УДК 338.2 DOI: 10.14529/ctcr200308

# ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАЗРАБОТКИ И РЕАЛИЗАЦИИ ПРОЕКТА ПОД ВЛИЯНИЕМ ВНЕШНИХ ФАКТОРОВ

***С.А. Баркалов[1], А.Ю. Глушков[1], С.И. Моисеев[1,2]***

*[1]Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж, Россия,*
*[2]Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, Воронежский филиал, г. Воронеж, Россия*

**Введение.** При планировании проектов, мероприятий, комплексов работ всегда необходимо учитывать влияние внутренних условий и внешней среды. В большинстве случаев влияние внешних факторов на проект является стохастическим и представляет собой случайный процесс. Научные разработки, позволяющие учитывать влияние внешней среды на разработку и реализацию проектов, всегда актуальны, так как они позволят прогнозировать временные характеристики проектов в реальных условиях.

**Цель исследования**. В исследовании ставится задача разработать математическую модель, позволяющую в динамике прогнозировать временные показатели проектов с учетом влияния на них случайных внешних факторов.

**Материалы и методы.** Решить поставленную задачу удается путем описания процесса влияния внешних факторов на проект математическими методами теории марковских случайных процессов. При этом влияющие на проект факторы условно делятся на те, которые приводят к необходимости проведения дополнительных мероприятий при разработке проектов, и на факторы, которые требуют кардинально менять проект. В работе применяются математические методы теории вероятности, теории дифференциальных уравнений, численные методы.

**Результаты.** На основании теории марковских случайных процессов разработана динамическая модель разработки и реализации проекта с учетом влияния на эти процессы внешних случайных факторов. Описана методика формирования и решения математической модели, позволяющей находить временные зависимости вероятностей завершения отдельных этапов разработки проекта и вероятности успешной реализации проекта в целом. Проведен анализ полученных решений, описаны общие тенденции разработки и реализации проектов с учетом влияния на них внешних факторов.

**Заключение.** Представленная модель позволяет оценивать вероятности выполнения проекта как в общем, так и отдельных ее этапов для разных временных интервалов, что позволит планировать временные сроки при управлении проектами. Модель может служить дополнением для процедур сетевого планирования и управления и давать дополнительные вероятностные оценки времени выполнения проекта.

*Ключевые слова: управление проектами, случайный процесс, вероятность, внешние факторы, математическое моделирование.*

**Введение**

Разработка сложных проектов – это динамический процесс, на который влияет множество случайных факторов, приводящих к быстрой смене внешних условий и внутренних факторов, влияющих на проект. Для математического моделирования таких процессов удобно использовать вероятностные подходы, а учитывая динамику, среди них наиболее подходящими являются подходы, основанные на теории случайных процессов [1–4]. Учитывая, что на систему подготовки и реализации проекта оказывает влияние множество случайных факторов, случайные процессы, протекающие в ней, будут близкими к марковским и для моделирования таких систем рационально использовать методы марковских случайных процессов с непрерывным временем и дискретным состоянием [1–4].

В данной работе приведена методика моделирования процесса разработки и последующей реализации некоторого проекта при быстрой смене условий и факторов, влияющих на проект, основанная на марковских случайных процессах.

## 1. Постановка задачи и ее математическая модель

Рассмотрим некоторый проект, который необходимо реализовать в будущем, и определим весь цикл его разработки и реализации, начиная с самого раннего момента принятия решений об осуществлении проекта.

Цикл осуществления проекта можно условно разбить на два последовательных этапа: стадию разработки и стадию реализации. Этап реализации проекта изучен достаточно хорошо, существует множество методик по его осуществлению и контролю исполнения, наиболее известные из которых – это методы сетевого планирования и управления [5, 6]. Исходя из этого, основное внимание уделим первому этапу, заключающемуся в разработке мероприятий по планированию проекта в условиях меняющейся обстановки и среды реализации проекта.

