

Автоматизированные системы управления технологическими процессами

DOI: 10.14529/ctcr200311

COMPUTATIONAL MODELING OF LIQUID FILM FLOW REGIMES IN HEAT AND MASS TRANSFER DEVICES AT LOW REYNOLDS NUMBERS

L.A. Prokudina, prokudinala@susu.ru,

M.P. Vikhrev, rizvanovk@bk.ru

South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

Introduction. Heat and mass transfer devices based on flow of a thin layer of viscous fluid are widely used in numerous industry fields (chemical, petrochemical, energy, food, etc.). Falling film devices (film rectifiers, absorbers, steam generators, etc.) efficiency is related to large contact surface area and low liquid flow rate.

Aim. Numerical study of wave characteristics of a thin layer of a viscous liquid both during free flow and during evaporation.

Materials and methods. This work presents results of computational modeling of vertical water liquid film flow at low Reynolds numbers in the framework of partial differential equation of the state of the free surface of the liquid film. Equation coefficients include different physicochemical factors such as surface tension parameter and temperature gradients influence parameter. Analytic dependence of Marangoni parameter critical values is presented. Liquid film flow is investigated both at free flow and at evaporation of liquid. Temperature gradients influence causing increase of instability region and changing parameters of liquid film wave flow is taken into account. Utility developed in C++ is used for computation of wave characteristics and instability regions of liquid films.

Results. Computational experiments were carried out for the vertical water film both at free flow and at evaporation. As a result of computational experiments liquid film flow regimes with a maximum value of the increment were selected; such regimes are shown in experimental studies of other researchers. Marangoni parameters critical values, at which destruction of film is possible, were calculated.

Conclusion. Increment increases and phase velocity decreases under conditions of evaporation, and conditions are created for the destruction of the liquid film in heat and mass transfer devices and formation of “dry spot” on their surface. Liquid films flows investigation is relevant due to wide use of industrial falling film devices based on evaporating liquid films (evaporators, vaporizing apparatus); its results could be used in the design or modernization of existing equipment and in the design of technological processes in liquid films.

Keywords: liquid film, evaporation, instability, Marangoni parameter, low Reynolds numbers.

Introduction

First experimental and theoretical studies of the flow of a thin viscous liquid layer we carried out by P.L. Kapitza [1, 2]. Liquid film is an effective tool of interfacial heat and mass transfer due to large contact surface area and low liquid flow rate [3–5], so it is widely used in industry. Falling film devices are used for working with substances, that can only be processed in thin layers: manufacture of certain types of plastics, evaporation of food products, that are sensitive to high temperatures, heating up and concentrating of substances, that can be burnt or polymerized at prolonged contact with heating surface. Also falling film evaporators and distillers are widely used in manufacture of chemical and food products. Due to short contact with heating surface, these devices save chemical properties of substances and vitamins of food products [4].

Influence of different physicochemical factors on liquid film flow regimes should be considered when designing falling film devices [6, 7]. Due to wide use of industrial falling film devices based on evaporating liquid films (evaporators, vaporizing apparatus), investigation of liquid films flows at evaporation of liquid are relevant.

The aim of this work is numerical study of wave characteristics of a thin layer of viscous fluid at free flow and evaporation of liquid.

1. Formulation of the problem

We consider the flow of a thin viscous liquid layer with a thickness δ at Reynolds numbers $1 \leq Re \leq 5$ on a vertical solid heated surface in the coordinate system OXY as shown on fig. 1.

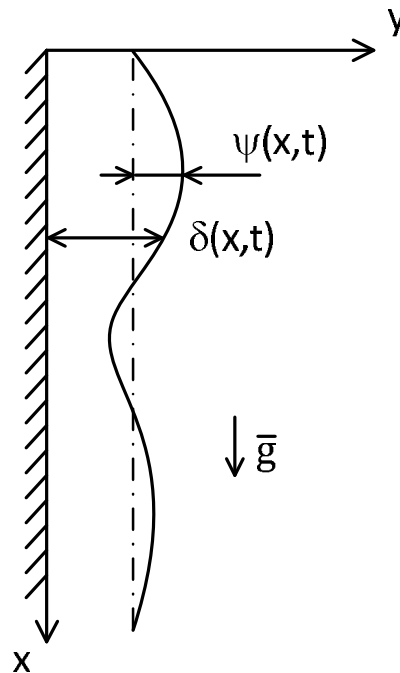


Fig. 1. Flowing liquid film model

Denote deviation of the liquid film free surface from the undisturbed state by $\psi(x, t)$. Taking into account, that surface tension σ is a function of liquid temperature T and liquid film surface chemical composition [8, 9], we introduce dimensionless parameter

$M = \frac{\partial \sigma}{\partial T} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial y} \right)_{y=\delta} \frac{1}{u_0^2 \rho}$, called Marangoni number, where u_0 – fluid flow average velocity, ρ – fluid density.

