

## МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ СОГЛАСОВАННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФИНАНСОВ ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОЕКТОВ ОБЪЕДИНЕНИЯ ХОЗЯЙСТВУЮЩИХ СУБЪЕКТОВ

Ю.В. Бондаренко<sup>1,2</sup>, Азиз Аммар Имад<sup>1</sup>,  
Е.В. Васильчикова<sup>2</sup>, О.В. Бондаренко<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Воронежский государственный университет, г. Воронеж, Россия,

<sup>2</sup> Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж, Россия

**Введение.** Характерной чертой развития современных экономических систем является активное объединение, интеграция предприятий в более крупные хозяйствующие субъекты. Отличительной особенностью таких объединений является разнонаправленность интересов его участников. Разработка инновационных механизмов управления финансами интегрированной структуры, позволяющих учесть противоречивые интересы предприятий объединения, является актуальной задачей. **Цель исследования.** Разработать математические модели и алгоритмы, позволяющие повысить эффективность управления финансовыми средствами объединения хозяйствующих субъектов за счет формирования оптимального пакета проектов и согласованного распределения прибыли от его реализации между предприятиями. **Материалы и методы.** Предлагаемый подход основывается на использовании методов системного анализа, методов оптимизации, теории принятия решений и теории игр. В работе рассматривается механизм согласованного распределения средств предприятий объединения при реализации проектов, состоящий из двух укрупненных этапов. На первом этапе формируется оптимальный пакет проектов объединения. Каждое предприятие объединения предлагает собственные варианты проектов, из множества которых формируется пакет проектов. Построенная модель формирования пакета проектов, обеспечивающего объединению получение наибольшей прибыли, является задачей о ранце и решается методом ветвей и границ. На втором этапе осуществляется распределение прибыли от реализации проектов между предприятиями объединения. Для отыскания распределения прибыли, обеспечивающего согласование экономических интересов предприятий объединения, предлагается использовать методы и принципы теории кооперативных игр. В работе показано, что описанную задачу можно формально представить в виде игры в форме характеристической функции. В качестве согласованного распределения прибыли предлагается выбрать определенный элемент  $S$ -ядра. Формирование данного элемента осуществляется на основе оптимизационной модели, в функции цели и системе ограничений которой учитываются количественные показатели активности участия предприятий в реализации проектов объединения. **Результаты.** Разработан механизм согласованного распределения финансовых средств предприятий объединения при реализации проектов, основанный на математических моделях и методах. Особенностью механизма является применение игрового принципа при распределении прибыли проектов. Проведены практические расчеты, обосновывающие преимущества представленного подхода по сравнению с известными методами. **Заключение.** Предлагаемое в работе согласованное распределение финансов обоснованно обеспечивает выгоду каждому предприятию от совместной реализации проектов и стимулирует руководства предприятий к поиску высокоэффективных проектов.

*Ключевые слова:* объединение хозяйствующих субъектов, проект, согласование, распределение финансов, математическая модель.

### Введение

Современные предприятия функционируют в достаточно сложных условиях внешней среды, основными характеристиками которой являются нестабильность, неопределенность, различные политические, демографические и социально-экономические вызовы. Добиться конкурентных преимуществ, инвестиционной привлекательности, высоких экономических и финансовых результатов предприятиям позволяет их объединение в более крупные хозяйствующие субъекты – холдинги, финансово-промышленные группы, концерны, некоммерческие партнерства, ассоциации, консорциумы и т. п. [1–5].

В литературе в самом общем смысле объединение хозяйствующих субъектов (или интегрированный хозяйствующий субъект) принято рассматривать как группу предприятий или организаций, функционирующих на основе общих целей и системы управления [6]. Координация действий предприятий в таких структурах выходит за рамки обычных контрактов. Вместе с тем, как правило, сохраняется статус партнеров по группе как отдельных хозяйствующих субъектов, обладающих собственными целями и задачами [4, 6].

Одной из важнейших функциональных обязанностей управляющего центра интегрированного хозяйствующего субъекта является эффективное управление финансовыми средствами в направлении достижения экономических результатов как объединения в целом, так и каждого его предприятия. При этом руководство каждого отдельного предприятия заинтересовано, в первую очередь, в успешном развитии собственного хозяйствующего субъекта и получении наибольшей доли в совокупной прибыли. Именно поэтому процесс распределения прибыли от реализации проектов, совместно финансируемых предприятиями объединения, носит конфликтный характер [7]. Поиск инновационных механизмов распределения финансов при реализации проектов, обеспечивающих учет и согласование интересов всех участников, является актуальной задачей, решение которой невозможно без привлечения математического инструментария.

Вопросы распределения ресурсов, в том числе финансовых средств, неоднократно становились предметом научных исследований российских и зарубежных ученых. Формированию механизмов распределения ресурсов в активных системах посвящены многочисленные исследования Д.А. Новикова, В.Н. Буркова и др. [8, 9]. Вопросы распределения ресурсов при реализации проектов исследованы в работах С.А. Баркалова, П.Н. Курочки, А.В. Щепкина и др. [10, 11]. В работах Ж. Тироля, П. Болтона, Е. Берлингер, А. Ловас рассматриваются вопросы управления корпоративными финансами и согласования интересов в теории контрактов [12–14]. Теоретической основой математического подхода к согласованию противоречивых интересов агентов служат работы в области теории игр [15–17]. Общий подход и механизмы согласования социальных показателей развития региона и экономических показателей деятельности хозяйствующих субъектов описаны в исследованиях И.В. Горошко, Ю.В. Бондаренко и др. [18, 19]. Алгоритмы согласования интересов между предприятиями финансово-промышленной группы при формировании плана нововведений представлены в работе Б.И. Кузина, В.Н. Юрьева, Г.М. Шахдинарова [7].