Введем несколько допущений, которые лягут в основе предлагаемой динамической модели:

1. При разработке проекта возможно два варианта его окончания: либо процесс разработки будет успешно окончен и можно приступать к реализации проекта, либо находятся некоторые факторы или условия (назовем их неблагоприятными), которые не позволяют реализовывать проект в этом виде, и возникает необходимость пересматривать проект и разрабатывать его заново.

2. При разработке проекта могут возникать факторы или условия, которые вносят неопределенность в условия реализации проекта (назовем их неопределенными), что требует дополнительных мероприятий, исследований, сбора информации и подобного, однако это не приводит на данном этапе к изменению проекта, а требует лишь его коррекции.

3. Неблагоприятные и неопределенные факторы являются случайными и могут возникнуть с определенной вероятностью в случайный момент времени.

4. Реализация проекта начинается только после успешной его разработки.

В соответствии с описанной схемой марковский случайный процесс можно задать в виде множества следующих состояний:

$S_1$ – состояние начала разработки проекта, принятия решений о мероприятиях проекта, сбора и обработки информации;

$S_2$ – состояние, когда необходимо проводить дополнительные мероприятия и исследования для наиболее эффективной реализации проекта;

$S_3$ – состояние, когда разработка проекта окончена и принимается решение либо о его реализации, либо, из-за ее невозможности, о начале разработки нового проекта;

$S_4$ – состояние окончания реализации проекта и сдачи его в эксплуатацию.

В соответствии с моделью марковских случайных процессов переход между состояниями $S_i$ и $S_j$ осуществляется под влиянием некоторого потока событий $\lambda_{ij}$, который связан со средним временем $T_{ij}$ нахождения системы в состоянии $S_i$ перед переходом в состояние $S_j$: $\lambda_{ij} = 1/T_{ij}$. Ввиду этого случайный процесс разработки и реализации проекта будет описываться следующими параметрами:

$T_1$ – среднее время разработки проекта до момента реализации или проведения дополнительных мероприятий, связанных с неопределенными факторами;

$T_2$ – среднее время проведения дополнительных мероприятий по разработке проекта, связанных с появлением неопределенных факторов;

$T_3$ – среднее время реализации проекта;

$T_4$ – среднее время между возникновением неблагоприятных факторов, приводящих к разработке нового проекта;

$p$ – вероятность необходимости проведения дополнительных мероприятий, связанных с неопределенными факторами.

В соответствии с описанной схемой функционирования случайного процесса строим его граф состояний, который представлен на рис. 1.

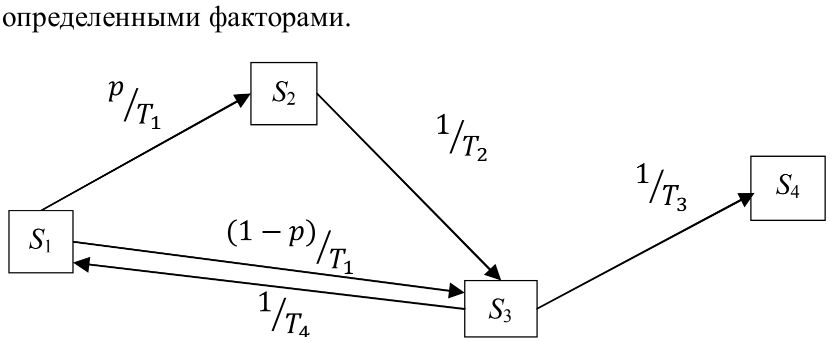


**Рис. 1. Граф состояний случайного процесса**
**Fig. 1. State graph of a random process**

Ставится задача рассчитать временные зависимости вероятностей каждого состояния $P_1(t)$, $P_2(t)$, $P_3(t)$ и $P_4(t)$, имеющие смысл вероятности того, что в произвольный момент времени $t$ система будет находиться в этом состоянии. Последняя вероятность равна вероятности разработки и реализации всего проекта.

