЫХ РАССТОЯНИЙ ДЛЯ МНОГОЯДЕРНОГО ПРОЦЕССОРА INTEL XEON PHI ПОКОЛЕНИЯ KNIGHTS LANDING Т.В. Речкалов, М.Л. Цымблер .....	65
---	----

# Contents

## Geoinformatics

- DIAGNOSIS OF LANDSCAPES OF THE PROVINCE OF AL-DIWANIYAH (IRAQ) BY  
USING OF LANDSAT-8 MULTISPECTRAL IMAGES  
Z.H. Khalil, S.M. Abdullaev ..... 5

## Computer Science, Engineering and Control

- VECTOR MODEL OF AUTOREGRESSION OF INDICATORS OF INDUSTRIAL ACTIVITY  
OF A CONSTRUCTION ENTERPRISE  
Y.D. Gelrud, Y.A. Ugryumov, V.L. Rybak ..... 19

## Supercomputer Simulation

- PRACTICAL ASPECTS OF IMPLEMENTATION OF THE PARALLEL ALGORITHM FOR  
SOLVING PROBLEM OF CTENOPHORE POPULATION INTERACTION IN THE AZOV  
SEA  
A.I. Sukhinov, A.V. Nikitina, A.E. Chistyakov, A.A. Semenyakina ..... 31

## Computational Mathematics

- NUMERICAL SIMULATION OF THE OSCILLATIONS OF THE ELEMENTS OF THE PIPE  
WITH THE FLOW OF AN INCOMPRESSIBLE FLUID  
L.A. Prokudina, N.M. Yaparova, M.P. Vikhirev ..... 55
- A PARALLEL ALGORITHM OF EUCLIDEAN DISTANCE MATRIX COMPUTATION FOR  
THE INTEL XEON PHI KNIGHTS LANDING MANY-CORE PROCESSOR  
T.V. Rechkalov, M.L. Zymbler ..... 65



This issue is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Non Commercial 3.0 License which permits non-commercial use, reproduction and distribution of the work without further permission provided the original work is properly cited.

# ДИАГНОСТИКА ЛАНДШАФТОВ ПРОВИНЦИИ ЭЛЬ-ДИВАНИЯ (ИРАК) ПО МУЛЬТИСПЕКТРАЛЬНЫМ СНИМКАМ LANDSAT-8

© 2018 З.Х. Халил, С.М. Абдуллаев

*Южно-Уральский государственный университет*

*(454080 Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, д. 76)*

*E-mail: zenahussaink@gmail.com, abdullaevsm@susu.ru*

Поступила в редакцию: 02.04.2018

Дистанционные методы мониторинга и прогноза урожайности сельскохозяйственных культур широко используются во всем мире. Однако такие методы не являются универсальными и требуют апробации в каждом ландшафтном регионе. В работе исследуются подходы к использованию мультиспектральных снимков спутника Landsat-8 для классификации ландшафтов провинции Эль-Дивания — одного из главных центров орошаемого земледелия Ирака. Исходными данными для классификации послужили сходные по радиометрическим характеристикам снимки, сделанные в период максимальной вегетации зерновых культур (март 2014, 2015 и 2016 года). Такой подбор снимков предполагал уверенное выделение агроландшафтов на основе вегетационного индекса NDVI (Normalized Difference Vegetation Index). Исследование отклика распределений NDVI на изменения площади зерновых культур и на сезонные осадки позволило обосновать пороговые значения индекса для ландшафтов провинции. В том числе выделены четыре типа ландшафтов: ландшафты со здоровой, умеренно разреженной растительностью ( $NDVI > 0,34$ ); ландшафты с угнетенной или сильно разреженной растительностью ( $0,34 \geq NDVI > 0,19$ ); ландшафты без растительности ( $0,19 \geq NDVI > -0,1$ ) и водные ландшафты ( $NDVI \geq -0,1$ ). Сравнение типов автоматически классифицированных и визуально дешифрованных ландшафтов, формализованное в матрицу ошибок, показывает, что общая точность, F-мера и другие метрики качества классификации близки к 90 %.

*Ключевые слова: дистанционное зондирование агроландшафтов, Эль-Дивания, обработка снимков Landsat-8, Normalized Difference Vegetation Index, фенология зерновых культур, автоматическая классификация растительного покрова, density slicing, оценка точности классификации.*

## ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Халил З.Х., Абдуллаев С.М. Диагностика ландшафтов провинции Эль-Дивания (Ирак) по мультиспектральным снимкам Landsat-8 // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2018. Т. 7, № 3. С. 5–18. DOI: 10.14529/cmse180301.

## Введение

Прогноз урожайности зерновых культур является главной задачей агрометеорологии. В том числе это актуально для республики Ирак, где зерновыми занята половина пахотных угодий. Традиционно прогноз урожайности опирается на анализ временных рядов урожайности за прошедшие годы, агроклиматические данные, оценку культуры земледелия и прогноз погодных факторов, влияющих на продуктивность агроценозов. Особую важность в мониторинге агроландшафтов представляют спутниковые изображения земной поверхности в различных диапазонах длин волн. Исходные оценки солнечной радиации, отраженной от покрытой растительностью земной поверхности, чаще всего представляются в виде так называемых вегетационных индексов, из которых

наиболее известен NDVI (Normalized Difference Vegetation Index). Он вычисляется, как отношение:

$$NDVI = \frac{NIR - RED}{NIR + RED}, \quad (1)$$

где  $RED$  и  $NIR$  — значения коэффициента спектральной яркости в красном (примерно 620–740 нм) и ближнем инфракрасном (800–1100 нм) диапазонах длин волн. Успешность применения NDVI обусловлена оптическими свойствами зеленой растительности, связанными с биофизическими процессами фотосинтеза: поглощением излучения хлорофиллом в красной и отражением поверхностью растений в ближней инфракрасной областях спектра. Поэтому NDVI обладает тесной связью с площадью ассимиляционной поверхности растений и содержанием в них хлорофилла, т.е. отражает продуктивность сельскохозяйственных культур. Обычно мультиспектральные снимки одного и того же участка земной поверхности с разрешением до 15–30 метров доступны с периодичностью в две недели, что позволяет использовать такие снимки для оценки фенологических состояний и сезонной динамики растительных сообществ. Методы оценки состояния растительного покрова по его отражательной способности в различных участках спектра по своей природе являются физико-статистическими. Поэтому для практического использования, необходима апробация методов, применительно к условиям конкретного ландшафта и типу возделываемой культуры [1–6].

Настоящая работа является одной из первых классификаций ландшафтов провинции Эль-Дивания (Ирак) с использованием данных спутника Landsat-8. Учитывая поисковый характер исследования, в структуре текста мы ограничились краткой характеристикой объекта исследования, используемых спутниковых данных и их обработки (раздел 1) и сосредоточились на экспериментальной классификации ландшафтов, основанной на выборе порогов вегетационного индекса NDVI (раздел 2). В заключении обозначены перспективы новых исследований.

## 1. Регион, данные и первичная обработка информации

### 1.1. Регион исследования

Провинция Эль-Дивания расположена между 44,55° и 31,87 °в. д. и между 34,40° и 31,59° с.ш. На территории провинции площадью 8786 км<sup>2</sup> (1,9 % площади Ирака) располагаются обширные сельскохозяйственные районы, водно-болотные угодья (озеро Фурат и марши Далмаж), а также пустыни и полупустыни.

В климате провинции выражены два сезона: зимний с декабря по февраль, и летний с мая по октябрь, с короткими межсезоньями в марте — апреле и ноябре. Зима обычно умеренно прохладная (табл. 1), хотя бывают очень жаркие и холодные дни, включая заморозки.

Лето характеризуется ясным небом, экстремально высокими температурами и низкой относительной влажностью. Летом дует северный и северо-западный ветер шамал, приносящий очень сухой воздух. В начале лета и начале зимы дует южный и юго-восточный ветер шарк (по-арабски, восточный). Пыльные бури возникают в любое время года, но их пик приходится на июль (5–6 дней).

Зимой, когда ось струйного течения смещается на юг, некоторые циклонические вихри и депрессии достигают южного Ирака. Все годовые осадки выпадают с ноября по апрель. Количество осадков значительно меняется по годам, и часто суммы осадков не

Климат Эль-Дивании (32,01° с.ш. 44,89° в.д.)

Месяцы	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Год
Температура, °C	10,5	12,8	16,9	22,2	27,5	32,1	33,5	33,3	30,2	25,1	17,9	12,1	22,8
Осадки, P, мм	21	15	16	18	7	0	0	0	0	2	15	23	117
2014, P, мм	34	1	17,5	10,5	1	0	0	0	0	0	9	0,5	73,5
2015, P, мм	1	5	10	6,5	1	0	0	0	0	4,5	22	13	63
2016, P, мм	8	12	16	5	6	0	0	0	н/д	н/д	н/д	н/д	

отражают количество осадков, выпавших в дождливый период. Так, в дождливый сезон 2013/14 выпало 117 мм осадков, но при расчете за календарный 2014 год — всего 73,5 мм (см. табл. 1). За календарный 2015 год выпало 63 мм, но в зимний сезон 2014/15 года всего 33 мм, а в сезон 2015/16 более 80 мм.

*Естественные растительные сообщества.* В регионе наблюдается разнообразие трав и кустарников [7]. Повсеместно распространены шалфей, ромашка, полынь, лебеда, молочай, тимьян и различные корневищные растения. Вдоль берегов Евфрата растут ивы, тамариск, тополь, камыш и солодка. Десятки сортов финиковой пальмы доминируют в пейзажах. В заболоченных землях много разновидностей язычков, осоки, очного цвета, вики и герани. В пустыне растительный покров разрежен: тамариск, тысячелистник, солянка и унаби (лох).

*Сельскохозяйственные угодья* — наиболее распространенный тип земель. Климатические условия вместе с плодородными почвами аллювиальной равнины, орошаемой реками Евфрат и Бессорикан, каналами Эль-Шамия, Эль-Дивания и Эль-Дагара, сделали провинцию одной из главных житниц Ирака. В год получают два урожая. Главной летней культурой является рис. Нами на основании официальных данных управления сельского хозяйства провинции рассчитано, что площади чеков составляют около 1900 км<sup>2</sup>; урожайность риса 18 ц/га или около 30 % урожая Ирака. Зимой-весной выращивают хлебные злаки. Под посевы пшеницы и ячменя в Дивании с 1990 по 2017 годы отводилось в среднем 1600 км<sup>2</sup>. Средняя урожайность пшеницы (ячменя) за последние десять лет составляла около 20 (14) центнеров с гектара. В последние три сезона урожайность пшеницы выросла до 27–29 ц/га.

## 1.2. Спутниковые данные

В данной работе использованы данные спутника Landsat-8, что связано с высоким пространственным разрешением его сканеров. Это позволило избежать многих проблем идентификации полевых культур сканерами среднего разрешения [4]. Спутник Landsat-8 (L8) запущен в 2013 году, и его данные продолжают комплектовать архивы серии Landsat-4 — Landsat-7 [8, 9]. Всего за день L8 делает около 650 сканированных изображений — сцен с примерными размерами 170 км с севера на юг и 183 км с востока на запад. Спутник следует по фиксированным траекториям (колонка в архиве L8), повторяя последовательность сцен (ряд в архиве) каждые 16 дней. Знание того, какая сцена покрывает интересующую территорию, ускоряет поиск нужного снимка в архиве. Исходные сцены L8, полностью покрывающие территорию провинции, находятся в 38 ряду и 168 колонке. На борту L8 находятся два инструмента — мультиспектральный сенсор Operational Land Imager (OLI) и тепловой датчик Thermal Infrared Sensor (TIRS) [8, 9]. Всего на выходе OLI получают изображения в девяти спектральных полосах излу-

ния, каждая из которых имеет свое назначение при картировании ландшафтов (табл. 2). Например, короткие синие волны первой полосы используются для исследования литоральных ландшафтов и атмосферной аэрозоли. Полосы 3, 4 и 5 традиционно используются для исследования растительных покровов.

Разрешение первых семи полос составляет 30 метров, и для уточнения границ объектов используется панхроматическая полоса 8 с разрешением 15 метров. Полосы TIRS используются для оценки температуры и влажности почв (см. табл. 2). Подробное обсуждение особенностей калибровки полос L8 можно найти в работе [9].

**Таблица 2**

Название, длины волн и использование полос приема отраженного излучения Landsat-8

Полоса	Название полосы	Длины волн	Где используется, что подчеркивает
1	Coastal Aerosol	0,435–0,451	Прибрежные исследования, изучение аэрозоли, 30 м
2	Blue	0,452–0,512	Батиметрия, различает почвы и растительность, различает лиственные и хвойные породы, 30 м
3	Green	0,533–0,590	Акцентирует внимание на жизнеспособной сильной растительности, 30 м
4	Red	0,636–0,673	Выделяет склоны с растительностью, 30 м
5	Near Infrared (NIR)	0,851–0,879	Содержание биомассы, подчеркивает береговые линии, 30 м
6	Short-wave Infrared (SWIR) 1	1,566–1,651	Дискриминирует содержание влаги в почве и растительность; проникает сквозь тонкие облака, 30 м
7	Short-wave Infrared (SWIR) 2	2,107–2,294	Улучшенное определение влажности почвы и растительности, проникает тонкие облака, 30 м
8	Panchromatic	0,503–0,676	Дает четкие изображения объектов, 15 м
9	Cirrus	1,363–1,384	Улучшенное обнаружение перистых облаков «загрязняющих» изображение, 30 м
10	TIRS 1	10,60–11,19	Тепловые карты и оценки почвенной влаги, 100 м
11	TIRS 2	11,50–12,51	Улучшенное тепловое картирование и оценки влажности почв, 100 м

### 1.3. Первичная обработка информации

Весь процесс первичной обработки исходных сцен (ИС) можно разделить на три этапа: 1) «выбор ИС»; 2) «чтение, калибровка и обрезка ИС»; 3) «расчет вегетационного индекса NDVI».

*Выбор исходных сцен.* В работе использованы сцены L8, сделанные 23, 10 и 28 марта 2014, 2015 и 2016 года. Выбор дат снимков объясняется следующим. Сезонное развитие зерновых культур и их спектрально-отражательных свойств характеризуются закономерно повторяющимися фазами вегетации: всходы, весеннее отрастание, кущение, выход в трубку, колошение, цветение и плодоношение с подразделением на стадии молочной и восковой спелости. После полного созревания зерен происходит отмирание побегов. Мониторинг фенологических фаз развития растений требует особых подходов к интерпре-



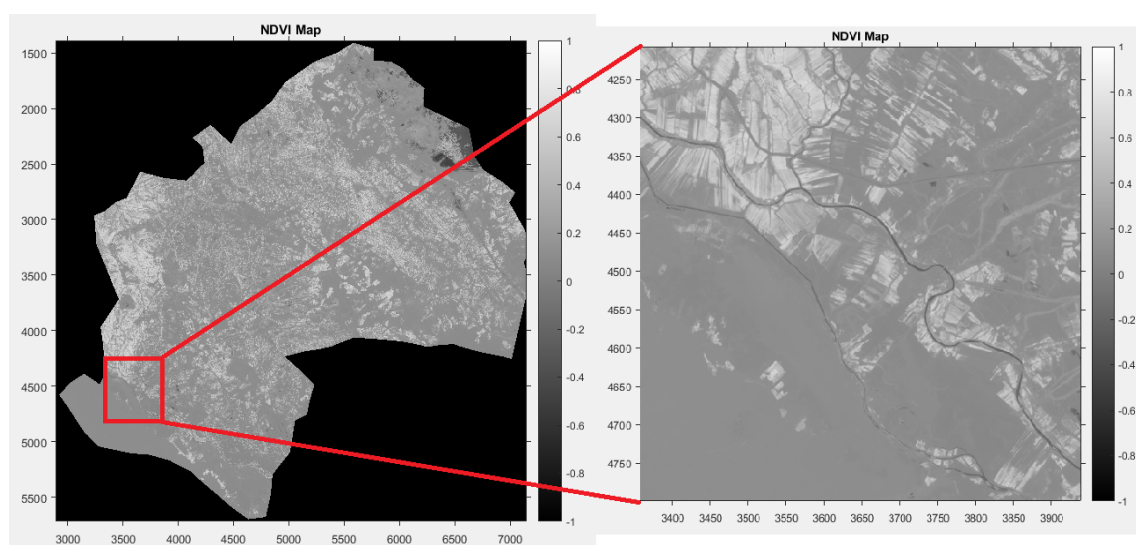
тации спутниковых данных [1–4]. В провинции сев пшеницы (ячменя) приходится на начало декабря (ноября), поэтому средние фенологические даты выхода растений на молочную спелость приходится на первые декады апреля (вторую и третью декады марта). Поэтому в этом пилотном исследовании нам было достаточно определить базовые характеристики ландшафтов в даты, близкие к полному развитию наземной части растений, т.е. примерно в период цветения и наливания зерен до молочной спелости.

*Чтение, калибровка и обрезка сцен* произведена в среде MatLab, и следуют рекомендациям [8]. Исходные сцены L8 загружались с сайта EarthExplorer Геологической службы Соединенных Штатов [8] в виде файлов в формате GeoTIFF (Geographic tagged image file format). Эти файлы содержали 16-битовые изображения в шкале серости на каждой полосе отражения из табл. 2 и сопровождалась географической и картографической информацией для *чтения* и воспроизведения изображения на экране.

Условия сканирования каждой ИС могут несколько отличаться (например, угол подъема солнца в момент ИС варьировал в пределах 10 градусов). *Калибровка* данных заключалась в радиометрической коррекции: преобразование информации с учетом угла подъема солнца в момент снимка, поглощения волн в атмосфере, характеристик сенсора в каждой полосе приема и других метаданных (файл MLT.txt). С помощью этих данных вся информация снимка масштабировалась и приводилась к отраженному излучению на верхней границе атмосферы, как если бы солнечные лучи падали вертикально на земную поверхность и частично отражались обратно, а атмосфера беспрепятственно пропускала излучение на данной длине волны.

*Обрезка сцены* — это операция, когда с учетом географической привязки изображения по контуру административных границ провинции производилось удаление пикселей, не относящихся к территории региона. Обрезка сцены в дальнейшем упростила вычисление характеристик ландшафтов.

*Вычисление вегетационного индекса.* Индекс NDVI рассчитывался по формуле 1. Для его отображения часто используется стандартизованная непрерывная градиентная шкала в диапазоне от 0 до 255, по количеству градаций серого. Результат расчета NDVI в цветах серости приведен на рис. 1.



**Рис. 1.** Карта индекса NDVI провинции Эль-Дивани, 23 марта 2015 года. Шкала серости от  $-1$  до  $+1$ . Врезка — участок поливного земледелия вблизи реки Евфрат

## 2. Классификация ландшафтов

В работе для отделения растительности от других природных поверхностей применялся метод цифровой обработки «density slicing» [10]. Это метод весьма прост: весь диапазон значений пикселей снимка «нарезается» с помощью выбранных пороговых значений на отдельные интервалы, обычно подчеркивающие какие-то особенности в распределении отражательных свойств поверхности. Таким образом, уменьшается плотность изображения — потенциальная колористическая гамма сокращается до нескольких цветов. Выбор порогов нарезки основывался на полуколичественных оценках (п. 2.1) и исследовании распределения значений NDVI за 2014, 2015 и 2016 годы (п. 2.2). Всего выделено два типа растительных ландшафтов, ландшафты, лишенные растительности, и аквальные ландшафты. Оценка точности классификации производилась путем сравнения классификации с традиционным дешифрованием ландшафтов в среде сервиса Google Earth (п. 2.3)

### 2.1. Полуколичественные оценки

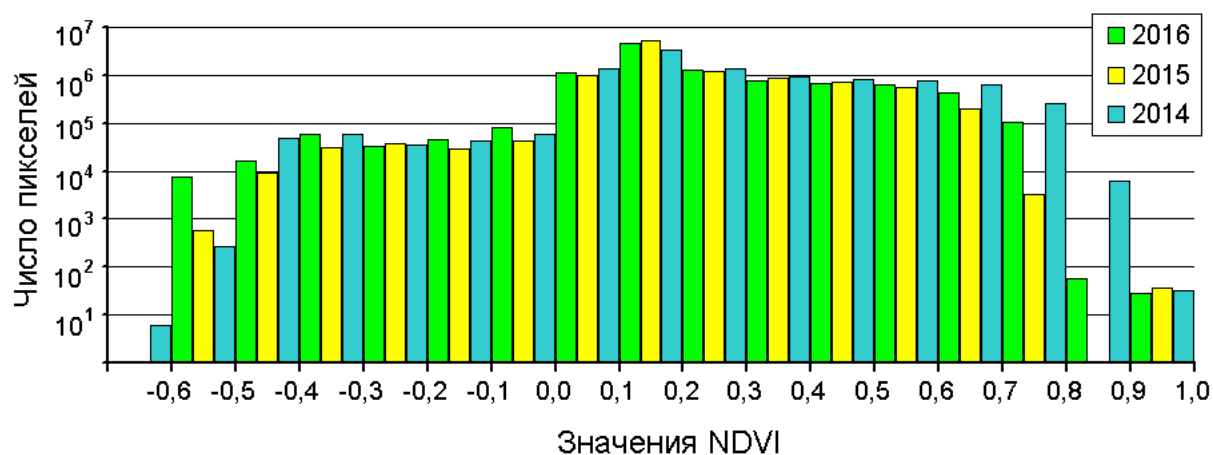
Как указывалось ранее, продуктивность ландшафтов и значения NDVI связаны между собой. Каждый из биоклиматических ландшафтов имеет свою максимальную продуктивность, и, соответственно, характерные значения NDVI. Лесотундры, полупустыни, сухие степи имеют NDVI в диапазоне  $0,2 \div 0,3$ . Влажные степи, саванны и луга  $0,4 \div 0,5$ . Бореальные леса  $0,55 \div 0,65$ . Тропические влажные леса представлены высокими значениями NDVI  $\approx 0,9$ .

Значения индекса сельскохозяйственных культур при полном проективном покрытии в разгар вегетации достигает  $0,75$ . Природные объекты, не имеющие растительности из-за особенностей отражения в видимой и инфракрасной области спектра, имеют фиксированное значение NDVI. Как правило, очень низкие значения индекса (менее  $0,1$ ), соответствуют горным породам, песку, снегу, асфальту и водным объектам. Так, из рисунка 1 видно, что значения индекса варьируют между  $-1$  и  $+1$ , где более высокие значения (светлые тона), очевидно, соответствуют активно фотосинтезирующей здоровой растительности. На увеличенной части рисунка легко различимы темные ветвистые структуры, напоминающие сеть ирригационных каналов, разрезающих светлые области отдельных полей.

### 2.2. Анализ распределений NDVI

Рисунок 2 демонстрирует межгодовые изменения площадей, занятых различными градациями вегетационного индекса. Так, предположительно водные объекты с NDVI  $< 0$  составляли  $2,5$  % общей площади провинции в 2014 году, сократившись до  $1,5$  ( $2,4$ )% в 2015 (16) году. Аналогично, площадь потенциально растительных ландшафтов с NDVI  $\geq 0,2$  уменьшилась с  $48,7$  % в 2014 году до  $36$  ( $39$ )% в 2015(16) году. Подобные колебания площадей растительности и водных объектов можно объяснить значительным увлажнением с января по март 2014 и 2016 года и дефицитом увлажнения в 2015 году (см. табл. 1). Очевидно, что в рамках предложенного объяснения, площади без растительности с NDVI от  $0$  до  $0,2$  должны следовать обратной тенденции. Действительно, число пикселей этой градации составляло  $48,8$  % общей площади провинции в 2014 году и выросло до  $62,4$  % ( $58,5$  %) в 2015 (16) году.

Приведенная выше биоклиматическая интерпретация упускает одну важную деталь распределений NDVI (см. рис. 2), что около 20–25 % площади провинции имеет значения индекса от 0,2 до 0,4, что характерно для степей и саванн, а такие зональные ландшафты в провинции отсутствуют. Возникшее противоречие между ожидаемым и фактическим распределением индекса обусловлено неоднозначностью интерпретации типа растительных ландшафтов по значению средних отражательных характеристик участка земной поверхности. Дело в том, что каждый пиксель исходной сцены мог содержать несколько фаций — мельчайших ландшафтных единиц с различными отражательными свойствами. Для растительных фаций важно не только их состояние, но и доля проективного покрытия (ПП). Например, пиксель, содержащий растительные фации с  $NDVI = 0,5$  (0,7) при 50 % ПП голый почвы с  $NDVI = 0,01$ , будет иметь значения индекса около 0,25 (0,35). Поэтому поле со здоровой, но разреженной растительностью юга Ирака может выглядеть, как участок степи или саванны.



**Рис. 2.** Распределение числа пикселей с различными значениями NDVI по годам

Вышеизложенное предполагает, что значение индекса  $\approx 0,35$  может служить порогом, отделяющим развитые здоровые сельхозкультуры и прибрежную растительность от слабой и/или сильно разреженной растительности. Решающим аргументом в пользу этого порога является то, что распределения NDVI (см. рис. 2) относятся к снимкам, сделанным в даты близкие к максимальному развитию зеленой массы высокоурожайных зерновых культур. Суммарные площади посевов пшеницы и ячменя в 2013/14 году составляли 2082 км<sup>2</sup> и сократились до 1456 (1462) км<sup>2</sup> в 2014/15 (2015/16) годах за счет двукратного уменьшения посевов ставшего нерентабельным ячменя. Теперь легко видеть, что в 2014 году зерновые занимали около 23,7 % площади провинции, что на 10 % меньше, чем площади с  $NDVI \geq 0,3$ , занятые в этот год. В 2015 и 2016 году значения этих площадей были 16,6 %, что на 6,9 и 9,5 % меньше площадей с  $NDVI \geq 0,3$ . При этом площади с  $NDVI > 0,5$  в марте 2015 (16) года составляли всего 2 (5,5)%. Поэтому основная часть полей, занятых зерновыми в эти годы, имела значения NDVI в диапазоне от 0,3 до 0,5 единиц. Поскольку в градации со значениями NDVI от 0,3 до 0,4 сохранилось от 7,8 до 9,6 % площадей, то выбор порога в центре этой градации обеспечивал условие, что весь зерновой клин с небольшой добавкой других растительных ландшафтов будет относиться к одной категории ландшафтов.

Таким образом, в качестве порога, разделяющего категории ландшафтов «Здоровая, умеренно разреженная растительность (health vegetation, HV)» и «Ослабленная либо сильно разреженная растительность» (stressed vegetation, SV), выбрано значение NDVI равное 0,34. Остальные пороги ландшафтов лишь несколько уточняли предыдущие по-луколичественные оценки. Отделяя категорию SV порогом 0,19 от категории «Участки без растительности» (non-vegetation, NV), мы заведомо выделяем все бесплод-ные земли. Категория NV, в свою очередь, отделяется от категории аквальные ланд-шафтов (water, W) порогом минус 0,1. Результаты диагноза ландшафтов с применением этих порогов представлены в табл. 3.

**Таблица 3**

Диагностика ландшафтов на основе порогов NDVI

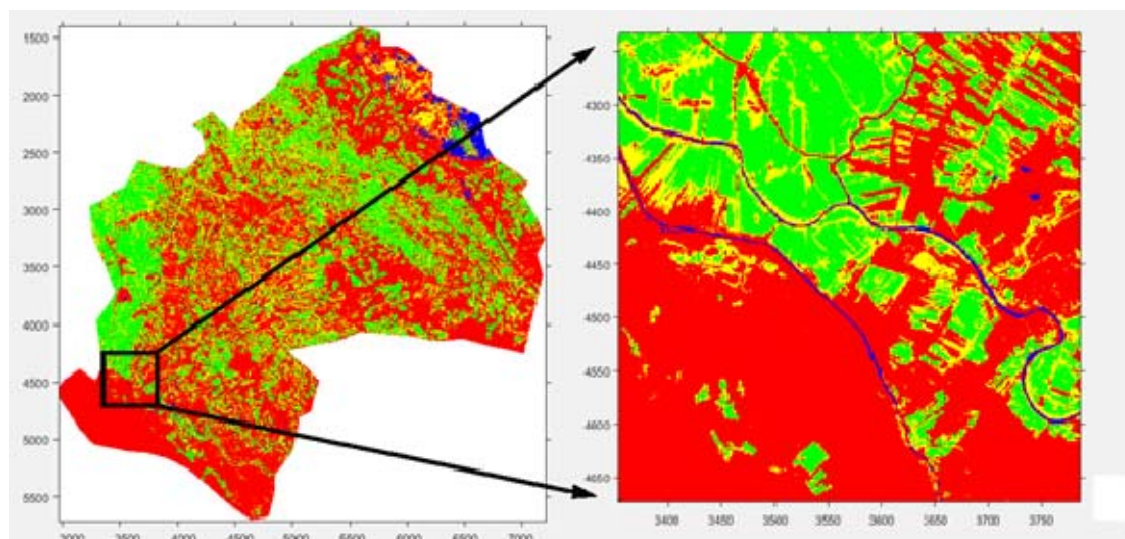
Категория ландшафта	NDVI	годы	2014	2015	2016	среднее
Водные объекты, дороги (W)	(-1,0; -0,1]	км <sup>2</sup>	202	189	115	169
		%	2,3	2,15	1,31	1,9
Участки без растительности (NV)	(-0,1; 0,19]	км <sup>2</sup>	4166	5175	4714	4685
		%	47,4	58,9	53,65	53,3
Ослабленная либо сильно разре- женная растительность (SV)	(0,19; 0,34]	км <sup>2</sup>	1748	1809	1892	1816
		%	19,9 0	20,59	21,5	20,67
Здоровая, умеренно разреженная растительность (HV)	(0,34; 1,0]	км <sup>2</sup>	2670	1613	2065	2115
		%	30,39	18,36	23,5	24,08

Табл. 3 демонстрирует, что наибольшие межгодовые изменения в 10–12 % площади наблюдаются только для ландшафтов со здоровой растительностью и ландшафтов без растительности. Этого следовало ожидать из-за изменения площади орошаемого земле-делия и нормального увлажнения в 2014 и 2016 годах и засухи 2015 года. Заметим, что разница между посевными площадями зерновых и площадью ландшафтов HV составля-ла в эти годы около 590, 160 и 600 км<sup>2</sup>, что требует дальнейших исследований.

Графический результат классификации (рис. 3) демонстрирует, что уменьшение плотности классифицированных изображений компенсируются возможностью быстрой идентификации характерных объектов и их изменений. Так, в увеличенном масштабе участка, располагающегося на границе региона орошаемого земледелия, довольно легко узнаются изгибы реки Евфрат и его второго спрямленного русла. Также заметно, что здоровая культивируемая растительность HV обрамлена шлейфом угнетенной расти-тельности и другие детали ландшафтов. Проведенное сопоставление таких карт за три года позволило идентифицировать увеличение площадей орошаемого земледелия на юге провинции.

### 2.3. Оценка качества классификации

В практике дистанционного зондирования качество классификации наземных ланд-шафтов оценивается с использованием наземных наблюдений в ключевых участках. В отсутствии такой возможности применяются различные техники имитации наблюдений.



**Рис. 3.** Карта ландшафтов Эль-Дивании за 2014 год. Ландшафты HV, SV, NV и W обозначены зеленым, желтым, красным и синим цветом

Для оценки качества нашей классификации мы модифицировали простую, но эффективную технику [11], использующую сервис «Google Earth» [<https://www.google.com/intl/ru/earth/>], в котором встроены процедуры работы со спутниковыми и авиационными снимками высокого разрешения (15×15 метров и лучше). В нашей технике оценки качества классификации ландшафтов выделялись четыре процедуры: 1) генерация координат ключевых участков классифицированных ландшафтов (пикселей поверки); 2) их географическая привязка к снимкам высокого разрешения; 3) визуальное дешифрирование типов ландшафтов; 4) построение матрицы ошибок и оценка точности метода.

*Процедура 1.* Сначала в среде MatLab были сгенерированы рандомизированные координаты поверочных точек, как центра пикселя. В результате процедуры на каждом из трех снимков в пределах границ провинции случайным образом было выбрано по 100 пикселей, представляющих все четыре категории ландшафтов. Фактически получилось 300 кортежей, содержащих информацию: дата, широта, долгота, тип ландшафта.

*Процедура 2.* Далее эти кортежи в виде KML файлов<sup>1</sup> экспортировались в среду «Google Earth», и привязывались к снимку высокого разрешения с датой, близкой к моменту классифицированного снимка, где пиксели классифицированного изображения отражались метками цианового цвета и символами «W», «NV», «SV», «HV» (рис. 4, справа).

*Процедура 3.* Для каждой отдельно выбранной метки при максимальном увеличении окружающего метку участка земной поверхности визуально определялся тип ландшафта (см. рис. 4, слева). Например, увиденным ярко-зеленым растительным покровом присваивался класс «здоровая растительность», и после выбора в меню кнопки «HV» дешифрированный тип сравнивался с результатом автоматической классификации. В случае, если результаты дешифрирования и классификации совпадали (не совпадали), то циановый цвет метки менялся на желтый (красный).

<sup>1</sup> KML — язык разметки на основе XML для представления трехмерных геопространственных данных «Google Планета Земля».