2. Mathematical model of liquid film free surface state

Liquid film free surface state is described by following partial differential equation [0]:

$$\left(\frac{1}{RePrKu} - \frac{1}{RePrKu} \psi \right) + \left(a_7 \frac{\partial}{\partial x} - 1 \right) \frac{\partial \psi}{\partial t} + a_1 \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + a_6 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + a_{11} \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

where

$$a_1 = -\frac{\sigma Re}{3}, a_6 = -\frac{ReM}{2} + \frac{3}{40} Re^3 F_x^2 + \frac{2}{3} \frac{Re \text{sign } \Delta T}{(RePrKu)^2},$$

$$a_7 = \frac{5}{24} Re^2 F_x, a_{11} = -Re F_x,$$

Re – Reynolds number, F_x – Froude number, Ku – Kutateladze number, Pr – Prandtl number, $\text{sign}\Delta T = 0$ corresponds to free flow regime and $\text{sign}\Delta T = -1$ corresponds to evaporation process.

In heat and mass transfer processes, including liquid film evaporation process, high temperature gradients could cause destruction of liquid film and formation of “dry spot” on film device surface. Marangoni parameter critical values, at which destruction of film is possible, are given by the following formula [0]:

$$M_{\kappa} = \frac{3}{20} Re^2 F_x^2 - \frac{2}{Re k_x^2} \left(b_0 - \frac{b_1}{b_2} \right) + \frac{4 \text{sign} \Delta T}{3(Re Pr Ku)^2}, \quad (2)$$

where $b_0 = a_1 k_x^4$, $b_1 = -a_{11} k_x$, $b_2 = a_7 k_x$.

3. Computational experiments

Using the solution type $\psi = A \exp[i(k_x x - \omega t)]$ of equation (1) we obtain the following dispersion equation:

$$\omega(a_7 k_x + i) + a_1 k_x^4 - a_6 k_x^2 + a_{11} i k_x = 0, \quad (3)$$

where $\omega = \omega_r + i\omega_i$ (ω_r – frequency, ω_i – increment).

Separating (3) into real and imaginary parts we obtain solutions for frequency and increment:

$$\omega_r = \frac{Y - XZ}{1 + Z^2}, \quad (4)$$

$$\omega_i = X + \omega_r Z, \quad (5)$$

where $X = a_1 k_x^4 - a_6 k_x^2$, $Y = -a_{11} k_x$, $Z = a_7 k_x$.

Phase velocity values could be calculated by the following formula:

$$c_r = \frac{\omega_r}{k}. \quad (6)$$

Computational experiments were carried out for the vertical water film at Reynolds numbers $1 \leq Re \leq 5$ and wave numbers $0 \leq k \leq 0.5$. Liquid film free flow and evaporation process were studied.

C++ utility, calculating frequency, increment, phase velocity and Marangoni number critical values by formulas (4)–(6) and (2) was developed.

Flow of vertical water film is unstable at positive increment values (table 1). Liquid film flow is more unstable at evaporation.

Table 1
Instability regions

Re	k	
	$\text{sign}\Delta T = 0$	$\text{sign}\Delta T = -1$
1	[0; 0.0272]	[0; 0.029]
2	[0; 0.0484]	[0; 0.0492]
3	[0; 0.0679]	[0; 0.0684]
4	[0; 0.0862]	[0; 0.0866]
5	[0; 0.1038]	[0; 0.1041]

Results of calculation of increment values at $Re = 3$ are shown on fig. 2.

Flow instability region at $Re = 3$ corresponds to $0 \leq k \leq 0,0679$ range at free flow and $0 \leq k \leq 0,0684$ at evaporation. Increment curve inflection point $k = 0,025$ and maximum increment points $k = 0,0478$ at free flow and $k = 0,0482$ at evaporation could be noted.

Results of calculation of phase velocity values at $Re = 3$ in instability region are shown on fig. 3. It could be noted that evaporation leads to small decrease of phase velocity.

Maximum increment values and corresponding phase velocity values at different Reynolds numbers are presented in table 2.

Evaporation leads to increase of maximum increment values and decrease of corresponding phase velocity values in whole considered Reynolds numbers range.

Marangoni parameter critical values, calculated at maximum increment values for different Reynolds numbers, are presented in table 3.