**2. Методика решения поставленной задачи**

В соответствии с графом состояний из рис. 1 для описания динамики процесса разработки и реализации проекта составляем систему уравнений Колмогорова [1], в которой каждому состоянию будет соответствовать дифференциальное уравнение вида:

$$\begin{cases} \dfrac{dP_1(t)}{dt} = \dfrac{P_3(t)}{T_4} - \dfrac{P_1(t)}{T_1}; \\ \dfrac{dP_2(t)}{dt} = \dfrac{pP_1(t)}{T_1} - \dfrac{P_2(t)}{T_2}; \\ \dfrac{dP_3(t)}{dt} = \dfrac{P_2(t)}{T_2} + \dfrac{(1-p)P_1(t)}{T_1} - \left(\dfrac{1}{T_4} + \dfrac{1}{T_3}\right)P_3(t); \\ \dfrac{dP_4(t)}{dt} = \dfrac{P_3(t)}{T_3}. \end{cases} \tag{1}$$

Система уравнений (1) является вырожденной, и в ней одно (любое) уравнение системы нужно заменить на условие нормировки вида $P_1(t) + P_2(t) + P_3(t) + P_4(t) = 1$, сделаем это с третьим уравнением. В итоге получим систему дифференциальных уравнений вида:

$$\begin{cases} \dfrac{dP_1(t)}{dt} = \dfrac{P_3(t)}{T_4} - \dfrac{P_1(t)}{T_1}; \\ \dfrac{dP_2(t)}{dt} = \dfrac{pP_1(t)}{T_1} - \dfrac{P_2(t)}{T_2}; \\ \dfrac{dP_4(t)}{dt} = \dfrac{P_3(t)}{T_3}; \\ P_1(t) + P_2(t) + P_3(t) + P_4(t) = 1. \end{cases} \tag{2}$$

Для нахождения частного решения системы (2) воспользуемся начальными условиями:

$$P_1(0) = 1;\ P_2(0) = 0;\ P_3(0) = 0;\ P_4(0) = 0, \tag{3}$$

которые имеют смысл того, что в начальный момент времени система находилась в состоянии $S_1$.

Используя последнее уравнение системы, можно исключить из (2) вероятность третьего состояния, перейдя к системе из трех дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dP_1(t)}{dt} = -\left(\dfrac{1}{T_4} + \dfrac{1}{T_1}\right)P_1(t) - \dfrac{1}{T_4}P_2(t) - \dfrac{1}{T_4}P_4(t) + \dfrac{1}{T_4}; \\ \dfrac{dP_2(t)}{dt} = \dfrac{p}{T_1}P_1(t) - \dfrac{1}{T_2}P_2(t); \\ \dfrac{dP_4(t)}{dt} = -\dfrac{1}{T_3}\big(P_1(t) + P_2(t) + P_4(t)\big) + \dfrac{1}{T_3}. \end{cases} \tag{4}$$

Выражение (4) представляет собой систему линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами [5, 6], которую удобно решать методом собственных значений и собственных векторов [7].

Общее решение будет состоять из суперпозиции общего однородного решения $P_i^o(t)$, $i = 1, 2, 4$ и частного неоднородного решения $P_i^н(t)$: $P_i\ (t) = P_i^o(t) + P_i^н(t)$. Рассмотрим общий подход к нахождению общего однородного решения. Оно имеет вид:

$P_1^o(t)=C_1V_1^{(1)}e^{\lambda_1 t}+C_2V_2^{(1)}e^{\lambda_2 t}+C_3V_3^{(1)}e^{\lambda_3 t}$;

$P_2^o(t)=C_1V_1^{(2)}e^{\lambda_1 t}+C_2V_2^{(2)}e^{\lambda_2 t}+C_3V_3^{(2)}e^{\lambda_3 t}$;

$P_4^o(t)=C_1V_1^{(3)}e^{\lambda_1 t}+C_2V_2^{(3)}e^{\lambda_2 t}+C_3V_3^{(3)}e^{\lambda_3 t}$,