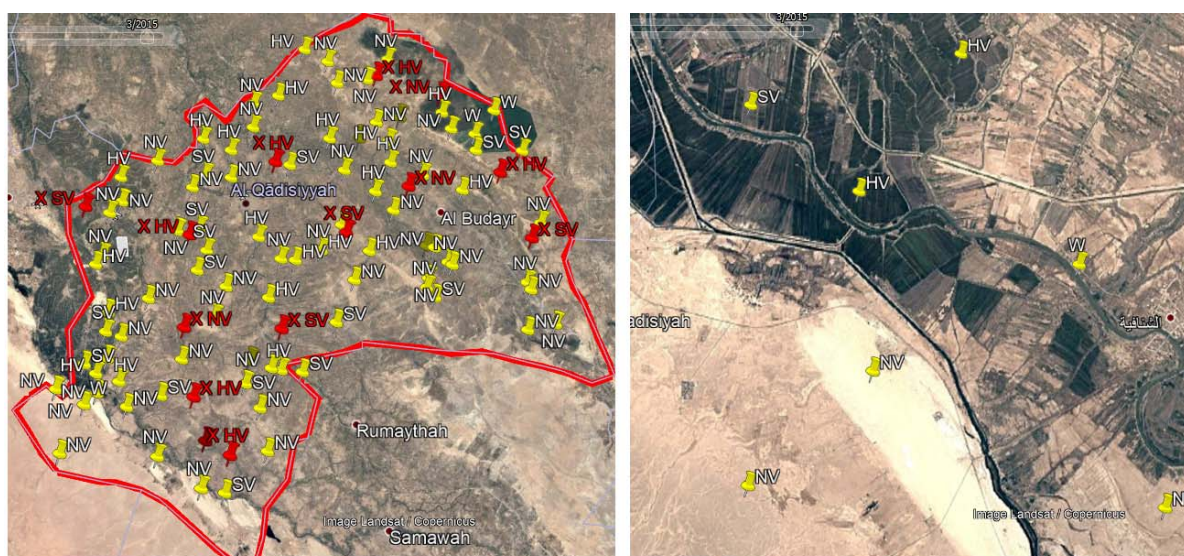


Рис. 4. Скриншоты процесса оценки качества классификации ландшафтов

Процедура 4. Результаты классификации ландшафтов и дешифрования занесены в матрицу ошибок (табл. 4), где по столбцам представлены автоматически классифицированные ландшафты, а по строкам — дешифрованные ландшафты. На основе этой матрицы вычислены следующие традиционные метрики качества классификации [12–13]: общая точность (overall accuracy), точность пользователя (user’s accuracy, UA), точность разработчика (producer’s accuracy, PA), F-мера и капша Коэна.

Общая точность классификации вычислена, как отношение суммы правильно классифицированных ландшафтов (полужирный шрифт) к общей сумме исследуемых ландшафтов, и равна 88,3 %. В целом общая точность классификации региональных ландшафтов провинции Эль-Дивания сравнима с точностью картирования агроландшафтов США, Африки и Австралии [13].

Таблица 4

Матрица ошибок

Дешифрованные ландшафты		Классифицированные ландшафты				Всего обнаружено	РА
		W	NV	SV	HV		
W		<b>10</b>	0	0	0	10	100
NV		1	<b>120</b>	3	3	127	94
SV		0	3	<b>47</b>	8	58	81
HV		0	11	6	<b>88</b>	105	84
Всего классифицировано		11	134	56	99	300	88,1
UA (%)		91	90	84	89	88,5	

Точность пользователя UA классификации вычислялась, как отношение числа правильно предсказанных типов ландшафтов к общему числу ландшафтов этого типа, предсказанному автоматической классификацией. Значения UA для растительных покровов несколько ниже, чем для ландшафтов, лишенных растительности. Средневзвешенная точность пользователя классификации равна 88,5 %.

Точность разработчика PA вычисляется, как отношение числа правильно автоматически классифицированных ландшафтов данного типа к числу таких ландшафтов, об-

наруженных при дешифрировании ландшафтов. Здесь также более низкие значения РА наблюдаются для растительных ландшафтов и высокие значения РА — для нерастительных ландшафтов. Средневзвешенное значение точности разработчика равно 88,1 %.

F-мера представляет собой гармоническое среднее между точностью пользователя и точностью разработчика и равна 88,3 %.

В дистанционном зондировании согласованность классификации оценивают с помощью статистики капша Коэна [12]. В нашем случае значение этой оценки равно 82,1 %, что совместно с другими приведенными оценками говорит о достаточно высоком качестве предложенной автоматической классификации ландшафтов.

## Заключение

Растущие возможности открытых спутниковых данных делают актуальным их использование в мониторинге сельскохозяйственных угодий республики Ирак. В этой пробной работе на примере классификации ландшафтов провинции Эль-Дивания мы продемонстрировали некоторые простые, но, как оказалось, вполне эффективные способы обработки данных спутника Landsat-8. Залогом успеха, как нам кажется, стала комбинация методов цифровой обработки изображений с общегеографическим подходом к анализу природно-антропогенных систем. Действительно, при поиске порогов NDVI мы опирались не только на известные значения, но и оценивали биоклиматические типы ландшафтов, сравнивали ряды урожайности культур, учитывали агроклиматические показатели и другие данные. Это очевидным образом демонстрирует, что прогнозирование состояния агроценозов невозможно без анализа временных рядов различных агрометеорологических величин, исследований культуры земледелия, поиска способов обработки данных дистанционного мониторинга в различных спектрах волн, включения количественных и качественных методов из других областей естествознания и техники. В свою очередь это требует исследования информационных структур, навыков обработки баз данных, разработки интегрированной среды представления знаний и ряда других информационных подходов [14], которые отражают динамику сельскохозяйственных процессов, концептуальные и эмпирические модели агроценозов, что составляет предмет диссертационного исследования авторов.

## Литература

1. Клещенко А.Д., Савицкая О.В. Оценка пространственно-временного распределения урожайности зерновых культур и стандартизированного индекса осадков по спутниковой и наземной информации // Труды ГГО. 2014. № 571. С. 147–161.
2. Галахова Ю.Е., Менжулин Г.В. Опыт построения статистических прогностических моделей урожайности различной заблаговременности, базирующихся на спутниковой // Труды ГГО. 2015. № 578. С. 101–125.
3. Лупян Е.А., Барталев С.А., Крашенинникова Ю.С. Наблюдение аномально раннего развития сельскохозяйственных культур в южных регионах России весной 2016 года на основе данных дистанционного мониторинга // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2016. Т. 13, № 2. С. 240–243. DOI: 10.21046/2070-7401-2016-13-2-240-243
4. Савин И.Ю., Джан С., Шишконова Е.А. и др. Карта озимых культур сезона 2017 года, размещенная на сервисе ВЕГА: результаты выборочной проверки качества //

- Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2017. Т. 14, № 4. С. 125–131. DOI: 10.21046/2070-7401-2017-14-4-125-131
5. Muhaimed A.S., Al-Hedny Suhad M. Evaluation of Long-Term Vegetation Trends for Northeastern of Iraq: Mosul, Kirkuk and Salah al-Din // IOSR Journal of Agriculture and Veterinary Science (IOSR-JAVS). 2013. Vol. 5, No. 2. PP. 67–76.
  6. Muhsin I.J. Change Detection of Remotely Sensed Image Using NDVI Subtractive and Classification Methods // Iraqi Journal of Physics, 2016. Vol. 14, No. 29. PP. 125-137
  7. Agriculture forestry and fishing.  
URL: <https://www.britannica.com/place/Iraq/Agriculture-forestry-and-fishing> (дата обращения: 17.03.18)
  8. Landsat 8 (L8) Data Users Handbook Version 2.0 March 29, 2016 // Department of the Interior U.S. Geological Survey EROS Sioux Falls, South Dakota, 98 p.  
URL: <https://landsat.usgs.gov/landsat-8-data-users-handbook> (дата обращения: 13.02.18)
  9. Barsi J.A., Lee K., Kvaran G., et al. The Spectral Response of the Landsat-8 Operational Land Imager // Remote Sens. 2014. No. 6. PP. 10232–10251. DOI:10.3390/rs61010232
  10. Campbell J.B., Wynne R.H. Introduction to remote sensing//The Guilford Press. New York. — 5th ed., 2011. 718 p.
  11. Abineh Tilahun, Bogale Teferie. Accuracy Assessment of Land Use Land Cover Classification using Google Earth // American J. of Environmental Protection. 2015. Vol. 4, No. 4. PP. 193–198. DOI: 10.11648/j.ajep.20150404.14
  12. Congalton R.G. A Review of Assessing the Accuracy of Classifications of Remotely Sensed Data // Remote Sensing of Environment. July 1991, Vol. 37, No. 1. PP. 35–46, DOI: 10.1016/0034-4257(91)90048-b
  13. Yadav K., Congalton R.G. Issues with Large Area Thematic Accuracy Assessment for Mapping Cropland Extent: A Tale of Three Continents //Remote Sens. 2018. Vol. 10, No. 1. PP. 1–27. DOI: 10.3390/rs10010053
  14. Huntington J.L., Hegewisch K.C., Daudert B., et al. CLIMATE ENGINE: Cloud Computing and Visualization of Climate and Remote Sensing Data for Advanced Natural Resource Monitoring and Process Understanding//Bulletin Am. Met Soc. 2017. Vol. 98, No. 11. PP. 2397–2410. DOI: 10.1175/BAMS-D-15-00324.1

Халил Зена Хуссейн, аспирантка, кафедра системного программирования, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

Абдуллаев Санжар Муталович, доктор географических наук, профессор, кафедра системного программирования, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)



# DIAGNOSIS OF LANDSCAPES OF THE PROVINCE OF AL-DIWANIYAH (IRAQ) BY USING OF LANDSAT-8 MULTISPECTRAL IMAGES

© 2018 Z.H. Khalil, S.M. Abdullaev

*South Ural State University*

*(pr. Lenina 76, Chelyabinsk, 454080 Russia)*

*E-mail: zenahussaink@gmail.com, abdullaevsm@susu.ru*

Received: 02.04.2018

Remote sensing monitoring and prediction of crop yields are widely used throughout the world. However, such techniques are not universal and require testing in each landscape region. This paper deals with approaches to using multispectral satellite images to classify landscapes of Al-Diwaniyah, one of the main centers of irrigated agriculture in Iraq. As a data source for the classification, we choose of Landsat-8 images received in March 2014, 2015 and 2016 with similar radiation characteristics. Snapshot dates coincided with the period of crops maximum vegetation, allowing a certain allocation of agricultural land based on Normalized Difference Vegetation Index (NDVI). The analysis of NDVI distributions demonstrate their sensitivity to changes of cereal crops areas and seasonal precipitation sum, that allow us to establish four types of regional landscapes based on NDVI thresholds: landscapes with health vegetation with moderate-to-high projective cover ( $NDVI > 0,34$ ); landscapes with stressed or low projective cover vegetation ( $0,19 < NDVI \leq 0,34$ ), landscapes without vegetation ( $0,1 < NDVI \leq 0,19$ ) and water landscapes ( $NDVI \leq -0,1$ ). Comparison of classification with the traditional man-made interpretation of landscapes showed that the overall accuracy and F-measure of the proposed automatic classification is about 90 %.

*Keywords: remote sensing of agrolandscapes, Al-Diwaniyah, Landsat-8 image processing, Normalized Difference Vegetation Index, phenology of cereal crops, automatic land cover classification, density slicing, classification accuracy assessment.*

## FOR CITATION

Khalil Z.H., Abdullaev S.M. Diagnosis of Landscapes of the Province of Al-Diwaniyah (Iraq) by Using of Landsat-8 Multispectral Images. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering*. 2018. vol. 7, no. 3. pp. 5–18. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse180301.

*This paper is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Non Commercial 3.0 License which permits non-commercial use, reproduction and distribution of the work without further permission provided the original work is properly cited.*

## References

1. Kleshchenko A.D., Savitskaya O.V. Assessment of Spatio-temporal Distribution of Grain Yields and Standardized Precipitation Index by Satellite and Ground-Based Information. *Trudy GGO* [Proceedings of Voeikov Geophysical Observatory]. 2014. no. 571. pp. 147–161 (in Russian)
2. Galakhova Yu.E., Menzhulin G.V. Experience of Yield Statistical Predictive Modeling Based on Satellite Information. *Trudy GGO* [Proceedings of Voeikov Geophysical Observatory]. 2015. no. 578. pp. 101–125. (in Russian)
3. Loupian E.A., Bartalev S.A., Krashennnikova Yu.S. Observing an Abnormally Early Development of Crops in the Southern Regions of Russia in Spring 2016 Using Remote Monitoring Data. *Sovremennyye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmo-*

- sa [Current Problems in Remote Sensing of the Earth from Space]. 2016. vol. 13, no. 2. pp. 240–243 (in Russian) DOI: 10.21046/2070-7401-2016-13-2-240-243
4. Savin I.Yu., Zhang X., Shishkonakova E.A. et.al. Map of Winter Crops of the Season 2017 Placed on the Service VEGA: Results of Selective Quality Control. *Sovremennyye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa* [Current Problems in Remote Sensing of the Earth from Space]. 2017. vol. 14, no. 4. pp. 125–131 (in Russian) DOI: 10.21046/2070-7401-2017-14-4-125-131
  5. Muhaimed A.S., Al-Hedny S.M. Evaluation of Long-Term Vegetation Trends for North-eastern of Iraq: Mosul, Kirkuk and Salah al-Din. *IOSR Journal of Agriculture and Veterinary Science (IOSR-JAVS)*. 2013. vol. 5, no. 2. pp. 67–76
  6. Muhsin I.J. Change Detection of Remotely Sensed Image Using NDVI Subtractive and Classification Methods. *Iraqi Journal of Physics*. 2016. vol. 14, no 29. pp. 125–137
  7. Agriculture forestry and fishing. <https://www.britannica.com/place/Iraq/Agriculture-forestry-and-fishing> (accessed: 17.03.2018)
  8. *Landsat 8 (L8) Data Users Handbook Version 2.0 March 29, 2016*. Department of the Interior U.S. Geological Survey EROS Sioux Falls, South Dakot, LSDS-1574 Version 2.0, 98 p. Available at <https://landsat.usgs.gov/landsat-8-data-users-handbook> (accessed: 13.02.2018)
  9. Barsi J.A., Lee K., Kvaran G., et al. The Spectral Response of the Landsat-8 Operational Land Imager. *Remote Sens.* 2014, no. 6. pp. 10232–10251. DOI: 10.3390/rs61010232
  10. Campbell J.B., Wynne R.H. Introduction to remote sensing. The Guilford Press. New York. 5th ed., 2011. 718 p.
  11. Abineh Tilahun, Bogale Teferie. Accuracy Assessment of Land Use Land Cover Classification using Google Earth. *American J. of Environmental Protection*. 2015. vol. 4, no. 4. pp. 193–198. DOI: 10.11648/j.ajep.20150404.14
  12. Congalton R.G. A Review of Assessing the Accuracy of Classifications of Remotely Sensed Data. *Remote Sensing of Environment*. July 1991, vol. 37, no. 1. pp. 35–46, DOI: 10.1016/0034-4257(91)90048-b
  13. Yadav K., Congalton R.G. Issues with Large Area Thematic Accuracy Assessment for Mapping Cropland Extent: A Tale of Three Continents. *Remote Sens.* 2018. vol. 10, no. 1. pp. 1–27. DOI: 10.3390/rs10010053
  14. Huntington J.L. Hegewisch K.C., Daudert B., et al. CLIMATE ENGINE: Cloud Computing and Visualization of Climate and Remote Sensing Data for Advanced Natural Resource Monitoring and Process Understanding. *Bulletin Am. Met Soc.* Nov. 2017. vol. 98, no. 11. pp. 2397–2410. DOI: 10.1175/BAMS-D-15-00324.1

## ВЕКТОРНАЯ МОДЕЛЬ АВТОРЕГРЕССИИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТРОИТЕЛЬНОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

© 2018 Я.Д. Гельруд<sup>1</sup>, Е.А. Угрюмов<sup>1</sup>, В.Л. Рыбак<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Южно-Уральский государственный университет  
(454080 Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, д. 76),

<sup>2</sup>Финансовый университет при Правительстве РФ  
(125993 Москва, Ленинградский проспект, д. 49)

E-mail: gelrud@mail.ru, eugene74@mail.ru, rybak1323@mail.ru

Поступила в редакцию: 16.05.2018

В статье проанализированы существующие экономико-математические модели: корреляционно-регрессионный анализ, производственные функции, системы эконометрических уравнений; приведены их общий вид, формулы расчета, выявлены их сильные и слабые стороны, предлагается векторная модель авторегрессии основных показателей производственной деятельности строительного предприятия (производительность труда, рентабельность продукции, механовооруженность (технический уровень строительных машин и оборудования), относительная численность руководящего звена предприятия, своевременность выполнения работ, дискретность использования ресурсов, стоимость продукции, качество продукции) на основе построения VAR-модели. В качестве основы для построения VAR-модели авторегрессии показателей производственной деятельности строительного предприятия авторами предлагается использовать систему из трех взаимосвязанных уравнений. Приведены достоинства и недостатки векторной модели авторегрессии, а также результаты оценивания коэффициентов в VAR-модели. Полученные значения коэффициентов проанализированы с помощью теста Грэнджера на причинность, основанном на анализе причинно-следственной связи между временными рядами. В статье определяется функция импульсного отклика, описывающая реакцию динамического ряда в ответ на некоторые внешние шоки. Построены графики откликов основных результирующих показателей деятельности строительного предприятия. Выдвинутые в статье гипотезы проверены на основе использования F-теста и LM-теста. Авторы детально анализируют полученные результаты расчетов и убедительно доказывают актуальность предложенной в статье методики.

*Ключевые слова:* экономико-математическая модель, векторная авторегрессия, VAR-модель, управление, система, эконометрика, производственная функция.

### ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Гельруд Я.Д., Угрюмов Е.А., Рыбак В.Л. Векторная модель авторегрессии показателей производственной деятельности строительного предприятия // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2018. Т. 7, № 3. С. 19–30. DOI: 10.14529/cmse180302.

### Введение

Управление экономикой рыночного типа в современных сложных условиях требует использования различных экономико-математических методов и моделей. Использование информационных технологий, вычислительной техники в совокупности с современными экономико-математическими методами открывает широкие возможности для совершенствования управления, повышения его эффективности, оперативности, действенности.

Существуют различные экономико-математические модели, которые применяются в научных исследованиях и в конкретных практических разработках [2, 3]. В частности, при управлении строительным производством необходимо учитывать множество взаимозависимых факторов, детерминированным или случайным образом влияющих на основные показатели деятельности строительной организации. В настоящее время для решения подобных задач широкое распространение получили модели корреляционно-регрессионного анализа, производственные функции и системы эконометрических уравнений. Но наиболее перспективной с точки зрения дальнейшего развития научной мысли и практического использования является векторная модель авторегрессии. В данной статье речь пойдет именно об этой модели, которая позволяет провести наиболее полный и объективный анализ взаимного влияния производственных показателей деятельности строительного предприятия.

Статья организована следующим образом. В разделе 1 проанализированы существующие экономико-математические модели: корреляционно-регрессионный анализ, производственные функции, системы эконометрических уравнений; приведены их общий вид, формулы расчета, выявлены их сильные и слабые стороны. Раздел 2 посвящен разработке векторной модели авторегрессии основных показателей производственной деятельности строительного на основе построения VAR-модели. В заключении приводится краткая сводка результатов, полученных в работе, и указаны направления дальнейших исследований.

## 1. Анализ существующих экономико-математических моделей

Как уже говорилось ранее, одним из наиболее распространенных методов экономико-математического моделирования является корреляционно-регрессионный анализ [9]. Построение корреляционно-регрессионных моделей позволяет количественно охарактеризовать связь, зависимость и взаимную обусловленность экономических показателей. Для того, чтобы измерить совместное влияние ряда показателей-факторов на величину анализируемого показателя рассчитывается модель множественной корреляции, в которой зависимая переменная  $y$  рассматривается в качестве функции  $n$  независимых переменных  $x$ :

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

При этом, важно отметить, что определение показателя, который отражает тесноту связи со всеми факторами, вместе взятыми, не учитывает степень влияния каждого фактора в отдельности на изменение величины зависимой переменной. Это означает, что даже при наличии очень высокого общего коэффициента множественной корреляции не исключено, что влияние отдельных факторов может оказаться ничтожным, а их включение в корреляционную модель — неоправданным.

Одним из направлений корреляционного анализа в экономике является исследование зависимостей в сфере производства — производственных функций [8]. Производственная функция включает моделирование зависимостей, существующих между различными производственными показателями: производительность труда, капитальные затраты, объем выпускаемой продукции, фондоотдача и др.

Производственная функция, включающая не один, а несколько показателей-факторов, позволяет измерять характер и силу их совместного влияния на резуль-

ный производственный показатель. Многофакторная функция позволяет исследовать и влияние каждого фактора в отдельности, но уже с учетом действия других факторов, тогда как однофакторная функция игнорирует, по сути дела, прочие факторы.

Применение многофакторных производственных функций расширяет круг аналитических показателей за счет появления показателей замещения ресурсов. Рассматривая виды многофакторных функций, необходимо учитывать, что увеличение числа факторов делает все выкладки более громоздкими, ничего не меняя в принципиальном отношении.

В связи со сложностью и многогранностью производственных взаимосвязей, объектов анализа и управления, а также спецификой конкретной производственной структуры или особыми целями и формами исследования часто возникает необходимость представления производственной функции несколькими уравнениями (системы уравнений) [8]:

$$\begin{cases} y_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m + \dots + u_1 \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m + \dots + u_2 \\ y_3 = b_{31}y_1 + b_{32}y_2 + a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + \dots + a_{3m}x_m + \dots + u_3 \end{cases}$$

Несмотря на то, что в настоящее время используются, как правило, динамические системы уравнений (учитывающие временной фактор), все же наиболее точные и корректные результаты позволяет получить векторная модель авторегрессии [9].

## 2. Построение векторной модели авторегрессии показателей производственной деятельности строительного предприятия

Векторная авторегрессия (*VAR, Vector AutoRegression*) представляет собой совокупность динамических временных рядов, в которых текущие значения зависят от значений этих же временных рядов в прошедшие периоды времени [9].

Векторную модель авторегрессии предложил Кристофер Симс в 1980 году, она является обобщением моделей авторегрессии к многомерным временным рядам, представляет собой систему уравнений, в которой каждая переменная (компонента многомерного временного ряда) представлена линейной комбинацией всех переменных в предыдущие моменты времени.

Векторные модели авторегрессии строятся по *стационарным* временным рядам. В случае, если ряды нестационарны, то они приводятся к стационарным путем взятия разностей, после чего строятся векторные модели корректировки ошибок (*VECM*).

Простейшая VAR-модель включает две переменные с лагом 1, число уравнений модели равно числу переменных [1, 10]:

$$\begin{cases} x_{t1} = \alpha_{10} + \alpha_{11}x_{t-1,1} + \alpha_{12}x_{t-1,2} + \varepsilon_{t1}, \\ x_{t2} = \alpha_{20} + \alpha_{21}x_{t-1,1} + \alpha_{22}x_{t-1,2} + \varepsilon_{t2}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\alpha_{10}, \alpha_{20}$  — свободные параметры;  $\alpha_{ij}$  — параметры авторегрессии ( $i, j = 1, 2$ );  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  — взаимно некоррелированные «белые шумы».

В общем виде для  $k$  переменных и числа лагов  $p$  модель авторегрессии (VAR) имеет вид:

$$\begin{cases} x_{t1} = \alpha_1 + \alpha_{11}^{[1]}x_{t-1,1} + \dots + \alpha_{1k}^{[1]}x_{t-1,k} + \alpha_{11}^{[2]}x_{t-2,1} + \dots + \alpha_{1k}^{[2]}x_{t-2,k} + \dots + \alpha_{11}^{[p]}x_{t-p,1} + \dots + \alpha_{1k}^{[p]}x_{t-p,k} + \varepsilon_{t1} \\ x_{t2} = \alpha_2 + \alpha_{21}^{[1]}x_{t-1,1} + \dots + \alpha_{2k}^{[1]}x_{t-1,k} + \alpha_{21}^{[2]}x_{t-2,1} + \dots + \alpha_{2k}^{[2]}x_{t-2,k} + \dots + \alpha_{21}^{[p]}x_{t-p,1} + \dots + \alpha_{2k}^{[p]}x_{t-p,k} + \varepsilon_{t2} \\ \dots \\ x_{tk} = \alpha_k + \alpha_{k1}^{[1]}x_{t-1,1} + \dots + \alpha_{kk}^{[1]}x_{t-1,k} + \alpha_{k1}^{[2]}x_{t-2,1} + \dots + \alpha_{kk}^{[2]}x_{t-2,k} + \dots + \alpha_{k1}^{[p]}x_{t-p,1} + \dots + \alpha_{kk}^{[p]}x_{t-p,k} + \varepsilon_{tk} \end{cases} \quad (2)$$

или в векторно-матричной записи [9]:

$$\begin{pmatrix} x_{t1} \\ x_{t2} \\ \dots \\ x_{tk} \\ X_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \dots \\ \alpha_k \\ \alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha_{11}^{[1]} \dots \alpha_{1k}^{[1]} \\ \alpha_{21}^{[1]} \dots \alpha_{2k}^{[1]} \\ \dots \\ \alpha_{k1}^{[1]} \dots \alpha_{kk}^{[1]} \\ A^{[1]} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{t-1,1} \\ x_{t-1,2} \\ \dots \\ x_{t-1,k} \\ X_{t-1} \end{pmatrix} + \dots + \begin{pmatrix} \alpha_{11}^{[p]} \dots \alpha_{1k}^{[p]} \\ \alpha_{21}^{[p]} \dots \alpha_{2k}^{[p]} \\ \dots \\ \alpha_{k1}^{[p]} \dots \alpha_{kk}^{[p]} \\ A^{[p]} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{t-p,1} \\ x_{t-p,2} \\ \dots \\ x_{t-p,k} \\ X_{t-p} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{t1} \\ \varepsilon_{t2} \\ \dots \\ \varepsilon_{tk} \\ \bar{\varepsilon}_t \end{pmatrix} \quad (3)$$

или

$$X_t = \alpha + A^{[1]} X_{t-1} + \dots + A^{[p]} X_{t-p} + \bar{\varepsilon}_t. \quad (4)$$

В качестве основы для построения VAR-модели авторегрессии [5] показателей производственной деятельности строительного предприятия предлагается использовать следующую систему уравнений (формулы расчета переменных приведены в табл. 1):

$$\begin{cases} y_{1,t} = a_{11}x_{1,t} + a_{12}x_{2,t-1} + c_1t + \dots + a_{1m}x_{m,t} + \dots + \varepsilon_{1,t} \\ y_{2,t} = b_{21}y_{1,t} + a_{21}x_{1,t-1} + a_{22}x_{2,t} + c_2t + \dots + a_{2m}x_{m,t} + \dots + \varepsilon_{2,t} \\ y_{3,t} = b_{31}y_{1,t} + b_{32}y_{2,t} + a_{31}x_{3,t-1} + a_{32}x_{2,t} + c_3t + \dots + a_{3m}x_{m,t} + \dots + \varepsilon_{3,t} \end{cases}, \quad (5)$$

где  $y_{1,t}$  — качество продукции в момент времени  $t$ ;

$y_{2,t}$  — своевременность выполнения работ в момент времени  $t$ ;

$y_{3,t}$  — стоимость продукции в момент времени  $t$ ;

$x_{1,t}$  — рентабельность продукции в момент времени  $t$ ;

$x_{2,t}$  — относительная численность руководящего звена предприятия в момент времени  $t$ ;

$x_{2,t-1}$  — относительная численность руководящего звена предприятия в момент времени  $t-1$  (лаговая переменная  $x_{2,t}$ );

$x_{3,t}$  — производительность труда в момент времени  $t$ ;

$x_{3,t-1}$  — производительность труда в момент времени  $t-1$  (лаговая переменная  $x_{3,t}$ );

$x_{4,t}$  — механовооруженность (технический уровень строительных машин и оборудования) в момент времени  $t$ ;

$x_{5,t}$  — дискретность использования ресурсов в момент времени  $t$ .

То есть сроки выполнения работ зависят от требуемого уровня качества, а стоимость зависит и от качества, и от сроков выполнения работ.

В нашем случае на основе исходных данных, полученных от строительных предприятий, были получены коэффициенты при  $x_{i,t}$  и составлена модель авторегрессии (VAR):

$$\begin{cases} y_{1,t} = 0,003 + 0,218x_{1,t} + 0,03x_{2,t} - 0,0006x_{3,t} - 2,919x_{4,t} + 1,434x_{5,t} \\ y_{2,t} = 0,009 + 0,561x_{1,t} + 0,076x_{2,t-1} - 0,0015x_{3,t-1} - 7,4x_{4,t} + 3,567x_{5,t} \\ y_{3,t} = -0,02 - 1,24x_{1,t} - 0,168x_{2,t-1} + 0,004x_{3,t-1} + 16,378x_{4,t} - 7,936x_{5,t} \end{cases} \quad (6)$$

## Формулы расчета переменных

№ п/п	Наименование переменной	Формула расчета	Расшифровка формулы
1	Производительность труда	$П = \frac{О}{Ч}$	О — объем работы в единицу времени; Ч — число работников
2	Рентабельность продукции	$P_{продукции} = \frac{Пр}{С} \cdot 100\%$	Пр — прибыль от реализации; С — полная себестоимость продукции
3	Механовооруженность (технический уровень строительных машин и оборудования)	$М = \frac{Q_{мех}}{Ч}$	Q <sub>мех</sub> — объем работ, выполненный механизированным способом; Ч — общая численность работников на предприятии
4	Относительная численность руководящего звена предприятия	$ОЧ_p = \frac{Ч_p}{Ч}$	Ч <sub>p</sub> — численность руководящего звена предприятия; Ч — общая численность работников на предприятии
5	Своевременность выполнения работ	$C_{ер} = 1 - \frac{ T_{пл_i} - T_{ф_i} }{T_{пл_i}}$	T <sub>пл<sub>i</sub></sub> , T <sub>ф<sub>i</sub></sub> — плановые и фактические сроки производства работ на i-том объекте, дни
6	Дискретность использования ресурсов	$Д_{ур} = \frac{T_{дис}}{Т}$	T <sub>дис</sub> — время дискретного использования ресурсов на объекте; Т — общая продолжительность использования ресурсов
7	Стоимость продукции	$C_{пр} = \frac{В}{V} \cdot \frac{1}{Ц_{ср}}$	В — объем продаж в денежном выражении; V — общий объем работ; Ц <sub>ср</sub> — средняя цена продажи 1 кв.м жилья на местном рынке
8	Качество продукции	$K_{пр} = 1 - \frac{ОБ + ГР}{В}$	ОБ — стоимость окончательного брака; ГР — затраты на устранение недоделок, скрытого брака по ранее сданным объектам, т.е. затраты на проведение гарантийного ремонта

К преимуществам VAR-моделей можно отнести:

- возможность оценки параметров методом МНК (метод наименьших квадратов);
- отсутствие разделения переменных на экзогенные и эндогенные;
- более точный и простой для исполнения прогноз.

К недостаткам VAR-моделей можно отнести:

- непростую процедуру определения порядка VAR модели;
- чем больше переменных и больше лагов участвуют в VAR, тем больше требуется данных для оценки параметров;
- коэффициенты VAR неинтерпретируемы.

Следующим этапом является проведение теста Грэнджера [4] на причинность. Тест Грэнджера на причинность (англ. Granger causality test) основан на анализе причинно-следственной связи («причинность по Грэнджеру») между временными рядами. Суть данной методики заключается в том, что значение (изменение) временного ряда  $X_t$ , который является причиной изменений временного ряда  $Y_t$ , предшествует изменению этого временного ряда, и кроме того, должно предопределять и прогнозировать его значения.

Тест Грэнджера последовательно проверяет две нулевые гипотезы: « $x$  не причина  $y$  по Грэнджеру» и « $y$  причина  $x$  по Грэнджеру». Проверка данных гипотез требует построения двух регрессий. Каждая регрессия включает зависимую переменную, которая является одной из переменных, проверяемых на причинность. Регрессорами выступают лаги этих двух переменных.

Суть нулевой гипотезы для каждой регрессии заключается в том, что при лагах второй переменной коэффициенты одновременно равны нулю.

Данные гипотезы проверяются на основе использования F-теста [1] или LM-теста [1]. Важным моментом является зависимость результатов теста от количества использованных лагов в регрессиях (табл. 2). Каждый столбец в табл. 2 соответствует уравнению в VAR-модели.

В табл. 2 приведены оценки коэффициентов модели со стандартными ошибками в [9] и  $t$  – статистиками в [1] (критическое значение  $t$ -статистики можно узнать по таблице распределения Стьюдента, для данного примера оно равно 2), а также стандартные МНК-статистики, характеризующие качество каждого уравнения системы.

В последних строках табл. 2 представлены следующие статистические показатели, характеризующие оцененную модель векторной авторегрессии. *Determinant Resid Covariance (dof adj.)* — определитель ковариационной матрицы случайных ошибок модели (степени свободы скорректированы). *Log Likelihood* — значения логарифмической функции максимального правдоподобия, которые вычисляются в предположении, что случайные ошибки модели подчиняются многомерному закону нормального распределения. *Akaike Information Criteria* и *Schwarz Criteria* (информационные критерии Акаике и Шварца) можно использовать для выбора модели, например, для определения длины лагирования в VAR-модели. Здесь предпочтительнее модели с меньшими значениями информационного критерия.

