

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ВАЛОВОГО РЕГИОНАЛЬНОГО ПРОДУКТА

А.В. Кутышкин

Югорский государственный университет, г. Ханты-Мансийск, Россия

Валовой региональный продукт является ключевым макроэкономическим показателем, который характеризует развитие региональной социально-экономической системы. Моделирование динамики данного показателя как конечного продукта экономической системы предполагает также разработку моделей изменения значений агрегированных факторов затрат, связанных с его производством. Одним из направлений использования разработанных моделей является формирование краткосрочных прогнозов непосредственно значений валового регионального продукта и обуславливающих их значений факторов затрат труда и капитала региональной экономики. **Цель исследования:** моделирование динамики значения валового продукта региональной экономики Ямало-Ненецкого автономного округа на основе односекторной модели Р. Солоу для формирования краткосрочных прогнозов значения данного показателя. **Материалы и методы.** Используется односекторная модель экономического роста Р. Солоу, в которой функционирование региональной экономики описывается двухфакторными неоклассическими функциями с постоянной эластичностью замещения факторов затрат производства. Идентификация производственных функций осуществляется на ретроспективных последовательностях индексов валового регионального продукта и факторов затрат региональной экономики. Краткосрочное прогнозирование величины валового продукта региональной экономики осуществляется с использованием производственной функции, обеспечивающей лучшее приближение ретроспективных данных временного интервала, предшествующего году прогнозирования. **Результаты.** Построены неоклассические двухфакторные производственные функции с постоянной эластичностью замещения факторов затрат региональной экономики Ямало-Ненецкого автономного округа (ЯНАО) для периода с 2001 по 2018 г. Рассчитаны значения валового регионального продукта и среднегодовой численности занятых в экономике ЯНАО для 2017–2019 гг., которые сопоставлялись с соответствующими данными, публикуемыми Росстатом РФ, и прогнозными значениями, публикуемыми региональной администрацией. **Заключение.** Установлено, что используемые производственные функции дают приемлемые оценки аппроксимации фактических значений валового регионального продукта рассматриваемой региональной экономики на рассмотренном временном интервале. Модификация моделей изменения значений факторов затрат дала возможность повысить точность краткосрочных прогнозов как непосредственно значений валового регионального продукта, так и значений факторов затрат труда и капитала.

Ключевые слова: региональная экономика, валовой региональный продукт, моделирование динамики факторов затрат, производственные функции.

Введение

Моделирование функционирования региональной экономики предполагает оценку динамики таких макроэкономических показателей, как валовой региональный продукт (ВРП) Y , стоимость основных производственных фондов K и среднегодовой численности занятых в региональной экономике L . Показатели K и L характеризуют факторы затрат в региональной экономике (РЭ). Одной из моделей, используемой для решения данной задачи, является односекторная модель экономической системы Р. Солоу [1, 2]. Работы, посвященные исследованиям применения данной модели для моделирования экономических систем, можно разделить на две группы. К первой группе относятся работы теоретического характера, в которых основное внимание уделяется получению аналитических выражений, характеризующих управление рассматриваемой экономической системой [3–5]. В этих работах для описания функционирования экономической системы всегда используются производственные функции Кобба – Дугласа. Наряду с этим вводятся ограничения и допущения, в определенной степени упрощающие условия функционирования рассматриваемой экономической системы такие, как, например, постоянство нормы накопления или

темпов роста занятых в рассматриваемой системе. Это в целом снижает практическую значимость данных работ. Вторая группа включает работы прикладного характера, посвященные моделированию функционирования экономических систем российских регионов [6–10]. К недостаткам этих работ можно отнести использование только одного вида производственной функции, использование при ее идентификации значений факторов затрат в натуральном исчислении, отсутствие сравнительного анализа моделируемого изменения факторов затрат с их фактическими значениями. В данной работе рассматривается использование односекторной модели Р. Солоу для моделирования функционирования региональной экономики Ямало-Ненецкого автономного округа (ЯНАО), являющегося одним из ключевых ресурсодобывающих регионов РФ. Разработка подобного рода моделей, по мнению автора, достаточно актуальна, так как данные модели можно использовать как для краткосрочного прогнозирования динамики ключевого показателя – ВРП, характеризующего состояние региональной экономики, так и для оценки изменений значений макроэкономических показателей, включенных в данные модели.