где $\lambda_1$, $\lambda_2$, $\lambda_3$ – собственные числа системы (4), которые находятся из решения характеристического уравнения:

$$\begin{vmatrix} -\left(\frac{1}{T_4}+\frac{1}{T_1}\right)-\lambda & -\frac{1}{T_4} & -\frac{1}{T_4} \\ \frac{p}{T_1} & -\frac{1}{T_2}-\lambda & 0 \\ -\frac{1}{T_3} & -\frac{1}{T_3} & -\frac{1}{T_3}-\lambda \end{vmatrix}=0, \tag{5}$$

а $\mathbf{V}=\begin{pmatrix} V_1^{(1)} & V_2^{(1)} & V_3^{(1)} \\ V_1^{(2)} & V_2^{(2)} & V_3^{(2)} \\ V_1^{(3)} & V_2^{(3)} & V_3^{(3)} \end{pmatrix}$ – матрица из собственных векторов системы (4), соответствующая характеристическому уравнению (5).

С учетом того, что вектор неоднородных функций системы (4) представляет собой константы: $\begin{pmatrix} 1/T_4 \\ 0 \\ 1/T_3 \end{pmatrix}$, неоднородное решение будет иметь вид некоторых постоянных $P_i^н=A_i$, которые находятся путем подстановок неоднородного решения в (4). В итоге, также используя условие нормировки, находим частное неоднородное решение:

$P_1^н=0;\ P_2^н=0;\ P_3^н=0;\ P_4^н=1.$

Для нахождения неопределенных констант $C_1$, $C_2$, $C_3$ используем начальные условия (3). Вероятность состояния $S_3$ получаем из условия нормировки в виде: $P_3(t)=1-P_1(t)-P_2(t)-P_4(t)$.

### 3. Анализ полученных результатов

Проведем анализ полученного решения для разных значений параметров задачи. Для наглядности, и учитывая то, что аналитическое решение сильно зависит от параметров задачи, сделаем это графически.

На рис. 2 приведены временные зависимости вероятностей каждого состояния $P_1(t)$, $P_2(t)$, $P_3(t)$ и $P_4(t)$ за 20 дней после начала разработки проекта, которые характеризуют вероятностную продолжительность каждого этапа разработки и реализации объекта с учетом влияния внешних факторов.

Как видно из рис. 2, продолжительность этапа начала разработки проекта быстро приближается к нулю, вероятности состояний с проведением дополнительных мероприятий и процесса принятия решений о реализации проекта имеют экстремумы, а вероятность выполнения проекта в общем монотонно стремится к единице, что согласуется с поставленной задачей.

Проанализируем теперь влияние параметров модели на рассчитанные вероятности. В качестве анализируемой вероятности возьмем $P_4$, так как она имеет смысл вероятности выполнения всего проекта в целом. На рис. 3 приведена временная зависимость этого показателя от среднего времени реализации проекта $T_3$.

Как видно из рис. 3, средняя продолжительность этапа реализации проекта сильно влияет на весь цикл, понижая ее при увеличении продолжительности этапа.

Очевидно, что на указанную вероятность должна оказывать влияние и интенсивность появления неблагоприятных факторов, которая характеризуется параметром $T_4$. Эта зависимость представлена на рис. 4.