После этого определяется функция импульсного отклика, где импульс — это однократное возмущение, которое придается одному из параметров.

Функция импульсного отклика описывает реакцию динамического ряда в ответ на некоторые внешние шоки. Под шоком понимается одномоментное изменение экзогенных



Таблица 2

Результаты оценивания коэффициентов в VAR-модели

Временной лаг	Своевременность производства работ (D_UNEMP)	Стоимость продукции (D_GDP)
D_UNEMP(-1)	0,385557	-0,076667
	(0,13870)	(0,60578)
	[2,77979]	[-0,12656]
D_UNEMP(-2)	-0,327325	0,044715
	(0,15795)	(0,68985)
	[-2,07237]	[0,06482]
D_UNEMP(-3)	0,151713	1,610709
	(0,16505)	(0,72087)
	[0,91920]	[2,23441]
D_UNEMP(-4)	0,493840	-0,979542
	(0,17874)	(0,78068)
	[2,76282]	[-1,25472]
D_UNEMP(-5)	-0,1445946	-0,264419
	(0,11923)	(0,52073)
	[-1,21278]	[-0,50779]
Determinant resid covariance (dof adj.)		35829847
Determinant resid covariance		21289523
Log likelihood		-541,1875
Akaike information criterion		23,46615
Schwarz criterion		24,32378

переменных, равное их одному стандартному отклонению колебаний за весь наблюдаемый период.

Функции импульсного отклика характеризуют время возвращения эндогенной переменной на равновесную траекторию при единичном шоке экзогенной переменной. Для расчета использовался программный комплекс EViews [6]. Чтобы получить функцию отклика на импульсы, на панели инструментов VAR-объекта была выбрана опция View/Impulse Response (рис. 1-3).

По полученным графикам видно, что при подаче импульса на своевременность производства работ, она вернется на равновесную траекторию через 4 квартала; при подаче импульса на стоимость продукции, своевременность производства работ вернется на равновесную траекторию через 10 кварталов [7, 8].

При подаче импульса на своевременность производства работ, стоимость продукции вернется на равновесную траекторию через 3 квартала, а при подаче импульса на стоимость продукции, она вернется к равновесной траектории через 7 кварталов.

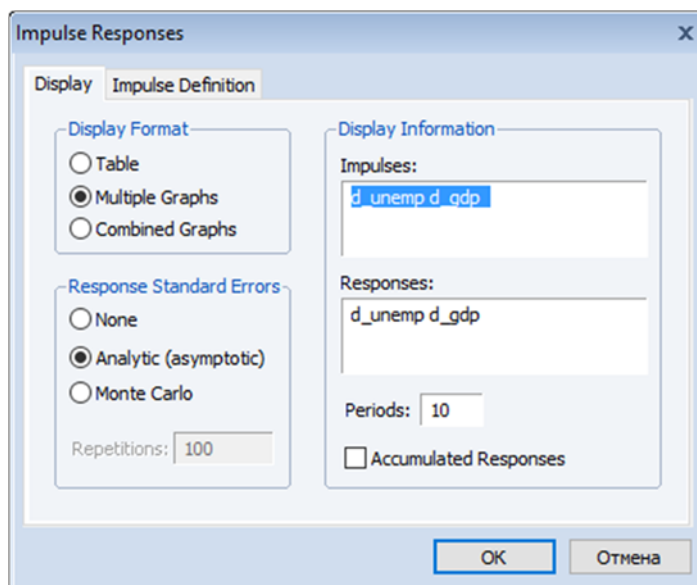


Рис. 1. Вкладка Display диалогового окна функции отклика

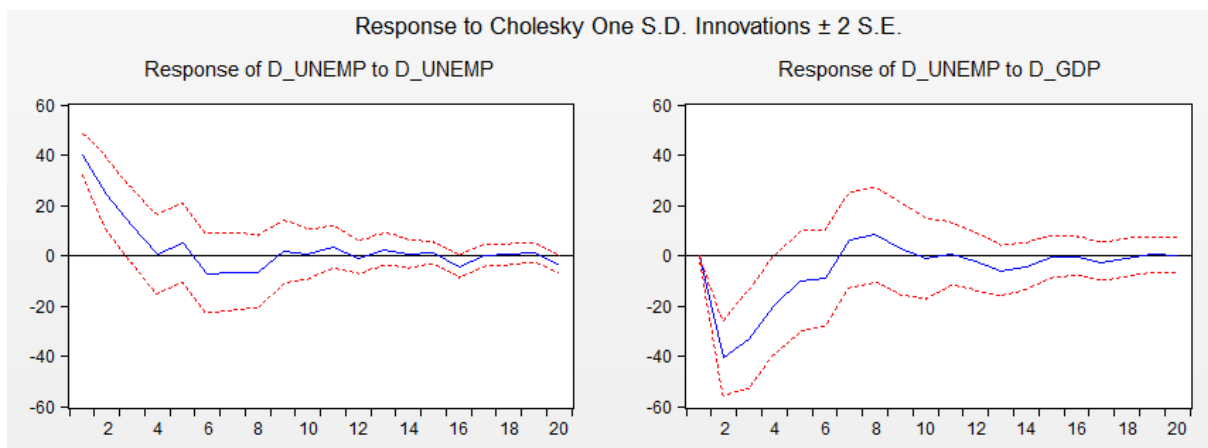


Рис. 2. Графики откликов своевременности производства работ

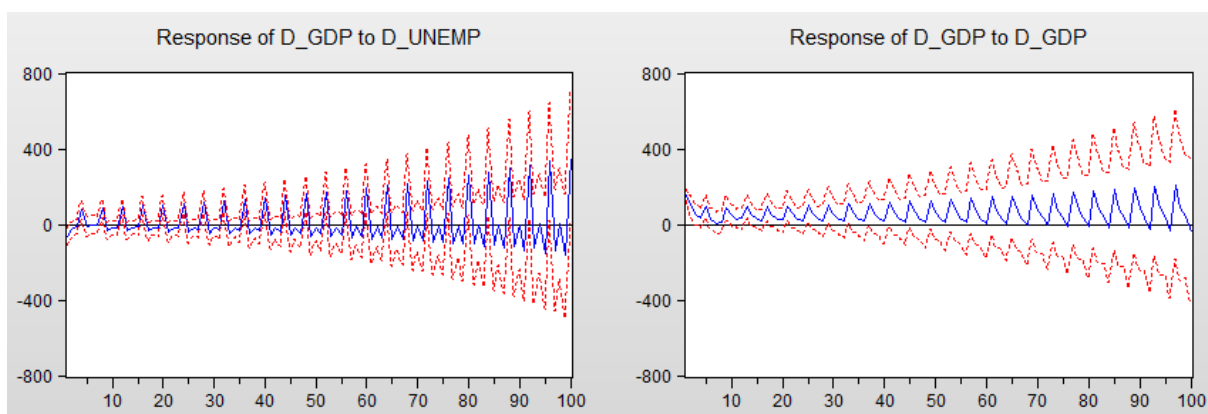


Рис. 3. Графики откликов стоимости продукции

## Заключение

В результате проведенного исследования были проанализированы существующие экономико-математические модели: корреляционно-регрессионный анализ, производственные функции, системы эконометрических уравнений; их общий вид, формулы расчета, выявлены их сильные и слабые стороны. Было выявлено, что в настоящее время используются, как правило, динамические системы уравнений (учитывающие временной фактор), но все же наиболее точные и корректные результаты позволяет получить векторная модель авторегрессии, представляющая собой систему уравнений, в которой каждая переменная (компонента многомерного временного ряда) представлена линейной комбинацией всех переменных в предыдущие моменты времени.

Таким образом, была разработана VAR-модель авторегрессии показателей производственной деятельности строительного предприятия. В основе данной модели лежат взаимосвязанные основополагающие показателя конкурентоспособности (своевременность выполнения работ и стоимость продукции), объединенных в систему эконометрических уравнений. При этом стоимость продукции зависит от своевременности выполнения работ.

В качестве основы для построения VAR-модели авторегрессии показателей производственной деятельности строительного предприятия авторы использовали систему из трех взаимосвязанных уравнений. Помимо этого, были получены также результаты оценивания коэффициентов в VAR-модели. Рассчитанные значения коэффициентов проанализированы с помощью теста Грэнджера на причинность, основанном на анализе причинно-следственной связи между временными рядами. С помощью программного комплекса EViews была определена функция импульсного отклика, описывающая реакцию динамического ряда в ответ на некоторые внешние шоки. На основе данной функции были построены графики откликов основных результирующих показателей деятельности строительного предприятия. Выдвинутые в статье гипотезы проверены на основе использования F-теста и LM-теста.

Резюмируя данное исследование, необходимо отметить, что были получены оптимальные показатели производственной деятельности, которые позволяют строительным предприятиям определить для себя наиболее перспективные направления развития, выявить свои сильные и слабые стороны, способствуют разработке и принятию обоснованных стратегически правильных управленческих решений, что в конечном итоге ведет к повышению конкурентоспособности. Направление дальнейших исследований лежит в области уточнения и конкретизации полученных графиков и значений показателей деятельности строительных предприятий. Одним из методов решения данной задачи является применение фильтра Калмана — последовательного рекурсивного алгоритма, использующего выбранную динамическую экономико-математическую модель системы для получения оценки, существенно скорректированной на основе анализа каждой последующей выборки измерений в течение времени. Данный алгоритм применяется для управления многими сложными динамическими системами (непрерывные производственные процессы, самолеты, корабли и космические аппараты). Управление динамической системой требует, прежде всего, знать её фазовое состояние в каждый момент времени. Но измерение всех управляемых переменных не всегда представляется возможным, и в этих случаях с фильтр Калмана позволяет восстановить недостающую информацию на основе имеющихся неточных (зашумленных) измерений.

## Литература

1. Банников В.А. Векторные модели авторегрессии и коррекции регрессионных остатков (Eviews) // Прикладная эконометрика. 2006. № 3. С. 96–129.
2. Гельруд Я.Д., Логиновский О.В. Информационно-аналитическая система управления проектами на базе использования комплекса математических моделей функционирования стейкхолдеров // Вестник ЮУрГУ. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. 2015. Т. 15, № 3. С. 133–141. DOI: 10.14529/ctcr150316
3. Гусев Е.В., Угрюмов Е.А., Шепелев И.Г. Организационно-экономические основы конкурентоспособности строительных предприятий // Вестник ЮУрГУ. Серия: Экономика и менеджмент. 2013. Т. 7, № 1. С. 107–110.
4. Климов Г.П. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: МГУ, 2011. 368 с.
5. Литвак Б.Г. Экспертная информация: методы получения и анализа. М.: Радио и связь, 2008. 184 с.
6. Канторович Г.Г. Анализ временных рядов. // Экономический журнал Высшей школы экономики. 2003. Т. 7, № 1. С. 79–103.
7. Ахтулов А.Л., Ахтулова Л.Н., Леонова А.В., Овсянников А.В. Экономико-математическая модель принятия решений управления ресурсами организации // Омский научный вестник. 2015. № 1(135). С. 168–172.
8. Туктамышева Л.М. Подход к математическому моделированию многомерных временных рядов // Университетский комплекс как региональный центр образования, науки и культуры: материалы Всерос. науч.-метод. конф., 29–31 янв. 2014 г., Оренбург. ФГБОУ ВПО «Оренбургский государственный университет». Оренбург, 2014. С. 126–131.
9. Hamilton J.D. Time series analysis. Library of Congress-In-Publication Data. Princeton University Press, New Jersey, 1994. 154 p.
10. Ugryumov E.A., Shindina T.A. Intellectual Data Analysis of Production Profitability Influence on the Competitiveness of Construction Enterprises // Journal of Applied Economic Sciences. 2016. Vol. 11, No. 8(46). P. 112–118.

Гельруд Яков Давидович, д.т.н., профессор, кафедра информационно-аналитического обеспечения управления в социально-экономических системах, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

Угрюмов Евгений Александрович, старший преподаватель, кафедра экономики и управления на предприятиях строительства и землеустройства, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

Рыбак Вадим Львович, студент 4 курса, Финансовый университет при Правительстве РФ (Москва, Российская Федерация)

## VECTOR MODEL OF AUTOREGRESSION OF INDICATORS OF INDUSTRIAL ACTIVITY OF A CONSTRUCTION ENTERPRISE

© 2018 Y.D. Gelrud<sup>1</sup>, Y.A. Ugryumov<sup>1</sup>, V.L. Rybak<sup>2</sup>

<sup>1</sup>South Ural State University (pr. Lenina 76, Chelyabinsk, 454080 Russia),

<sup>2</sup>Financial University under the Government of the Russian Federation  
(pr. Leningradsky 49, Moscow, 125993 Russia)

E-mail: gelrud@mail.ru, eugene74@mail.ru, rybak1323@mail.ru

Received: 16.05.2018

The article analyzes the existing economic-mathematical models: correlation-regression analysis, production functions, systems of econometric equations; their general form, calculation formulas are shown, their strengths and weaknesses are revealed, a vector model of autoregression of the main indices of the production activity of the construction enterprise is proposed (labor productivity, product profitability, mechanical strength (technical level of construction machines and equipment), relative strength of the management team, timeliness of implementation works, discreteness of resource use, product cost, product quality) on the basis of the VAR model construction. As a basis for constructing a VAR-model of autoregressive indicators of the production activity of a construction enterprise, the authors suggest using a system of three interrelated equations. The advantages and disadvantages of the vector model of autoregression are presented, as well as the results of estimating the coefficients in the VAR model. The resulting values of the coefficients were analyzed using Granger's causality test, based on the analysis of the cause-effect relationship between time series. The article defines the impulse response function that describes the response of a dynamic series in response to some external shocks. The graphs of the responses of the main resultant indicators of the activity of the construction enterprise are constructed. The hypotheses put forward in the article are checked based on the use of the F-test and the LM-test. The authors analyze in detail the results of calculations and convincingly prove the relevance of the methodology proposed in the article.

*Keywords: economic-mathematical model, vector autoregression, VAR-model, management, system, econometrics, production function.*

### FOR CITATION

Gelrud Y.D., Ugryumov Y.A., Rybak V.L. Vector Model of Autoregressive Indicators of Industrial Activity of a Construction Enterprise. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering*. 2018. vol. 7, no. 3. pp. 19–30. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse180302.

*This paper is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Non Commercial 3.0. License which permits non-commercial use, reproduction and distribution of the work without further permission provided the original work is properly cited.*

### References

1. Bannikov V.A. Vector Models of Autoregressive and Correction of Regression Residues (Eviews). *Prikladnaya ekonomika* [Applied Econometrics]. 2006. no. 3. pp. 96–129. (in Russian)
2. Gelrud Y.D. Loginovskiy O.V. The Information Analytical System of Project Management Based on the Use of Complex Mathematical Models of the Functioning of the Stakeholders. *Vestnik Yuzho-Uralskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Kompyuternye tekhnologii, upravlenie, radioelektronika* [Bulletin of the South Ural

- State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics]. 2015, vol. 15, no. 3, pp. 133–141. (in Russian) DOI: 10.14529/ctcr150316
3. Gusev E.V., Ugryumov E.A., Shepelev I.G. Organizational and Economic Bases of Competitiveness of Construction Enterprises. *Vestnik Yuzho-Uralskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Ekonomika i menedzhment* [Bulletin of the South Ural State University. Economy and Management series]. 2013. vol. 7, no. 1. pp. 107–110. (in Russian)
  4. Klimov G.P. *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika*. [Theory of Probability and Mathematical Statistics]. Moscow, MSU, 2011. 368 p.
  5. Litvak B.G. *Ekspertnaya informatsiya: metody polucheniya i analiza*. [Expert Information: Methods of Receiving and Analysis]. Moscow, Radio and communication, 2008. 184 p.
  6. Kantorovich G.G. Analysis of time series. *Ehkonomicheskij zhurnal Vysshej shkoly ehkonomiki* [The Economic Journal of the Higher School of Economics]. 2003. vol. 7, no. 1. pp. 79–103. (in Russian)
  7. Akhtulov A.L., Akhtulova L.N., Leonova A.V., Ovsyannikov A.V. Economic-mathematical model of decision-making in resource management of organizations. *Omskij nauchnyj vestnik* [Omsk Scientific Bulletin]. 2015. no. 1(135). pp. 168–172. (in Russian)
  8. Tuktamysheva L.M. Approach to Mathematical Modeling of Multidimensional Time Series. *Universitetskij kompleks kak regionalnyj centr obrazovaniya nauki i kultury: materialy Vseros nauch.-metod konf. 29–31 yanv 2014, g. Orenburg* [University Complex as a Regional Center of Education, Science and Culture: Materials All-Russ. scientific-method. Conf., January 2–31. 2014, Orenburg]. FGBOU HPE "Orenburg State University". Orenburg, 2014. pp. 126–131. (in Russian)
  9. James D. Hamilton. *Time Series Analysis*. Library of Congress-In-Publication Data. Princeton University Press, New Jersey, 1994. 154 p.
  10. Ugryumov E.A., Shindina T.A. Intellectual Data Analysis of Production Profitability Influence on the Competitiveness of Construction Enterprises. *Journal of Applied Economic Sciences*. 2016. vol. 11, no. 8(46). pp. 112–118.

**PRACTICAL ASPECTS OF IMPLEMENTATION  
OF THE PARALLEL ALGORITHM FOR SOLVING PROBLEM  
OF CTENOPHORE POPULATION INTERACTION  
IN THE AZOV SEA\***

© 2018 A.I. Sukhinov<sup>1</sup>, A.V. Nikitina<sup>2</sup>, A.E. Chistyakov<sup>1</sup>, A.A. Semenyakina<sup>3</sup>

<sup>1</sup>*Don State Technical University*

*(pl. Gagarin 1, Rostov-on-Don, 344000 Russia),*

<sup>2</sup>*Southern Federal University*

*(st. Bolshaya Sadovaya 105/42, Rostov-on-Don, 344000 Russia),*

<sup>3</sup>*Supercomputers and Neurocomputers Research Center, Co Ltd.*

*(Italyansky lane 106, Taganrog, 347900 Russia)*

*E-mail: sukhinov@gmail.com, nikitina.vm@gmail.com, cheese\_05@mail.ru, j.a.s.s.y@mail.ru*

Received: 25.04.2018

The paper covers the development and researching mathematical model of interaction processes between plankton and ctenophore populations based on the modern information technologies and computational methods, which leads to increase of the accuracy of predictive modeling of the ecology situation in shallow water in summer. The model takes into account the following: the transport of water environment; microturbulent diffusion; nonlinear interaction of plankton and ctenophore populations; biogenic, temperature and oxygen regimes; influence of salinity. The computational accuracy is significantly increased, and computational time is decreased at using the calculation method based on partially filled cells for discretization of model. The practical significance is the software implementation of the proposed model, the limits and prospects of its practical use are defined. Experimental software was developed based on multiprocessor computer system, which is intended for mathematical modeling of possible progress scenarios in shallow waters ecosystems on the example of the Azov Sea in summer. We used decomposition methods of grid domains in parallel implementation for computationally laborious convection-diffusion problems, taking into account the architecture and parameters of multiprocessor computer system.

*Keywords: mathematical model, hydrological processes, expedition research, ctenophore, Azov Sea, parallel algorithm, multiprocessor computer system.*

## FOR CITATION

Sukhinov A.I., Nikitina A.V., Chistyakov A.E., Semenyakina A.A. Practical Aspects of Implementation of the Parallel Algorithm for Solving Problem of Ctenophore Population Interaction in the Azov Sea. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering*. 2018. vol. 7, no. 3. pp. 31–54. DOI: 10.14529/cmse180303.

## Introduction

The biological contamination is one of the serious global problems of aquatic ecology. The invasion of aquatic species often occurs at discharging the ballast waters of ships. Mathematical modeling of invasions is the great theoretical interest problem with practical relevance, and refers to the actual and prospective direction of aquatic ecology. One of development stages of a complete model of the Azov-black Sea ecosystem is the development and research models of hydrological processes, including models of interaction between phyto- and zooplankton.

---

\*The paper is recommended for publication by the Program Committee of the International Scientific Conference “Parallel computational technologies (PCT) 2018”.

Complex models of interacting populations of key aquatic organisms contains: different species of phytoplankton, zooplankton and jelly macroplankton, including ctenophores populations *Mnemiopsis leidyi* and *Beroe ovata* predators.

It's known that medusa *Aurelia aurita* was the dominant species in jelly plankton of the Black Sea until the mid-80s. During the prevalence of *Aurelia aurita* ecosystem of the Black Sea was in relative balance, and the fish catch remained at approximately constant level [1].

In 1982 in the Black sea the *Mnemiopsis leidyi* appeared which eat the zooplankton, the eggs and larvae of fish and shellfish. It leads to the decreasing the amount of food for fish by 30 times in comparison with the period of 1978 – 1988. It was one of causes of “anchovy crisis”. The number of individuals in 1 m<sup>3</sup> reached 400 units.

*Mnemiopsis leidyi* populated the Caspian Sea through the Volga-Don Channel in 1999. As a result, 75 % of zooplankton were dead, that had a great influence on the food chains of the sea. *Mnemiopsis leidyi* was first spotted in the North and Baltic Seas. The predatory *Beroe ovata* eating only ctenophora *Lobata* appeared in 2006.

Each period of ctenophore appearing in great amount is characterized by changes at the structure of plankton population and leads to the fish reproduction [1, 2].

The paper covers the development and researching mathematical model of interaction processes between plankton and ctenophore populations based on the modern information technologies and computational methods, which is lead to increase the accuracy of predictive modeling the ecology situation in shallow water in summer. The model takes into account the follows: the transport of water environment; microturbulent diffusion; nonlinear interaction of plankton and ctenophore populations; biogenic, temperature and oxygen regimes; influence of salinity. The computational accuracy is significantly increased, and computational time is decreased at using the calculation method based on partially filled cells for discretization of model. Experimental software was developed based on multiprocessor computer system, which are intended for mathematical modeling of possible progress scenarios in shallow waters ecosystems on the example of the Azov Sea in summer. We used decomposition methods of grid domains in parallel implementation for computationally laborious convection-diffusion problems, taking into account the architecture and parameters of multiprocessor computer system.

The first section of the paper is devoted to the expedition researches of the Azov Sea, which are used for calibration and verification of the developed model of plankton and ctenophore interaction. The second section of the paper is devoted to description of the developed mathematical model of biological kinetics. The construction and research a discrete analog of the developed model using the schemes of high order of accuracy and partially filled cells are described in the third section. Solution method of grid equations, obtained during the discretization of the developed model of biological kinetics, that are described the plankton and ctenophore interaction in the Azov Sea, are described in the fourth section. A parallel variant of method for solution grid equations is described in the fifth section. The sixth section is devoted to the description of software complex. Results of numerical experiments of the software complex, numerically implemented the proposed model problem are given in the seventh section. The main results and future research directions are given in conclusion.

## **1. Expedition researches of the Azov Sea**

The Institute of Oceanology by P.P. Shirshov has conducted longtime researches of ecosystems in different regions of the Azov-Black Sea basin, the results of which allowed



to identify the influence of jelly macroplankton in the functioning of its ecosystems [2]. A comparison of the number of macro- and meso-zooplankton obtained using different equipment and techniques (nets, bottles, underwater video survey and direct counting with underwater installations), and the analysis of catch of different plankton nets used during the expeditions, showed that *M. Leidyi* invasion caused a significant decrease in food stocks of zooplankton and plankton-feeding fish [1]. The intensive absorption of bivalve larvae by the *M. leidy* ctenophore was found in the coastal waters of the North-Eastern part of the Black Sea. The seasonal population dynamics of ctenophores, their interaction and age structure, basic physiological and ecological characteristics were researched, and the weight of dry samples, the carbon content, the ratio of length/mass and quantitative parameters of ctenophores during feeding and reproduction were measured in laboratory experiments. Daily analysis of the *M. Leidy* population dynamics [1] revealed a periodic wave of the reproduction intensity every 10-15 days, and a gradual increasing was at maximum in August. Further population growth is interrupted at the end of August by a sharp increase in the *B. Ovata*, which led to the almost complete disappearance of the *M. Leidy* in November-December.

The main problem of expedition researches is the complex researching of modern conditions and spatial-dimension measurements of the hydrobiological, hydrological and hydrochemical regimes of the Azov Sea and Taganrog Bay. The route on the research vessel "Deneb" was made in July 2017 by the staffers of the Don State Technical University, Southern Scientific Center of RAS at the Azov Sea basin. More than 20 complex oceanographic stations were researched, and samples of water, plankton and benthos were obtained. And shipboard observations of birds and marine mammals were made. Sampling of phytoplankton was carried out by the sampler in several horizons. The number and biomass of organisms of each taxonomic group was calculated for 1 m<sup>3</sup> of water. Zooplankton samples were taken by filtration through plankton net of Epstein or Jedi [3].

The tables of standard scales of organisms, composed of Mordecai-Boltovskii, were used for calculation of the biomass of zooplankton. The number and biomass of organisms of each taxonomic group was calculated for 1 m<sup>3</sup> of water.

Samples of jelly plankton were taken at all stations, a few vertical climbs by the ctenophora net without the extension of the cone and one oblique harvest Bongo net were made. The biomass of the *Mnemiopsis leidy* and *Beroe* ctenophores and their sizes was calculated in each sample by volumetric method.

Sampling of zoobenthos was carried out with a Petersen grab or the benthic frame with a square grip of 0,025 m<sup>2</sup>. The number and biomass of organisms of each taxonomic group was calculated for 1 m<sup>2</sup> of water.

The hydrochemical conditions were researched (the oxygen content, pH, salt and nutrient composition of water). Sampling of water was carried out by the samplers. Processing of samples was carried out according to the conventional methods of hydrochemical studies in conditions equipped with necessary laboratory equipment (Fig. 1).

## 2. Problem statement

Specific features of survival were taken into account at developing spatially-inhomogeneous models of interacting populations of main aquatic organisms, including populations of phytoplankton, zooplankton, and ctenophores *Mnemiopsis leidy* (*M. leidy*) and *Beroe ovata* predators. It is known that *M. leidy* is a species with simple short life cycle and very high fertility,

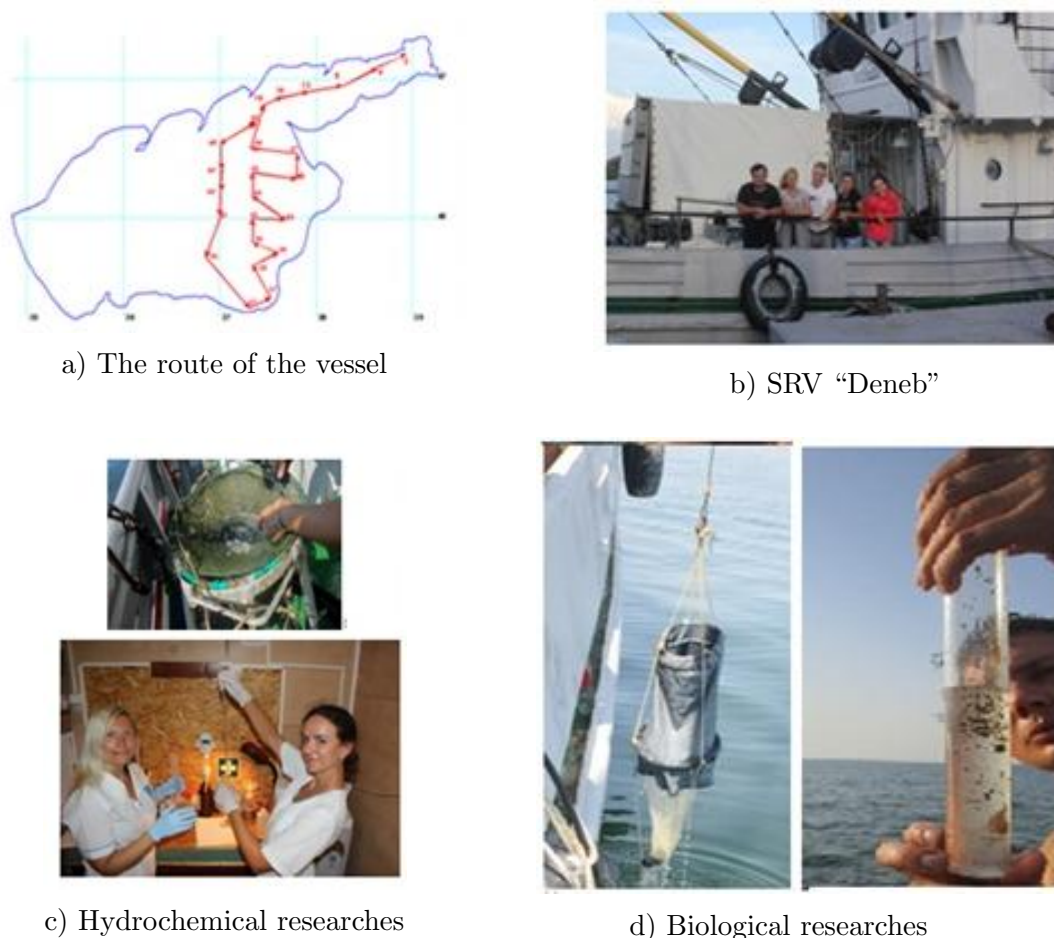


Fig. 1. Expeditionary researches in 2017

its population is increasing rapidly, exponentially. "The correlation between the linear dimensions of the ctenophore and the consumption rate of zooplankton" is characterized for *M. leidyi*. This species survives in unfavorable conditions of new water with a dedicated adaptation mechanism. These jelly fish feed on benthic invertebrates, eggs and larvae of fish. The youngest age group of the ctenophore feed on microplankton: protozoa, phytoplankton, doubleline (*Nauplius*, from ancient Greek. nauplios – "a floating animal with a shell") stages of copepods (Ref. *Copepoda*) [4]. The increase of *M. leidyi* occur at the expense of pedogenesis (the larvae develop unfertilized eggs, which give the start to a new generation).

For modeling dynamics of forage populations of ctenophores was used in situ and evaluation of the distribution of the nutrient status of the entire area of the range of ctenophores with the zoning of the Azov Sea were taken into account the main ecological and biological processes: growth, mortality, metabolism (estimation of influence of waste products of *M. leidyi* (mucus, pellets) and its decomposition products on the abundance of microflora and the formation of proteolytic and amylase activity), the physical transfer of aquatic organisms, including active and passive migration, and so account for the movement of water flow, diffusion, taxis.

The last month of summer is the period of active development of the zooplankton, but under favorable food and temperature conditions, the rate of development of *M. leidyi* is much higher. In the process of the conducted researches it was established that the indices of biodiversity of phytoplankton are higher in places of mass congestion of *M. leidyi*. As a result of intensive development of phytoplankton-based indicators of chlorophyll "a" is also significantly higher in

habitats of *M. leidyi*, which is clearly seen on cards of direct measurements of chlorophyll and SeaWiF satellite data. Primary product selection of *M. leidyi* is the ammonium nitrogen [5].

The ratio of organic nitrogen to mineral form in the habitat area of *M. leidyi* increases. Waste products of the *M. leidyi* also is mucus constantly reset it with the surface of the body, which leads to an increase of suspended organic matter in the water, and as a result creates favorable conditions for the development of microheterotrophs, primarily bacteria, and contributes to a significant increase in their numbers.

An active regeneration of inorganic forms of biogenic elements (nitrogen, phosphorus, silicon) occurs as a result of the bacteria activity. Extracted nutrients are used by phytoplankton, increasing its biomass. In terms of Azov areal, metabolic rates of *M. leidyi* estimated from oxygen consumption and release of ammonium is approximately 1.5 times higher than the oceanic forms of the protein consumed zooplankton assimilation (growth), ctenophore uses only about 26 % nitrogen, 20 % is dissipated in the environment in the form of low molecular weight peptides and amino acids and 54 % of nitrogen dissimilitude to ammonium. In marine ecosystems, the *M. leidyi* acts as a “short dimension” of the food chain, intercepting and mineralize flows of organic matter zooplankton, regenerate nutrients and thus stimulate the development of phytoplankton. After the invasion of the ctenophore in the Azov sea doubled primary production with a concomitant increase in the content of organic substances in water and sediments and its turnover. One of the consequences of changes in trophic chains in the ecosystem of the Azov Sea in the result of introduction of the *M. leidyi* is increasing of the proportion detatoko link [5].

*M. leidyi* can indirectly regulate the dynamics and distribution of summer phytoplankton through consumption of zooplankters phytophages, producing the effect of “cascade” to lower trophic levels through zooplankton on the phytoplankton and chlorophyll “a”. Grazing by *M. leidyi leidyi* of meroplankton (larvae of benthic animals) and demersal plankton leads to a decrease in biomass of the representatives of the benthos.

The spatial distribution of salinity and temperature were taken into account at modeling of hydrological processes (the plankton and ctenophores interaction) in a shallow water – the Azov Sea. The number of *M. leidyi* depends on the distance of its penetration, and is determined by the direction and speed of wind currents, contributing to the drift of water with high salinity. The *M. leidyi* can live and multiply only when salinity is above 4,3 ‰ (for the Caspian Sea) [7]. The distribution of *M. leidyi* in the Azov Sea is limited to isohalines 3 ‰ [8] and occurred due to its penetration of the Black Sea, where every year it re-colonized in the spring or early summer, and living until October, then dead at the decreasing of the temperature below 4 °C.

The field measurements obtained at the expeditions at the Azov-Black Sea basin and the “Analytical GIS” portal data developed by the Institute for Information Transmission Problems of the Russian Academy of Science (IITP RAS) at modelling in this paper [6].