В настоящей работе рассматривается объединение хозяйствующих субъектов, включающее управляющий центр и предприятия. Каждое предприятие располагает некоторыми финансовыми средствами, которые оно планирует инвестировать в проекты. На основе этой информации управляющий центр должен:

- сформировать оптимальный пакет проектов объединения, обеспечивающий наибольшую прибыль;
- предложить алгоритм (принцип) последующего распределения общей прибыли между предприятиями, обеспечивающий учет и согласование их интересов.

В основу предлагаемого в настоящей работе подхода к согласованному распределению финансов при реализации проектов объединения положена идея формального сведения задачи к игре в форме характеристической функции. В качестве согласованного распределения общей прибыли от реализации проектов предлагается рассматривать определенный элемент  $S$ -ядра. Для формирования данного элемента разработана математическая модель, функция цели и система ограничений которой позволяют управляющему центру учесть активность предприятий и стимулировать их к ее повышению. Предлагаемый подход, в отличие от известных, делает выгодным каждому предприятию активное участие в совместной реализации проектов всего объединения.

Разработанный программный продукт позволяет внедрить предлагаемый подход в практическую деятельность предприятий.

### 1. Описание подхода

Рассмотрим некоторый интегрированный хозяйствующий субъект, структура которого включает управляющий центр и  $n$  предприятий.

Каждое предприятие  $i$  располагает собственными средствами  $K_i \geq 0$ , которые оно может самостоятельно инвестировать в  $m_i$  проектов. В качестве таких проектов могут выступать, на-

пример, проекты нововведений на самом предприятии [7], а их множество обозначим как  $P^i = \{P_1^i, P_2^i, \dots, P_{m_i}^i\}$ . Полагаем, что все проекты рассчитаны на один и тот же период времени (например, один год) и известна выгода (прибыль)  $\Pi_{ij}$ , которую ожидается получить от реализации проекта  $j$ , где  $j=1, \dots, m_i$ . Затраты на реализацию проекта  $j$  обозначим как  $c_j^i$ .

Будем полагать, что предприятие  $i$  может передать в распоряжение управляющей компании (в централизованный фонд) свои финансовые средства в объеме  $K_i$  и перечень проектов  $P^i$ .

В этом случае совокупные финансовые средства объединения составят величину  $K = \sum_{i=1}^n K_i$ , а

множество проектов объединения

$$P = \{P^1, P^2, \dots, P^n\} = \{P_1^1, \dots, P_{m_1}^1, \dots, P_1^n, \dots, P_{m_n}^n\}.$$

Задача управляющего центра – предложить руководителям предприятий механизм распределения доступных финансовых средств, обеспечивающий получение наибольшей совокупной прибыли объединения и согласованное распределение полученной от реализации проектов прибыли между предприятиями.

Предлагаемый в настоящей работе механизм согласованного распределения средств предприятий объединения на реализацию проектов будем рассматривать в разрезе двух укрупненных этапов.

Этап 1. Формирование оптимального пакета проектов.

Этап 2. Согласованное распределение совокупной прибыли объединения.

На первом этапе формируется оптимальный пакет проектов, доступный по финансовым средствам и обеспечивающий наибольшее значение прибыли объединения. Реализацию данного этапа предлагается осуществлять на основе оптимизационной задачи.

Введем в рассмотрение следующие бинарные переменные:

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если проект } P_j^i \text{ включается в пакет,} \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Задача формирования оптимального пакета проектов имеет следующий вид:

$$f(y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} \Pi_{ij} y_{ij} \rightarrow \max, \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} c_j^i \cdot y_{ij} \leq K, \quad (2)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\}, i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m_i. \quad (3)$$

Задача (1)–(3) представляет собой задачу о ранце и может быть решена методом ветвей и границ. На основе полученных оптимальных значений переменных  $y^* = (y_{11}^*, \dots, y_{1m_1}^*, \dots, y_{n1}^*, \dots, y_{nm_n}^*)$  формируется оптимальный пакет проектов объединения  $P^* = \{P_j^i \in P \mid y_{ij}^* = 1\}$ , а также рассчитывается максимальный размер прибыли объединения  $f^* = f(y^*)$ .

Следующим этапом предлагаемого механизма является распределение финансовых средств объединения  $f^*$  между предприятиями, обеспечивающее учет их вложений, интересов и возможностей. При этом каждое предприятие  $i$  получает величину

$$\tilde{\Pi}_i = K_i + \tilde{f}_i, \quad (4)$$

где  $\tilde{f}_i \geq 0$ ,  $\sum_{i=1}^n \tilde{f}_i = f^*$ .

Слагаемое  $\tilde{f}_i$  в формуле (4) представляет собой тот размер прибыли, который получает предприятие из общей прибыли объединения, и определение его конкретного значения составляет основную проблему второго этапа механизма согласованного распределения средств.

Обозначим через  $\tilde{f} = (\tilde{f}_1, \tilde{f}_2, \dots, \tilde{f}_n)$  искомый набор (вектор) распределения предприятиям прибыли объединения от реализации проектов.