Цель исследования: моделирование динамики значений валового продукта региональной экономики Ямало-Ненецкого автономного округа на основе односекторной модели Р. Солоу для формирования краткосрочных прогнозов значения данного показателя.

Материалы и методы

Теоретические аспекты моделирования динамики значений валового регионального продукта

Модель Р. Солоу представляет собой макроэкономическую модель экономического роста [1, 2], согласно которой региональная экономика рассматривается как неструктурированное замкнутое единое целое, в котором производится только один универсальный (агрегированный) конечный продукт – валовой региональный продукт, который направляется на потребление и инвестируется непосредственно в региональную экономику. Считается, что условия функционирования региональной экономики условно стабильны; характер изменений факторов затрат K и L в целом известен; временные лаги между инвестициями в основной капитал и стоимостью основных производственных фондов (ОПФ) региональной экономики не учитываются. Динамика выбытия/ликвидации ОПФ и изменение среднегодовой численности занятых в РЭ описываются известными статистическими показателями. Модель Р. Солоу с дискретным временем характеризуется следующей системой уравнений [2]:

$$\left. \begin{aligned} Y(t) &= F(K(t), L(t)), & (1.1) \\ Y(t) &= In(t) + C(t), & (1.2) \\ K(t) &= (1 - \mu)K(t-1) + In(t), & (1.3) \\ L(t) &= (1 + \nu)L(t-1), \quad t \in [t_n, t_k]. & (1.4) \end{aligned} \right\} (1)$$

Здесь ν – темп прироста среднегодовой численности занятых в РЭ; μ – коэффициент ликвидации основных фондов РЭ; $In(t)$ – инвестиции в основной капитал РЭ в году t ; $C(t)$ – величина потребления в рассматриваемой экономической системе в году t ; $[t_n, t_k]$ – период времени, в течение которого наблюдается функционирование рассматриваемой РЭ (t_n, t_k – базовый (начальный) и конечный годы).

Значения переменных $K(t_n)$, $L(t_n)$, $In(t_n)$ известны. Функционирование региональной экономики (1.1) чаще всего описывается неоклассической линейно-однородной двухфакторной производственной функцией (ПФ) Кобба – Дугласа (ПФ КД) [6–10]:

$$Y(t) = F(K(t), L(t)) = A_1 (K(t))^\alpha (L(t))^\beta, \quad \alpha > 0, \beta > 0, \alpha + \beta = 1, \sigma = 1, \quad (2)$$

где α , β – эластичности ВРП по факторам затрат $K(t)$ и $L(t)$ соответственно; σ – эластичность замещения факторов затрат $K(t)$ и $L(t)$.

В данной работе в качестве ПФ помимо (2) предлагается использовать ПФ типа CES – функция (ПФ CES) [11]:

$$Y = F(K(t), L(t)) = A_2 \left(bK(t)^{-\rho} + (1-b)L(t)^{-\rho} \right)^{-\frac{\delta}{\rho}}, \quad (3)$$

$$\delta = 1, \rho = \frac{1-\sigma}{\sigma}, 0 \leq \sigma \leq 1, \sigma = \text{const.}$$

Значения α , β , A_1 , A_2 , b определяются при идентификации (2), (3) по ретроспективным данным $Y(t)$, $K(t)$, $L(t)$ временного интервала $[t_n, t_k]$ для рассматриваемой региональной экономики.