The model for description the ecological and biological interaction process between ctenophores and plankton has the form:

$$(P_i)'_t + \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^3 \left\{ U_{\alpha} (P_i)'_{x_{\alpha}} + (U_{\alpha} P_i)'_{x_{\alpha}} \right\} = \mu_i \Delta P_i + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \nu_i \frac{\partial P_i}{\partial z} \right) + \psi_i, \quad i \in \overline{1,9}. \quad (1)$$

$$\psi_1 (P_1, P_2, P_3) = \{\alpha_1 P_3 - \delta_1 P_2 - \varepsilon_1\} P_1, \quad \psi_2 (P_1, P_2) = \{\alpha_2 P_1 - \varepsilon_2\} P_2,$$

$$\psi_3 (P_1, P_3, P_4) = \{\alpha_3 P_4 - \delta_3 P_1 - \varepsilon_3\} P_3, \quad \psi_4 (P_3, P_4, P_5) = \{\alpha_4 P_5 - \delta_4 P - \varepsilon_4\} P_4,$$

$$\alpha_4 = (\alpha_{04} + \gamma_4 M_4) \psi_5 (P_1, P_2, \dots, P_9) = \sum_{i=1, i \neq 5}^9 \varepsilon_i P_i - \delta_5 P_4 P_5 + B (\bar{P}_5 - P_5) + f,$$

$$\psi_m (P_1, P_2, P_3, P_4, P_6, \dots, P_9) = \sum_{l=1}^4 k_l P_l - \varepsilon_m P_m; \quad m \in \overline{6, 9},$$

where  $P_i$  are concentration values,  $i \in \overline{1, 9}$ : 1, 2 are ctenophores *Mnemiopsis leidyi* and *Beroe ovata*; 3 is zooplankton; 4 is phytoplankton; 5 is the biogenic matter; 6, 7, 8, 9 are metabolites of ctenophores (6, 7) and plankton (zoo- (8) and phyto- (9));  $\psi_i$  are functions of trophic interactions;  $\alpha_l$  is the function of ctenophores and plankton growth,  $l = \overline{1, 4}$ ;  $\alpha_{04}, \gamma_4$  are the growth rate of phytoplankton in the absence of metabolite and the effect parameter;  $B$  is the rate of arrival of nutrients  $P_5$ ;  $\bar{P}_5$  is the maximum possible concentration of nutrients;  $\varepsilon_l$  is a coefficient taking into account mortality of the  $l$ -th species;  $\varepsilon_m$  are the coefficients of metabolite decomposition,  $m = \overline{6, 9}$ ;  $k_l$  are the excretion coefficients of  $l$ -th species (ctenophores ( $l = \overline{1, 2}$ ), zooplankton ( $l = 3$ ), phytoplankton ( $l = 4$ ));  $\delta_1, \delta_3, \delta_4$  are coefficients of wastage due to grazing  $f = f(x_1, x_2, x_3, t)$  is the source function  $S$  (polution);  $u$  is the velocity field of water flow;  $U = u + u_{0i}$ ,  $U = (U_1, U_2, U_3)$  is the rate of convective mass transfer;  $u_{0i}$  is the deposition rate of the  $i$ -th substance;  $\mu_i \nu_i$  are the diffusion coefficients in the horizontal and vertical directions of the  $i$ -th substance.

The computational domain  $G$  is a closed basin, limited by the undisturbed water surface  $\Sigma_0$ , bottom  $\Sigma_H = \Sigma_H(x_1, x_2)$  and the cylindrical surface  $\sigma$  for  $0 < t \leq T_0$ .  $\Sigma = \Sigma_0 \cup \Sigma_H \cup \sigma$  – the sectionally smooth boundary of the domain  $G$ .

Boundary conditions for the system (1) are following:

$$P_i = 0 \text{ on } \sigma, U_n < 0; \quad \frac{\partial P_i}{\partial n} = \varphi_i \text{ on } \sigma, U_n \geq 0; \quad (2)$$

$$P'_{i,z} = 0 \text{ on } \Sigma_0; \quad P'_{i,z} = -\beta_i P_i \text{ on } \Sigma_H,$$

where  $\beta_i$  is the  $i$ -th bottom material absorption coefficient.

Add to (1) following initial conditions:

$$P_i|_{t=0} = P_{i0}(x_1, x_2, x_3), \quad i = \overline{1, 9}. \quad (3)$$

### 3. Construction of a discrete analog of the model

Each equation of the system (1) – (3) can be represented by the diffusion-convection-reaction equation in the two-dimensional case:

$$c'_t + uc'_x + vc'_y = (\mu c'_x)'_x + (\mu c'_y)'_y + f$$

with boundary conditions:

$$c'_n(x, y, t) = \alpha_n c + \beta_n,$$

where  $u, v$  are water velocity components;  $\mu$  is the turbulent exchange coefficient;  $f$  is the function, describing the intensity and distribution of sources.

The uniform grid was defined for numerical implementation of the discrete mathematical model [7]:

$$w_h = \{t^n = n\tau, x_i = ih_x, y_j = jh_y; \quad n = \overline{0, N_t}, i = \overline{0, N_x}, j = \overline{0, N_y};$$

$$N_t\tau = T, N_x h_x = l_x, N_y h_y = l_y\},$$

where  $\tau$  is the time step;  $h_x, h_y$  are spatial steps;  $N_t$  is the upper time boundary;  $N_x, N_y$  are spatial boundaries.

Discrete analogs of convective  $uc'_x$  and diffusive  $(\mu c'_x)'_x$  operators of the second order of accuracy in the case of partially filled cells can be written as:

$$(q_0)_{i,j} uc'_x \simeq (q_1)_{i,j} u_{i+1/2,j} \frac{c_{i+1,j} - c_{i,j}}{2h_x} + (q_2)_{i,j} u_{i-1/2,j} \frac{c_{i,j} - c_{i-1,j}}{2h_x}, \quad (4)$$

$$(q_0)_{i,j} (\mu c'_x)'_x \simeq (q_1)_{i,j} \mu_{i+1/2,j} \frac{c_{i+1,j} - c_{i,j}}{h_x^2} - (q_2)_{i,j} \mu_{i-1/2,j} \frac{c_{i,j} - c_{i-1,j}}{h_x^2} - \left| (q_1)_{i,j} - (q_2)_{i,j} \right| \mu_{i,j} \frac{\alpha_x c_{i,j} + \beta_x}{h_x}, \quad (5)$$

where  $q_l, l \in \{0, 1, 2\}$  are coefficients, describing the “fillness” of control domains.

The approximation error of (4) in the case  $(q_1)_{i,j} = (q_2)_{i,j} = 1$  has the form [8]:

$$\begin{aligned} & u_{i+1/2,j} \frac{c_{i+1,j} - c_{i,j}}{2h_x} + u_{i-1/2,j} \frac{c_{i,j} - c_{i-1,j}}{2h_x} = \\ & = u_{i,j} (c_{i,j})' + \frac{(c_{i,j})' (u_{i,j})''}{4} h_x^2 + \frac{u_{i,j} (c_{i,j})'''}{6} h_x^2 + \frac{(u_{i,j})' (c_{i,j})''}{4} h_x^2 + O(h_x^4). \end{aligned}$$

Therefore, the operator  $uc' - c'u''h^2/4 - uc'''h^2/6 - u'c''h^2/4$  must be approximated by a scheme of the second order of accuracy for approximation the convective transport operator  $uc'$  by a difference scheme of the fourth order of accuracy.

The approximation of the convective transport operator  $uc'$  by a difference scheme of the fourth order of accuracy has the form:

$$\begin{aligned} (q_0)_i L(c) = & - (q_1)_i \frac{u_{i+1/2}}{12h} \frac{(q_1)_{i+1}}{(q_0)_{i+1}} c_{i+2} - \left( - (q_1)_i \frac{u_{i+1/2}}{12h} \left( 2 + \frac{(q_1)_i}{(q_0)_i} \right) + \right. \\ & + (q_2)_i \frac{u_{i-1/2}}{12h} \frac{(q_1)_i}{(q_0)_i} + (q_1)_i \left( - \frac{u_{i+1/2}}{2h} + k_i^{(1)} + k_i^{(2)} \right) \left. \right) c_{i+1} + \left( - (q_1)_i \frac{u_{i+1/2}}{12h} \left( 2 + \frac{(q_2)_{i+1}}{(q_0)_{i+1}} \right) + \right. \\ & + (q_2)_i \frac{u_{i-1/2}}{12h} \left( 2 + \frac{(q_1)_{i-1}}{(q_0)_{i-1}} \right) + (q_2)_i \frac{u_{i-1/2}}{2h} - (q_1)_i \frac{u_{i+1/2}}{2h} - \left. \left( (q_2)_i - (q_1)_i \right) k_i^{(1)} + \right. \\ & + \left. \left( (q_2)_i + (q_1)_i \right) k_i^{(2)} \right) c_i - \left( - (q_1)_i \frac{u_{i+1/2}}{12h} \frac{(q_2)_i}{(q_0)_i} + (q_2)_i \frac{u_{i-1/2}}{12h} \left( 2 + \frac{(q_2)_i}{(q_0)_i} \right) + \right. \\ & \left. + (q_2)_i \left( \frac{u_{i-1/2}}{2h} + k_i^{(2)} - k_i^{(1)} \right) \right) c_{i-1} - \left( - (q_2)_i \frac{u_{i-1/2}}{12h} \frac{(q_2)_{i-1}}{(q_0)_{i-1}} \right) c_{i-2}, \end{aligned} \quad (6)$$

where

$$\begin{aligned} k_i^{(1)} &= \left( \frac{(q_1)_i}{(q_0)_i} (u_{i+1} - u_i) - \frac{(q_2)_i}{(q_0)_i} (u_i - u_{i-1}) \right) / (8h), \\ k_i^{(2)} &= \frac{(q_1)_i}{(q_0)_i} \frac{u_{i+1} - u_i}{8h} + \frac{(q_2)_i}{(q_0)_i} \frac{u_i - u_{i-1}}{8h}. \end{aligned}$$

The approximation error of (5) in the case  $(q_1)_{i,j} = (q_2)_{i,j} = 1$  has the form:

$$\mu_{i+1/2,j} \frac{c_{i+1,j} - c_{i,j}}{h_x^2} - \mu_{i-1/2,j} \frac{c_{i,j} - c_{i-1,j}}{h_x^2} = \left( \mu_{i,j} (c_{i,j})' \right)' + \mu_{i,j} (c_{i,j})^{(IV)} \frac{h_x^2}{12} +$$

$$+ (\mu_{i,j})'' (c_{i,j})'' \frac{h_x^2}{4} + (\mu_{i,j})' (c_{i,j})''' \frac{h_x^2}{6} + (\mu_{i,j})''' (c_{i,j})' \frac{h_x^2}{6} + O(h_x^4). \quad (7)$$

Therefore, the operator  $(\mu c')' - \mu c^{(IV)} h^2/12 - \mu'' c'' h^2/4 - \mu' c''' h^2/6 - \mu''' c' h^2/6$  must be approximate by a scheme of the second order accuracy for approximation of the diffusion transport operator  $(\mu c')'$  by a difference scheme of the fourth order of accuracy.

The representative of the diffusion transport operator  $(\mu c')'$  by a difference scheme of the fourth order of accuracy has the form:

$$(q_0)_i L(c) = -A_i c_i + B_{1,i} c_{i+1} + B_{2,i} c_{i-1} + B_{3,i} c_{i+2} + B_{4,i} c_{i-2}. \quad (8)$$

$$B_{1,i} = (q_1)_i \frac{\mu_{i+1/2}}{h^2} + (q_1)_i \frac{\mu_{i+1}}{12h^2} \left( \frac{(q_1)_i}{(q_0)_i} + 2 \right) + (q_2)_i \frac{\mu_{i-1}}{12h^2} \frac{(q_1)_i}{(q_0)_i} - (q_1)_i k_i^{(3)} - (q_1)_i \frac{\mu''_{i+1} - \mu''_i}{12},$$

$$B_{2,i} = (q_2)_i \frac{\mu_{i-1/2}}{h^2} + (q_1)_i \frac{\mu_{i+1}}{12h^2} \frac{(q_2)_i}{(q_0)_i} + (q_2)_i \frac{\mu_{i-1}}{12h^2} \left( \frac{(q_2)_i}{(q_0)_i} + 2 \right) - (q_2)_i k_i^{(3)} - (q_2)_i \frac{\mu''_i - \mu''_{i-1}}{12},$$

$$B_{3,i} = - (q_1)_i \frac{\mu_{i+1}}{12h^2} \frac{(q_1)_{i+1}}{(q_0)_{i+1}}, B_{4,i} = - (q_2)_i \frac{\mu_{i-1}}{12h^2} \frac{(q_2)_{i-1}}{(q_0)_{i-1}}, \quad (9)$$

$$A_i = (q_1)_i \frac{\mu_{i+1/2}}{h^2} + (q_2)_i \frac{\mu_{i-1/2}}{h^2} - ((q_1)_i + (q_2)_i) k_i^{(3)} + (q_1)_i \frac{\mu_{i+1}}{12h^2} \left( \frac{(q_2)_{i+1}}{(q_0)_{i+1}} + 2 \right) +$$

$$+ (q_2)_i \frac{\mu_{i-1}}{12h^2} \left( \frac{(q_1)_{i-1}}{(q_0)_{i-1}} + 2 \right) - (q_2)_i \frac{\mu''_i - \mu''_{i-1}}{12} - (q_1)_i \frac{\mu''_{i+1} - \mu''_i}{12} + (q_2)_i \frac{\mu_{i-1}}{12h^2} \frac{(q_1)_i}{(q_0)_i} +$$

$$+ (q_1)_i \frac{\mu_{i+1}}{12h^2} \frac{(q_2)_i}{(q_0)_i} - (q_1)_i \frac{\mu_{i+1}}{12h^2} \frac{(q_1)_{i+1}}{(q_0)_{i+1}} - (q_2)_i \frac{\mu_{i-1}}{12h^2} \frac{(q_2)_{i-1}}{(q_0)_{i-1}},$$

where

$$k_i^{(3)} = \frac{(q_1)_i}{(q_0)_i} \frac{\mu_{i+1} - \mu_i}{4h^2} - \frac{(q_2)_i}{(q_0)_i} \frac{\mu_i - \mu_{i-1}}{4h^2}, \mu''_i = \left( \frac{(q_1)_i}{(q_0)_i} c_{i+1} - 2c_i + \frac{(q_2)_i}{(q_0)_i} c_{i-1} \right) / h^2.$$

## 4. Solution method of grid equations

The discrete analog of the model (1) – (3) in the operator form is the following [19, 23, 25]:

$$Au = f \quad (10)$$

with the nondegenerate operator  $A$ , defined in the real Hilbert space  $H$ . Let us consider the implicit two-layer iterative scheme in the form:

$$B \frac{y_{k+1} - y_k}{\tau_k} + Ay_k = f, k = 0, 1, \dots \quad (11)$$

with an random initial approximation  $y_0 \in H$  and the nondegenerate operator  $B$  [23]. Any two-layer iterative method based on the scheme (10) is characterized by the operators  $A$  and  $B$ , the energy space  $H_D$ , in which we prove the convergence of the method, and set the iteration parameters  $\tau_k$ . The main question in the theory of iterative methods is the issue of the optimal choice of the parameter  $\tau_k$  [19].

No a priori information about the operators of the scheme (11) (in addition to the conditions of the general form  $A = A^* > 0$ ,  $(DB^{-1}A)^* = DB^{-1}A$ , etc.) not requires in two-layer iterative methods of variational type for the calculation parameters  $\tau_k$ . The construction of these methods

is based on the following principle: if the approximation  $y_k$  is set, and  $y_{k+1}$  is defined according to the scheme (8), the iterative parameter  $\tau_{k+1}$  is chosen from the condition of minimum in  $H_D$  of the error  $z_{k+1} = y_{k+1} - u$ , where  $u$  is the solution of problem (10). The sequence  $y_k$ , defined according to the formula (11) (the parameters are selected from the above conditions), is minimal for a quadratic functional of the form  $I(y) = (D(y - u), y - u)$ . This functionality (because of positive deniteness of the operator  $D$ ) is below limited, and reached a minimum, equal to the zero, at the solution of equation (10), i.e. at  $y = u$ . The parameter selection  $\tau_{k+1}$  of the specified condition provides a local minimization of the functional  $I(y)$  at the converting from  $y_k$  to the  $y_{k+1}$ , i.e. for one iteration step. In the case of explicit schema ( $B = E$ ) the conversion from  $y_k$  to the  $y_{k+1}$  is carried out according to the formula:

$$y_{k+1} = y_k - \tau_{k+1}r_k, r_k = Ay_k - f.$$

For self-adjoint positive definite operator the conversion from  $y_k$  to the  $y_{k+1}$  is carried out in the direction of  $-r_k$ , which coincides with the direction of antigradient for functionality  $(A(y - u), y - u)$  at the point  $y_k$ . The greatest decreasing of the functionality value is carried out in the direction of antigradient. The parameter  $\tau_{k+1}$  is defined from the condition of minimum in  $H_D$  of the error  $z_{k+1} = y_{k+1} - u$  [25].

The formula for calculation of the iterative parameter  $\tau_{k+1}$  was defined according to the assumption that the operator  $A$  is the nondegenerate.

Firstly, the error equation for  $z_k = y_k - u$ ,  $k = 0, 1, \dots$  is defined. Then we substituted  $y_k = \tau_k + u$  to the scheme (8), and obtained the next expression:  $z_{k+1} = (E - \tau_k B^{-1}A)z_k$ ,  $k = 0, 1, \dots$ ,  $z_0 = y_0 - u$ . Due to the substitution  $z_k = D^{-\frac{1}{2}}x_k$ , we obtained the equation, which contained only one operator:

$$x_{k+1} = S_{k+1}x_k, S_k = E - \tau_k C, C = D^{-\frac{1}{2}}(DB^{-1}A)D^{-\frac{1}{2}}. \quad (12)$$

The defined above problem about the selection of the parameter  $\tau_{k+1}$  was formulated using the equation  $\|z_k\|_D = \|x_k\|$  ( $\|\cdot\|_D$  is the norm in  $H_D$ ,  $\|\cdot\|$  is the norm in  $H$ ): the parameter  $\tau_{k+1}$  is chosen from the condition of the norm minimum  $x_{k+1}$  in the space  $H$ . The norm is calculated as following:

$$\begin{aligned} \|x_{k+1}\|^2 &= ((E - \tau_{k+1}C)x_k, (E - \tau_{k+1}C)x_k) = \|x_k\|^2 - 2\tau_{k+1}(Cx_k, x_k) + \tau_{k+1}^2(Cx_k, Cx_k) = \\ &= (Cx_k, Cx_k)[\tau_{k+1} - (Cx_k, x_k)/(Cx_k, Cx_k)]^2 + \|x_k\|^2 - (Cx_k, x_k)^2/(Cx_k, Cx_k). \end{aligned} \quad (13)$$

The operator  $C$  is the nondegenerate as the operator  $A$  is the nondegenerate. So, we obtained the condition  $(Cx_k, Cx_k) > 0$  for each  $x_k$ , and the minimum of norm is achieved at the next condition:

$$\tau_{k+1} = (Cx_k, x_k)/(Cx_k, Cx_k). \quad (14)$$

The equation (13) substituted to the (14):

$$\|x_{k+1}\| = \rho_{k+1} \|x_k\|, \quad (15)$$

where

$$\rho_{k+1}^2 = 1 - (Cx_k, x_k)^2 / \{(Cx_k, Cx_k)(x_k, x_k)\}. \quad (16)$$

The formula (14) is defined the optimal value of the iterative parameter  $\tau_{k+1}$ . The expression  $x_k = D^{-\frac{1}{2}}z_k$  is substituted to the (14):

$$\tau_{k+1} = (DB^{-1}Az_k, z_kx_k) / (DB^{-1}Az_k, B^{-1}Az_k), k = 0, 1, \dots \quad (17)$$

According to the  $Az_k = Ay_k - Au = Ay_k - f = r_k$  is the residual vector, and  $B^{-1}r_k = \omega_k$  is correction vector, the formula for parameter  $\tau_{k+1}$  has the form:

$$\tau_{k+1} = (D\omega_k, z_k) / (D\omega_k, \omega_k), k = 0, 1, \dots, \quad (18)$$

and the iterative scheme (11) in the explicit formula for calculation  $y_{k+1}$  is the following:

$$y_{k+1} = y_k - \tau_{k+1}\omega_k, k = 0, 1, \dots \quad (19)$$

The algorithm, implemented the proposed method, is the following:

- 1) residual vector  $r_k = Ay_k - f$  is calculated according to the given  $y_k$ ;
- 2) equation for the correction vector  $B\omega_k = r_k$  is calculated;
- 3) parameter  $\tau_{k+1}$  is obtained according to the formula (18);
- 4) new approximation  $y_{k+1}$  is calculated according to the formula (19).

We considered the special cases of two-layer gradient methods, which we will use to solve the model problem (1) – (3). Each specific method is determined by the choice of the operator  $D$  and has its area of applicability. The operator  $D$  was chosen so that only known in the iteration process values were in formula (18) for the iterative parameter  $\tau_{k+1}$ .

If the operator  $A$  is self-adjoint and positively defined in  $H$ , then the method of steepest descent (MSS) can be used for solution (11). If the operator  $A$  is non-selfadjoint and nondegenerate, and the operator  $B^*A$  positively identified, then we can use the minimal residual method (MRM) [34].

Let us consider that the operator  $A$  is self-adjoint and positively defined in  $H$ . For the method of steepest descent (MSS)  $D = A$ . The operator  $B$  must be positively defined in  $H$ .

According to the ratio  $Az_k = Ax_k - f = r_k$  and  $A = A^*$  from the (15) we get the formula for iterative parameter  $\tau_{k+1}$  in the implicit method of steepest descent:

$$\tau_{k+1} = (r_k, \omega_k) / (A\omega_k, A\omega_k), k = 0, 1, \dots \quad (20)$$

For the case of explicit two-layer scheme (14)  $B = E$  we get  $\omega_k = B^{-1}r_k = r_k$ , and the formula for the  $\tau_{k+1}$  has the form:

$$\tau_{k+1} = (r_k, r_k) / (Ar_k, Ar_k), k = 0, 1, \dots \quad (21)$$

The parameter  $\tau_{k+1}$  is calculated according to the formula (21) at the solution of model problem (1) – (3) using the method of steepest descent in the residual, and the minimal residual method in the correction is implemented according to the calculation formula (20).

The method of minimum corrections (MMP) can be used to solve the model problem (1) – (3) in the case of any non-degenerate non-selfadjoint operator  $A$ , it also requires the positive definiteness of the operator  $B^*A$ . The condition for the method of minimal residuals is the following:  $D = A^*A$ .

The formula for the iterative parameter  $\tau_{k+1}$  in the method of minimum corrections is the following:

$$\tau_{k+1} = (A\omega_k, r_k) / (A\omega_k, A\omega_k), k = 0, 1, \dots \quad (22)$$



For the case of the explicit scheme (11) ( $B = E$ ) the operator  $A$ , must be positively defined, and the formula for the  $\tau_{k+1}$  has the form:

$$\tau_{k+1} = (Ar_k, r_k) / (Ar_k, Ar_k), k = 0, 1, \dots \tag{23}$$

The analysis of the effectiveness of the above-described gradient methods of variational type was performed on the basis of the numerical solution of the model problem (1) – (3). Comparison results of convergence speeds of two-layer gradient methods of variational type, which is used to solve the problem of the form (1) – (3): the minimum residuals method (MRM), the minimum correction method (MMC), the steepest descent method in the residual (MSDR), the steepest descent method in the corrections (SDMC) were given in Table [35].

**Table**

Comparison of convergence velocities of the methods of variational type

MRM				
$n \setminus p$	1	2	3	4
1	$I_1 = 44, I_2 = 48$	$I_1 = 43, I_2 = 47$	$I_1 = 43, I_2 = 47$	$I_1 = 42, I_2 = 48$
2	$I_1 = 48, I_2 = 53$	$I_1 = 47, I_2 = 52$	$I_1 = 46, I_2 = 53$	$I_1 = 45, I_2 = 53$
3	$I_1 = 21, I_2 = 21$	$I_1 = 20, I_2 = 22$	$I_1 = 19, I_2 = 22$	$I_1 = 19, I_2 = 21$
4	$I_1 = 15, I_2 = 17$	$I_1 = 13, I_2 = 14$		
MMC				
1	$I_1 = 65, I_2 = 83$	$I_1 = 64, I_2 = 77$	$I_1 = 63, I_2 = 76$	$I_1 = 62, I_2 = 76$
2	$I_1 = 73, I_2 = 87$	$I_1 = 73, I_3 = 87$	$I_1 = 72, I_2 = 86$	$I_1 = 71, I_2 = 85$
3	$I_1 = 51, I_2 = 51$	$I_1 = 46, I_2 = 50$	$I_1 = 43, I_2 = 49$	$I_1 = 40, I_2 = 48$
4	$I_1 = 38, I_2 = 40$	$I_1 = 35, I_2 = 38$		
MSDR				
1	$I_1 = 62, I_2 = 69$	$I_1 = 61, I_2 = 67$	$I_1 = 60, I_2 = 67$	$I_1 = 59, I_2 = 67$
2	$I_1 = 68, I_2 = 71$	$I_1 = 67, I_2 = 74$	$I_1 = 67, I_2 = 74$	$I_1 = 66, I_2 = 74$
3	$I_1 = 32, I_2 = 35$	$I_1 = 30, I_2 = 35$	$I_1 = 29, I_2 = 35$	$I_1 = 28, I_2 = 34$
4	$I_1 = 23, I_2 = 24$	$I_1 = 20, I_2 = 21$		
SDMC				
1	$I_1 = 64, I_2 = 68$	$I_1 = 67, I_2 = 79$	$I_1 = 66, I_2 = 78$	$I_1 = 65, I_2 = 78$
2	$I_1 = 74, I_2 = 86$	$I_1 = 73, I_2 = 87$	$I_1 = 73, I_2 = 86$	$I_1 = 72, I_2 = 86$
3	$I_1 = 49, I_2 = 53$	$I_1 = 45, I_2 = 52$	$I_1 = 42, I_2 = 51$	$I_1 = 41, I_2 = 49$
4	$I_1 = 38, I_2 = 40$	$I_1 = 35, I_2 = 36$		

In Table:  $p$  is an iteration number;  $n$  is the number of time layer;  $I_k$  is the amount of iterations, which are necessary for the convergence; the method for solution SLAE for equation, described the change of concentration  $P_k, k \in \{1, 2\}$ .

The minimum correction method (MMC) was chosen as the main method due to its fastest convergence speed, as shown in table.

## 5. Parallel variant of method for solution grid equations

The *k-means* method was used for geometric partition of the calculation domain for uniform loading of MCS processors. This method is based on the minimization of the functional of the

total sample variance of the elements scatter (nodes of the computational grid) relative to the gravity center of subdomains:  $Q = Q^{(3)}$ .

Let  $X_i$  be the set of computational grid nodes, included in the  $i$ -th subdomain,  $i \in \{1, \dots, m\}$ ,  $m$  is the given number of subdomains.

$$Q^{(3)} = \sum_i \frac{1}{|X_i|} \sum_{x \in X_i} d^2(x, c_i) \rightarrow \min,$$

where  $c_i = \frac{1}{|X_i|} \sum_{x \in X_i} x$  is the center of the subdomain  $X_i$ , and  $d(x, c_i)$  is the distance between the calculated node and the center of the grid subdomain in the Euclidean metric. The *k-means* method converges only when all subdomain will be approximately equal.

Result of using the k-means method for model of two-dimensional and three-dimensional areas of regular shape is given in Fig. 2.

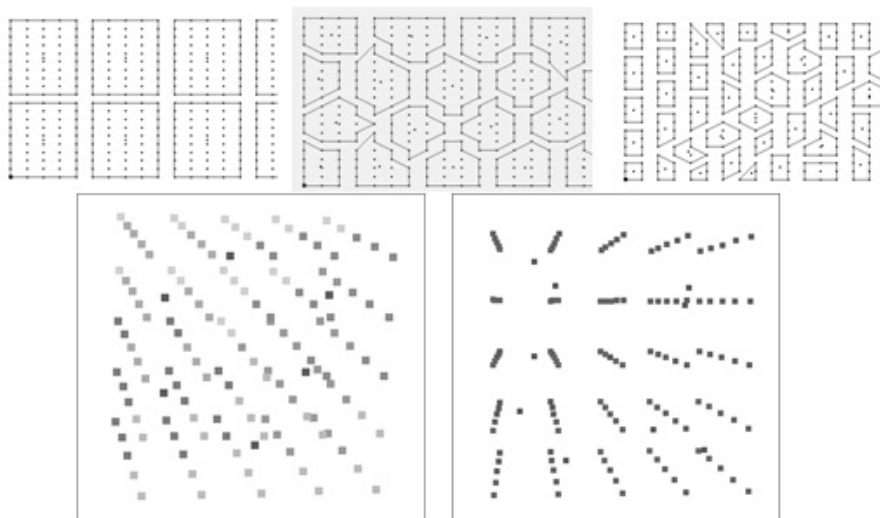


Fig. 2. Results of using k-means method for splitting the model domains with the correct form

For data exchange in the computation process it is required to find all points on the border of each subdomain. For this purpose, the Jarvis algorithm (the problem of constructing the convex hull) was used. A list of neighboring subdomains for each subdomain was formed, and the algorithm of data transfer between the subdomains was developed.

The doubling method was used in solution of the SLAE of the minimal correction method for calculation of the iterative parameter  $\tau$ .

The algorithm synchronization for solving the problem (1) – (3) is required only in the MMC during the transition to the next iteration.

## 6. Software complex description

The software complex was performed for solution of the model problem of plankton interaction, and populations of the ctenophores *Mnemiopsis leidyi* and *Beroe ovata* predators in the form (1) – (3), which calculated the concentrations of the major aquatic organisms, including phyto - and zooplankton, jelly microplankton (species – ctenophores) in the areas of complex shape (the Azov Sea and Taganrog Bay) [14, 34, 35].

The developed software complex can be as follows:

- 1) development and implementation of integrated fisheries monitoring in the waters (monitoring, evaluation and prediction of ecosystems situation, fodder stocks and fishing objects);

- 2) development, negotiation of proposals and measures for ensuring an optimal regime, biodiversity, fisheries resources, ecosystems of shallow waters;
- 3) improvement of environmental research methodology, development of new methodology, testing and implementation of promising research methods of water ecosystems and individual components;
- 4) development and improvement of methods of diagnostics of toxic effect of biogenic substances on hydrobionts, including early and differential diagnostics of toxicity, as well as fundraising antidote for the protection of aquatic ecosystems;
- 5) organizing and conducting research to identify trends and patterns of change in the state of aquatic ecosystems under anthropogenic impact, development of proposals and measures to reduce and prevent such effects;
- 6) assessment of damages to fisheries caused by different economic activities, development of proposals for the prevention, reduction and adequate compensation of damages.

The velocity field of water flow, calculated in [21], is the input data for used models of biological kinetics. Consistently gathering rectangular grid with dimensions:  $251 \times 351 \times 15$ ,  $502 \times 702 \times 30$ ,  $1004 \times 1404 \times 60$ , ... was used for mathematical modeling hydrological and hydrodynamic processes in the three dimensional space of complex form – the Azov Sea and the Taganrog Bay.

The initial distribution of polluting nutrients, phyto-, zooplankton and ctenophores were taken into account in the form corresponding to the space-time scales of simulated processes. The implemented algorithm of the numerical solution allows us freely change the boundaries, the view of control functions and values of the corresponding parameters [27]. The functioning of the system and the knowledge of its basic characteristics allow using the phenomenological approach in the program configuration. The efficiency of such approach is quite high because the system behavior is often determined by the precision of individual parameters and their correlations.

The calibration and verification of the proposed model (1) – (3) for shallow water have been performed on the basis of ecological data of the Azov Sea, obtained at the scientific-research expeditions by the scientists of the Southern Federal University, the Southern Scientific Center of the Russian Academy of Science (SSC RAS), the Azov Scientific-Research Institute of Fisheries (AzSRIF) since 2000. Processing of the expedition data consists of the digitizing, conversion into standard units, classification for use in various model problems of sea hydrobiology.

The developed software complex includes the control unit, oceanographic and meteorological databases, interface systems, input-output and visualization systems. The software complex has the user-friendly interface that allows us to enter the necessary information in the dialog. The developed software complex is universal, and as a rule, linking it to specific objects and areas is carried out at the level of the input information. It means that the special information database, containing information about physical-geographical and climatic conditions of researched objects, the parameters for determining the sources of impurities, is required for practical using of units.

The high-level language C++ was used at the development of the software complex. The messaging technology (MPI) was used for clusters.

## 7. Results of numerical experiments

External frequency, leading to complication of the system, was taken into account at modeling the spatially-heterogeneous processes of interaction of the main aquatic organisms of the Azov Sea (1) – (3). Thus fluctuations in the density of plankton can be so great that cannot

be explained by random fluctuations, and the visual picture is so that a relatively small area of high density (“spots”, “clouds”) are separated by spaces with low densities, sometimes not fixed by standard methods of observation. This phenomenon is especially clearly expressed in water areas, which are characterized by the necessity for nutrient elements. The vegetative period of phytoplankton were taken into account in the modeling of biological kinetics processes.