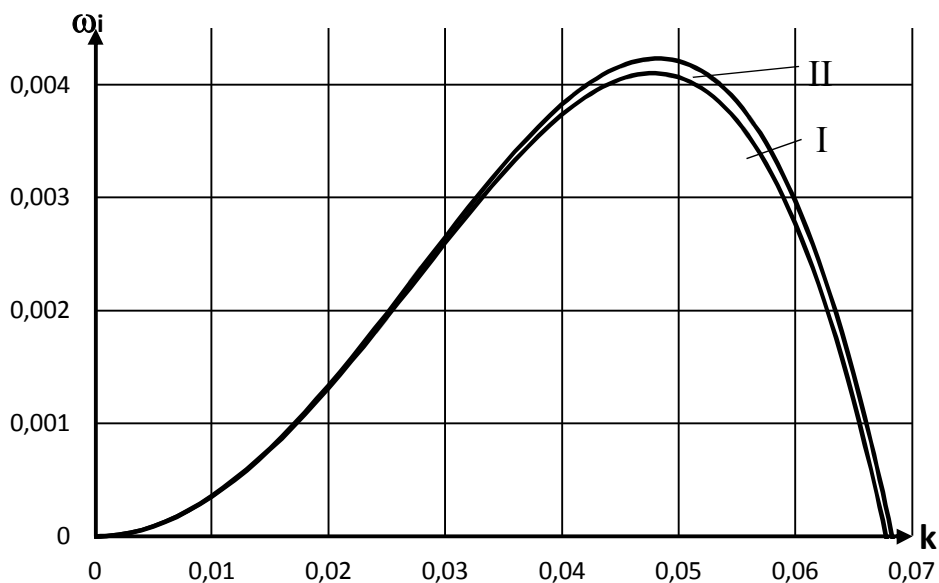


Fig. 2. Increment at $Re = 3$: I – $\text{sign}\Delta T = 0$, II – $\text{sign}\Delta T = -1$

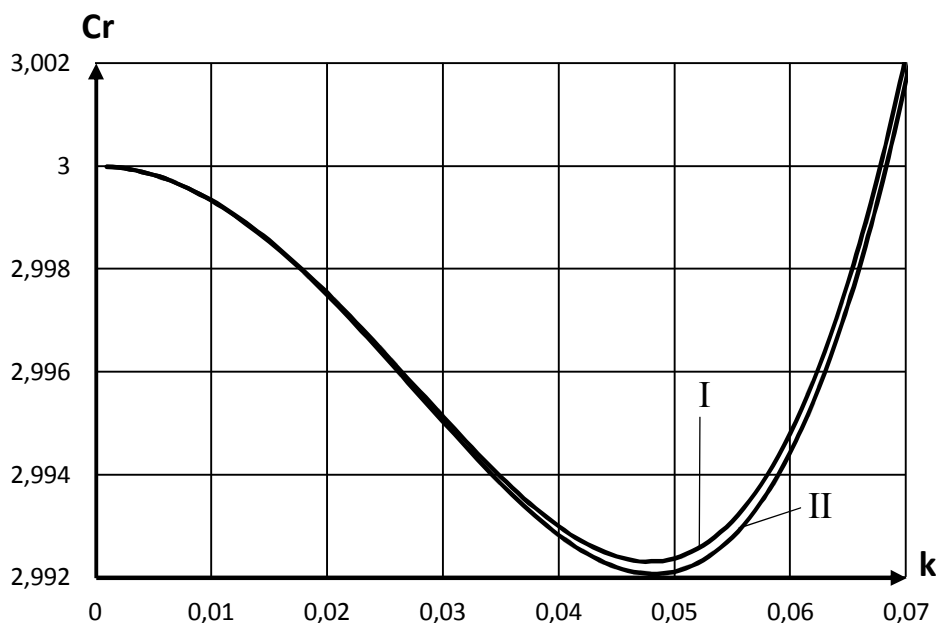


Fig. 3. Phase velocity at $Re = 3$: I – $\text{sign}\Delta T = 0$, II – $\text{sign}\Delta T = -1$

Increment and phase velocity

Table 2

Re	$\text{sign}\Delta T = 0$			$\text{sign}\Delta T = -1$		
	k	$\omega_{i \max}$	$C_r \max$	k	$\omega_{i \max}$	$C_r \max$
1	0.0192	0.000221	2.99986	0.0205	0.000287	2.99982
2	0.0342	0.001401	2.99825	0.0348	0.0015	2.99813
3	0.0478	0.004104	2.9923	0.0482	0.004231	2.99207
4	0.0606	0.008709	2.97823	0.0608	0.008859	2.97785
5	0.0725	0.015357	2.95201	0.0727	0.015524	2.95149