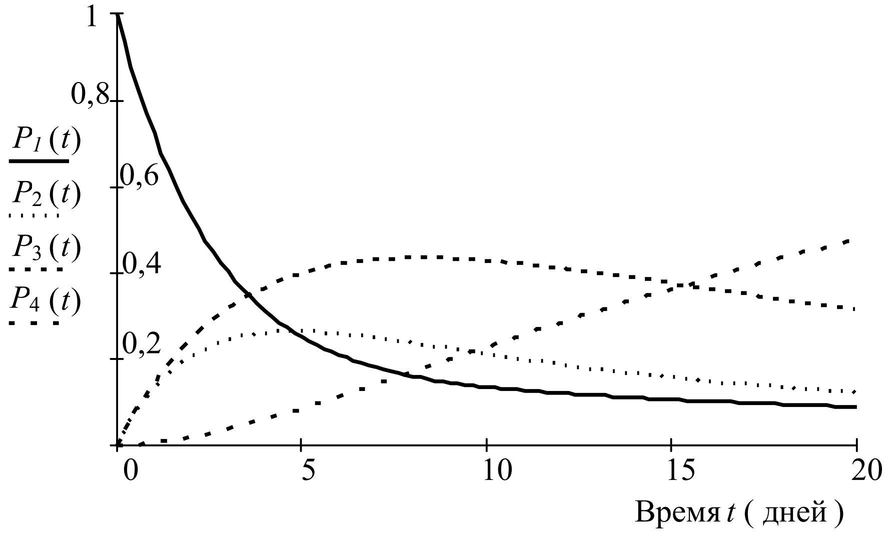


**Рис. 2. Временные зависимости вероятностей состояний при значениях параметров $T_1$ = 3 дня, $T_2$ = 5 дней, $T_3$ = 15 дней, $T_4$ = 12 дней, $p$ = 0,5**
**Fig. 2. Temporal dependences of state probabilities at parameter values $T_1$ = 3 days, $T_2$ = 5 days, $T_3$ = 15 days, $T_4$ = 12 days, $p$ = 0,5**

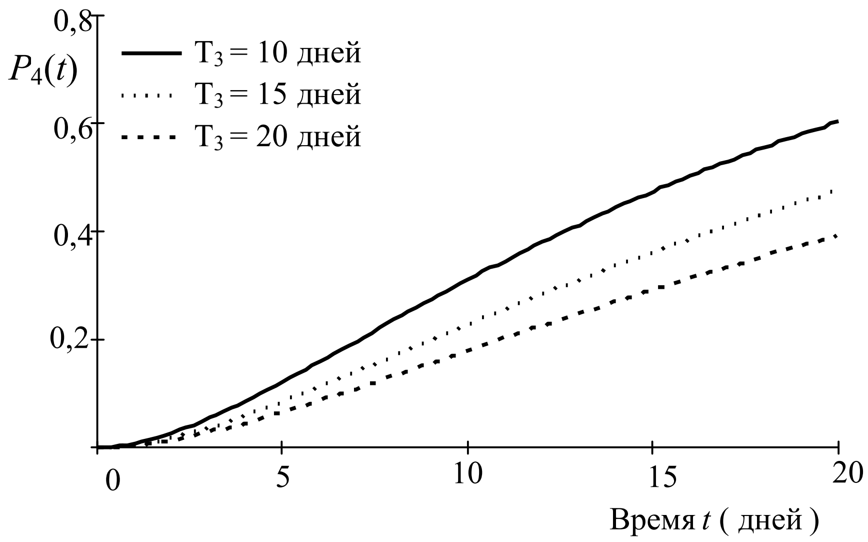


**Рис. 3. Временные зависимости вероятности выполнения проекта при разных значениях параметра $T_3$ ($T_1$ = 3 дня, $T_2$ = 5 дней, $T_4$ = 12 дней, $p$ = 0,5)**
**Fig. 3. Temporal dependences of the probability of the project at different values of the parameter $T_3$ ($T_1$ = 3 days, $T_2$ = 5 days, $T_3$ = 5 days, $p$ = 0,5)**

Как видим, это влияние менее выраженное, чем в предыдущем графике, но значительнее, причем чем выше интенсивность появления неблагоприятных факторов, тем меньше вероятность реализации проекта.

Как было сказано ранее, этап проведения дополнительные мероприятий и исследований для наиболее эффективной реализации проекта $S_2$ является вероятностным и его необходимость определяется параметром $p$. Зависимость вероятности реализации проекта от этого параметра представлена на рис. 5.