Будем говорить, что  $\tilde{f}$  является согласованным распределением прибыли, если выполняются следующие условия:

1)  $\tilde{f}_i \geq f_i^*$ , где  $f_i^*$  – размер прибыли, которую могло бы получить предприятие  $i$ , самостоятельно инвестируя собственные средства в собственные проекты;

$$2) \sum_{i=1}^n \tilde{f}_i = f^*.$$

В рамках понятий теории игр первое из условий можно обозначить как условие индивидуальной рациональности предприятий объединения, второе – условие коллективной рациональности.

Для определения максимального размера прибыли предприятия, необходимого для учета условия индивидуальной рациональности, управляющему центру предлагается решить для каждого предприятия  $i$  (где  $i = 1, \dots, n$ ) следующую задачу формирования оптимального пакета проектов:

$$f_i(x^i) = \sum_{j=1}^{m_i} \Pi_{ij} x_{ij} \rightarrow \max, \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^{m_i} c_j^i \cdot x_j^i \leq K_i, \quad (6)$$

$$x_j^i \in \{0, 1\}, j = 1, \dots, m_i. \quad (7)$$

Переменные модели  $x_j^i$  являются бинарными и принимают следующие значения:

$$x_j^i = \begin{cases} 1, & \text{если проект } P_j^i \text{ включается в пакет проектов предприятия,} \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Аналогично задаче (1)–(3) задача (5)–(7) является задачей о ранце. Решением (5)–(7) является вектор  $(x^i)^* = \left( (x_1^i)^*, \dots, (x_{m_i}^i)^* \right)$ , на основе которого формируется оптимальный пакет проектов

$i$ -го предприятия  $P_i^* = \left\{ P_j^i \in P^i \mid (x_j^i)^* = 1 \right\}$  и рассчитывается оптимальное значение функции цели

$f_i^* = f\left((x^i)^*\right)$  – максимальный размер прибыли, которую может получить предприятие  $i$  при реализации собственных проектов собственными средствами.

Заметим, что вектор  $x^* = \left( (x^1)^*, \dots, (x^n)^* \right)$ , полученный на основе решений  $n$  задач (5)–(7), является допустимой точкой задачи (1)–(3), поэтому выполняется следующее неравенство

$$f^* \geq f_1^* + f_2^* + \dots + f_n^*, \quad (8)$$

что обеспечивает существование согласованного распределения прибыли  $\tilde{f}$ .

Тогда каждое предприятие получает следующий размер выплат

$$\tilde{f}_i = f_i^* + \Delta_i,$$

где  $\Delta_i$  – величина надбавки,  $\Delta_i \geq 0$ ,  $\sum_{i=1}^n \Delta_i = f^* - \sum_{i=1}^n f_i^*$ .

Если при этом выполняется равенство  $f^* = \sum_{i=1}^n f_i^*$ , то очевидно, что согласованное распределение прибыли означает, что  $\tilde{f}_i = f_i^*$  для всех  $i = 1, \dots, n$ . В противном случае, если (8) выполняется

как строгое неравенство, величина надбавки хотя бы одного предприятия положительна. Для определения надбавок предприятиям, обеспечивающих согласование интересов, возможно использование одного из следующих принципов.

1. Принцип распределения пропорционально вложенным средствам.

В этом случае надбавка  $\Delta_i$  рассчитывается по формуле

$$\Delta_i = \frac{K_i}{\sum_{i=1}^n K_i} \cdot \left( f^* - \sum_{i=1}^n f_i^* \right).$$

Соответственно, каждое предприятие получает следующий объем средств

$$\tilde{f}_i = f_i^* + \frac{K_i}{\sum_{i=1}^n K_i} \cdot \left( f^* - \sum_{i=1}^n f_i^* \right). \quad (9)$$

2. Принцип распределения пропорционально остаточным средствам.

В этом случае для каждого предприятия на основе решения задачи (5)–(7) рассчитывается объем денежных средств, затрачиваемых на реализацию оптимального пакета проектов:

$$K_i^* = \sum_{j=1}^{m_i} c_j^i \cdot (x_j^i)^*, \quad i = 1, \dots, n.$$

Тогда финансовые средства в объеме  $\Delta K_i = K_i - K_i^*$  каждого предприятия, передаваемые в централизованный фонд, не участвуют в формировании прибыли непосредственно самого предприятия.

В этом случае надбавку  $\Delta_i$  предлагается рассчитывать по следующей формуле

$$\Delta_i = \frac{\Delta K_i}{\sum_{i=1}^n \Delta K_i} \cdot \left( f^* - \sum_{i=1}^n f_i^* \right).$$

Согласованное распределение прибыли объединения имеет следующий вид

$$\tilde{f}_i = f_i^* + \frac{\Delta K_i}{\sum_{i=1}^n \Delta K_i} \cdot \left( f^* - \sum_{i=1}^n f_i^* \right). \quad (10)$$

Описанные выше принципы являются простыми, достаточно изученными в литературе [7], но вместе с тем обладают существенными недостатками. Согласно первому принципу (9) в более выгодном положении оказываются предприятия, которые располагают большими средствами и предлагают менее прибыльные проекты [7]. Согласно второму принципу распределения прибыли (10) предприятиям выгодно рассматривать только высоко прибыльные проекты, оставляя часть денежных средств свободными. Может получиться, что у объединения окажется достаточно мало проектов для реализации и часть денежных средств не примет участие в формировании прибыли. Кроме того, возможно возникновение таких ситуаций (и это будет показано в практических расчетах), когда одному или нескольким предприятиям окажется не выгодным участие в реализации проектов всего объединения, что приведет к конфликтам.