Various systems of the “Analytical GIS” portal, developed by the Institute of Information Transmission Problems of RAS (IITP RAS, Moscow) [6] and the data of SRC “Planeta” (see Fig. 3, Fig. 4), site data of the AzSRIF were used as the input data for modeling of hydrophysical processes in addition to expedition data, literary sources.

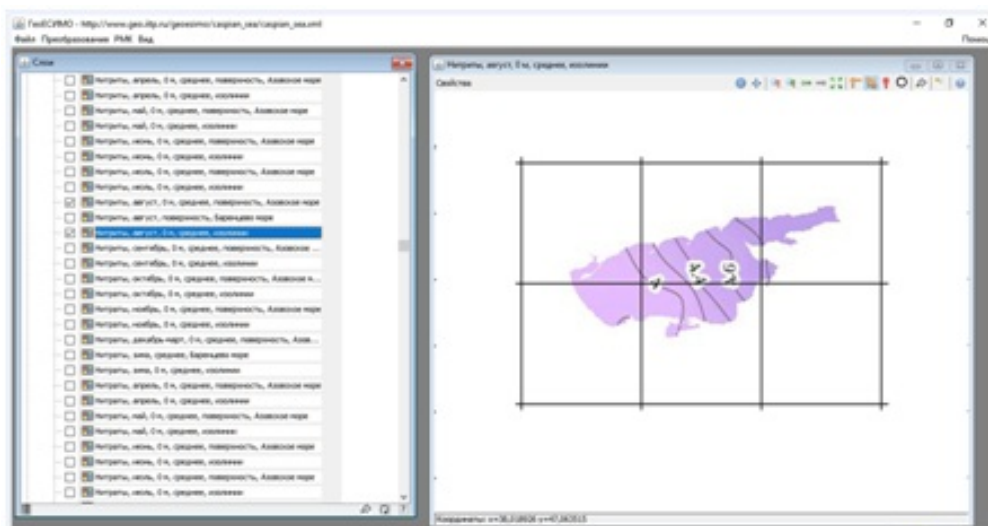
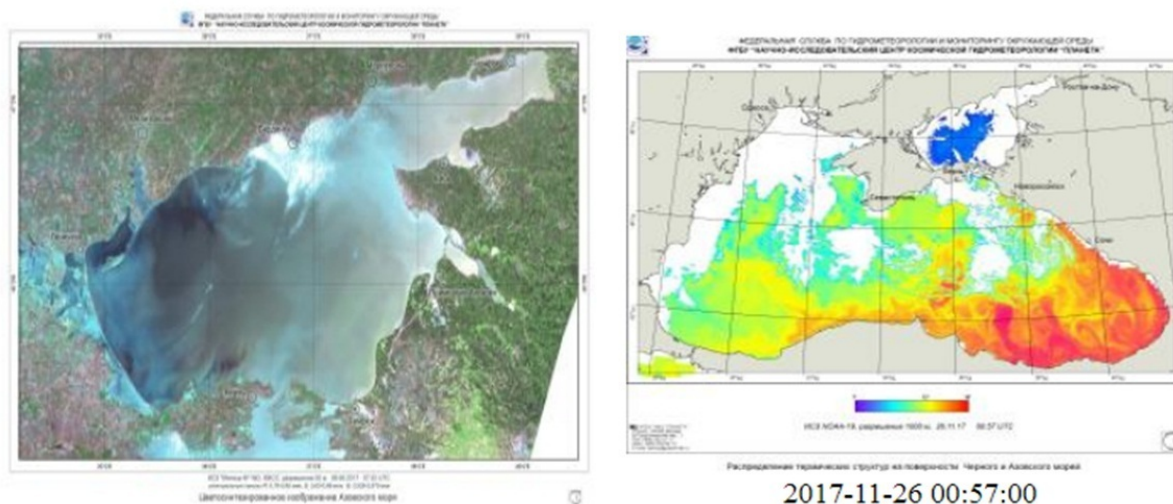


Fig. 3. Navigation board of the “Analytical GIS” portal



a) Satellite image of the Azov Sea

b) Map of sea surface temperatures

Fig. 4. Ecological data from the site of the SRC “Planeta”

Diffusion processes in the water occurred in the direction of smoothing the spatial distribution and dispersion of the “patches” of phytoplankton. One of the attempts to explain the paradox of stability “spots” with the help of numerical experiments is to assume about the active movement of heterotrophic organisms (zooplankton and fish) in the direction of the “food” gradient that

provides the consolidation of spatial heterogeneity of nutrients in the aquatic environment. Sustainable heterogeneity of the spatial distribution can be, for example, due to diffusion processes and the presence of phytoplankton mechanism of acting regulation, i.e. regulation of the growth rate through selection in the environment of biologically active metabolites.

Calculation results of pollution of biogenic matter for the model (1) – (3) (the initial distribution of the current fields of water flow in the Northern wind) are given in Fig. 5. The influence of current structures of the water flow in the Azov Sea on the distribution of pollution nutrients and phytoplankton is given in Fig. 5, 6 below.

The modeling results of phytoplankton dynamics in the Azov Sea are given in Fig. 6 ( $N$  is the iteration number, the initial distribution of the current fields of water flow in the Northern wind).

The maximum values of concentrations of biogenic matter (nitrogen) and the phytoplanktons are defined by the white color, and the minimum values of concentrations – by the black color.

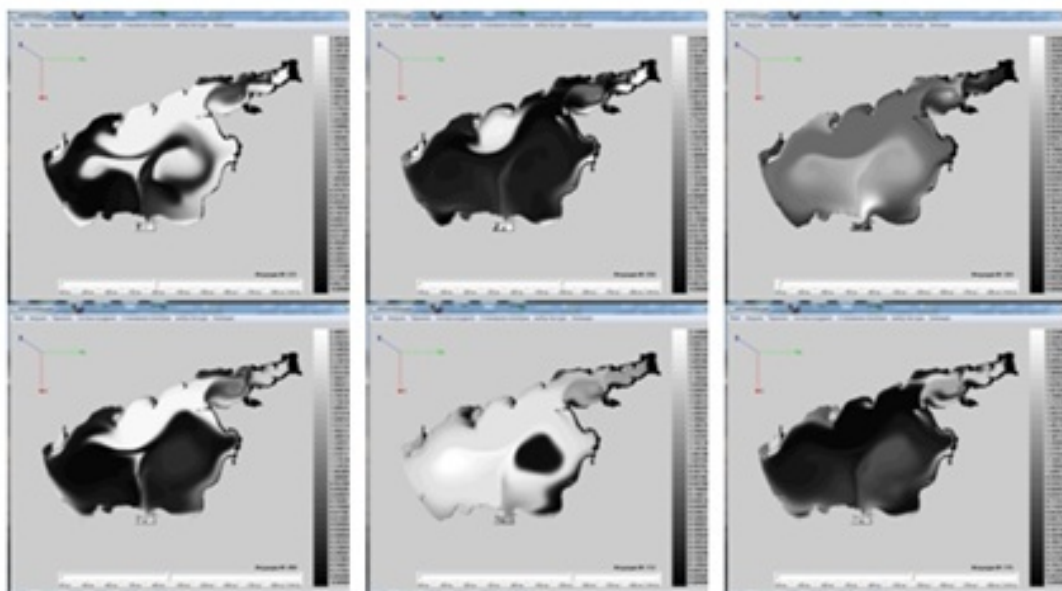


Fig. 5. Distribution of pollutant concentrations in different time

The criterion for the adequacy of the proposed model of the plankton and ctenophores interaction in (1) – (3) of shallow water was the error estimation of modeling with the field data according to the available measurements, which was calculated by the formula:  $\delta = \sqrt{\sum_{k=1}^n (S_{k \text{ nat}} - S_k)^2} / \sqrt{\sum_{k=1}^n S_{k \text{ nat}}^2}$ , where  $S_{k \text{ nat}}$  is the concentration value obtained with the help of field expedition measurements;  $S_k$  is the value calculated with the help of the proposed model. The concentrations of pollutions and plankton, calculated at the various wind situations, were taken into account if the relative error did not exceed 30%.

The analysis of various development ways of the Azov Sea ecosystem was performed using the mathematical modeling. According to the obtained results, the *B. Ovata* can control the coastal populations of the *Mnemiopsis leidyi*.

Using the model data, we can research and predict the growth of the *M. Leidyi* population in spring and summer and the disappearance of species after the appearance of the *B.ovata*. In addition, it is possible to observe dynamics of changes in the biomass of fodder zooplankton in coastal waters and the open sea, the intense reproduction of bivalves, which declined in recent

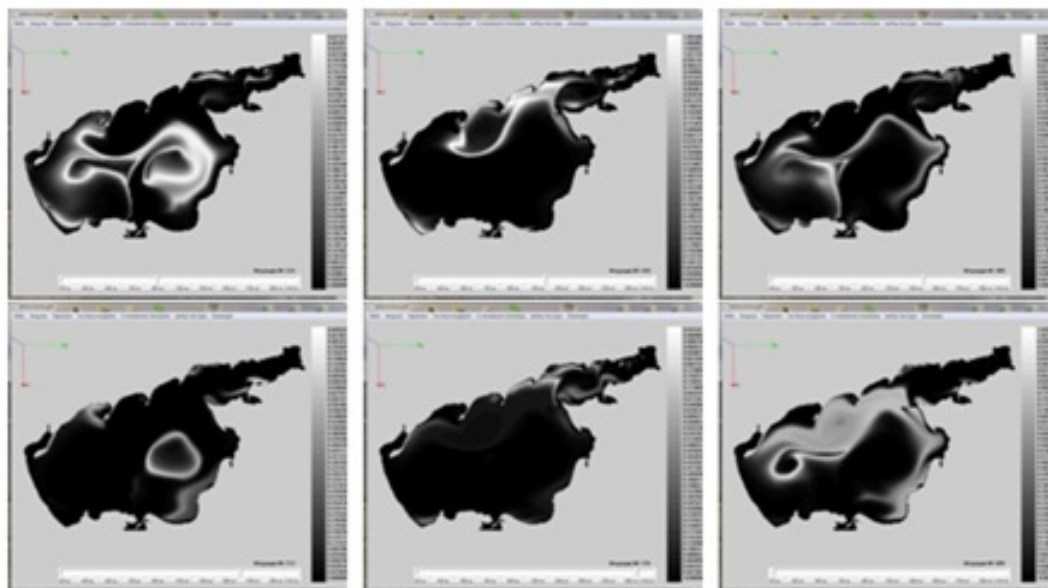


Fig. 6. Distribution of phytoplankton concentrations in different time

years under the influence of introduction of *M. leidyi*, and the process of restoration of benthic communities.

Further development of the Azov-Black Sea basin ecosystem depends on the stability of the introduction of *B. ovata*. In this sense, it is necessary to mention that the difference in climatic conditions and water circulation has had a negative impact on the development of *B. ovata* in recent decades. Early appearance of *B. ovata* in a relatively cold period reflects its lasting adaptation to the conditions of the Azov-Black Sea basin. Possible development of this species in early summer may stop the outbreak of *M. leidyi*, which has become a regular in July-August.

According to the obtained results of numerical experiment, the appearance of the *M. Leidyi* ctenophore led to irreversible major changes at all levels – from individual populations to the ecosystem of the sea. Stable moving of *B. ovata* leads to the restoration of fodder zooplankton, benthic communities and fish populations that feed on plankton in the Azov-Black Sea basin.

Significant structural and functional reorganization of ecosystems occurred as the result of the activity of *M. leidyi* that has the influence on the production and destruction processes.

Favorable conditions for the development of heterotrophic microplankton are formed at the region of active development of *M. leidyi* due to continuous discharge of large amounts of mucus. The heterotrophic microplankton is processing this organic. And as a result the structure and concentration of biogenic elements are changed, that is an additional stimulant for the development of phytoplankton community.

## Conclusion

The primary verification of the model of the Azov Sea ecosystem was performed with the help of expedition researches. Modeling and prediction problem of the water ecosystem situation in the Azov Sea under anthropogenic influence and invasions of ctenophores for a comprehensive research of this unique water object was implemented. The software complex, combining the mathematical models and databases, was performed with the help of which the conditions of invasion of invasive species (ctenophores) on the changing of the concentration of phyto- and zooplankton.

The distinctive features of the developed algorithms are the decomposition of calculations based on the method of k-means method, implementing a set of hydrobiological model problem on a multiprocessor computing system, and the high performance, reliability and accuracy of results. High performance is achieved through the use of efficient numerical methods for solving grid equations, oriented for using on parallel computer systems in real and accelerated time. The accuracy is achieved by taking into account the important physical factors, such as the Coriolis force, turbulent exchange, the complex geometry of bottom and coastline, evaporation, river flows, the dynamic reconstruction of computational domain, wind stress and friction on the bottom and the deviation of pressure field from the hydrostatic approximation. The accuracy is achieved by using detailed computational grids, taking into account the degree of “fillness” of computational cells, and the absence of nonconservative dissipative terms and revision sources (sinks), occurring from finite difference approximations.

The comparison of developed software complex for MCS, implementing the development scenarios of the environmental situation in the Azov Sea with using a numerical implementation of the developed model of biological kinetics, with similar works in the sphere of mathematical modeling of hydrological processes was performed. As a result, the prediction accuracy of changes in concentrations of pollutants, phyto- and zooplankton, and ctenophores was increased by 10 – 20 % depending on the model problem of aquatic ecology.

In the future we plan to consider the impact of pollution nutrients subsidence, causing phytoplankton blooms in summer and coming out of the air with subsequent deposition on the water surface, in the model of plankton and ctenophores interaction.

*This paper was partially supported by the grant No.17-11-01286 of the Russian Science Foundation.*

*This paper is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Non Commercial 3.0 License which permits non-commercial use, reproduction and distribution of the work without further permission provided the original work is properly cited.*

## References

1. Shushkina E.A., Vinogradov M.E. Changes of Phytoplankton in openRregion of the Black Sea for Many Years. *Okeanologiya* [Oceanology]. 1991. vol. 3, no. 6. pp. 973–980. (in Russian)
2. Shushkina E.A., Musaeva E.I., Anohina L.L., Lukasheva T.A. The Role of Jelly Macroplankton, Jellyfish Aurelia and Ctenophores Mnemiopsis and Be in Plankton Communities of the Black Sea. *Okeanologiya* [Oceanology]. 2006. vol. 40, no. 6. pp. 859–866. (in Russian)
3. Povazhnyiy V.V., Moiseev D.V. Modern situation of *Mnemiopsis leidyi* (*A. Adassiz*) Ctenophores Population in the Taganrog Bay. Ecosystem Research of the Azov Sea, Black Sea, Caspian Sea. *Apatity: Izd-vo KNTs RAN* [Apatite: Publishing House of the CSC RAS]. 2006. vol. 8. pp. 132–141. (in Russian)
4. Kamakin A.M., Zaytsev V.F., Katunin D.N. Ecological-Biological Basis of Mathematical Modeling of the Ctenophore *Mnemiopsis leidyi* Populations in the Caspian Sea. *Vestnik AGTU. Ser.: Rybnoe khozyaistvo* [Vestnik of AFTU. Ser.: Fisheries]. 2015. no. 1. pp. 47–61.
5. Dudkin S.I., Lozhichevskaya T.V., Mirzoyan I.A. The Metabolism of the Ctenophore *Mnemiopsis leidyi* in the Azov area and Some Environmental Consequences of its Introduction.

- Tezisy докладov 8 s"ezda Gidrobiologicheskogo obshchestva RAN, Kaliningrad* [The 8-th Congress of Hydrobiological Society of RAS: abstracts]. Kaliningrad, 2001. pp. 76–77. (in Russian)
6. Portal "Analiticheskie GIS" [The "Analytical GIS"portal]. Available at: <http://geo.iitp.ru/index.php> (accessed: 25.04.2018).
  7. Shiganova T.A, Sapozhnikov V.V., Musaeva E.I., etc. The Conditions, Determined the Distribution of the Ctenophore *Mnemiopsis leidyi* and its Impact on the Ecosystem of the Northern Caspian Sea. *Okeanologiya* [Oceanology]. 2003. vol. 43, no. 5. pp. 716–733. (in Russian)
  8. Volovik S.P. (ed.) *Grebnevik Mnemiopsis leidyi (A. Agassiz) v Azovskom i Chernom moryakh i posledstviya ego vseleniya* [The Ctenophore *Mnemiopsis Liedyi (A. Agassiz)* in the Azov and Black Seas and the Consequences of their Choice]. Rostov-on-don. 2000. 320 p.
  9. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Semenyakina A.A., Nikitina A.V. Numerical Modeling of an Ecological Condition of the Sea of Azov with Application of Schemes of the Raised Accuracy Order on the Multiprocessor Computing System. *Computer researches and modeling*. 2016. vol. 8, no. 1. pp. 151–168.
  10. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Nikitina A.V., Semenyakina A.A., Korovin Y.E, Schaefer G. Modelling of Oil Spill Spread. *2016 5th International Conference on Informatics, Electronics and Vision (ICIEV)*. 2016. pp. 1134–1139.
  11. *Nauchno-issledovatel'skii tsentr "Planeta"* [State Research Center "Planeta"]. Available at: [http://planet.iitp.ru/english/index\\_eng.htm](http://planet.iitp.ru/english/index_eng.htm) (accessed: 25.04.2018).
  12. Sukhinov A.I., Nikitina A.V., Chistyakov A.E., Semenov I.S., Semenyakina A.A., Khachunts D.S. Mathematical modeling of eutrophication processes in shallow waters on multiprocessor computer system. *Parallelnye vychislitelnye tekhnologii (PaVT'2016): trudy mezhdunarodnoi nauchnoi konferentsii ( Arkhangel'sk, 28 marta – 1 aprelya 2016)* [Parallel Computational Technologies (PCT 2016): Proceedings of the 10th Annual International Scientific Conference on Parallel Computing Technologies, CEUR Workshop Proceedings (Arkhangelsk, Russia, March 29-31, 2016)]. 2016. vol. 1576. pp. 320–333.
  13. Nikitina A.V., Sukhinov A.I., Ugolnitsky G.A., Usov A.B., Chistyakov A.E., Puchkin M.V., Semenov I.S. Optimal Control of Sustainable Development in the Biological Rehabilitation of the Azov Sea. *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2017. vol. 9, no. 1. pp. 101–107.
  14. Nikitina A.V., Tretyakov M.V. Modeling of Algae Process of Shallow Water by Instilling a Strain of Green Algae *Chlorella vulgaris bin.* *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering science]. 2012. no. 1. pp. 128–133. (in Russian)
  15. Sukhinov, A.I., Nikitina, A.V., Chistyakov, A.E., Semenov, I.S.: Mathematical Modeling of the Formation Conditions of Zamora in Shallow Waters on a Multiprocessor Computing System. *Vychislitel'nye metody i programirovanie: novye vychislitel'nye tekhnologii* [Computational methods and programming: new computing technology]. 2013. vol. 14, no. 1. pp. 103–112.
  16. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Protsenko E.A. Two-Dimensional Hydrodynamic Model that Takes into Account the Dynamic Rebuild of the Bottom Geometry of a Shallow Water.



- Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Science]. 2011. no. 8(121). pp. 159–167. (in Russian)
17. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Protsenko E.A. The Construction of Discrete Two-Dimensional Mathematical Model of Sediment Transport. *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Science]. 2011. no. 8(121). pp. 32–44. (in Russian)
18. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Protsenko E.A. Mathematical Modeling of Sediment Transport in the Coastal Zone of Shallow Reservoirs. *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2014. vol. 6, no. 4. pp. 351–363.
19. Samarskiy A.A. *Teoriya raznostnykh skhem* [Theory of Difference Schemes]. Moscow, Publishing of the Nauka, 1989. 616 p.
20. Nikitina A.V., Semenyakina A.A., Chistyakov A.E. Parallel Implementation of the Tasks of Diffusion-Convection-Based Schemes of High Order of Accuracy. *Vestnik komp'yuternykh i informatsionnykh tekhnologii* [Vestnik of Computer and Information Technology]. 2016. no. 7(145). pp. 3–8. (in Russian)
21. Sukhinov A.I., Nikitina A.V., Semenyakina A.A., Chistyakov A.E. Complex of Models, Explicit Regularized Schemes of High-Order of Accuracy and Applications for Predictive Modeling of After-Math of Emergency Oil Spill. *Parallelnye vychislitelnye tekhnologii (PaVT'2016): trudy mezhdunarodnoi nauchnoi konferentsii ( Arkhangel'sk, 28 marta – 1 aprelya 2016)* [Parallel Computational Technologies (PCT 2016): Proceedings of the 10th Annual International Scientific Conference on Parallel Computing Technologies, CEUR Workshop Proceedings (Arkhangelsk, Russia, March 29-31, 2016)]. 2016. vol. 1576. pp. 308–319.
22. Sukhinov A.I., Nikitina A.V., Semenyakina A.A., Protsenko E.A. Complex Programs and Algorithms to Calculate Sediment Transport and Multi-Component Suspensions on a Multiprocessor Computer System. *Inzhenernyi vestnik Dona* [Engineering Journal of Don]. 2015. vol. 38, no. 4(38). pp. 52. (in Russian)
23. Konovalov A.N. The Theory of Alternating-Triangular Iterative Method. *Sibirskii matematicheskii zhurnal* [Siberian Mathematical Journal]. 2002. vol. 43, no. 3. pp. 552–572.
24. Belotserkovskiy O.M. *Turbulentnost': novye podkhody* [The Turbulence: the New Approaches]. Moscow: Publishing of the Nauka, 2003. 286 p.
25. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E. Adaptive Modified Alternating Triangular Iterative Method for Solving Grid Equations with Non-Selfadjoint Operator. *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2012. vol. 24, no. 1. pp. 3–20.
26. Nikitina A.V., Sukhinov A.I., Ougolnitsky G.A., Usov A.B., Chistyakov A.E., Puchkin M.V., Semenov I.S. Optimal Management of Sustainable Development at the Biological Rehabilitation of the Azov Sea. *Mathematical Models and computer Simulations*. 2016. vol. 28. no. 7. pp. 96–106.
27. Chistyakov A.E., Nikitina A.V., Ougolnitsky G.A., Puchkin V.M., Semenov I.S., Sukhinov A.I., Usov A.B. A Differential Game Model of Preventing Fish Kills in Shallow Waterbodies. *Game Theory and Applications*. 2015. vol. 17. pp. 37–48.
28. Tran J.K. A Predator-prey Functional Response Incorporating Indirect Interference and Depletion. *Verh. Internat. Verein. Limnol.* 2008. vol. 30. pp. 302–305.

29. Tyutyunov Yu., Senina I., Arditi R. Clustering due to Acceleration in the Response to Population Gradient: a Simple Self-organization Model. *The American Naturalist*. 2004. vol. 164. pp. 722–735. DOI: 10.1086/425232.
30. Volterra V. Variations and Fluctuations of the Number of Individuals in Animal Species Living Together. *Rapp. P., V. Reun. Cons. Int. Explor. Mer.* 1928. vol. 3. pp. 3–51.
31. Yakushev E.V., Mikhailovsky G.E. Mathematical Modeling of the Influence of Marine Biota on the Carbon Dioxide Ocean-atmosphere Exchange in High Latitudes. *Air-Water Gas Transfer* [Sel. Papers: Third Int. Symp., Heidelberg University, ed. by B. Jaehne and E.C. Monahan]. 1995. pp. 37–48.
32. Petrov I.B. Application of Grid-characteristic Method for Numerical Solution of Deformable Solid Mechanics Dynamical Problems. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2017. vol. 1, no. 1. pp. 1–20.
33. Sukhinov A.I., Sidoryakina V.V., Sukhinov A.A. Sufficient Convergence Conditions for Positive Solutions of Linearized Two-dimensional Sediment Transport Problem. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2017. vol. 1, no. 1. pp. 21–35.
34. Nikitina A.V., Semenyakina A.A. Mathematical Modeling of Eutrophication Processes in Azov Sea on Supercomputers. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2017. vol. 1, no. 1. pp. 82–101.
35. Chistyakov A.E., Protsenko E.A., Timofeeva E.F. Mathematical Modeling of Oscillatory Processes with a Free Boundary. *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2017. vol. 1, no. 1. pp. 102–112.

## ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РЕАЛИЗАЦИИ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО АЛГОРИТМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОПУЛЯЦИЙ ГРЕБНЕВИКА В АЗОВСКОМ МОРЕ

© 2018 А.И. Сухинов<sup>1</sup>, А.В. Никитина<sup>2</sup>, А.Е. Чистяков<sup>1</sup>, А.А. Семенякина<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Донской государственный технический университет

(344000 г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),

<sup>2</sup>Южный федеральный университет

(344000 г. Ростов-на-Дону, ул. Большая Садовая, 105/42),

<sup>3</sup>Научно-исследовательский центр суперЭВМ и нейрокомпьютеров

(347900 г. Таганрог, Итальянский переулок, 106)

E-mail: [sukhinov@gmail.com](mailto:sukhinov@gmail.com), [nikitina.vt@gmail.com](mailto:nikitina.vt@gmail.com), [cheese\\_05@mail.ru](mailto:cheese_05@mail.ru), [j.a.s.s.y@mail.ru](mailto:j.a.s.s.y@mail.ru)

Поступила в редакцию: 25.04.2018

Целью работы является разработка и исследование математической модели процессов взаимодействия популяций планктона и гребневика на основе современных информационных технологий и вычислительных методов, позволяющей повысить точность прогнозного моделирования экологической обстановки мелководного водоема в летний период. Модель учитывает: движение водного потока; микротурбулентную диффузию; нелинейное взаимодействие популяций планктона и гребневика; биогенный, температурный и кислородный режимы; влияние солености. Использование метода частичной заполненности расчетных ячеек при дискретизации модели позволяет существенно повысить точность и сократить время вычислений. Практическая значимость работы состоит в том, что предложенная модель программно реализована, определены пределы и перспективы ее практического использования. На базе супер-ЭВМ разработано экспериментальное программное обеспечение, предназначенное для математического моделирования возможных сценариев развития экосистем мелководных водоемов на примере Азовского моря в летний период. При параллельной реализации были использованы методы декомпозиции сеточных областей для вычислительно-трудоемких задач диффузии-конвекции, учитывающие архитектуру и параметры многопроцессорной вычислительной системы.

*Ключевые слова:* математическая модель, гидробиологические процессы, экспедиционные исследования, гребневик, Азовское море, параллельный алгоритм, многопроцессорная вычислительная система.

### ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Sukhinov A.I., Nikitina A.V., Chistyakov A.E., Semenyakina A.A. Practical Aspects of Implementation of the Parallel Algorithm for Solving Problem of Ctenophore Population Interaction in the Azov sea // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2018. Т. 7, № 3. С. 31–54. DOI: 10.14529/cmse180303.

### Литература

1. Шушкина Е.А., Виноградов М.Е. Изменения планктона в открытых регионах Черного моря в течение многих лет // Океанология. 1991. Т. 31, № 6. С. 973–980.
2. Шушкина Е.А., Мусаева Е.И., Анохина Л.Л., Лукашева Т.А. Роль желетелого макропланктона, медузы Aurelia и гребневиков Mnemiopsis и Ve в сообществах планктона Черного моря // Океанология. 2000. Т. 40, № 6. С. 859–866.
3. Поважный В.В., Моисеев Д.В. Современное состояние популяции гребневика *Mnemiopsis leidyi* (A. Adassiz) в Таганрогском заливе // Экосистемные исследования Азовского,

- Черного, Каспийского морей. Апатиты: Изд-во КНЦ РАН. 2006. Т. VIII. С. 132–141.
4. Камакин А.М., Зайцев В.Ф., Катунин Д.Н. Эколого-биологическое обоснование математического моделирования популяции гребневика *Mnemiopsis leidyi* в Каспийском море // Вестник АГТУ. Сер.: Рыбное хозяйство. 2015. №1. С. 47–61.
  5. Дудкин С.И., Ложичевская Т.В., Мирзоян И.А. Метаболизм гребневика *Mnemiopsis leidyi* в Азовском ареале и некоторые экологические последствия его вселения // Тезисы докладов 8 съезда Гидробиологического общества РАН, Калининград. 2001. С. 76–77.
  6. Портал «Аналитические ГИС». URL: <http://geo.iitp.ru/index.php> (дата обращения 25.04.2018).
  7. Шиганова Т. А. , Сапожников В. В., Мусаева Э. И. и др. Условия, определяющие распределение гребневика *Mnemiopsis leidyi* и его воздействие на экосистему Северного Каспия // Океанология. 2003. Т. 43, № 5. С. 716–733.
  8. Воловик С.П. (ред.). Гребневик *Mnemiopsis leidyi* (А. Agassiz) в Азовском и Черном морях и последствия его вселения. Ростов-на-Дону, 2000. 320 с.
  9. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Semenyakina A.A., Nikitina A.V. Numerical Modeling of an Ecological Condition of the Sea of Azov with Application of Schemes of the Raised Accuracy Order on the Multiprocessor Computing System // Computer researches and modeling. 2016. Vol. 8, No. 1. P. 151–168.
  10. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Nikitina A.V., Semenyakina A.A., Korovin Y.E, Schaefer G. Modelling of Oil Spill Spread // 2016 5th International Conference on Informatics, Electronics and Vision (ICIEV). 2016. P. 1134–1139.
  11. Научно-исследовательский центр «Планета». URL: [http://planet.iitp.ru/english/index\\_eng.htm](http://planet.iitp.ru/english/index_eng.htm).
  12. Sukhinov A.I., Nikitina A.V., Chistyakov A.E., Semenov I.S., Semenyakina A.A., Khachunts D.S. Mathematical Modeling of Eutrophication Processes in Shallow Waters on Multiprocessor Computer System // 10th Annual International Scientific Conference on Parallel Computing Technologies (PCT 2016): CEUR Workshop Proceedings. 2016. Vol. 1576. P. 320–333.
  13. Nikitina A.V., Sukhinov A.I., Ugolnitsky G.A., Usov A.B., Chistyakov A.E., Puchkin M.V., Semenov I.S. Optimal Control of Sustainable Development in the Biological Rehabilitation of the Azov Sea // Mathematical Models and Computer Simulations. 2017. Vol. 9, No. 1. P. 101–107.
  14. Никитина А.В., Третьякова М.В. Моделирование процесса альголизации мелководного водоема путем вселения в него штамма зеленой водоросли *Chlorella vulgaris* bin // Известия ЮФУ. Технические науки. 2012. № 1. С. 128–133.
  15. Сухинов А.И., Никитина А.В., Чистяков А.Е., Семенов И.С. Математическое моделирование условий формирования заморозов в мелководных водоемах на многопроцессорной вычислительной системе // Вычислительные методы и программирование: новые вычислительные технологии. 2013. Т. 14, № 1. С. 103–112.
  16. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Проценко Е.А. Двумерная гидродинамическая модель, учитывающая динамическое перестроение геометрии дна мелководного водоема // Известия ЮФУ. Технические науки. 2011. № 8(121). С. 159–167.

17. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Проценко Е.А. Построение дискретной двумерной математической модели транспорта наносов // Известия ЮФУ. Технические науки. 2011. № 8(121). С. 32–44.
18. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Protsenko E.A. Mathematical Modeling of Sediment Transport in the Coastal Zone of Shallow Reservoirs // Mathematical Models and Computer Simulations. 2014. Vol. 6, No. 4. P. 351–363.
19. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989. 616 с.
20. Никитина А.В., Семенякина А.А., Чистяков А.Е. Параллельная реализация задачи диффузии-конвекции на основе схем повышенного порядка точности // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2016. № 7 (146). С. 3–7.
21. Семенякина А.А., Никитина А.В., Чистяков А.Е., Сухинов А.И. Комплекс моделей, явных регуляризованных схем повышенного порядка точности и программ для предсказательного моделирования последствий аварийного разлива нефтепродуктов // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2016): Труды международной научной конференции (Архангельск, 28 марта – 1 апреля 2016 г.). Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2016. С. 308–319.
22. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Семенякина А.А., Никитина А.В. Параллельная реализация задач транспорта веществ и восстановления донной поверхности на основе схем повышенного порядка точности // Вычислительные методы и программирование: новые вычислительные технологии. 2015. Т. 16. С. 256–267.
23. Коновалов А.Н. К теории попеременно-треугольного итерационного метода // Сибирский математический журнал. 2002. Т. 43, № 3. С. 552–572.
24. Белоцерковский О.М. Турбулентность: новые подходы. М.: Наука, 2003. 286 с.
25. Сухинов А.И., Чистяков А.Е. Адаптивный модифицированный попеременно-треугольный итерационный метод для решения сеточных уравнений с несамосопряженным оператором // Математическое моделирование. 2012. Т. 24, № 1. С. 3–20.
26. Никитина А.В., Сухинов А.И., Угольницкий Г.А., Усов А.Б., Чистяков А.Е., Пучкин М.В., Семенов И.С. Оптимальное управление устойчивым развитием при биологической реабилитации Азовского моря // Математическое моделирование. 2016. Т. 28, № 7. С. 96–106.
27. Никитина А.В., Пучкин М.В., Семенов И.С., Сухинов А.И., Угольницкий Г.А., Усов А.Б., Чистяков А.Е. Дифференциально-игровая модель предотвращения заморозов в мелководных водоемах // Управление большими системами. 2015. № 55. С. 343–361.
28. Tr an J.K. A Predator-prey Functional Response Incorporating Indirect Interference and Depletion. Verh. Internat. Verein. Limnol. 2008. Vol. 30. P. 302–305.
29. Tyutyunov Yu., Senina I., Arditi R. Clustering due to Acceleration in the Response to Population Gradient: a Simple Self-organization Model // The American Naturalist. 2004. Vol. 164. P. 722–735. DOI: 10.1086/425232.
30. Volterra V. Variations and Fluctuations of the Number of Individuals in Animal Species Living Together // Rapp. P., V. Reun. Cons. Int. Explor. Mer. 1928. Vol. 3. P. 3–51.