Видно, что необходимость проведения дополнительных мероприятий понижает общую вероятность выполнения проекта за заданное время.

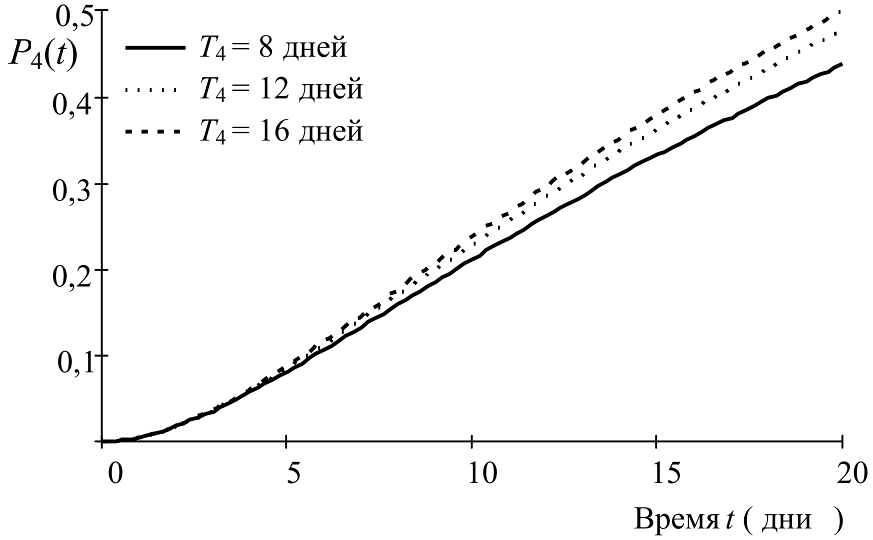


**Рис. 4. Временные зависимости вероятностей выполнения проекта при разных значениях параметра $T_4$ ($T_1$ = 3 дня, $T_2$ = 5 дней, $T_3$ = 15 дней, p = 0,5)**
**Fig. 4. Temporal dependences of the probabilities of the project at different values of the parameter $T_4$ ($T_1$ = 3 days, $T_2$ = 5 days, $T_3$ = 15 days, $p$ = 0,5)**

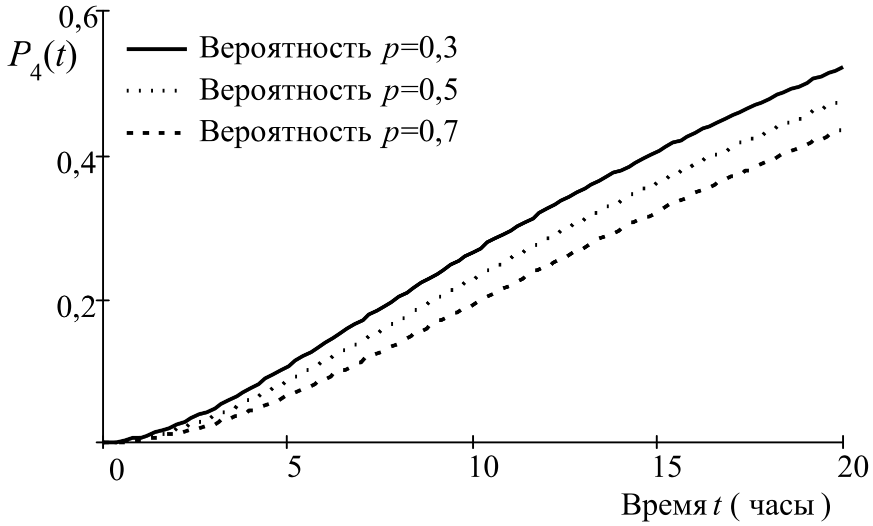


**Рис. 5. Временные зависимости вероятности реализации проекта при разных значениях параметра $p$ ($T_1$ = 3 дней, $T_2$ = 5 дней, $T_3$ = 15 дней, $T_4$ = 12 дней)**
**Fig. 5. Temporal dependences of the probability of project implementation at different values of the parameter $p$ ($T_1$ = 3 days, $T_2$ = 5 days, $T_3$ = 15 days, $T_4$ = 12 days)**

**Заключение**

Таким образом, на основании теории марковских случайных процессов разработана динамическая математическая модель разработки и реализации проекта с учетом влияния на эти процессы внешних случайных факторов.