Предлагаемый нами третий принцип основывается на научно обоснованных положениях теории кооперативных игр.

3. Игровой принцип распределения.

Конфликт интересов предприятий при распределении прибыли  $f^*$  формально представим в виде игры в форме характеристической функции [15, 16].

Для формирования характеристической функции рассмотрим множество индексов предприятий объединения:  $I = \{1, 2, \dots, n\}$ , а также всевозможные пустые подмножества этого множества (коалиции предприятий), число которых  $2^n$ . Подмножество, включающее предприятия с номерами  $i_1, i_2, \dots, i_k$ , обозначим как  $I_{i_1 i_2 \dots i_k}$ .

Характеристическая функция  $V$  кооперативной игры определяется на множестве коалиций игроков, а ее значение на каждой коалиции  $V(i_1, i_2, \dots, i_k)$  имеет смысл выигрыша, который может получить коалиция, действуя отдельно от остальных участников.

Основным свойством характеристической функции является выполнение условия супер-аддитивности

$$V(I_1 \cup I_2) \geq V(I_1) + V(I_2)$$

для любых двух непересекающихся коалиций  $I_1$  и  $I_2$ .

Для каждой коалиции предприятий рассмотрим задачу формирования оптимального пакета проектов коалиции:

$$f_{i_1 i_2 \dots i_k}(z) = \sum_{i \in I_{i_1 i_2 \dots i_k}} \sum_{j=1}^{m_i} \Pi_{ij} z_{ij} \rightarrow \max, \quad (11)$$

$$\sum_{i \in I_{i_1 i_2 \dots i_k}} \sum_{j=1}^{m_i} c_j^i \cdot z_{ij} \leq K_{i_1} + K_{i_2} + \dots + K_{i_k}, \quad (12)$$

$$z_{ij} \in \{0, 1\}, i \in I_{i_1 i_2 \dots i_k}; j = 1, \dots, m_i. \quad (13)$$

Оптимальное значение функции цели задачи (11)–(13) обозначим как  $f_{i_1 i_2 \dots i_k}^*$ . Данное значение обоснованно может быть принято как значение характеристической функции коалиции предприятий:  $V(i_1, i_2, \dots, i_k) = f_{i_1 i_2 \dots i_k}^*$ . В силу отмеченного нами ранее свойства решения задачи о ранце условие супераддитивности для построенной функции выполняется.

Тогда вектор согласованного распределения прибыли  $\tilde{f} = (\tilde{f}_1, \tilde{f}_2, \dots, \tilde{f}_n)$  может быть найден как недоминируемый вектор  $S$ -ядра кооперативной игры, т. е. вектор, удовлетворяющий следующей системе уравнений и неравенств:

$$\begin{cases} \tilde{f}_i \geq f_i^*, i = 1, \dots, n; \\ \tilde{f}_{i_1} + \tilde{f}_{i_2} + \dots + \tilde{f}_{i_k} \geq f_{i_1 i_2 \dots i_k}^*, \quad \forall I_{i_1 i_2 \dots i_k} \subset I, \\ \tilde{f}_1 + \tilde{f}_2 + \dots + \tilde{f}_n = f^*. \end{cases} \quad (14)$$

Вектор выплат, являющийся решением системы (14), обеспечивает не только согласование интересов предприятий, но и стимулирует руководство предприятий к поиску проектов, обеспечивающих высокую прибыль. Более того, при таком распределении средств ни одной из коалиций предприятий не выгодно самостоятельно реализовывать свои проекты.

Заметим, что система (14) может иметь множество решений, каждое из которых является согласованным распределением прибыли. В этом случае возникает задача выбора единственного вектора  $\tilde{f}$ , который и будет принят как основа распределения прибыли объединения. Решение этой задачи предлагается осуществлять на основе следующего алгоритма.

*Алгоритм согласованного распределения прибыли на основе игрового принципа*

**Шаг 1.** Управляющий центр для каждого предприятия  $i$  формирует нижнюю  $\underline{\Delta}_i$  и верхнюю  $\overline{\Delta}_i$  границы стимулирующей надбавки  $\Delta_i$ , где  $\Delta_i \in [\underline{\Delta}_i, \overline{\Delta}_i]$ .

**Шаг 2.** На основе анализа оптимального пакета проектов объединения эксперты управляющего центра определяют  $\alpha_i$  – количественный показатель значимости вклада предприятия  $i$  в реализацию проекта,  $\alpha_i \geq 0$ ,  $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$ .

**Шаг 3.** Решение задачи формирования оптимального вектора согласованного распределения прибыли объединения с учетом значимости предприятий:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot \frac{\Delta_i - \underline{\Delta}_i}{\Delta_i - \underline{\Delta}_i} \rightarrow \max, \quad (15)$$

$$\begin{cases} \tilde{f}_i \geq f_i^* + \Delta_i, i = 1, \dots, n; \\ \tilde{f}_{i_1} + \tilde{f}_{i_2} + \dots + \tilde{f}_{i_k} \geq f_{i_1 i_2 \dots i_k}^*, \quad \forall I_{i_1 i_2 \dots i_k} \subset I, \\ \tilde{f}_1 + \tilde{f}_2 + \dots + \tilde{f}_n = f^*, \\ \Delta_i \in [\underline{\Delta}_i, \overline{\Delta}_i]. \end{cases} \quad (16)$$

Задача (15), (16) является задачей линейного программирования и может быть решена симплекс-методом. Переменными модели являются  $\tilde{f}_i, \Delta_i$ , где  $i = 1, \dots, n$ .