31. Yakushev E.V., Mikhailovsky G.E. Mathematical Modeling of the Influence of Marine Biota on the Carbon Dioxide Ocean-atmosphere Exchange in High Latitudes // Air-Water Gas Transfer, Sel. Papers: Third Int. Symp., Heidelberg University, ed. by B. Jaehne and E.C. Monahan. 1995. P. 37–48.
32. Petrov I.B. Application of Grid-characteristic Method for Numerical Solution of Deformable Solid Mechanics Dynamical Problems // Computational Mathematics and Information Technologies. 2017. Vol. 1, No. 1. P. 1–20.
33. Sukhinov A.I., Sidoryakina V.V., Sukhinov A.A. Sufficient Convergence Conditions for Positive Solutions of Linearized Two-dimensional Sediment Transport Problem // Computational Mathematics and Information Technologies. 2017. Vol. 1, No. 1. P. 21–35.
34. Nikitina A.V., Semenyakina A.A. Mathematical Modeling of Eutrophication Processes in Azov Sea on Supercomputers // Computational Mathematics and Information Technologies. 2017. Vol. 1, No. 1. P. 82–101.
35. Chistyakov A.E., Protsenko E.A., Timofeeva E.F. Mathematical Modeling of Oscillatory Processes with a Free Boundary // Computational Mathematics and Information Technologies. 2017. Vol. 1, No. 1. P. 102–112.

Сухинов Александр Иванович, д.ф.-м.н., профессор, НИИ математического моделирования и программирования сложных систем, Донской государственной технической университет (Ростов-на-Дону, Россия)

Никитина Алла Валерьевна, д.т.н., доцент, кафедра интеллектуальных вычислительных систем, Южный федеральный университет (Ростов-на-Дону, Россия)

Чистяков Александр Евгеньевич, д.ф.-м.н., кафедра программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем, Донской государственной технической университет (Ростов-на-Дону, Россия)

Семенякина Алёна Александровна, к.т.н., ООО «Научно-исследовательский центр супер-ЭВМ и нейрокомпьютеров» (Таганрог, Россия)

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ ТРУБЫ С ПОТОКОМ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

© 2018 Л.А. Прокудина, Н.М. Япарова, М.П. Вихирев

*Южно-Уральский государственный университет*

*(454080 Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, д. 76)*

*E-mail: prokudinala@susu.ru, iaparovant@susu.ru, vihmp174@gmail.com*

Поступила в редакцию: 09.04.2018

Контроль расхода жидкости в трубопроводах является актуальной и практически значимой задачей. Основой контроля служат характеристики поперечных колебаний прямой трубы с потоком жидкости. В данной работе рассмотрена математическая модель и численный метод определения колебаний прямого участка трубы с потоком несжимаемой жидкости. Труба подвергается точечному внешнему импульсному воздействию. Для решения поставленной задачи в статье предложен численный метод, основанный на использовании конечно-разностных уравнений и применении QR-разложения матричной формы получаемой системы. С целью проверки принципиальной возможности построения численного решения задачи определения влияния импульсного воздействия на характеристики поперечных колебаний элементов прямой трубы был проведен вычислительный эксперимент. В эксперименте исследовалось влияние скорости и массы потока жидкости, импульсного воздействия, осевого давления, а также параметров трубы на характеристики процесса колебаний. Влияние перечисленных факторов было учтено в коэффициентах уравнения. В ходе эксперимента осуществлен сравнительный анализ получаемых численных решений в трех контрольных точках. Результаты вычислительного эксперимента представлены в работе и свидетельствуют о том, что предложенный метод позволяет выявить влияние импульсного воздействия на характеристики поперечных колебаний.

*Ключевые слова: поперечные колебания трубы, поток несжимаемой жидкости, импульсное воздействие.*

## ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Прокудина Л.А., Япарова Н.М., Вихирев М.П. Численное моделирование колебаний элементов трубы с потоком несжимаемой жидкости // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2018. Т. 7, № 3. С. 55–64. DOI: 10.14529/cmse180304.

## Введение

В настоящее время одной из актуальных задач в области ресурсосбережения является проблема эффективности контроля расхода жидкостей и газов в трубопроводах. Контроль осуществляется посредством кориолисовых расходомеров. Принцип работы датчика учета основан на разности фаз колебаний участков труб трубопровода, по которым движется среда. Разность фаз определяется из характеристик поперечных колебаний трубы, по которой движется поток жидкости. Построение математической модели процесса поперечных колебаний базируется на результатах, представленных в работах [1, 2]. Развитию и исследованию методов определения характеристик колебаний трубы посвящены работы [3–5]. Причиной возникновения колебаний являются движение среды внутри трубы и внешние воздействия. Внешние воздействия порождают дополнительную вибрацию в трубах, которая может привести к искажению показаний расходомера, нарушению герметичности, расшатыванию опор и другим негативным последствиям. Исследованию

влияния внешних воздействий на результаты измерений посвящены работы [6, 7]. В данных работах исследуются зависимости колебаний участков труб трубопровода от скорости потока жидкости, места приложения силы, а также параметров трубы и жидкости.

В существующих методах исключается из рассмотрения влияние демпфирования и продольных сил с целью упрощения модели и представления приближенного аналитического решения в виде Фурье-образов с неопределенными коэффициентами. Далее используют различные подходы для получения требуемых характеристик. Существенная особенность такого подхода заключается в том, что функция колебаний не определяется из рассматриваемых уравнений, а используется только предполагаемая форма ее Фурье-образов. Вследствие этого исследование различных факторов, влияющих на коэффициенты математической модели каждый раз требует разработки новых численных методов.

В данной работе предлагается численный метод определения колебаний прямолинейного участка трубы, подвергаемого внешнему импульсному воздействию, учитывающий течение жидкости, по результатам динамических измерений. Такой подход может служить основой для получения неопределенных коэффициентов в Фурье-представлении требуемых характеристик.

Статья имеет следующую структуру. В первом разделе приведена постановка задачи. Во втором разделе предложена вычислительная схема метода определения колебаний прямолинейного участка трубы. В третьем разделе приведены результаты вычислительного эксперимента, основной целью которого являлась проверка принципиальной возможности построения численного решения задачи. В заключении сформулированы основные выводы, полученные в результате проведенных исследований, а также указаны основные направления дальнейших исследований.

## 1. Постановка задачи

Рассмотрим жестко закрепленную с обоих концов прямую измерительную трубу длиной  $L$ . Труба имеет изгибную жесткость  $EI$ . По трубе передается устойчивый поток несжимаемой жидкости, имеющий осевую скорость  $V$  и осевую силу  $P$ . Труба обладает массой на единицу длины  $M_T$ , а жидкость – массой на единицу длины  $M_f$ . Пусть  $x$  – пространственная переменная по длине трубы,  $x \in [0; L]$ ,  $t$  – время,  $t \geq 0$ ,  $\omega(x, t)$  – отклонение оси трубы от исходного состояния в направлении, перпендикулярном исходному положению. Введем в рассмотрение безразмерные переменные и параметры:

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad \eta = \frac{\omega}{L}, \quad \tau = \frac{t}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{M_T}}, \quad v = VL \sqrt{\frac{M_f}{EI}}, \quad \beta = \frac{M_f}{M_T}, \quad \Pi = \frac{PL^2}{EI}, \quad \chi = \frac{CL^2}{\sqrt{M_T EI}}.$$

Следуя подходу, предложенному в [4], и методике перехода к безразмерным величинам, математическая модель поперечных колебаний трубы примет вид:

$$\frac{\partial^4 \eta}{\partial \xi^4} + (\beta v^2 + \Pi) \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + 2\beta v \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi \partial \tau} + (1 + \beta) \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau^2} + \chi \frac{\partial \eta}{\partial \tau} = 0, \quad \xi \in (0, 1), \quad \tau \geq 0 \quad (1)$$

Условия жесткой закрепленности концов трубы представлены следующими граничными условиями:

$$\begin{aligned} \eta(0, \tau) = \eta(1, \tau) = 0, \quad \tau \geq 0 \\ \eta_\xi(0, \tau) = \eta_\xi(1, \tau) = 0, \quad \tau \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$



Ситуацию, когда труба получает внешнее импульсное воздействие, представим в следующем виде:

$$\begin{aligned}\eta(\xi, 0) &= \mu\xi(1 - \xi), \quad \xi \in [0; 1], \\ \eta_\xi(\xi, 0) &= 0, \quad \xi \in [0, 1]\end{aligned}\tag{3}$$

где  $\mu$  — параметр, характеризующий амплитуду отклонения трубы в результате внешнего воздействия.

Полагаем, что  $\alpha_1 = \beta v^2 + \Pi$ ,  $\alpha_2 = 2\beta v$ ,  $\alpha_3 = 1 + \beta$ ,  $\alpha_4 = \chi$ . Имеем следующее представление математической модели колебаний трубопровода при импульсном воздействии:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^4 \eta}{\partial \xi^4} + \alpha_1 \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + \alpha_2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi \partial \tau} + \alpha_3 \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau^2} + \alpha_4 \frac{\partial \eta}{\partial \tau} &= 0, \quad \xi \in (0; 1), \quad \tau \geq 0 \\ \eta(0, \tau) = \eta(1, \tau) &= 0, \quad \tau \geq 0 \\ \eta_\xi(0, \tau) = \eta_\xi(1, \tau) &= 0, \quad \tau \geq 0 \\ \eta(\xi, 0) &= \mu\xi(1 - \xi), \quad \xi \in [0; 1] \\ \eta_\tau(\xi, 0) &= 0, \quad \xi \in [0, 1]\end{aligned}\tag{4}$$

В работах [4, 8, 9] обосновано существование решения рассматриваемого класса задач.

## 2. Вычислительная схема метода

Идея вычислительного метода определения колебаний основана на использовании конечно-разностных аналогов частных производных и матричного представления математической модели колебаний. Основные этапы построения вычислительной схемы заключаются в следующем. Рассмотрим конечно-разностную сетку  $G$  в области  $Q = \{(\xi, \tau) : 0 \leq \xi \leq 1, 0 \leq \tau \leq T\}$ :

$$G = \{(\xi_i, \tau_j) : \xi_i = i\Delta\xi, \tau_j = j\Delta\tau, i = \overline{0, N-1}, j = \overline{0, M-1}, \Delta\xi = 1/N, \Delta\tau = T/M\}$$

и конечно-разностное представление частных производных в узле  $(i, j)$ , которые, согласно [10], имеют вид:

$$\begin{aligned}\eta_\tau &= \frac{\eta_i^{j+1} - \eta_i^j}{\Delta\tau}, \quad \eta_{\tau\tau} = \frac{\eta_i^{j+2} - 2\eta_i^{j+1} + \eta_i^j}{\Delta\tau^2} \\ \eta_{\tau\xi} &= \frac{\eta_{i+1}^{j+1} - \eta_i^{j+1}}{\Delta\tau\Delta\xi} - \frac{\eta_{i+1}^j - \eta_i^j}{\Delta\tau\Delta\xi}, \quad \eta_{\xi\xi} = \frac{\eta_{i+2}^j - 2\eta_{i+1}^j + \eta_i^j}{\Delta\xi^2} \\ \eta_\xi^{(4)} &= \frac{\eta_{i+4}^j - 4\eta_{i+3}^j + 6\eta_{i+2}^j - 4\eta_{i+1}^j + \eta_i^j}{\Delta\xi^4}.\end{aligned}$$

Тогда конечно-разностный аналог уравнения (1) имеет вид:

$$\begin{aligned}\eta_{i+3}^{j+1} \left( -\frac{4}{\Delta\xi^4} + \frac{\alpha_1}{\Delta\xi^2} - \frac{\alpha_2}{\Delta\tau\Delta\xi} \right) + \eta_{i+2}^{j+1} \left( \frac{6}{\Delta\xi^4} - \frac{2\alpha_1}{\Delta\xi^2} + \frac{\alpha_2}{\Delta\tau\Delta\xi} - \frac{2\alpha_3}{\Delta\tau^2} - \frac{\alpha_4}{\Delta\tau} \right) + \\ + \eta_{i+1}^{j+1} \left( -\frac{4}{\Delta\xi^4} + \frac{\alpha_1}{\Delta\xi^2} \right) + \eta_i^{j+1} \frac{1}{\Delta\xi^4} + \eta_{i+3}^{j+2} \frac{\alpha_2}{\Delta\xi\Delta\tau} + \eta_{i+2}^{j+2} \left( -\frac{\alpha_2}{\Delta\xi\Delta\tau} + \frac{\alpha_3}{\Delta\tau^2} + \frac{\alpha_4}{\Delta\tau} \right) + \\ + \eta_{i+2}^j \frac{\alpha_3}{\Delta\tau^2} + \eta_{i+4}^{j+1} \frac{1}{\Delta\xi^4} = 0, \quad i = 0 \dots N-5, \quad j = 0 \dots M-3,\end{aligned}\tag{5}$$

а для граничных условий (2) имеет место следующее представление:

$$\begin{aligned} \eta_0^j = 0, \quad \eta_{N-1}^j = 0, \quad \frac{\eta_1^j - \eta_0^j}{\Delta\xi} = 0, \quad j = 0 \dots M - 1 \\ \frac{\eta_{N-1}^j - \eta_{N-2}^j}{\Delta\xi} = 0, \quad j = 0 \dots M - 1 \end{aligned} \quad (6)$$

Дополнительные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} \eta_i^0 = \mu i \Delta\xi (1 - i \Delta\xi), \quad i = 0 \dots N - 1 \\ \frac{\eta_i^1 - \eta_i^0}{\Delta\tau} = 0, \quad i = 0 \dots N - 1 \end{aligned} \quad (7)$$

Введем в рассмотрение следующие параметры, зависящие от величины шагов дискретизации:

$$\begin{aligned} a_1 = \frac{1}{\Delta\xi^4}, \quad a_2 = -\frac{4}{\Delta\xi^4} + \frac{\alpha_1}{\Delta\xi^2} - \frac{\alpha_2}{\Delta\tau\Delta\xi}, \quad a_3 = \frac{6}{\Delta\xi^4} - \frac{2\alpha_1}{\Delta\xi^2} + \frac{\alpha_2}{\Delta\tau\Delta\xi} - \frac{2\alpha_3}{\Delta\tau^2} - \frac{\alpha_4}{\Delta\tau} \\ a_4 = -\frac{4}{\Delta\xi^4} + \frac{\alpha_1}{\Delta\xi^2}, \quad a_5 = \frac{1}{\Delta\xi^4}, \quad a_6 = \frac{\alpha_2}{\Delta\xi\Delta\tau}, \quad a_7 = -\frac{\alpha_2}{\Delta\xi\Delta\tau} + \frac{\alpha_3}{\Delta\tau^2} + \frac{\alpha_4}{\Delta\tau} \\ a_8 = \frac{\alpha_3}{\Delta\tau^2}, \quad a_9 = 1, \quad a_{10} = \frac{1}{\Delta\xi}, \quad a_{11} = \frac{1}{\Delta\tau}, \quad b_i = \mu i \Delta\xi (1 - i \Delta\xi), \end{aligned}$$

Из системы (5)–(7) требуется найти значения величин  $\eta_i^j$  в каждом узле  $(i, j)$ . Система (5)–(7) имеет следующее матричное представление:

$$AX = B, \quad (8)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & a_8 & 0 & \dots & 0 & 0 & a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & a_7 & a_6 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & a_8 & \dots & 0 & 0 & 0 & a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_7 & a_6 & \dots \\ \vdots & \vdots \\ a_9 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & a_9 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & a_9 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots \\ a_9 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & a_9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots \\ -a_{10} & a_{10} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -a_{10} & a_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -a_{10} & a_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -a_{10} & a_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots \\ -a_{11} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & -a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} \eta_0^0 \\ \eta_1^0 \\ \vdots \\ \eta_N^0 \\ \eta_0^1 \\ \eta_1^1 \\ \vdots \\ \eta_N^M \end{pmatrix}.$$

Число обусловленности матрицы  $A \gg 1$ , и для получения устойчивого решения системы 8 необходимо согласовывать шаги дискретизации по пространству и времени. В дальнейшем это позволяет использовать для решения исходной задачи стандартные пакеты прикладных программ. В данной работе система была решена методом QR-разложения, реализованного с помощью пакета MATLAB.

### 3. Вычислительный эксперимент

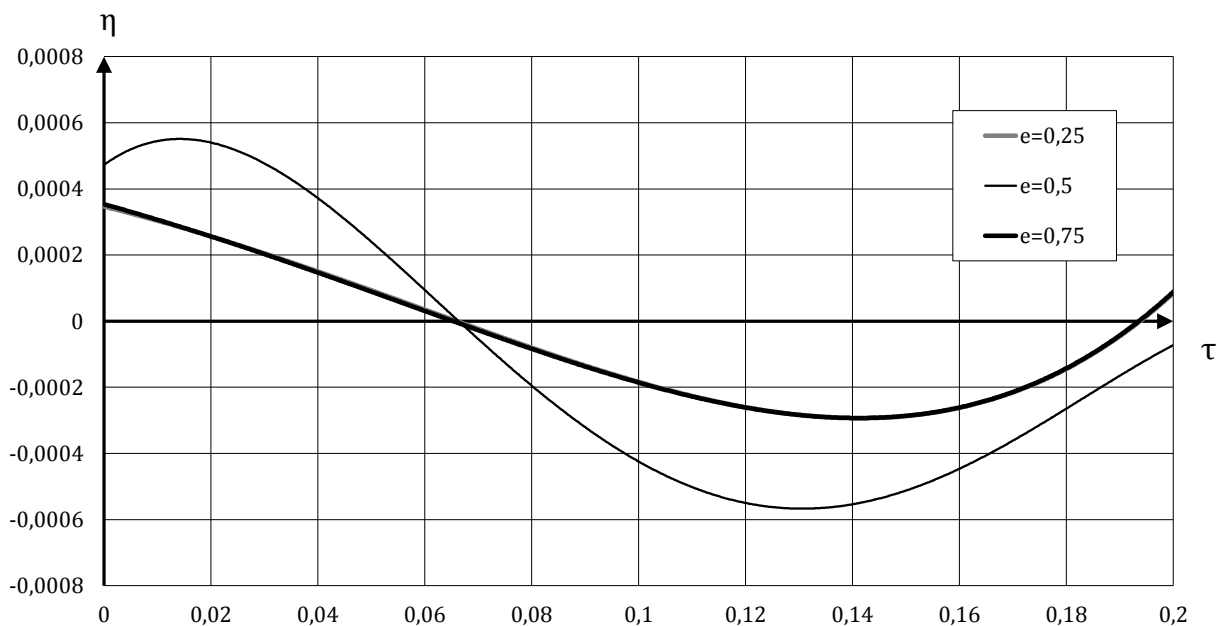
Основная цель вычислительного эксперимента заключалась в проверке принципиальной возможности построения численного решения рассматриваемой задачи (1)–(3). В ходе эксперимента была найдена функция колебаний из уравнений (1)–(3) с помощью предложенной вычислительной схемы. Эксперимент проводился для  $\tau \in [0; 0, 2]$ . Труба получает мгновенное импульсное воздействие в средней точке. Числовые значения параметров модели представлены в таблице. Обозначения в таблице «Тест 1», «Тест 2», «Тест 3» и «Тест 4» соответствуют различным наборам параметров для отдельной реализации эксперимента.

Таблица

Параметры модели

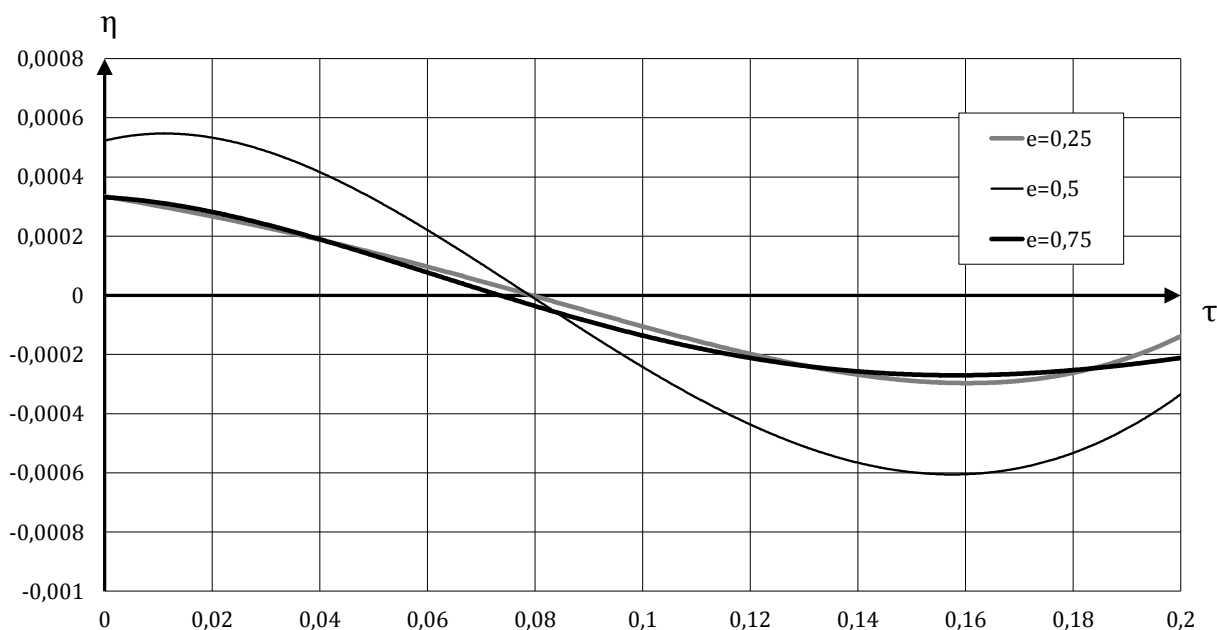
Параметр	Значение			
	Тест 1	Тест 2	Тест 3	Тест 4
$\beta$	0,1	0,5	0,5	0,1
$v$	1	1	1	1
$\Pi$	0	0	0,5	0
$\chi$	0,01	0,01	0,01	0

Результаты численного решения для различных значений коэффициентов  $\beta$ ,  $v$ ,  $\Pi$  и  $\chi$  представлены на нижеприведенных рисунках. На рис. 1–4 представлены отклонения точек трубы в контрольных точках  $\xi = 0, 25$ ,  $\xi = 0, 5$  и  $\xi = 0, 75$  по времени.

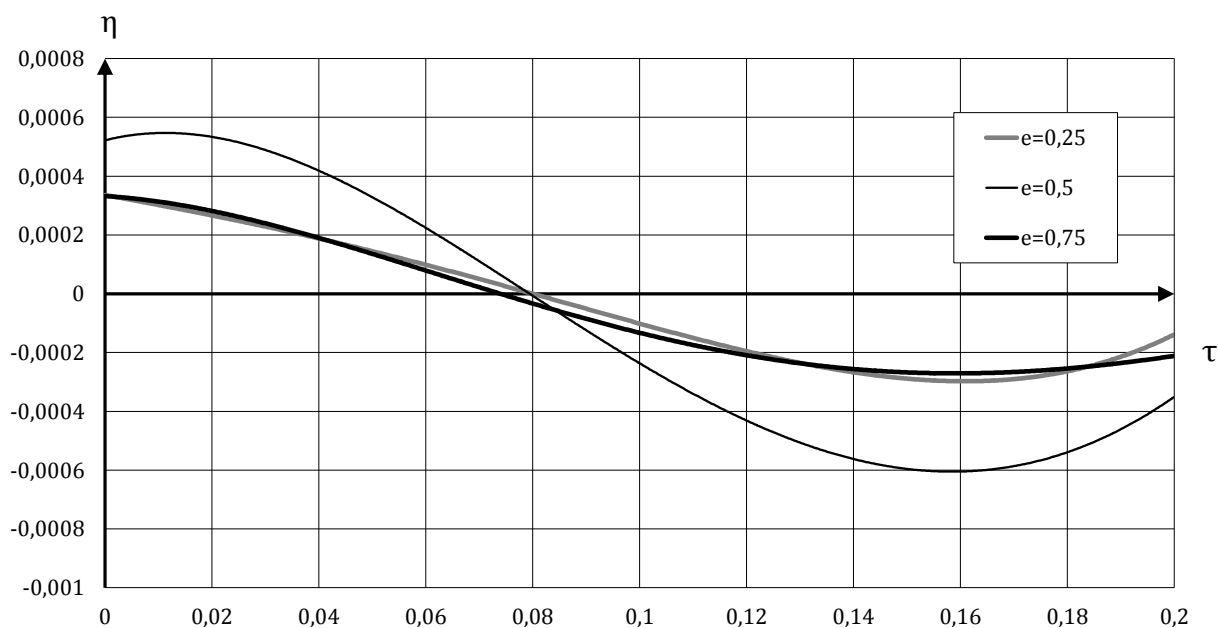


**Рис. 1.** Амплитуды отклонений точек трубы  $\xi = 0,25$ ,  $\xi = 0,5$  и  $\xi = 0,75$ , полученных для  $\beta = 0,1$ ,  $\nu = 1$ ,  $\Pi = 0$ ,  $\chi = 0,01$ . Запаздывание составляет 0,005 с

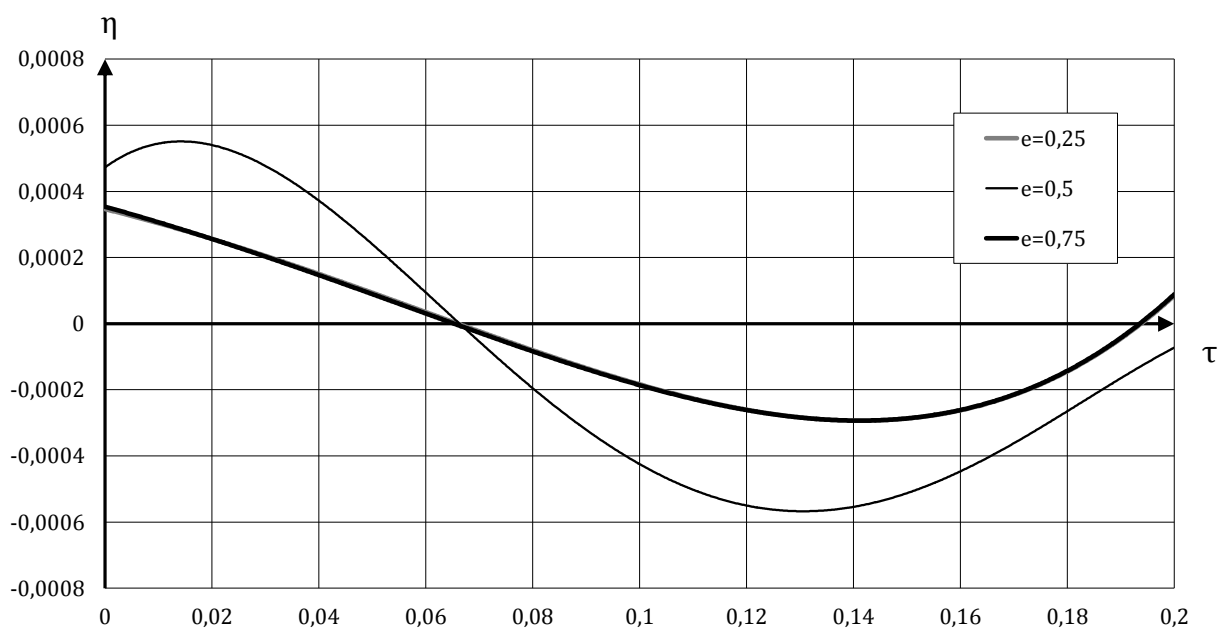
Рис. 1 и рис. 4 соответствуют ситуации, когда в трубе протекает жидкость с усредненной скоростью  $\nu = 1$ . Графики амплитуды колебаний в точках  $\xi = 0,25$  и  $\xi = 0,75$  совпадают. На рис. 4 представлены результаты эксперимента проведенного без учета демпфирования.



**Рис. 2.** Амплитуды отклонений точек трубы  $\xi = 0,25$ ,  $\xi = 0,5$  и  $\xi = 0,75$ , полученных для  $\beta = 0,5$ ,  $\nu = 1$ ,  $\Pi = 0$ ,  $\chi = 0,01$ . Запаздывание составляет 0,009 с



**Рис. 3.** Амплитуды отклонений точек трубы  $\xi = 0,25$ ,  $\xi = 0,5$  и  $\xi = 0,75$ , полученных для  $\beta = 0,5$ ,  $v = 1$ ,  $\Pi = 0,5$ ,  $\chi = 0,01$ . Запаздывание составляет  $0,009$  с



**Рис. 4.** Амплитуды отклонений точек трубы  $\xi = 0,25$ ,  $\xi = 0,5$  и  $\xi = 0,75$ , полученных для  $\beta = 0,1$ ,  $v = 1$ ,  $\Pi = 0$ ,  $\chi = 0$ . Запаздывание составляет  $0,005$  с

Результаты эксперимента свидетельствуют о том, что предложенный метод позволяет определять неизвестную функцию колебаний прямолинейного участка трубы непосредственно из уравнений.

## Заключение

В работе представлена математическая модель и метод определения поперечных колебаний прямой трубы с жестким закреплением по торцам. При построении

математической модели и разработке численного метода учтены факторы движения потока несжимаемой жидкости внутри трубы и внешнего воздействия. В рамках представленной математической модели колебаний прямой трубы осуществлен переход к конечно-разностной системе уравнений. Проведены вычислительные эксперименты по колебаниям элементов трубы в зависимости от параметров потока жидкости, параметров самой трубы и внешнего импульсного воздействия. Результаты вычислительных экспериментов показали, что предложенный подход позволяет выявить влияние импульсного воздействия на систему, и подтвердили принципиальную возможность определить функцию колебаний из предложенной системы дифференциальных уравнений.

Планируется дальнейшее изучение влияния других внешних факторов на характер изменений колебаний трубы. Полученные результаты исследований могут быть использованы в инженерной практике и при совершенствовании средств измерения расхода жидкости в трубопроводах.

*Работа выполнялась при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации прикладных научных исследований в рамках базовой части Государственного задания «Разработка, исследование и реализация алгоритмов обработки данных динамических измерений пространственно-распределенных объектов», техническое задание 8.9692.2017/8.9 от 17.02.2017.*

## Литература

1. Пфейфер П. Колебания упругих тел. М.: ОНТИ ГТТИ, 1934. 155 с.
2. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. М.: Наука, 1967. 444 с.
3. Kutin J., Bajsic I. Stability-boundary Effect in Coriolis Meters // Flow Measurement and Instrumentation. 2001. Vol. 12, No. 1. P. 65–73. DOI: 10.1016/S0955-5986(00)00044-3.
4. Paidoussis M.P. Fluid-Structure Interactions: Slender Structures and Axial Flow, Volume 1. Elsevier Academic Press, 2003. 942 p.
5. Нестеров С.В., Акуленко Л.Д., Коровина Л.И. Поперечные колебания трубопровода с равномерно движущейся жидкостью // Доклады Академии Наук, Механика. 2009. Т. 427, № 6. С. 781–784.
6. Хакимов А.Г., Шакирьянов М.М. Пространственные колебания трубопровода под действием переменного внутреннего давления // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. 2010. Т. 14, № 2 (37). С. 30–35.
7. Миронов М.А., Пятаков П.А., Андреев А.А. Вынужденные изгибные колебания трубы с потоком жидкости // Акустический журнал. 2010. Т. 56, № 5. С. 684–692.
8. Чернятин В.А. Обоснование метода Фурье в смешанной задаче для уравнений в частных производных. М.: МГУ, 1991. 112 с.
9. Бадерко Е.А. Метод теории потенциала в краевых задачах для  $2m$ -параболических уравнений в полуограниченной области с негладкой боковой границей // Дифференциальные уравнения. 1988. Т. 24, № 1. С. 3–9.
10. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 656 с.

Прокудина Людмила Александровна, д.ф.-м.н., профессор, кафедра вычислительной математики и высокопроизводительных вычислений, Южно-Уральский государственный

университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

Япарова Наталия Михайловна, к.ф.-м.н., зав. кафедрой вычислительной математики и высокопроизводительных вычислений, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

Вихирев Михаил Павлович, магистрант, кафедра вычислительной математики и высокопроизводительных вычислений, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

---

DOI: 10.14529/cmse180304

## NUMERICAL SIMULATION OF THE OSCILLATIONS OF THE ELEMENTS OF THE PIPE WITH THE FLOW OF AN INCOMPRESSIBLE FLUID

© 2018 L.A. Prokudina, N.M. Yaparova, M.P. Vikhirev

*South Ural State University (pr. Lenina 76, Chelyabinsk, 454080 Russia)*

*E-mail: prokudinala@susu.ru, iaparovnm@susu.ru, vihmp174@gmail.com*

Received: 09.04.2018

Monitoring of fluid flow in pipelines is an actual and practically significant task. The control is carried out by means of Coriolis flowmeters, the principle of which is based on the phase difference fluctuations of the pipe sections. Of particular interest is the process of transverse vibrations of a straight pipe through which the flow of an incompressible fluid moves. This paper presents a mathematical model of the vibration of a straight section of a pipe with an incompressible fluid flow subjected to external impulse action. Numerical simulation is based on the finite difference analogue. Computational experiments were carried out to determine the transverse vibrations of the elements of a straight pipe on the results of dynamic measurements. According to the results of computational experiments, graphical dependencies for deviations of straight pipe elements with rigid fastening at the ends are presented. The influence on the fluctuations of the fluid flow pipe (velocity, mass), the pulse action, as well as the parameters of the pipe are studied.