При идентификации ПФ в качестве затрат фактора труда $L(t)$ используется показатель среднегодовой численности занятых в региональной экономике, а для фактора затрат капитала $K(t)$ – стоимость основных производственных фондов региональной экономики без учета или с учетом их загрузки. Переменные $Y(t)$, $K(t)$, $L(t)$ предлагается представлять в виде базисных относительно 2001 г. индексов физического объема (ИФО) $I_Y(t)$, $I_K(t)$, $I_L(t)$, а переменную $L(t)$ – в виде базисного индекса относительно того же года $I_L(t)$.

Оценку изменения значения $K(t)$ (1.3) целесообразно сопоставить с оценками данного показателя, получаемыми согласно методике работы [12], которая также позволяет исчислять и индекс физического объема стоимости ОПФ $I_K(t)$ рассматриваемой экономической системы. Значения последнего в территориальном разрезе не так часто публикуются в открытой печати, что не позволяет сопоставить официальные статистические данные этого показателя с расчетными. Согласно указанной методике $I_K(t)$ оценивается выражениями:

$$I_K(t, t+1) = \frac{K(t+1)}{K(t)}; \quad (4)$$

$$K(t+1) = K(T) + \sum_{\tau=T+1}^{t+1} K_n(\tau) - \sum_{\tau=T+1}^{t+1} K_o(\tau); \quad (5)$$

$$K_n(t) = \frac{Q_n(t)}{I_p(T, t)} \cdot \frac{a_T}{a_t}; \quad K_o(t) = \frac{Q_o(t)}{I_p(T, t)} \cdot \frac{a_T}{a_t}; \quad I_p(T, t) = \prod_{\tau=T+1}^t I_p(\tau-1, \tau). \quad (6)$$

Здесь $Q_n(t)$, $Q_o(t)$ – стоимость введенных в строй и ликвидированных ОПФ региональной экономики в ценах текущего года t , a_t , a_T – поправочные коэффициенты, которые определяются на основе модели распределённого строительного лага и равные 1,0 с 1995 г. [12]; $I_p(\tau-1, \tau)$ – индекс-дефлятор для года τ по отношению к году $\tau-1$.

В общем случае индекс-дефлятор $I_p(t, t+1)$ для года $t+1$ по отношению к году t находится из следующего выражения:

$$I_p(t, t+1) = \frac{V_{in}(t+1)}{V_{in}(t)} \cdot \frac{1}{I_{in}(t+1)}, \quad (7)$$

где $I_{in}(t)$ – индекс физического объема инвестиций, значения которого ежегодно публикуются в статистических справочниках о социально-экономическом состоянии регионов РФ; $V_{in}(t)$ – величина инвестиций в основной капитал региональной экономики в текущих ценах года t .

Для получения значений базисных индексов $I_K(t)$ относительно 2001 г. слагаемые (1.3) преобразовываются с использованием выражений (6), (7). В дальнейшем ИФО ОПФ, рассчитанный на основании (4), обозначается $I_{K.1}(t)$, а рассчитанный с использованием (1.3) – $I_{K.2}(t)$.

Зависимость (1.4) представляет собой своего рода авторегрессию первого порядка [13] для $L(t)$. Обеспечить достаточно высокую точность аппроксимации таким выражением исходных данных $L(t)$ экономической системы, которая функционирует в достаточно волатильной внешней среде, не всегда возможно, поэтому автор предлагает не ограничиваться указанной моделью и при необходимости использовать комбинированные модели, включающие подходящие трендовые модели и авторегрессию ошибок аппроксимации [13]. По аналогии с $I_{K.1}(t)$ и $I_{K.2}(t)$ базисные индексы среднегодовой численности занятых в региональной экономике ЯНАО обозначаются следующим образом: $I_{L.1}(t)$ – индекс, соответствующий статистическим данным; $I_{L.1}(t)$ – индекс, рассчитанный по авторегрессии первого порядка (1.4); $I_{L.2}(t)$ – индекс, рассчитанный по комбинированной модели, включающей подходящие трендовые модели и авторегрессию ошибок аппроксимации. Таким образом, предполагается построение ПФ (2), (3) для двух наборов данных: $(I_Y(t), I_{K.1}(t), I_{L.1}(t))$ – ПФ КД1, ПФ CES1; $(I_Y(t), I_{K.2}(t), I_{L.2}(t))$ – ПФ КД2, ПФ CES2. Корректность построения указанных производственных функций оценивается общепринятыми статистическими критериями: коэффициентом детерминации R^2 , критерием Фишера ($F_{расч}$) и критерием Дарбина – Уотсона ($DW_{расч}$). $F_{расч}$ сопоставлялись с критическим значением F_T при уровне значимости 0,05 и заданном количестве объясняющих переменных m и испытаний n , а $DW_{расч}$ сопоставлялись с верхним значением данного критерия DW^{up} для соответствующих значений m и n [13].