Table 3

Critical values of Marangoni parameter				
Re	sign $\Delta T = 0$		sign $\Delta T = -1$	
	k	M _к	k	M _к
1	0.0192	26044.2	0.0205	22845.9
2	0.0342	2054.46	0.0348	1984.28
3	0.0478	469.388	0.0482	461.655
4	0.0606	165.92	0.0608	164.834
5	0.0725	75.5772	0.0727	75.1689

Liquid film flow regimes with a maximum value of the increment are observed to occur in practical experiments [3] and parameters of such flow regimes are necessary for designing of technological processes in liquid films.

Conclusion

1. Mathematical model of free surface state of viscous fluid thin layer at low Reynolds numbers at free flow and evaporation of liquid is presented.
2. Results of numerical study of liquid film flow regimes are presented. Liquid film flow is unstable at $1 \leq Re \leq 5$. Wave characteristics (frequency, increment and phase velocity), instability regions and Marangoni parameter critical values of viscous fluid thin layer flow at free flow and evaporation are calculated.
3. Evaporation is more unstable process and it causes increase of increment and decrease of the phase velocity, as well as the critical value of the Marangoni parameter, which can lead to the destruction of the liquid film during heat and mass transfer.

References

1. Kapitza P.L. [Wave flow of a thin layer of viscous fluid]. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 1948, vol. 18, pp. 3–28. (in Russ.)
2. Kapitza P.L., Kapitza S.P. [Wave flow of a thin layer of viscous fluid]. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 1949, vol. 19, pp. 105–120. (in Russ.)
3. Alekseenko S.V., Nakoryakov V.E., Pokusaev B.G. *Volnovoe techenie plenok zhidkosti* [Wave flow of liquid films]. Novosibirsk, Nauka, 1992. 256 p.
4. Vorontsov E.G., Tananayko Yu.M. *Teploobmen v zhidkostnykh plenkakh* [Heat and mass transfer in liquid films]. Kiev, Tehnika, 1972. 196 p.
5. Kholpanov L.P., Shkadov V.Ya. *Gidrodinamika i teplomassoobmen s poverkhnost'yu razdela* [Hydrodynamics and heat and mass transfer with interface]. Moscow, Nauka, 1990. 271 p.
6. Shkadov V.Ya. Wave flow regimes of a thin layer of viscous fluid subject to gravity. *Fluid Dynamics*, 1967, vol. 2, no. 1, pp. 29–34.
7. Demekhin E.A., Kaplan M.A., Shkadov V.Ya. Mathematical models of the theory of viscous liquid films. *Fluid Dynamics*, 1987, vol. 22, no. 6, pp. 885–893.
8. Scriven L.E., Sternling C.V. The Marangoni effects. *Nature*, 1960, vol. 187, pp. 186–188.
9. Prokudina L.A., Vyatkin G.P. Instability of a nonisothermal liquid film. *Doklady physics*, 1998, vol. 43, no. 10, pp. 652–654.
10. Prokudina L.A. Influence of Surface Tension Inhomogeneity on the Wave Flow of a Liquid Film. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2014, vol. 87, no. 1, pp. 165–173.

Received 23 April 2020

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЖИМОВ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОЙ ПЛЕНКИ В ТЕПЛОМАСООБМЕННЫХ АППАРАТАХ ПРИ МАЛЫХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

Л.А. Прокудина, М.П. Вихирев

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Россия

Введение. Теплообменные аппараты, в которых реализуется течение тонких слоев вязких жидкостей, широко применяются в различных областях промышленности (химической, нефтехимической, энергетической, пищевой и др.). Эффективность использования пленочных аппаратов (пленочные ректификаторы, абсорберы, парогенераторы и др.) связана с большой поверхностью контакта при малых удельных расходах жидкости.

Цель работы. Численное исследование волновых характеристик течения тонкого слоя вязкой жидкости в условиях свободного стекания пленки и испарения жидкости.

Материалы и методы. В работе представлены результаты численного моделирования течения вертикальной жидкой пленки воды со свободной поверхностью при малых числах Рейнольдса в рамках дифференциального уравнения в частных производных для отклонения свободной поверхности пленки от невозмущенного состояния. Коэффициенты уравнения включают различные физико-химические факторы, в частности, параметр поверхностного натяжения, параметр влияния градиентов температуры. Представлена аналитическая зависимость для критических значений параметра Марангони. Течение жидкой пленки исследовано как при свободном стекании, так и при испарении. Учтено влияние в пленке жидкости градиентов температуры, приводящих к расширению области неустойчивости и изменяющих параметры волнового течения жидкой пленки (частоту, инкремент, фазовую скорость). Для расчета волновых параметров, областей неустойчивости жидких пленок используется утилита, разработанная на языке C++.