Рассчитанное как решение задачи (15), (16) согласованное распределение прибыли  $\tilde{f}$  удовлетворяет соотношению (14) и, следовательно, является элементом С-ядра кооперативной игры. Тем самым обеспечивается не только научно обоснованное согласование интересов предприятий объединения хозяйствующих субъектов, но и стимулирование руководителей к отысканию наиболее прибыльных проектов.

## 2. Практические расчеты

Для практической реализации алгоритма согласованного распределения финансов при реализации проектов объединения хозяйствующих субъектов разработан программный продукт. Программа написана на языке программирования С# в среде разработки Microsoft Visual Studio Enterprise 2015 версии 14.0.25431.01. Приведем пример практических расчетов.

Рассмотрим объединение хозяйствующих субъектов, включающее 3 предприятия. Первое и третье предприятие предлагают к реализации по 5 проектов, второе предприятие – 4 проекта. Проекты каждого предприятия, затраты на их реализацию, планируемая прибыль от реализации каждого проекта и финансовые средства каждого предприятия, выраженные в условных денежных единицах, представлены в табл. 1.

Начальные данные

Таблица 1

Initial data

Table 1

Предприятия	Проекты	Затраты на реализацию проекта, ден. ед.	Прибыль от реализации проекта, ден. ед.	Финансовые средства предприятия, ден. ед.
Предприятие 1	11	200	70	600
	12	250	64	
	13	120	18	
	14	300	120	
	15	150	18	
Предприятие 2	21	180	57,6	300
	22	250	75	
	23	100	25	
	24	200	36	
Предприятие 3	31	400	72	1000
	32	300	36	
	33	200	10	
	34	300	80	
	35	500	100	

Результаты решения оптимизационных задач формирования оптимального пакета проектов объединения (1)–(3) и каждого предприятия в отдельности (5)–(7) представлены в табл. 2.

Результаты решения задач формирования оптимальных пакетов проектов

Таблица 2

Table 2

Results of solving problems of forming optimal project packages

Предприятия	Оптимальный пакет проектов	Оптимальная прибыль	Затраты	Остаток неизрасходованных финансов
Предприятие 1	11, 14	190	500	100
Предприятие 2	21, 23	82,6	280	20
Предприятие 3	33, 34, 35	190	1000	0
Объединение	11, 12, 13, 14, 21, 22, 23, 24, 34	545,6	1900	1900

Как показали результаты расчетов, в оптимальный пакет проектов вошли 4 проекта Предприятия 1, 4 проекта Предприятия 2 и только один проект Предприятия 3.

Согласованным распределением прибыли является вектор  $\tilde{f} = (\tilde{f}_1, \tilde{f}_2, \tilde{f}_3)$ , координаты которого удовлетворяют условиям индивидуальной и коллективной рациональности:  $\tilde{f}_1 \geq 190$ ,  $\tilde{f}_2 \geq 82,6$ ,  $\tilde{f}_3 \geq 190$ ,  $\tilde{f}_1 + \tilde{f}_2 + \tilde{f}_3 = 545,6$ .

Рассчитанные значения согласованного распределения прибыли по принципу пропорционально вложенным средствам (принцип 1) и по принципу пропорционально остаточным средствам (принцип 2) приведены в табл. 3.

Результаты расчетов для принципов 1 и 2

Таблица 3

Table 3

Calculation results for principles 1 and 2

Предприятия	Согласованное распределение прибыли, ден. ед.	
	Принцип 1	Принцип 2
Предприятие 1	216,20	259,17
Предприятие 2	95,70	96,43
Предприятие 3	233,68	190

Анализ проведенных расчетов показал, что по первому распределению Предприятие 3, представившее менее эффективные проекты, но большее количество финансовых средств, оказывается в более выгодном положении, чем Предприятие 1. С другой стороны, согласно второму принципу, Предприятие 3 не получает дополнительных средств, что делает для него невыгодным объединение.

Более того, как будет показано ниже, Предприятие 2 и Предприятие 3, объединив собственные средства и проекты, могут получить 312,6 единицы прибыли. Данная сумма превышает сумму средств, которые получают эти предприятия по второму принципу. Таким образом, данной коалиции невыгодно объединяться с Предприятием 1. Этот факт приводит к противоречиям и конфликту интересов. Можно показать, что данная конфликтная ситуация возможна и при распределении по первому принципу.

Избежать описанного выше конфликта интересов позволяет применение игрового принципа. Необходимые для формирования модели (15), (16) расчеты приведены в табл. 4.

Результаты расчетов для игрового принципа

Таблица 4

Table 4

Calculation results for the game principle

Коалиции предприятий	Оптимальный пакет проектов	Оптимальная прибыль, ден. ед.
Предприятие 1, Предприятие 2	11, 13, 14, 21, 23	290,6
Предприятие 1, Предприятие 3	11, 12, 14, 34, 35	434
Предприятие 2, Предприятие 3	21, 22, 34, 35	312,6



Выберем следующие значения коэффициентов значимости вклада предприятий в реализацию проекта:  $\alpha_1 = 0,4$ ,  $\alpha_2 = 0,5$ ,  $\alpha_3 = 0,1$ .

Выбранные интервалы изменения стимулирующей надбавки:  $40 \leq \Delta_1 \leq 50$ ,  $5 \leq \Delta_2 \leq 40$ ,  $2 \leq \Delta_3 \leq 10$ .