Представленная модель позволяет оценивать вероятности выполнения проекта как в общем, так и отдельных ее этапов для разных временных интервалов, что позволит планировать временные сроки при управлении проектами. Путем перераспределения ресурсов для разных этапов [8] можно изменять их среднюю продолжительность и добиваться более высокого качества при разработке и реализации проектов с учетом влияния на них непредвиденных и форс-мажорных обстоятельств.

Модель может служить дополнением к стандартным процедурам сетевого планирования и управления и давать дополнительные вероятностные оценки времени выполнения проектов. Представленная методика расчета вероятностных параметров в динамике ее изменений позволит проводить аналогичные расчеты для иных состояний системы, в которой реализуется марковский случайный процесс, что позволит проводить расчеты для конкретных проектов с определенными внешними воздействиями на него.

***Литература***

*1. Вентцель, Е.С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: Высш. шк., 1998. – 354 с.*

*2. Баркалов, С.А. Математические методы и модели в управлении и их реализация в MS Excel / С.А. Баркалов, С.И. Моисеев, В.Л. Порядина. – Воронеж: Воронежский ГАСУ, 2015. – 265 с.*

*3. Маталыцкий, М.А. Элементы теории случайных процессов: учебное пособие / М.А. Маталыцкий. – Гродно: ГрГУ, 2004. – 326 с.*

*4. Миллер, Б.М. Теория случайных процессов в примерах и задачах / Б.М. Миллер, А.Р. Панков. – М.: Физматлит, 2002. – 320 с.*

*5. Арнольд, В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения / В.И. Арнольд. – М.: МЦНМО, 2012. – 344 с.*

*6. Агафонов, С.А. Дифференциальные уравнения. Вып. VIII / С.А. Агафонов. – М.: МГТУ, 2011. – 347 с.*

*7. Амелькин, В.В. Автономные и линейные многомерные дифференциальные уравнения / В.В. Амелькин. – М.: УРСС, 2010. – 144 с.*

*8. Модели и методы распределения ресурсов в управлении проектами / С.А. Баркалов, И.В. Буркова, В.Н. Колпачев, А.М. Потапенко. – М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2004. – 87 с.*

**Баркалов Сергей Алексеевич**, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой управления, Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж; barkalov@vgasu.vrn.ru.

**Глушков Александр Юрьевич**, старший преподаватель, аспирант кафедры управления, Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж; alex-maslovra@mail.ru.

**Моисеев Сергей Игоревич**, канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры информационных технологий в экономике, Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, Воронежский филиал, доцент кафедры управления, Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж; mail@moiseevs.ru.

***Поступила в редакцию 27 мая 2020 г.***

DOI: 10.14529/ctcr200308

# DYNAMIC MODEL OF DEVELOPMENT AND IMPLEMENTATION OF THE PROJECT UNDER THE INFLUENCE OF EXTERNAL FACTORS

***S.A. Barkalov***[1], *barkalov@vgasu.vrn.ru*,
***A.Yu. Glushkov***[1], *alex-maslovra@mail.ru*,
***Moiseev S.I.***[1,2], *mail@moiseevs.ru*

[1]*Voronezh State Technical University, Voronezh, Russian Federation,*
[2]*Plekhanov Russian University of Economics, Voronezh branch, Voronezh, Russian Federation*

**Introduction.** When planning projects, events, work packages, it is always necessary to take into account the influence of internal conditions and the external environment. In most cases, the influence of external factors on the project is stochastic and is a random process. Scientific developments allowing to take into account the influence of the external environment on the development and implementation of projects are always relevant, since they will allow to predict the temporal characteristics of projects in real conditions.