Результаты. Проведены вычислительные эксперименты для вертикальной пленки воды как в режиме свободного стекания, так и в процессе испарения. В результате вычислительных экспериментов выделены режимы течения жидкой пленки с максимальным значением инкремента, такие режимы зафиксированы в экспериментальных исследованиях других ученых. Рассчитаны критические значения параметра Марангони, при котором достигается эффект разрыва жидкой пленки.

Закключение. В условиях процесса испарения происходит увеличение значений инкремента и снижение фазовой скорости, что ускоряет эффект разрыва жидкой пленки в теплообменных аппаратах и образование на их поверхности «сухого пятна». Ввиду широкого распространения промышленных пленочных аппаратов, в которых используется испаряющаяся пленка (испарители, выпарные аппараты), исследование течений жидких пленок актуально, его результаты могут быть использованы при конструировании или модернизации существующего оборудования, а также при разработке технологических процессов в жидких пленках.

Ключевые слова: жидкая пленка, испарение, неустойчивость, параметр Марангони, малые числа Рейнольдса.

Литература

1. Капица, П.Л. Волновое течение тонких слоев вязкой жидкости / П.Л. Капица // ЖЭТФ. – 1948. – Т. 18. – С. 3–28.
2. Капица, П.Л. Волновое течение тонких слоев вязкой жидкости / П.Л. Капица, С.П. Капица // ЖЭТФ. – 1949. – Т. 19. – С. 105–120.
3. Алексеенко, С.В. Волновое течение пленок жидкости / С.В. Алексеенко, В.Е. Накоряков, Б.Г. Покусаев. – Новосибирск: ВО «Наука». Сибирская издательская фирма, 1992. – 256 с.
4. Воронцов, Е.Г. Теплообмен в жидкостных пленках / Е.Г. Воронцов, Ю.М. Тананайко. – Киев: Техника, 1972. – 196 с.
5. Холпанов, Л.П. Гидродинамика и теплообмен с поверхностью раздела / Л.П. Хол-

Автоматизированные системы управления...

панов, В.Я. Шкадов. – М.: Наука, 1990. – 271 с.

6. Shkadov, V.Ya. Wave flow regimes of a thin layer of viscous fluid subject to gravity / V.Ya. Shkadov // *Fluid Dynamics*. – 1967. – Vol. 2, No. 1. – P. 29–34.

7. Демехин, Е.А. О математических моделях теории тонких слоев вязкой жидкости / Е.А. Демехин, М.А. Каплан, В.Я. Шкадов // *Известия АН СССР. МЖГ*. – 1987. – № 6. – С. 73–81.

8. Scriven, L.E. The Marangoni effects / L.E. Scriven, C.V. Sternling // *Nature*. – 1960. – Vol. 187. – P. 186–188.

9. Прокудина, Л.А. Неустойчивость неизотермической жидкой пленки / Л.А. Прокудина, Г.П. Вяткин // *Доклады Академии наук*. – 1998. – Т. 362, № 6. – С. 770–772.

10. Прокудина, Л.А. Влияние неоднородности поверхностного натяжения на волновое течение жидкой пленки / Л.А. Прокудина // *Инженерно-физический журнал*. – 2014. – Т. 87, № 1. – С. 158–166.

Прокудина Людмила Александровна, профессор кафедры вычислительной математики и высокопроизводительных вычислений, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск; prokudinala@susu.ru.

Вихрев Михаил Павлович, аспирант кафедры вычислительной математики и высокопроизводительных вычислений, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск; vikhirevmp@susu.ru.

Поступила в редакцию 23 апреля 2020 г.

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Prokudina, L.A. Computational Modeling of Liquid Film Flow Regimes in Heat and Mass Transfer Devices at Low Reynolds Numbers / L.A. Prokudina, M.P. Vikhirev // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2020. – Т. 20, № 3. – С. 104–110. DOI: 10.14529/ctcr200311

FOR CITATION

Prokudina L.A., Vikhirev M.P. Computational Modeling of Liquid Film Flow Regimes in Heat and Mass Transfer Devices at Low Reynolds Numbers. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2020, vol. 20, no. 3, pp. 104–110. DOI: 10.14529/ctcr200311