Модель (15), (16) принимает следующий вид:

$$0,4 \cdot \frac{\Delta_1 - 40}{10} + 0,5 \cdot \frac{\Delta_2 - 5}{35} + 0,1 \cdot \frac{\Delta_3 - 2}{8} \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} \tilde{f}_1 - \Delta_1 \geq 190, \tilde{f}_2 - \Delta_2 \geq 82,6, \tilde{f}_3 - \Delta_3 \geq 190, \\ \tilde{f}_1 + \tilde{f}_2 \geq 290,6, \tilde{f}_1 + \tilde{f}_3 \geq 434, \tilde{f}_2 + \tilde{f}_3 \geq 312,6, \\ \tilde{f}_1 + \tilde{f}_2 + \tilde{f}_3 = 545,6, \\ 40 \leq \Delta_1 \leq 50, 5 \leq \Delta_2 \leq 40, 2 \leq \Delta_3 \leq 8. \end{cases}$$

Решением задачи является следующее распределение прибыли:

$$\tilde{f}_1 = 233, \tilde{f}_2 = 111,6, \tilde{f}_3 = 201.$$

Полученный вектор распределения прибыли принадлежит С-ядру, т. е. является недоминируемым. При таком распределении всем предприятиям и коалициям выгодно объединяться для совместной реализации проектов. Учет коэффициентов значимости и интервалов стимулирующей добавки мотивирует предприятия к активному поиску эффективных проектов для объединения.

### Заключение

В настоящей статье разработан механизм согласованного распределения финансовых средств при реализации проектов, основу которого составляют математические модели и методы. На первом этапе механизма предлагается модель формирования пакета проектов объединения, обеспечивающего получение наибольшей прибыли. На втором этапе осуществляется распределение прибыли между предприятиями объединения. Введено понятие согласованного распределения прибыли. На основе анализа недостатков известных принципов распределения средств сформирован алгоритм согласованного распределения прибыли на основе игрового принципа. Рассчитанное распределение обеспечивает предприятиям выгоду от объединения и мотивирует руководство к поиску предложений эффективных проектов. Теоретические выкладки подтверждаются проведенными программными расчетами. Разработанный программный продукт позволяет внедрить предлагаемый подход в деятельность предприятий. Обсуждение предлагаемых моделей и алгоритмов с руководителями ряда компаний г. Воронежа позволило сделать выводы о их практической ценности и определить направления дальнейшего развития.

### Литература

1. Звягинцева, Е.В. Эффективность интегрированной структуры хозяйствующих субъектов / Е.В. Звягинцева // Вестник Тихоокеанского государственного экономического университета. – 2007. – № 2 (42). – С. 3–12.
2. Егорова, А.В. Интеграция хозяйствующих субъектов как синтезирующая закономерность / А.В. Егорова // Вестник Саратовского государственного социально-экономического университета. – 2018. – № 4 (73). – С. 28–32.
3. Долгих, Е.Н. Формирование интегрированного пространства и интегрированной информационной среды инновационных хозяйствующих субъектов / Е.Л. Долгих, А.В. Семенихина // Экономические и гуманитарные науки. – 2019. – № 3 (326). – С. 97–108.
4. Кувшинов, М.С. Формирование механизма инновационного развития промышленной интегрированной структуры / М.С. Кувшинов, М.И. Бажанова. – Челябинск: Издат. центр ЮУрГУ, 2013. – 168 с.
5. Багаутдинова, Н.Г. Реализация потенциала интегрированного образования в системе стратегического управления предприятием / Н.Г. Багаутдинова, И.Ю. Орлов // Казанский экономический вестник. – 2015. – № 4 (18). – С. 27–37.

6. Закирова, Э.Р. Интегрированные хозяйствующие субъекты: вопросы управления и экономической безопасности / Э.Р. Закирова, К.В. Ростовцев // *Управленец*. – 2015. – № 6. – С. 18–24.
7. Кузин, Б.И. Методы и модели управления фирмой / Б.И. Кузин, В.Н. Юрьев, Г.М. Шахдинаров. – СПб.: Питер, 2001. – 432 с.
8. Новиков, Д.А. Теория управления организационными системами / Д.А. Новиков. – М.: Изд-во физ.-мат. лит., 2007. – 584 с.
9. *Methodology and Technology of Control System Development* / V. Burkov, A. Shchepkin, V. Irikov, V. Kondratiev // *Studies in Systems, Decision and Control*. – 2019. – Vol. 181. – P. 29–38.
10. *Barkalov, S.A. Designing Systems Of Group Stimulation In The Management Of Energy Complex Objects* / S.A. Barkalov, V.N. Burkov, P.N. Kurochka // *Advances in Intelligent Systems and Computing*. – 2019. – Vol. 983. – P. 55–68.
11. *Barkalov, S.A. Model of Formation Plans For the Urban Areas Development* / S.A. Barkalov, P.N. Kurochka, M.A. Pinaeva // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering International Workshop “Advanced Technologies in Material Science, Mechanical and Automation Engineering – MIP: Engineering – 2019”*. Krasnoyarsk Science and Technology City Hall of the Russian Union of Scientific and Engineering Associations. – 2019. – P. 62035.
12. *Tirole, J. The Theory of Corporate Finance* / J. Tirole. – Princeton: Princeton University Press, 2006. – 645 p.
13. *Berlinger, E. State Subsidy and Moral Hazard in Corporate Financing* / E. Berlinger, A. Lovas, P. Juhasz // *CEJOR*. – 2017. – No. 25. – P. 743–770.
14. Болтон, П. Теория контрактов / П. Болтон, М. Деватрпоинт. – М.: Издат. дом «Дело» РАНХиГС, 2019. – 800 с.
15. Колокольцов, В.Н. Математическое моделирование многоагентных систем конкуренции и кооперации / В.Н. Колокольцов, О.А. Малафеев. – СПб.: Лань, 2012. – 624 с.
16. Харшаньи, Дж. Общая теория выбора равновесия в играх / Дж. Харшаньи, Р. Зельтен. – СПб.: Экономическая школа, 2001. – 424 с.
17. Астанин, С.В. Конфликтно-игровой подход к распределению ресурсов в организационной системе / С.В. Астанин, Н.К. Жуковская // *Прикладная информатика*. – 2011. – № 4 (34). – С. 125–132.
18. *Bondarenko, Y.V. The Task of Coordinating Social and Economic Indicators of the Development of the Region and the Mathematical Approach to Its Solution* / Y.V. Bondarenko, I.V. Goroshko, I.L. Kashirina // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2019. – Vol. 1203. – P. 012037. DOI: 10.1088/1742-6596/1203/1/012037
19. Бондаренко, Ю.В. Механизмы согласования показателей социально-экономического развития региона и роль органов внутренних дел в их реализации // Ю.В. Бондаренко, И.В. Горошко. – М.: Академия управления МВД России, 2015. – 128 с.