*Keywords: transverse vibrations of a pipe, the flow of an incompressible fluid, impulse impact.*

### FOR CITATION

Prokudina L.A., Yaparova N.M., Vikhirev M.P. Numerical Simulation of the Oscillations of the Elements of the Pipe with the Flow of an Incompressible Fluid. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering*. 2018. vol. 7, no. 3. pp. 55–64. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse180304.

*This paper is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Non Commercial 3.0 License which permits non-commercial use, reproduction and distribution of the work without further permission provided the original work is properly cited.*

### References

1. Pfejfer P. *Kolebanija Uprugih Tel* [Vibrations of Elastic Bodies]. Moscow, State Technical and Theoretical Publishing, 1934. 155 p.
2. Timoshenko S.P. *Kolebanija v Inzhenernom Dele* [Vibrations in Engineering]. Moscow, Nauka, 1967. 444 p.

3. Kutin J., Bajsic I. Stability-boundary Effect in Coriolis Meters. *Flow Measurement and Instrumentation*. 2001. vol. 12, no. 1. pp. 65–73. DOI: 10.1016/S0955-5986(00)00044-3
4. Paidoussis M.P. Fluid-Structure Interactions: Slender Structures and Axial Flow, Volume 1. Elsevier Academic Press, 2003. 942 p.
5. Nesterov S.V., Akulenko L.D., Korovina L.I. Transverse Vibrations of a Pipeline with a Uniformly Moving Fluid. *Doklady Akademii Nauk, Mehanika* [Reports of the Academy of Sciences, Mechanics]. 2009. vol. 427, no 6. pp. 781–784. (in Russian)
6. Hakimov A.G., Shakir'janov M.M. Spatial Oscillations of the Pipeline under the Influence of a Variable Internal Pressure. *Vestnik Ufimskogo Gosudarstvennogo Aviacionnogo Tehnicheskogo Universiteta* [Bulletin of the Ufa State Aviation Technical University]. 2010. vol. 14, no 2 (37). pp. 30–35. (in Russian)
7. Mironov M.A., Pjatakov P.A., Andreev A.A. Forced Bending Vibrations of a Pipe with a Liquid Flow. *Akusticheskij Zhurnal* [Acoustic Journal]. 2010. vol. 56, no 5. pp. 684–692. (in Russian)
8. Chernjatin V.A. *Obosnovanie Metoda Fur'e v Smeshannoj Zadache dlja Uravnenij v Chastnyh Proizvodnyh* [Substantiation of the Fourier Method in the Mixed Problem for Partial Differential Equations]. Moscow, Publishing of the Moscow State University, 1991. 112 p.
9. Baderko E.A. The Method of Potential Theory in Boundary Value Problems for  $2m$ -parabolic Equations in a Semibounded Domain with Nonsmooth Lateral Boundary. *Differencial'nye Uravnenija* [Differential Equations]. 1988. vol. 24, no 1. pp. 3–9. (in Russian)
10. Samarskij A.A. *Teorija Raznostnyh Shem* [The Theory of Difference Schemes]. Moscow, Nauka, 1977. 656 p.



# ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ МАТРИЦЫ ЕВКЛИДОВЫХ РАССТОЯНИЙ ДЛЯ МНОГОЯДЕРНОГО ПРОЦЕССОРА INTEL XEON PHI ПОКОЛЕНИЯ KNIGHTS LANDING

© 2018 Т.В. Речкалов, М.Л. Цымблер

*Южно-Уральский государственный университет*

*(454080 Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, д. 76)*

*E-mail: trechkalov@yandex.ru, mzym@susu.ru*

Поступила в редакцию: 06.05.2018

Вычисление матрицы Евклидовых расстояний требуется в широком спектре задач, связанных с интеллектуальным анализом данных. В настоящее время большое количество параллельных алгоритмов решения этой задачи реализовано для графических процессоров. Однако данные разработки не могут быть просто перенесены на многоядерные системы архитектуры Intel Many Integrated Core. В статье предлагается параллельный алгоритм вычисления матрицы Евклидовых расстояний на многоядерном процессоре Intel Xeon Phi поколения Knights Landing для случая, когда входные данные могут быть размещены в оперативной памяти. Данный алгоритм использует блочно-ориентированную схему организации вычислений, которая позволяет эффективно использовать возможности векторизации вычислений Intel Xeon Phi. В алгоритме применена нетривиальная компоновка данных в оперативной памяти для уменьшения количества кэш-промахов процессора во время вычислений. Эксперименты на реальных и синтетических наборах данных показали, что предложенный алгоритм хорошо масштабируется и опережает аналоги в случае прямоугольных матриц с данными малой размерности.

*Ключевые слова: матрица Евклидовых расстояний, OpenMP, Intel Xeon Phi, Knights Landing, компоновка данных в памяти, векторизация вычислений.*

## ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Речкалов Т.В., Цымблер М.Л. Параллельный алгоритм вычисления матрицы Евклидовых расстояний для многоядерного процессора Intel Xeon Phi Knights Landing // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2018. Т. 7, № 3. С. 65–82. DOI: 10.14529/cmse180305.

## Введение

Вычисление матрицы Евклидовых расстояний (МЕР) требуется в широком спектре научных и практических задач, связанных с интеллектуальным анализом данных [5]. Элементами МЕР являются квадраты расстояний<sup>1</sup>, которые могут быть интерпретированы как расстояния между точками одного множества или расстояния между точками двух множеств в Евклидовом пространстве. Указанные случаи порождают, соответственно, квадратные и прямоугольные матрицы. Квадратные МЕР используются в задачах извлечения аудио и видео информации [5], в обработке сигналов [5] и др. Прямоугольные МЕР играют важную роль в приложениях, связанных с кластеризацией данных, где необходимо вычислять расстояние между центрами кластеров и точек данных, подвергаемых кластеризации, например, в сегментировании медицинских изображений [12, 21], иерархической [2] нечеткой [4] кластеризации данных ДНК-микрочипов и др.

<sup>1</sup>Строго говоря, МЕР должны содержать Евклидовы расстояния, но не их квадраты. Однако, здесь и далее будет использоваться определение с квадратом расстояния, поскольку большинство авторов работ о МЕР придерживается данного соглашения [5].

В данной статье рассматривается задача вычисления как квадратной, так и прямоугольной МЕР, определяемая следующим образом. Рассмотрим два непустых конечных множества из  $n$  и  $m$  точек в  $d$ -мерном Евклидовом пространстве. Точки первого множества рассматриваются как строки матрицы  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times d}$ , точки второго множества — как строки матрицы  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{m \times d}$ . Обозначим как  $a_{1,\cdot}, \dots, a_{n,\cdot}$  и  $b_{1,\cdot}, \dots, b_{m,\cdot}$ , где  $a_{i,\cdot}, b_{j,\cdot} \in \mathbb{R}^d$ , строки матриц  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{B}$ , соответственно. Тогда матрица Евклидовых расстояний  $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{n \times m}$  состоит из строк  $d_{1,\cdot}, \dots, d_{n,\cdot}$ , где  $d_{i,\cdot} \in \mathbb{R}^m$ ,  $d_{i,j} = \|a_{i,\cdot} - b_{j,\cdot}\|^2$ , и  $\|\cdot\|$  означает Евклидову норму<sup>2</sup>.

Поскольку вычисление МЕР имеет кубическую временную сложность  $O(nmd)$ , данная задача зачастую представляет собой наиболее времяемкий этап решаемой аналитической проблемы и поэтому является предметом разработки параллельных алгоритмов для различных аппаратных архитектур.

В настоящее время большое количество параллельных алгоритмов вычисления МЕР разработано для графических процессоров [1, 2, 10, 13]. Эти разработки, однако, не могут быть напрямую перенесены на многоядерные системы Intel Xeon Phi [3, 18]. Intel Xeon Phi представляет собой семейство систем на основе архитектуры Intel Many Integrated Core (MIC), которая обеспечивает большое количество вычислительных ядер с высокой пропускной способностью локальной памяти и 512-битными векторными регистрами. Будучи основанными на архитектуре Intel x86, системы Intel Xeon Phi поддерживают параллелизм на уровне нитей и те же программные инструменты, что и обычный процессор Intel Xeon, что делает их конкурентоспособной альтернативой графическим процессорам. На сегодня компания Intel предлагает два поколения продуктов архитектуры MIC: Knights Corner (KNC) [3] и Knights Landing (KNL) [18]. KNC представляет собой сопроцессор с количеством ядер до 61, поддерживающий как нативные приложения, так и выгрузку (*offloading*) вычислений и данных с управляющего процессора. KNL обеспечивает до 72 ядер и, в отличие от предшественника, является самостоятельно загружаемым устройством, которое исполняет приложения только в нативном режиме.

В данной статье рассматривается задача параллельного вычисления МЕР на многоядерном процессоре Intel Xeon Phi поколения Knights Landing для случая, когда данные, задействованные в вычислениях, могут быть размещены в оперативной памяти. Описаны следующие основные результаты. Предложен параллельный алгоритм, основанный на новой блочно-ориентированной схеме вычислений, которая позволяет более эффективно использовать возможности процессора Intel Xeon Phi KNL по векторизации вычислений, чем прямолинейные техники на основе выравнивания данных и автоматической векторизации. Проведены вычислительные эксперименты на реальных и синтетических наборах данных, показавшие высокую масштабируемость разработанного алгоритма и его более высокую производительность, чем у аналогов, для случая прямоугольных матриц с данными малой размерности.

Остаток статьи организован следующим образом. В разделе 1 приведен обзор работ по тематике исследования. Раздел 2 содержит описание предложенного параллельного алгоритма вычисления МЕР. Результаты экспериментального исследования разработанного алгоритма приведены в разделе 3. В заключении суммируются полученные результаты и предлагаются направления будущих исследований.

<sup>2</sup>Заметим, что данное определение покрывает случай  $\mathbf{A} \equiv \mathbf{B}$ .

## 1. Обзор работ

В работе [2] Чанг (Chang) и др. предложили параллельный алгоритм вычисления МЕР на GPU с помощью CUDA. Этот алгоритм предполагает, что матрица квадратная ( $n = m$ ) и что размер матрицы  $n$  и размерность пространства  $d$  кратны 16. Алгоритмическое требование кратности 16 следует из архитектуры NVIDIA GPU. В соответствии с технологией CUDA нити группируются в двумерные блоки  $16 \times 16$ , которые, в свою очередь, формируют двумерную сетку  $\frac{n}{16} \times \frac{n}{16}$ . Таким образом, каждая нить идентифицируется четверкой  $(b_x, b_y, t_x, t_y)$ , где пара  $(b_x, b_y)$  задает положение блока, а пара  $(t_x, t_y)$  — положение в сетке. В этой координатной системе нить вычисляет  $d_{16 \cdot b_y + t_y, 16 \cdot b_x + t_x}$  элемент МЕР. На каждой итерации все нити загружают две подматрицы размера  $16 \times 16$  в разделяемую память. Каждая нить после синхронизации вычисляет частичное Евклидово расстояние. Далее нити должны быть снова синхронизированы, прежде чем загрузить следующие две подматрицы для расчета. Эксперименты авторов на системе NVIDIA Tesla C870 (с пиковой производительностью 0,5 GFLOPS) показали, что алгоритм обеспечивает ускорение до 44 раз по сравнению с процессором.

Ли (Li) и др. [13] предложили блочный метод вычисления МЕР для сверхбольших наборов данных в распределенной среде с GPU. Данный метод предполагает реализацию алгоритма вычисления МЕР на GPU для вычисления подматриц МЕР. Затем авторы используют программную систему на основе парадигмы MapReduce для разбиения исходной задачи вычисления МЕР на ряд маленьких независимых подзадач для вычисления подматриц МЕР. Программная система динамически выделяет ресурсы GPU подзадачам для достижения максимальной производительности. В экспериментах на трех системах NVIDIA Tesla 1060 (0,9 GFLOPS каждая) алгоритм показывает ускорение до 15 раз.

Ким (Kim) и др. [10] предложили добавлять фиктивные нулевые данные при использовании алгоритма из работы [2]. Матрицы входных данных дополняются нулевыми строками и столбцами для обработки вычислительным ядром CUDA. В экспериментах на NVIDIA Tesla C2050 (0,5 GFLOPS) алгоритм показал ускорение до 47 раз по сравнению с процессором.

В работе [1] Арефин (Arefin) и др. улучшили подходы, предложенные в [2, 10, 13]. Вместе с МЕР входные данные разбиваются на блоки. Данная операция выполняется во внешней памяти, из-за чего данное решение работает до 30 раз медленнее, чем в исходных работах. Тем не менее, данный подход применим при обработке данных, не помещающихся в оперативную память процессора или GPU.

В работах Ву (Wu) и др. [20], Ли (Lee) и др. [12] и Ярош (Jaros) и др. [9] косвенно затронута задача вычисления МЕР на ускорителях Intel MIC. Авторы этих работ ускоряли на сопроцессорах Intel Xeon Phi KNC алгоритм кластеризации  $k$ -means, в котором вычисление МЕР является подзадачей.

В работе [20] авторы предложили гетерогенный подход к распараллеливанию алгоритма  $k$ -Means, действующий как процессор, так и сопроцессор Intel Xeon Phi KNC. В соответствии с данным подходом процессор выполняет назначение точек данных по кластерам и затем выгружает данные и центроиды на сопроцессор. Таким образом, Xeon Phi KNC на каждой итерации вычисляет МЕР между исходными данными и центроидами. Для увеличения пропускной способности памяти и кэша алгоритм хранит данные в виде массива структур. В экспериментах авторами получено ускорение до 24 раз, однако

масштабируемость алгоритма существенно снижалась при использовании более чем 56 нитей.

Авторы работы [9] использовали похожий подход и выносили вычисления на Intel Xeon Phi KNC. Следует отметить, что в работах-предшественниках [9, 20] используются многоядерные системы архитектуры Intel MIC предыдущего поколения и выгрузку данных и вычислений, однако в описании экспериментального исследования алгоритмов стадия вычисления МЕР не отделяется от других вычислений, затрудняя сравнение производительности и масштабируемости вычисления МЕР с другими решениями.

В работе [12] авторы для вычисления МЕР на процессоре Intel Xeon Phi KNL используют параллельный алгоритм, представленный в Алг. 1. В данном алгоритме применяются относительно простые техники ускорения вычислений — выравнивание данных и автовекторизация, — поэтому далее данная реализация будет упоминаться как STRAIGHTFORWARD.

---

**Algorithm 1** STRAIGHTFORWARD(IN **A**, **B**; OUT **D**)

---

```

1: #pragma omp parallel for
2: for i from 1 to n do
3:   sum ← 0
4:   for j from 1 to m do
5:     __assume_aligned(ai,., 64)
6:     __assume_aligned(bj,., 64)
7:     for k from 1 to d do
8:       sum ← sum + (ai,k - bj,k)2
9:     end for
10:    di,j ← sum
11:  end for
12: end for

```

---

Строки 5–6 представляют собой подсказку компилятору Intel, что память, отведенная под каждую из матриц **A** и **B**, выровнена на указанное количество байтов. Начальные адреса исходных данных выравниваются таким образом, чтобы быть кратными ширине векторного регистра (VPU, Vector Processing Unit) системы Intel Xeon Phi<sup>3</sup>. Данный прием позволяет избежать эффекта разбиения цикла (*loop peeling*) в строке 7, существенно снижающего производительность векторизованного цикла. Действительно, в случае отсутствия подсказки компилятор предполагает, что данные не выровнены и разделит цикл на три части. Первая небольшая часть итераций цикла осуществляет доступ к исходным данным от начального адреса до первого выровненного адреса, векторизуется отдельно. Так же компилятором отдельно будет векторизована небольшая часть итераций цикла, которые обрабатывают исходные данные от последнего выровненного адреса до завершающего адреса данных.

Далее, в теле цикла в строке 7, несмотря на выравнивание начального адреса первой точки данных, начальный адрес второй точки данных не будет выровнен, если размерность  $d$  не будет кратна ширине векторного регистра, что снова приведет к

---

<sup>3</sup>Шириной векторного регистра называют максимальное количество элементов данных, которое можно поместить в регистр. Для Intel Xeon Phi размер векторного регистра составляет 512 бит, что позволяет разместить в нем 16 вещественных чисел с одинарной точностью.

разбиению цикла и неэффективной векторизации. Для решения этой проблемы авторы дополняют точки входных данных фиктивными нулевыми координатами таким образом, чтобы размерность точек была кратна ширине векторного регистра, в силу чего цикл разрешается компилятором как две векторные операции.

Тем не менее, в высокопроизводительных вычислениях, помимо выравнивания данных, способ компоновки данных оказывает существенное влияние на эффективность операций доступа к памяти [8]. В следующем разделе будет рассмотрено применение компоновки данных в памяти для ускорения вычисления МЕР.

## 2. Ускорение вычислений на процессоре Intel Xeon Phi KNL

Предлагаемый в данной работе подход к вычислению МЕР на процессоре Intel Xeon Phi KNL имеет два следующих основных отличия от алгоритма STRAIGHTFORWARD. Во-первых, предлагается новая схема организации вычислений для эффективного использования возможностей векторизации Intel Xeon Phi. Во-вторых, используется более сложная компоновка данных в оперативной памяти. Указанные особенности рассматриваются ниже в разделах 2.1 и 2.2 соответственно.

### 2.1. Схема вычислений

Основная идея предлагаемого подхода заключается в изменении схемы вычислений таким образом, чтобы по сравнению с прямолинейным подходом было векторизовано большее количество операций. В алгоритме STRAIGHTFORWARD в цикле вычисляется одно расстояние между двумя точками. Следовательно, внутренний цикл (см. Алг. 1, строка 7) будет скомпилирован в две векторные операции: поэлементные разность и произведение векторов.

Предлагаемый алгоритм, получивший название BLOCKWISE, итеративно вычисляет несколько расстояний от одной точки из первого множества до *block* точек из второго множества, где *block* — параметр алгоритма (см. Алг. 2).

В строках 1–7 осуществляется изменение компоновки данных второго множества точек в памяти (детальное описание приведено в разделе 2.2) и формирование их копии для дальнейших вычислений. Внешний цикл (строка 9) перебирает первое множество точек и распараллеливается. Внутренний цикл в строке 10 перебирает блоки второго множества точек. Цикл в строке 12 выполняет вычисления по координатам блока точек. Цикл в строке 15 вычисляет расстояния и компилируется в две векторные операции. Строки 13 и 14 подсказывают компилятору о выравнивании в памяти точки из первого множества и блока точек из второго множества соответственно. Наконец, цикл в строке 20 сохраняет вычисленные расстояния в матрицу расстояний, причем эта операция компилируется в одну векторную операцию. Данному циклу предшествует подсказка для компилятора (строка 19) о выравнивании результирующей матрицы расстояний в памяти.

Описанный алгоритм предполагает, что мощность второго множества точек  $m$  кратна количеству блоков *block*. Если это не так, необходимо увеличить  $m$  до ближайшего целого числа, кратного *block*, путем дополнения матрицы **V** фиктивными нулевыми строками.

Кроме того, для гарантии эффективной векторизации операций над матрицей **V** параметр *block* должен быть кратен значению ширины векторного регистра  $width_{VPU}$ . Также, для получения большей выгоды от векторизации вычислений в качестве матрицы

---

**Algorithm 2** BLOCKWISE(IN **A**, **B**, *layout*, *block*; OUT **D**)

---

```

1: if layout is SoA then
2:   PERMUTE(B, m,  $\tilde{B}$ )
3: else if layout is ASA then
4:   PERMUTE(B, block,  $\tilde{B}$ )
5: else
6:   ▷ Компоновка AoS, перестановка элементов не нужна
7: end if
8: #pragma omp parallel for
9: for i from 1 to n do
10:  for j from 1 to  $\lceil \frac{m}{block} \rceil$  do
11:    sum  $\leftarrow \bar{0}$ 
12:    for k from 1 to d do
13:      __assume_aligned(ai,., 64)
14:      __assume_aligned( $\tilde{b}$ j+k,., 64)
15:      for  $\ell$  from 1 to block do
16:        sum $\ell$   $\leftarrow sum_{\ell} + (a_{i,k} - \tilde{b}_{j+k,\ell})^2$ 
17:      end for
18:    end for
19:    __assume_aligned(di,., 64)
20:    for k from 1 to block do
21:      di,j:block+k  $\leftarrow sum_k$ 
22:    end for
23:  end for
24: end for

```

---

**B** необходимо взять матрицу, которая хранит наибольшее по мощности множество точек из двух заданных.

Отметим, что предложенный алгоритм предполагает эмпирический выбор параметра *block* в соответствии с вышеизложенными требованиями (детали выбора данного параметра рассмотрены далее в разделе 3).

## 2.2. Компоновка данных

На рис. 1 представлены основные способы компоновки массивов в памяти (в виде объявлений типов данных языка Си) [8].

<pre> typedef struct {   float x;   float y;   float z; } AoS; </pre> <p>AoS <b>B</b>[<i>m</i>];</p> <p>а) Массив из структур</p>	<pre> typedef struct {   float x[m];   float y[m];   float z[m]; } SoA; </pre> <p>SoA <b>B</b>;</p> <p>б) Структура из массивов</p>	<pre> typedef struct {   float x[block];   float y[block];   float z[block]; } ASA; </pre> <p>ASA <b>B</b>[<math>\lceil \frac{m}{block} \rceil</math>];</p> <p>с) Массив структур из массивов</p>
---	---	---

Рис. 1. Основные способы компоновки массивов в памяти

Компоновка AoS (Array of Structures) предполагает хранение множества точек в виде массива, элементами которого являются структуры, и часто используется как компоновка данных по умолчанию. В случае компоновки данных SoA (Structure of Arrays) для хранения каждой координаты точек используются отдельные массивы. Это может приводить к конфликтам совместного доступа нитей к памяти, если сценарий доступа к данным предполагает обработку смежных элементов. Компоновка ASA (Array of Structures of Arrays) разбивает данные на блоки в соответствии с параметром *block*. ASA-*block* обобщает компоновки данных, рассмотренные выше: ASA-1 соответствует AoS, а ASA-*m* соответствует SoA. Такая усложненная компоновка данных способствует уменьшению кэш-промахов процессора при вычислении матрицы расстояний.

---

**Algorithm 3** PERMUTE(IN  $\mathbf{B}$ , *block*; OUT  $\tilde{\mathbf{B}}$ )
 

---

```

1: #pragma omp parallel for
2: for j from 1 to  $\lceil \frac{m}{block} \rceil$  do
3:   for i from 1 to d do
4:     for k from 1 to block do
5:        $\tilde{b}_{j \cdot d + i, k} \leftarrow b_{j \cdot block + k, i}$ 
6:     end for
7:   end for
8: end for

```

---

Алгоритм 3 параллельно преобразует матрицу исходных данных из одной компоновки данных в другую путем перестановки элементов. Для заданного размера *block* и матрицы  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{m \times d}$  с компоновкой данных AoS, алгоритм создает матрицу  $\tilde{\mathbf{B}} \in \mathbb{R}^{d \cdot \lceil \frac{m}{block} \rceil \times block}$  с компоновкой данных ASA-*block* (или SoA, если *block* = *m*).

### 3. Экспериментальное исследование

#### 3.1. Описание экспериментов

**Цели.** В экспериментах были исследованы производительность и масштабируемость предложенного алгоритма по сравнению с алгоритмом STRAIGHTFORWARD [12] и реализацией вычисления MEP с помощью функции из библиотеки Intel Math Kernel Library (MKL)<sup>4</sup>, оптимизированной для Intel Xeon Phi. Алгоритм BLOCKWISE был реализован для компоновок данных AoS, SoA и ASA-512. Все алгоритмы запускались на Intel MIC для разных наборов данных. Измерялось время работы алгоритма без учета времени загрузки данных и записи результата. На основе полученных значений вычислялось ускорение и параллельная эффективность алгоритмов, определяемые следующим образом.

Ускорение и параллельная эффективность параллельного алгоритма, запускаемого на *k* нитях, вычисляется как  $s(k) = \frac{t_1}{t_k}$  и  $e(k) = \frac{s(k)}{k}$  соответственно, где  $t_1$  и  $t_k$  — время работы алгоритма на одной и *k* нитях соответственно.

Было проведено исследование производительности и масштабируемости предложенного алгоритма для квадратных и прямоугольных MEP. В случае прямоугольных матриц использовались те же тестовые данные, что и в работе [12].

Чтобы убедиться, что предложенная вычислительная схема дает выигрыш от векторизации вычислений на MIC системах, было проведено сравнение производительности

<sup>4</sup>Intel Math Kernel Library 2018 Release Notes.

алгоритмов BLOCKWISE, STRAIGHTFORWARD и Intel MKL на Intel Xeon и Intel Xeon Phi на одних и тех же наборах данных.

Далее, было выполнено сравнение производительности алгоритма вычисления MEP, предложенного в работе [10], выполняющегося на системе NVIDIA Tesla C2050<sup>5</sup>, и алгоритма BLOCKWISE, выполняющегося на Intel Xeon Phi (поскольку указанные системы имеют примерно одинаковую пиковую производительность).

Наконец, приведены экспериментальные результаты, которые обосновывают выбор значения параметра *block*.

**Наборы данных.** В экспериментах использовались наборы данных, описанные в табл. 1. Наборы данных Census [14] и FCS Human [6] взяты из реальных приложений. Наборы данных MixSim и ADS являются синтетическими и получены с помощью программ-генераторов, описанных в работах [15] и [16] соответственно. Группа наборов данных ADS (Aligned Data Set) использовалась для экспериментальной оценки алгоритма STRAIGHTFORWARD в работе [12]. Группа наборов данных PRND (Pseudo Random Numbers) использовалась в экспериментах в работе [10].

Таблица 1

Наборы данных для экспериментов

Набор	$d$	$n$	$m$	Вид	Семантика
MixSim	5	$35 \cdot 2^{10}$	$35 \cdot 2^{10}$	Синтетический	Получен генератором из [15]
Census	67	$35 \cdot 2^{10}$	$35 \cdot 2^{10}$	Реальный	Результаты переписи населения США [14]
FCS Human	423	$18 \cdot 2^{10}$	$18 \cdot 2^{10}$	Реальный	Агрегированная информация о геноме человека [6]
ADS-16	16	$10^6$	$10^3$	Синтетический	Наборы данных из [12]
ADS-32	32				
ADS-64	64				
ADS-256	256				
PRND-50	50	$15 \cdot 10^3$	$15 \cdot 10^3$	Синтетический	Наборы данных из [10]
PRND-100	100				
PRND-150	150				
PRND-200	200				

В экспериментах с наборами данных MixSim, Census и FCS Human брались подмножества этих наборов, чтобы количество точек было кратно значению параметра  $block = 512$  (см. раздел 2.1).

Для оценки алгоритма STRAIGHTFORWARD на наборах данных, в которых размерность точек  $d$  не кратна ширине векторного регистра  $width_{VPV} = 16$ , значение  $d$  увеличено до ближайшего целого, кратного 16, путем дополнения исходных данных фиктивными нулевыми координатами. Для оценки алгоритма STRAIGHTFORWARD на наборах данных, использованных в работах [12] и [10], значения  $n$  и  $m$  были увеличены до ближайшего целого, кратного значению параметра  $block = 512$ , путем дополнения указанных множеств фиктивными нулевыми точками.

<sup>5</sup>NVIDIA Tesla C2050/C2070 Data sheet.



**Аппаратное обеспечение.** Эксперименты проведены на узле вычислительного кластера Торнадо ЮУрГУ [11]. Характеристики хост и МПС системы узла приведены в табл. 2.

Таблица 2

Характеристики аппаратной платформы

Характеристика	Хост	Сопроцессор МПС
Модель, Intel Xeon	X5680	Phi (KNC), SE10X
Количество физических ядер	2×6	61
Гиперпоточность	2	4
Количество логических ядер	24	244
Частота, ГГц	3,33	1,1
Размер VPU, бит	128	512
Пиковая производительность, TFLOPS	0,371	1,076

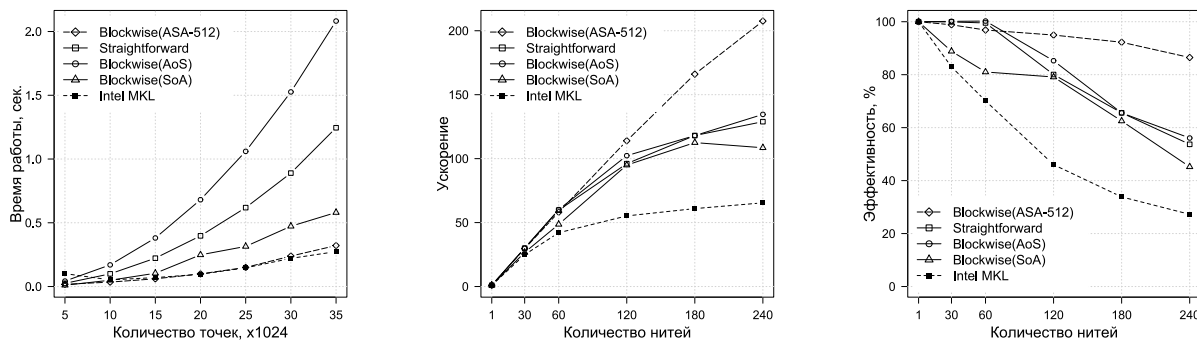
### 3.2. Результаты и обсуждение

**Масштабируемость.** На рис. 2 и рис. 3 показаны время работы, масштабируемость и параллельная эффективность алгоритмов на квадратных и прямоугольных МЕР соответственно.

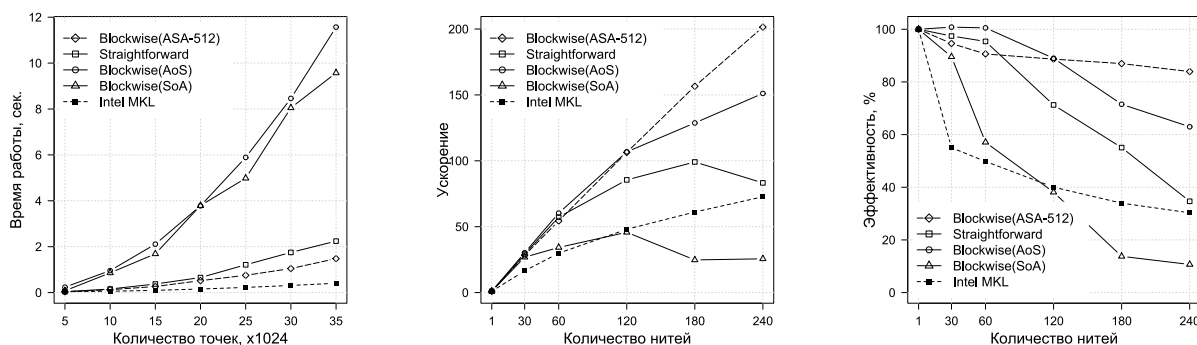
По результатам вычислений квадратных МЕР мы видим, что наилучший результат показал алгоритм Intel MKL, а алгоритм BLOCKWISE(ASA-512) занимает второе место и почти сравнивается с Intel MKL на наборе данных MixSim, когда значение  $d$  выровнено на 16. В то же время Intel MKL показывает почти худшую масштабируемость и параллельную эффективность среди исследуемых алгоритмов. Все алгоритмы, за исключением Intel MKL и BLOCKWISE(ASA-512) показывают близкое к линейному ускорению и эффективность примерно 80%, когда количество нитей равно количеству физических ядер аппаратной платформы. При этом, если количество нитей превышает количество ядер, то только алгоритм BLOCKWISE(ASA-512) сохраняет ранее описанное поведение, показывая ускорение до 200 и эффективность как минимум 80%. В то же время ускорение и параллельная эффективность других алгоритмов перестает увеличиваться или даже резко уменьшается.

Эксперименты с вычислением прямоугольных матриц используют наборы данных большего объема и показывают следующие результаты. Алгоритм BLOCKWISE(ASA-512) превосходит по скорости работы все прочие алгоритмы на наборах данных ADS-16 и ADS-32 и показывает сравнимый результат с алгоритмом Intel MKL на наборе ADS-64. На наборе данных ADS-256 алгоритм Intel MKL превосходит все прочие алгоритмы. Что касается масштабируемости, можно видеть примерно ту же картину, что и для квадратных матриц. Алгоритм BLOCKWISE(ASA-512) показывает ускорение, близкое к линейному, и параллельную эффективность 90%, если количество нитей совпадает с количеством физических ядер. В диапазоне от 60 до 240 нитей наш алгоритм показывает лучшую масштабируемость, ускоряясь до 160 раз и показывая параллельную эффективность 70%. Можно заключить, что алгоритм BLOCKWISE(ASA-512) показывает лучшие результаты на прямоугольных матрицах малой размерности (примерно когда  $d \leq 32$ ).