**Aim.** In scientific research, the task is to develop a mathematical model that allows dynamics to predict the temporal performance of projects, taking into account the influence of random external factors on them.

**Materials and methods.** It is possible to solve the problem by describing the process of the influence of external factors on the project by mathematical methods of the theory of Markov random processes. At the same time, factors affecting the project are conditionally divided into those that lead to the need for additional activities in the development of projects, and to factors that require a fundamental change in the project. In a scientific study, mathematical methods of probability theory, the theory of differential equations, and numerical methods are used.

**Results.** Based on the theory of Markov random processes, a dynamic model for the development and implementation of the project was developed taking into account the influence of external random factors on these processes. A methodology for the formation and solution of a mathematical model is described, which allows one to find the time dependences of the probabilities of completion of individual stages of project development and the probability of successful implementation of the project as a whole. The analysis of the solutions obtained is carried out, general trends in the development and implementation of projects are described taking into account the influence of external factors on them.

**Conclusion.** The presented model makes it possible to evaluate the probabilities of the project in general and of its individual stages for different time intervals, which will allow you to plan timelines for project management. The model can complement the network planning and management procedures and provide additional probabilistic estimates of the project time.

*Keywords: project management, random process, probability, external factors, mathematical modeling.*

## References

1. Ventzel E.S., Ovcharov L.A. *Teoriya sluchaynykh protsessov i yeye inzhenernyye prilozheniya* [The Theory of Random Processes and its Engineering Applications]. Moscow, Higher School, 1998. 354 p.

2. Barkalov S.A., Moiseev S.I., Poryadina V.L. *Matematicheskie metody i modeli v upravlenii i ih realizacija v MS Excel* [Mathematical Methods and Models in Management and Their Implementation in MS Excel]. Voronezh, SUACE Publ., 2015. 265 p.

3. Matalytsky M.A. *Elementy teorii sluchaynykh protsessov: uchebnoye posobiye* [Elements of the Theory of Random Processes: Tutorial]. Grodno, Publishing House of the State University, 2004. 326 p.

4. Miller B.M., Pankov A.R. *Teoriya sluchaynykh protsessov v primerakh i zadachakh* [The Theory of Random Processes in Examples and Problems]. Moscow, Fizmatlit, 2002. 320 p.

5. Arnold V.I. *Obyknovennyye differentsial'nyye uravneniya* [Ordinary Differential Equations]. Moscow, ICMMO, 2012. 344 p.

6. Agafonov S.A. *Differentsial'nyye uravneniya. Vyp. VIII* [Differential Equations. Vol. VIII]. Moscow, MSTU, 2011. 347 p.

7. Amelkin V.V. *Avtonomnyye i lineynyye mnogomernyye differentsial'nyye uravneniya* [Autonomous and linear multidimensional differential equations]. Moscow, URSS, 2010. 144 p.

8. Barkalov S.A., Burkova I.V., Kolpachev V.N., Potapenko A.M. *Modeli i metody raspredeleniya resursov v upravlenii proyektami* [Models and methods of resource allocation in project management]. Moscow, Institute for Management Problems named after V.A. Trapeznikova RAS, 2004. 87 p.

***Received 27 мау 2020***

**ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ**

Баркалов, С.А. Динамическая модель разработки и реализации проекта под влиянием внешних факторов / С.А. Баркалов, А.Ю. Глушков, С.И. Моисеев // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2020. – Т. 20, № 3. – С. 76–84. DOI: 10.14529/ctcr200308

**FOR CITATION**

Barkalov S.A., Glushkov A.Yu., Moiseev S.I. Dynamic Model of Development and Implementation of the Project under the Influence of External Factors. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2020, vol. 20, no. 3, pp. 76–84. (in Russ.) DOI: 10.14529/ctcr200208