**Бондаренко Юлия Валентиновна**, д-р техн. наук, профессор кафедры математических методов исследования операций, Воронежский государственный университет; профессор кафедры управления, Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж, [bond.julia@mail.ru](mailto:bond.julia@mail.ru).

**Азиз Аммар Имад**, аспирант кафедры математических методов исследования операций, Воронежский государственный университет, г. Воронеж; [ammar.azeez548@gmail.com](mailto:ammar.azeez548@gmail.com).

**Васильчикова Екатерина Владимировна**, аспирант кафедры управления, Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж; [evasiltikova@vgasu.vrn.ru](mailto:evasiltikova@vgasu.vrn.ru).

**Бондаренко Олег Владимирович**, студент факультета прикладной математики, информатики и механики, Воронежский государственный университет, г. Воронеж; [oleg.bondarenko.2000@list.ru](mailto:oleg.bondarenko.2000@list.ru).

*Поступила в редакцию 25 августа 2020 г.*

## MODELS AND ALGORITHMS OF THE CONSISTENT FINANCIAL DISTRIBUTION IN THE IMPLEMENTATION OF PROJECTS OF THE ASSOCIATION OF BUSINESS ENTITIES

Yu.V. Bondarenko<sup>1,2</sup>, [bond.julia@mail.ru](mailto:bond.julia@mail.ru),  
Azeez Ammar Emad<sup>1</sup>, [ammar.azeez548@gmail.com](mailto:ammar.azeez548@gmail.com),  
E.V. Vasilchikova<sup>2</sup>, [evasiltikova@vgasu.vrn.ru](mailto:evasiltikova@vgasu.vrn.ru),  
O.V. Bondarenko<sup>1</sup>, [oleg.bondarenko.2000@list.ru](mailto:oleg.bondarenko.2000@list.ru)

<sup>1</sup> Voronezh State University, Voronezh, Russian Federation,

<sup>2</sup> Voronezh State Technical University, Voronezh, Russian Federation

**Introduction.** A characteristic feature of the development of modern economic systems is active association, integration of enterprises into larger economic entities. A distinctive feature of such associations is the multidirectional interests of its members. The development of innovative mechanisms for financial management of an integrated structure, allowing to take into account the conflicting interests of the enterprises of the association, is an urgent task. **Aim.** To develop mathematical models and algorithms to improve the efficiency of financial management of the association of business entities by forming an optimal package of projects and coordinated distribution of profits from its implementation between enterprises. **Materials and methods.** The proposed approach is based on the use of systems analysis methods, optimization methods, decision theory and game theory. The paper discusses the mechanism for the coordinated distribution of funds of the enterprises of the association in the implementation of projects, which consists of two enlarged stages. At the first stage, an optimal package of merger projects is formed. Each enterprise of the association offers its own variants of projects, from which a package of projects is formed. The constructed model of the formation of a package of projects that ensures the amalgamation of obtaining the greatest profit is a knapsack problem and is solved by the branch and bound method. At the second stage, the distribution of profits from the implementation of projects between the enterprises of the association is carried out. To find the distribution of profits, ensuring the coordination of the economic interests of the enterprises of the association, it is proposed to use the methods and principles of the theory of cooperative games. The paper shows that the described problem can be formally represented as a game in the form of a characteristic function. It is proposed to choose a certain element of the C-core as an agreed profit distribution. The formation of this element is carried out on the basis of an optimization model, the function of the goal and the system of restrictions of which takes into account quantitative indicators of the activity of enterprises' participation in the implementation of merger projects. **Results.** A mechanism has been developed for the coordinated distribution of financial resources of the enterprises of the association during the implementation of projects, based on mathematical models and methods. A feature of the mechanism is the application of the game principle when distributing the profit of projects. Practical calculations are carried out to substantiate the advantages of the presented approach in comparison with the known methods. **Conclusion.** The coordinated distribution of finances proposed in the work reasonably ensures the benefit of each enterprise from the joint implementation of projects and stimulates the management of enterprises to search for highly effective projects.