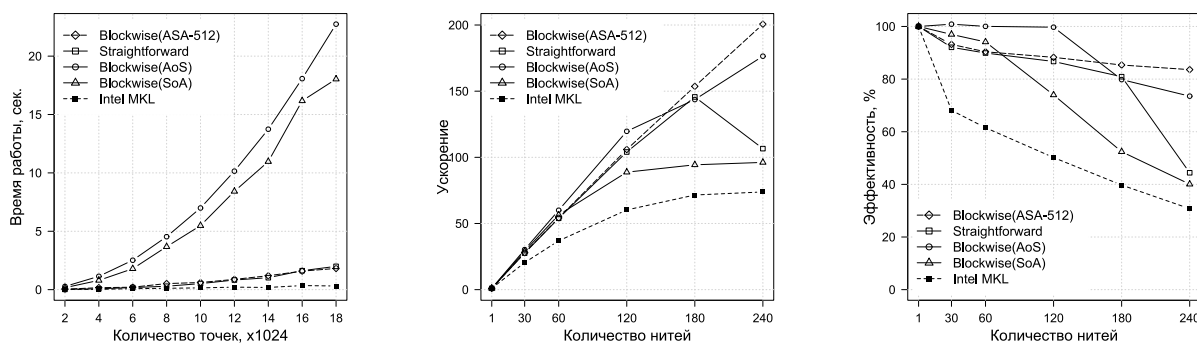
**Преимущества векторизации.** Табл. 3 показывает производительность алгоритма BLOCKWISE(ASA-512) на системах Intel Xeon и Intel Xeon Phi в сравнении с алгоритмом



а) Набор данных MixSim ( $d$  выровнено до 16): время работы, ускорение и эффективность



б) Набор данных Census ( $d$  выровнено до 80): время работы, ускорение и эффективность

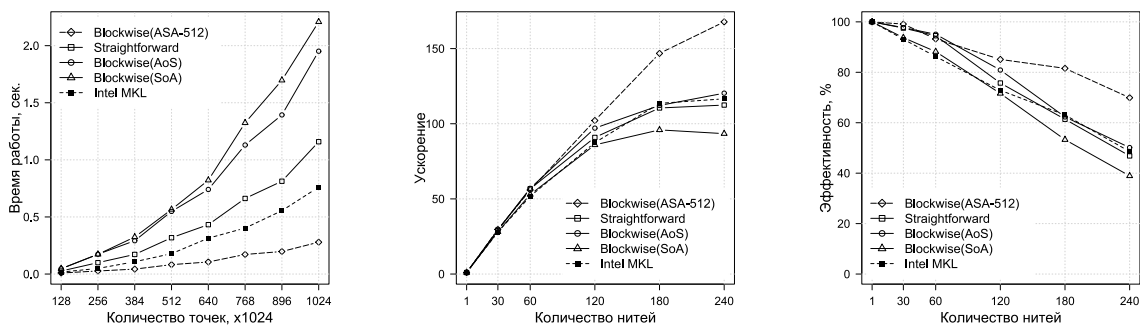


с) Набор данных FCS Human ( $d$  выровнено до 432): время работы, ускорение и эффективность

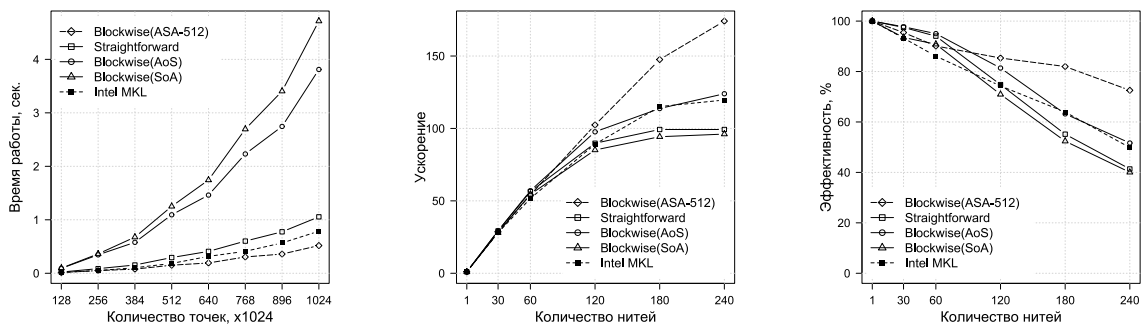
Рис. 2. Время работы и масштабируемость алгоритма на квадратных матрицах

STRAIGHTFORWARD. Как можно увидеть, алгоритм BLOCKWISE(ASA-512) от 3,5 до 8 раз быстрее на Intel Xeon Phi, чем на хосте с двумя процессорами Intel Xeon. Алгоритм STRAIGHTFORWARD, также как и BLOCKWISE(ASA-512), быстрее работает на Intel Xeon Phi, чем на Intel Xeon. В то же время предложенный в данной работе алгоритм показывает лучшее время на указанных платформах. Отметим также, что алгоритм Intel MKL превосходит BLOCKWISE(ASA-512) на данных большой размерности (примерно при  $d > 32$ ) на обеих платформах.

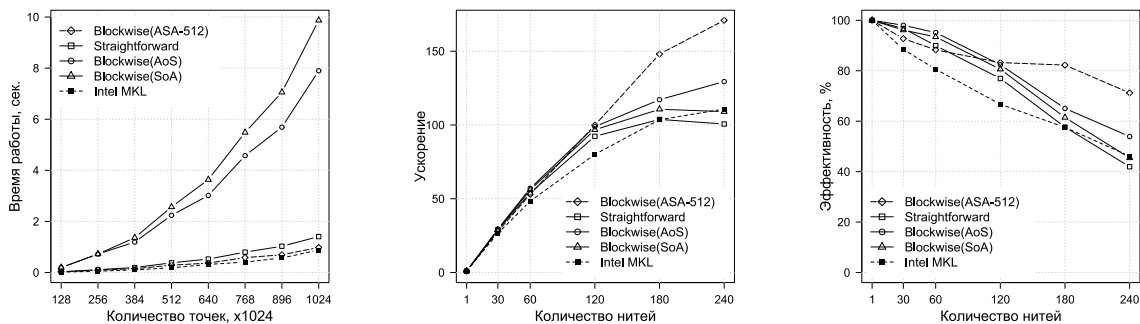
**Сравнение с GPU.** Сравнение производительности предложенного в данной работе алгоритма с алгоритмом из работы [10] приведено в табл. 4. Как видно, алгоритм



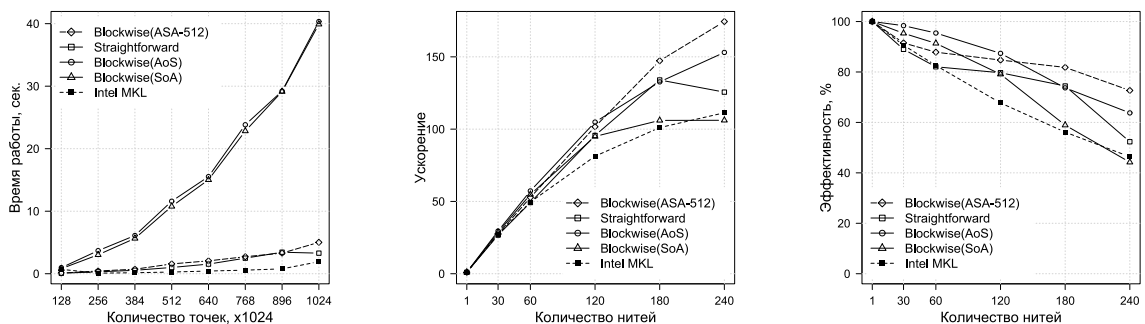
а) Набор данных ADS-16: время работы, ускорение и эффективность



б) Набор данных ADS-32: время работы, ускорение и эффективность



в) Набор данных ADS-64: время работы, ускорение и эффективность



д) Набор данных ADS-256: время работы, ускорение и эффективность

Рис. 3. Время работы и масштабируемость алгоритма на прямоугольных матрицах

Таблица 3

Время работы на наборах данных ADS, с

Набор	Intel Xeon Phi (KNC) 1,076 TFLOPS			2×Intel Xeon CPU 0,371 TFLOPS			Соотношение 2×CPU/Phi	
	Blockwise (ASA-512)	Intel MKL	Straight- forward	Blockwise (ASA-512)	Intel MKL	Straight- forward	Blockwise (ASA-512)	Straight- forward
ADS-16	0,28	0,76	1,05	1,04	3,02	1,00	3,7×	1,0×
ADS-32	0,51	0,78	1,15	1,76	3,14	1,79	3,5×	1,6×
ADS-64	0,98	0,88	1,36	3,78	3,81	4,25	3,9×	3,1×
ADS-256	3,71	1,92	3,79	30,32	5,14	31,41	8,2×	8,3×

Blockwise(ASA-512) до двух раз быстрее на Intel Xeon Phi, чем алгоритм для NVIDIA Tesla C2050. При этом алгоритм Intel MKL работает быстрее, чем Blockwise(ASA-512) на этих наборах данных.

Таблица 4

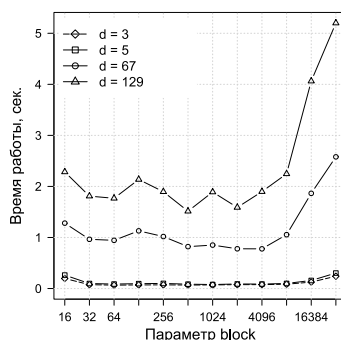
Время работы на наборах данных PRND, с

Набор	Intel Xeon Phi 1,076 TFLOPS		2×Intel Xeon 0,371 TFLOPS		NVIDIA Tesla 1,03 TFLOPS
	Blockwise (ASA-512)	Intel MKL	Blockwise (ASA-512)	Intel MKL	Ким (Kim) и др. [10]
PRND-50	0,19	0,07	0,35	0,74	0,82
PRND-100	0,32	0,08	0,59	0,89	1,01
PRND-150	0,45	0,10	0,78	1,01	1,21
PRND-200	0,58	0,12	1,60	1,16	1,41

**Выбор параметра *block*.** Приведенные выше результаты экспериментов были получены после эмпирического выбора параметра *block*. Значение  $block = 512$  было подобрано следующим образом. Алгоритм Blockwise(ASA-*block*) был запущен на Intel Xeon Phi на серии искусственных наборов данных из  $n = m = 2^{15}$  случайных точек с размерностью  $d$ , равной 3, 5, 67 и 129 с различными значениями *block* (см. рис. 4). После этого значение  $block = 512$  было выбрано в качестве значения, дающего наилучшую производительность для большинства значений размерности  $d$ .

**Обсуждение.** В заключении представления результатов экспериментов с предложенным алгоритмом обсудим его накладные расходы на оперативную память и вычисления.

Накладные расходы на оперативную память возникают по следующим причинам. Во-первых, для эффективного использования возможностей векторизации вычислений процессором Intel Xeon Phi алгоритм Blockwise требует, чтобы мощность второго множества точек была кратна параметру *block*. Если это не так, то значение  $m$  необходимо увеличить до ближайшего целого, кратного *block*, с помощью дополнения исходного набора данных фиктивными нулевыми точками. Таким образом, в худшем случае будет добавлено  $d \cdot (block - 1)$  избыточных нулевых элементов. Во-вторых, до вычисления матрицы расстояний создается копия матрицы, представляющей второе множество точек,



**Рис. 4.** Производительность алгоритма BLOCKWISE(ASA-block) для различных значений параметра *block*

которая заполняется с помощью операции перестановки элементов исходной матрицы. Поэтому требуется дополнительно  $d \cdot \max(n, m)$  элементов в памяти. Здесь функция  $\max$  используется для увеличения эффективности векторизации при вычислении матрицы расстояний, поскольку матрица  $\mathbf{V}$  должна представлять наибольший из двух наборов точек. В итоге, в худшем случае потребуется  $d \cdot (block - 1 + \max(n, m))$  избыточных элементов данных.

Алгоритм STRAIGHTFORWARD, в отличие от предложенного решения, требует, чтобы значение размерности пространства  $d$  было кратно ширине векторного регистра  $width_{VPV}$ . Если это условие не выполнено, то точки исходных данных должны быть дополнены фиктивными нулевыми координатами. Таким образом, в худшем случае будет добавлено  $(width_{VPV} - 1) \cdot (m + n)$  нулевых элементов. Возвращаясь к результатам экспериментов, сравнивающих алгоритмы BLOCKWISE(ASA-512) и STRAIGHTFORWARD, мы видим, что при вычислении прямоугольных МЕР для данных малой размерности предложенный алгоритм имеет меньшие накладные расходы по памяти, чем алгоритм STRAIGHTFORWARD.

Накладные расходы по времени представляют собой перестановку элементов исходной матрицы для изменения компоновки данных. Эксперименты показали, что время, затрачиваемое на изменение компоновки, пренебрежимо мало, и по сравнению со временем работы алгоритма составляет менее 1%.

В завершении обсуждения следует напомнить, что производительность алгоритма BLOCKWISE(ASA-block) зависит от параметра *block*, значение которого определяется эмпирическим путем.

## Заключение

В данной работе исследована проблема вычисления матрицы Евклидовых расстояний (МЕР), часто возникающая как подзадача в большом количестве практических и научных задач, связанных с интеллектуальным анализом данных. К настоящему времени разработано большое количество алгоритмов вычисления МЕР на графических процессорах, однако эти разработки не могут быть напрямую перенесены на современные многоядерные системы Intel Xeon Phi, являющиеся перспективной альтернативой GPU. В статье исследована проблема вычисления МЕР на платформе Intel Xeon Phi Knights Landing (KNL) для случая, когда данные могут быть размещены в оперативной памяти.

В работе предложен новый параллельный алгоритм для вычисления МЕР, названный BLOCKWISE и имеющий два ключевых отличия от прямолинейной реализации,

использующей выравнивание данных и автовекторизацию. Во-первых, алгоритм использует блочно-ориентированную схему организации вычислений, которая обеспечивает эффективное использование векторных операций Intel Xeon Phi. Во-вторых, применена нетривиальная компоновка данных в оперативной памяти для уменьшения количества кэш-промахов процессора во время вычислений.

Проведено экспериментальное исследование предложенного алгоритма на синтетических и реальных наборах данных для вычисления квадратных и прямоугольных матриц, и выполнено сравнение с аналогами. Алгоритм BLOCKWISE показал близкое к линейному ускорение и эффективность не ниже 80%, когда количество нитей совпадает с количеством физических ядер на используемой платформе. Когда алгоритм BLOCKWISE задействует более одной нити на физическое ядро, его ускорение и параллельная эффективность становятся сублинейными, превосходя, однако, при этом указанные характеристики алгоритмов-конкурентов. Предложенный алгоритм превосходит прямолинейный подход и алгоритм из Intel Math Kernel Library (MKL) в случае прямоугольной матрицы и точками малой размерности (примерно  $d \leq 32$ ). На точках большей размерности ( $d > 32$ ) алгоритм Intel MKL превосходит другие алгоритмы как на квадратных, так и на прямоугольных матрицах, в то время как алгоритм BLOCKWISE показывает примерно ту же производительность, что и прямолинейный подход.

Исследование вычисления матрицы Евклидовых расстояний на процессорах Intel MIC может быть продолжено в следующих направлениях: приложение предложенного алгоритма к различным алгоритмам кластеризации (например,  $k$ -means [12], PAM [17] и др.), разработка аналитической модели, которая будет предсказывать производительность алгоритма BLOCKWISE и определять значение параметра  $block$ , обеспечивающее наилучшую производительность алгоритма.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 17-07-00463), Правительства РФ в соответствии с Постановлением № 211 от 16.03.2013 (соглашение № 02.A03.21.0011) и Министерства образования и науки РФ (государственное задание 2.7905.2017/8.9).*

## Литература

1. Arefin A.S., Riveros C., Berretta R., Moscato P. Computing Large-scale Distance Matrices on GPU // Proceedings of the 7th International Conference on Computer Science and Education, ICCSE 2012, July 14–17, 2012, Melbourne, Australia. IEEE Computer Society, 2012. P. 576–580. DOI: 10.1109/ICCSE.2012.6295141.
2. Chang D., Jones N.A., Li D., Ouyang M., Ragade R.K. Compute Pairwise Euclidean Distances of Data Points with GPUs // Proceedings of the IASTED International Symposium on Computational Biology and Bioinformatics, CBB'2008, November 16–18, 2008, Orlando, Florida, USA. IASTED, 2008. P. 278–283.
3. Chrysos G. Intel Xeon Phi Coprocessor (Codename Knights Corner) // Proceedings of the 2012 IEEE Hot Chips 24th Symposium (HCS), Cupertino, CA, USA, August 27–29, 2012. P. 1–31. DOI: 10.1109/HOTCHIPS.2012.7476487
4. Dembélé D., Kastner P. Fuzzy  $c$ -Means Method for Clustering Microarray Data // Bioinformatics. 2003. Vol. 19, No. 8. P. 973–980. DOI: 10.1093/bioinformatics/btg119

5. Dokmanic I., Parhizkar R., Ranieri J., Vetterli M. Euclidean Distance Matrices: Essential Theory, Algorithms, and Applications // IEEE Signal Processing Magazine. 2015. Vol. 32, No. 6. P. 12–30. DOI: 10.1109/MSP.2015.2398954
6. Engreitz J.M., Daigle B.Jr., Marshall J.J., Altman R.B. Independent Component Analysis: Mining Microarray Data for Fundamental Human Gene Expression Modules // Journal of Biomedical Informatics. 2010. Vol. 43, No. 6. P. 932–944. DOI: 0.1016/j.jbi.2010.07.001
7. Foote J. An Overview of Audio Information Retrieval // Multimedia Systems. 1999. Vol. 7, No. 1. P. 2–10. DOI: 10.1007/s005300050106
8. Hassan Q.F. Innovative Research and Applications in Next-generation High Performance computing. IGI Global, 2016. DOI: 10.4018/978-1-5225-0287-6.
9. Jaros M., Strakos P., Karásek T., et al. Implementation of  $k$ -Means Segmentation Algorithm on Intel Xeon Phi and GPU: Application in Medical Imaging // Advances in Engineering Software. 2017. Vol. 103. P. 21–28. DOI: 10.1016/j.advengsoft.2016.05.008
10. Kim S., Ouyang M. Compute Distance Matrices with GPU // Proceedings of the 3rd Annual International Conference on Advances in Distributed and Parallel Computing, ADPC'2012, 17–18 September, 2012, Bali, Indonesia. DOI: 10.5176/2251-1652\_ADPC12.07
11. Kostenetskiy P., Safonov A. SUSU Supercomputer Resources // PCT'2016, International Scientific Conference on Parallel Computational Technologies, Arkhangelsk, Russia, March 29–31, 2016. CEUR Workshop Proceedings. Vol. 1576, CEUR-WS.org, 2016. P. 561–573.
12. Lee S., Liao W., Agrawal A., Hardavellas N., Choudhary A.N. Evaluation of  $k$ -Means Data Clustering Algorithm on Intel Xeon Phi // Proceedings of the 2016 IEEE International Conference on Big Data, BigData 2016, Washington DC, USA, December 5–8, 2016. IEEE Computer Society, 2016. P. 2251–2260. DOI: 10.1109/BigData.2016.7840856
13. Li Q., Kecman V., Salman R. A Chunking Method for Euclidean Distance Matrix Calculation on Large Dataset Using Multi-GPU // Proceedings of the 9th International Conference on Machine Learning and Applications, ICMLA 2010, Washington, DC, USA, 12–14 December 2010. IEEE Computer Society, 2010. P. 208–213. DOI: 10.1109/ICMLA.2010.38
14. Meek C., Thiesson B., Heckerman D. The Learning-Curve Sampling Method Applied to Model-Based Clustering // Journal of Machine Learning Research. 2002. Vol. 2. P. 397–418.
15. Melnykov V., Chen W.C., Maitra R. MixSim: An  $R$  Package for Simulating Data to Study Performance of Clustering Algorithms // Journal of Statistical Software. 2012. Vol. 51, No. 12. P. 1–25. DOI: 10.18637/jss.v051.i12
16. Narayanan R., Ozisikyilmaz B., Zambreno J., Memik G., Choudhary A.N. MineBench: A Benchmark Suite for Data Mining Workloads // Proceedings of the 2006 IEEE International Symposium on Workload Characterization, IISWC 2006, October 25–27, 2006, San Jose, California, USA. IEEE Computer Society, 2006. P. 182–188. DOI: 10.1109/IISWC.2006.302743
17. Rechkalov T.V., Zymbler M.L. Accelerating Medoids-based Clustering with the Intel Many Integrated Core Architecture // Proceedings of the 9th International Conference on Application of Information and Communication Technologies (AICT'2015), October 14–16, 2015, Rostov-on-Don, Russia. IEEE Computer Society, 2015. P. 413–417. DOI: 10.1109/ICAICT.2015.7338591

18. Sodani A. Knights Landing (KNL): 2nd Generation Intel Xeon Phi Processor // Proceedings of the 2015 IEEE Hot Chips 27th Symposium (HCS), Cupertino, CA, USA, August 22–25, 2015. IEEE Computer Society, 2015. P. 1–24. DOI: 10.1109/HOTCHIPS.2015.7477467
19. Valenzise G., Gerosa L., Tagliasacchi M., Antonacci F., Sarti A. Scream and Gunshot Detection and Localization for Audio-surveillance Systems // Proceedings of the 4th IEEE International Conference on Advanced Video and Signal Based Surveillance, AVSS 2007, 5–7 September, 2007, Queen Mary, University of London, London, United Kingdom. IEEE Computer Society, 2007. P. 21–26. DOI: 10.1109/AVSS.2007.4425280
20. Wu F., Wu Q., Tan Y., Wei L., Shao L., Gao L. A Vectorized  $k$ -Means Algorithm for Intel Many Integrated Core Architecture // Proceedings of the 10th International Symposium on Advanced Parallel Processing Technologies, APPT 2013, Stockholm, Sweden, August 27–28, 2013, Revised Selected Papers. Lecture Notes in Computer Science. Springer, 2013. Vol. 8299. P. 277–294. DOI: 10.1007/978-3-642-45293-2\_21
21. Zou J., Chen L., Chen C.L.P. Ensemble Fuzzy  $c$ -Means Clustering Algorithms Based on KL-Divergence for Medical Image Segmentation // Proceedings of the 2013 IEEE International Conference on Bioinformatics and Biomedicine, Shanghai, China, December 18–21, 2013. IEEE Computer Society, 2013. P. 291–296. DOI: 10.1109/BIBM.2013.6732505

Речкалов Тимофей Валерьевич, аспирант, кафедра системного программирования, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

Цымблер Михаил Леонидович, к.ф.-м.н., доцент, кафедра системного программирования, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск, Российская Федерация)

---

DOI: 10.14529/cmse180305

## A PARALLEL ALGORITHM OF EUCLIDEAN DISTANCE MATRIX COMPUTATION FOR THE INTEL XEON PHI KNIGHTS LANDING MANY-CORE PROCESSOR

© 2018 T.V. Rechkalov, M.L. Zymbler

*South Ural State University (pr. Lenina 76, Chelyabinsk, 454080 Russia)*

*E-mail: trechkalov@yandex.ru, mzym@susu.ru*

Received: 06.05.2018

Computation of a Euclidean distance matrix (EDM) is a typical task in a wide spectrum of problems connected with data mining. Currently, many parallel algorithms for this task have been developed for graphical processors. These developments, however, cannot be directly applied to the Intel Many Integrated Core systems. In this paper, we suggest a parallel algorithm for EDM computation on Intel Xeon Phi Knights Landing processor in the case when the input data fit into the main memory. The algorithm exploits block-oriented scheme of computations that allows for the efficient utilization of Intel Xeon Phi vectorization abilities. In the algorithm, we also apply a sophisticated data layout to store data points in main memory so as to reduce the number of processor cache misses during EDM computations. Experimental evaluation of the algorithm on real-world and synthetic datasets shows that it is highly scalable and outruns analogues in the case of rectangular matrices with low-dimensional data points.



*Keywords: Euclidean distance matrix, OpenMP, Intel Xeon Phi, Knights Landing, data layout, vectorization.*

## FOR CITATION

Rechkalov T.V., Zymbler M.L. A Parallel Algorithm of Euclidean Distance Matrix Computation for the Intel Xeon Phi Knights Landing Many-core Processor. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering*. 2018. vol. 7, no. 3. pp. 65–82. (in Russian) DOI: 10.14529/cmse180305.

*This paper is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Non Commercial 3.0 License which permits non-commercial use, reproduction and distribution of the work without further permission provided the original work is properly cited.*

## References

1. Arefin A.S., Riveros C., Berretta R., Moscato P. Computing Large-scale Distance Matrices on GPU. Proceedings of the 7th International Conference on Computer Science and Education, ICCSE 2012, July 14–17, 2012, Melbourne, Australia. IEEE Computer Society, 2012. pp. 576–580. DOI: 10.1109/ICCSE.2012.6295141.
2. Chang D., Jones N.A., Li D., Ouyang M., Ragade R.K. Compute Pairwise Euclidean Distances of Data Points with GPUs. Proceedings of the IASTED International Symposium on Computational Biology and Bioinformatics, CBB'2008, November 16–18, 2008, Orlando, Florida, USA. IASTED, 2008. pp. 278–283.
3. Chrysos G. Intel Xeon Phi Coprocessor (Codename Knights Corner). Proceedings of the 2012 IEEE Hot Chips 24th Symposium (HCS), Cupertino, CA, USA, August 27–29, 2012. pp. 1–31. DOI: 10.1109/HOTCHIPS.2012.7476487
4. Dembélé D., Kastner P. Fuzzy  $c$ -Means Method for Clustering Microarray Data. *Bioinformatics*. 2003. vol. 19, no. 8. pp. 973–980. DOI: 10.1093/bioinformatics/btg119
5. Dokmanic I., Parhizkar R., Ranieri J., Vetterli M. Euclidean Distance Matrices: Essential Theory, Algorithms, and Applications. *IEEE Signal Processing Magazine*. 2015. vol. 32, no. 6. pp. 12–30. DOI: 10.1109/MSP.2015.2398954
6. Engreitz J.M., Daigle B.Jr., Marshall J.J., Altman R.B. Independent Component Analysis: Mining Microarray Data for Fundamental Human Gene Expression Modules. *Journal of Biomedical Informatics*. 2010. vol. 43, no. 6. pp. 932–944. DOI: 0.1016/j.jbi.2010.07.001
7. Foote J. An Overview of Audio Information Retrieval. *Multimedia Systems*. 1999. vol. 7, no. 1. pp. 2–10. DOI: 10.1007/s005300050106
8. Hassan Q.F. Innovative Research and Applications in Next-generation High Performance computing. IGI Global, 2016. DOI: 10.4018/978-1-5225-0287-6.
9. Jaros M., Strakos P., Karásek T., et al. Implementation of  $k$ -Means Segmentation Algorithm on Intel Xeon Phi and GPU: Application in Medical Imaging. *Advances in Engineering Software*. 2017. vol. 103. pp. 21–28. DOI: 10.1016/j.advengsoft.2016.05.008
10. Kim S., Ouyang M. Compute Distance Matrices with GPU. Proceedings of the 3rd Annual International Conference on Advances in Distributed and Parallel Computing, ADPC'2012, 17–18 September, 2012, Bali, Indonesia. DOI: 10.5176/2251-1652\_ADPC12.07
11. Kostenetskiy P., Safonov A. SUSU Supercomputer Resources. PCT'2016, International Scientific Conference on Parallel Computational Technologies, Arkhangelsk, Russia,

- March 29–31, 2016. CEUR Workshop Proceedings. vol. 1576, CEUR-WS.org, 2016. pp. 561–573.
12. Lee S., Liao W., Agrawal A., Hardavellas N., Choudhary A.N. Evaluation of  $k$ -Means Data Clustering Algorithm on Intel Xeon Phi. Proceedings of the 2016 IEEE International Conference on Big Data, BigData 2016, Washington DC, USA, December 5–8, 2016. IEEE Computer Society, 2016. pp. 2251–2260. DOI: 10.1109/BigData.2016.7840856
  13. Li Q., Kecman V., Salman R. A Chunking Method for Euclidean Distance Matrix Calculation on Large Dataset Using Multi-GPU. Proceedings of the 9th International Conference on Machine Learning and Applications, ICMLA 2010, Washington, DC, USA, 12–14 December 2010. IEEE Computer Society, 2010. pp. 208–213. DOI: 10.1109/ICMLA.2010.38
  14. Meek C., Thiesson B., Heckerman D. The Learning-Curve Sampling Method Applied to Model-Based Clustering. Journal of Machine Learning Research. 2002. vol. 2. pp. 397–418.
  15. Melnykov V., Chen W.C., Maitra R. MixSim: An  $R$  Package for Simulating Data to Study Performance of Clustering Algorithms. Journal of Statistical Software. 2012. vol. 51, no. 12. pp. 1–25. DOI: 10.18637/jss.v051.i12
  16. Narayanan R., Ozisikyilmaz B., Zambreno J., Memik G., Choudhary A.N. MineBench: A Benchmark Suite for Data Mining Workloads. Proceedings of the 2006 IEEE International Symposium on Workload Characterization, IISWC 2006, October 25–27, 2006, San Jose, California, USA. IEEE Computer Society, 2006. pp. 182–188. DOI: 10.1109/IISWC.2006.302743
  17. Rechkalov T.V., Zymbler M.L. Accelerating Medoids-based Clustering with the Intel Many Integrated Core Architecture. Proceedings of the 9th International Conference on Application of Information and Communication Technologies (AICT'2015), October 14–16, 2015, Rostov-on-Don, Russia. IEEE Computer Society, 2015. pp. 413–417. DOI: 10.1109/ICAICT.2015.7338591
  18. Sodani A. Knights Landing (KNL): 2nd Generation Intel Xeon Phi Processor. Proceedings of the 2015 IEEE Hot Chips 27th Symposium (HCS), Cupertino, CA, USA, August 22–25, 2015. IEEE Computer Society, 2015. pp. 1–24. DOI: 10.1109/HOTCHIPS.2015.7477467
  19. Valenzise G., Gerosa L., Tagliasacchi M., Antonacci F., Sarti A. Scream and Gunshot Detection and Localization for Audio-surveillance Systems. Proceedings of the 4th IEEE International Conference on Advanced Video and Signal Based Surveillance, AVSS 2007, 5–7 September, 2007, Queen Mary, University of London, London, United Kingdom. IEEE Computer Society, 2007. pp. 21–26. DOI: 10.1109/AVSS.2007.4425280
  20. Wu F., Wu Q., Tan Y., Wei L., Shao L., Gao L. A Vectorized  $k$ -Means Algorithm for Intel Many Integrated Core Architecture. Proceedings of the 10th International Symposium on Advanced Parallel Processing Technologies, APPT 2013, Stockholm, Sweden, August 27–28, 2013, Revised Selected Papers. Lecture Notes in Computer Science. Springer, 2013. vol. 8299. pp. 277–294. DOI: 10.1007/978-3-642-45293-2\_21
  21. Zou J., Chen L., Chen C.L.P. Ensemble Fuzzy  $c$ -Means Clustering Algorithms Based on KL-Divergence for Medical Image Segmentation. Proceedings of the 2013 IEEE International Conference on Bioinformatics and Biomedicine, Shanghai, China, December 18–21, 2013. IEEE Computer Society, 2013. pp. 291–296. DOI: 10.1109/BIBM.2013.6732505

## СВЕДЕНИЯ ОБ ИЗДАНИИ

Научный журнал «Вестник ЮУрГУ. Серия «Вычислительная математика и информатика» основан в 2012 году.

Учредитель — Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Южно-Уральский государственный университет» (национальный исследовательский университет).

Главный редактор — Л.Б. Соколинский.

Свидетельство о регистрации ПИ ФС77-57377 выдано 24 марта 2014 г. Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.

Журнал включен в Реферативный журнал и Базы данных ВИНИТИ; индексируется в библиографической базе данных РИНЦ. Журнал размещен в открытом доступе на Всероссийском математическом портале MathNet. Сведения о журнале ежегодно публикуются в международной справочной системе по периодическим и продолжающимся изданиям «Ulrich's Periodicals Directory».

Решением Президиума Высшей аттестационной комиссии Министерства образования и науки Российской Федерации журнал включен в «Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук» по следующим отраслям и группам специальностей: 05.13.00 – информатика, вычислительная техника и управление; 25.00.00 – науки о Земле.

Подписной индекс научного журнала «Вестник ЮУрГУ», серия «Вычислительная математика и информатика»: 10244, каталог «Пресса России». Периодичность выхода — 4 выпуска в год.

Адрес редакции, издателя: 454080, г. Челябинск, проспект Ленина, 76, Издательский центр ЮУрГУ, каб. 32.

## ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

1. Правила подготовки рукописей и пример оформления статей можно загрузить с сайта серии <http://vestnikvmi.susu.ru>. **Статьи, оформленные без соблюдения правил, к рассмотрению не принимаются.**
2. Адрес редакционной коллегии научного журнала «Вестник ЮУрГУ», серия «Вычислительная математика и информатика»:  
Россия 454080, г. Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, 76, ЮУрГУ, кафедра СП,  
ответственному секретарю Цымблеру М.Л.
3. Адрес электронной почты редакции: [vestnikvmi@susu.ru](mailto:vestnikvmi@susu.ru)
4. **Плата с авторов за публикацию рукописей не взимается, гонорары авторам не выплачиваются.**