*Keywords:* association of business entities, project, reconciliation, financial distribution, mathematical model.

### References

1. Zvyagintseva E.V. [Efficiency of the integrated structure of economic entities] *Bulletin of the Pacific State University of Economics*, 2007, no. 2 (42), pp. 3–12. (in Russ.)
2. Egorova A.V. [Integration of business entities as a synthesizing pattern]. *Bulletin of the Saratov State Social and Economic University*, 2018, no. 4 (73), pp. 28–32. (in Russ.)
3. Dolgikh E.N., Semenikhin A.V. [Formation of an Integrated Space and an Integrated Information Environment of Innovative Business Entities]. *Economic and Humanitarian Sciences*, 2019, no. 3 (326), pp. 97–108. (in Russ.)

4. Kuvshinov M.S., Bazhanov M.I. *Formirovanie mehanizma innovacionnogo razvitiya promyshlennoj integrirovannoj struktury* [Formation of the Mechanism of Innovative Development of an Industrial Integrated Structure]. Chelyabinsk, SUSU Publishing Center, 2013. 168 p.
5. Bagautdinova N.G., Orlov I.Yu. [Realization of the Potential of Integrated Education in the System of Strategic Enterprise Management]. *Kazan Economic Bulletin*, 2015, no. 4 (18), pp. 27–37. (in Russ.)
6. Zakirova E.R., Rostovtsev K.V. [Integrated Business Entities: Management and Economic Security]. *Manager*, 2015, no. 6, pp. 18–24. (in Russ.)
7. Kuzin B.I., Yuriev V.N., Shakhdinarov G.M. *Metody i modeli upravleniya firmoj* [Methods and Models of Company Management]. St. Petersburg, Peter Publ., 2001. 432 p.
8. Novikov D.A. *Teoriya upravleniya organizacionnymi sistemami* [Theory of Management of Organizational Systems]. Moscow, Publishing house of physical and mathematical literature, 2007. 584 p.
9. Burkov V., Shchepkin A., Irikov V., Kondratiev V. Methodology and Technology of Control System Development. *Studies in Systems, Decision and Control*, 2019, vol. 181, pp. 29–38.
10. Barkalov S.A., Burkov V.N., Kurochka P.N. Designing Systems of Group Stimulation in the Management of Energy Complex Objects. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 2019, vol. 983, pp. 55–68.
11. Barkalov S.A., Kurochka P.N., Pinaeva M.A. Model of Formation Plans for the Urban Areas Development. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering International Workshop “Advanced Technologies in Material Science, Mechanical and Automation Engineering – MIP: Engineering – 2019”*. Krasnoyarsk Science and Technology City Hall of the Russian Union of Scientific and Engineering Associations, 2019, p. 62035.
12. Tirole J. *The Theory of Corporate finance*. Princeton, Princeton University Press, 2006. 645 p.
13. Berlinger E., Lovas A., Juhasz P. State Subsidy and Moral Hazard in Corporate Financing. *CEJOR*, 2017, no. 25, pp. 743–770.
14. Bolton P., Devatrpont M. *Teoriya kontraktov* [Theory of Contracts]. Moscow, Publishing house “Delo”, 2019. 800 p.
15. Kolokoltsov V.N., Malafeev O.A. *Matematicheskoe modelirovanie mnogoagentnyh sistem konkurencii i kooperacii* [Mathematical Modeling of Multi-agent Systems of Competition and Cooperation]. St. Petersburg, Publishing House “Lan”, 2012. 624 p.
16. Harshani J., Selten R. *Obshhaja teoriya vybora ravnovesija v igrakh* [General Theory of the Choice of Equilibrium in Games]. St. Petersburg, School of Economics, 2001. 424 p.
17. Astanin S.V., Zhukovskaya N.K. [Conflict-Game Approach to the Distribution of Resources in the Organizational System]. *Applied Informatics*, 2011, no. 4 (34), pp. 125–132. (in Russ.)
18. Bondarenko Y.V., Goroshko I.V., Kashirina I.L. The Task of Coordinating Social and Economic Indicators of the Development of the Region and the Mathematical Approach to Its Solution. *Journal of Physics: Conference Series*, 2019, vol. 1203, p. 012037.
19. Bondarenko Yu.V., Goroshko I.V. *Mehanizmy soglasovanija pokazatelej social'no-jekonomicheskogo razvitiya regiona i rol' organov vnutrennih del v ih realizacii* [Mechanisms of Coordination of Indicators of Socio-economic Development of the Region and the Role of Internal Affairs in Their Implementation]. Moscow, Academy of Management of the Ministry of Internal Affairs of Russia, 2015. 128 p.

*Received 25 August 2020*

---

### ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Модели и алгоритмы согласованного распределения финансов при реализации проектов объединения хозяйствующих субъектов / Ю.В. Бондаренко, Азиз Аммар Имад, Е.В. Васильчикова, О.В. Бондаренко // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2020. – Т. 20, № 4. – С. 83–94. DOI: 10.14529/ctcr200409

### FOR CITATION

Bondarenko Yu.V., Azeez Ammar Emad, Vasilchikova E.V., Bondarenko O.V. Models and Algorithms of the Consistent Financial Distribution in the Implementation of Projects of the Association of Business Entities. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2020, vol. 20, no. 4, pp. 83–94. (in Russ.) DOI: 10.14529/ctcr200409