Следствием (1) является понятие «устойчивого уровня капиталовооруженности» k^* , который находится из соотношения [1, 2]:

$$\rho \cdot g(k) - (\mu + \nu)k(t) = 0; \quad g(k) = \frac{F(K(t), L(t))}{L(t)}; \quad k(t) = \frac{K(t)}{L(t)}. \quad (8)$$

Здесь $g(k)$ – средняя производительность труда в региональной экономике; ρ – уровень накопления в региональной экономике, характеризующий долю ВРП, инвестиции в основные производственные фонды РЭ.

Интерпретация зависимости (8) состоит в том, что инвестиции, обеспечивающие устойчивый рост ОПФ региональной экономики и, как следствие, рост ее ВРП, должны компенсировать расходы на замену ликвидируемых ОПФ РЭ и рост потребления работниками, занятыми в экономике, и обеспечивая при этом его максимизацию [1–5]. Определение k^* (8) для интервала $[t_n, t_k]$ осуществляется при допущениях о постоянстве величин $\mu(t)$, $\nu(t)$ и $\rho(t)$ (1). В том случае, если колебания значений указанных показателей существенны, то расчет k^* необходимо осуществлять для каждого $t \in [t_n, t_k]$, оценивая таким образом динамику k^* в этом временном интервале. Следует также отметить, что (1.2) и (8) предполагают наличие у менеджмента рассматриваемой экономической системы механизмов, позволяющих изменять соотношение между $I_n(t)$ и $C(t)$, исходя из планов её развития в краткосрочной и долгосрочной перспективе. Региональная же администрация полноценным инструментарием такого рода не располагает, поскольку решения относительно величины $I_n(t)$ являются прерогативой владельцев предприятий, объединяемых региональной экономикой. Вследствие этого поиск «управления», обеспечивающего реализацию (8), в такой ситуации представляет скорее теоретический, нежели практический интерес.

Подготовка статистических данных о функционировании региональной экономики ЯНАО

На основе статистических данных [14, 15] о региональной экономике ЯНАО – значения ВРП ($Y_\phi(t)$), факторов затрат производства $K_\phi(t)$, $L_\phi(t)$, а также значения инвестиций в основной капитал $I_n(t)$ – рассчитаны значения индексов $I_{Y_\phi(t)}$, $I_{K.1(t)}$, $I_{K.2(t)}$, приведенные в табл. 1. Значения коэффициента ликвидации основных фондов μ региональной экономики ЯНАО [14, 15] с 2001 по 2018 г. практически постоянны ($\mu \cong 0,003$), т. е. в краткосрочной перспективе можно использовать данное значение μ .

Уравнение авторегрессии первого порядка, которое по своей структуре близко к (1.4), для интервала с 2001 по 2018 г. имеет вид:

$$L_1(t) = 45,845 + 0,892 \cdot L_\phi(t-1). \quad (9)$$

Значения статистических критериев для (8): $R^2 = 0,918$; $F_{\text{расч}} = 168,84$, $F_7(0,05; 2,15) = 3,633$; $DW_{\text{расч}} = 1,477$, $DW^{\text{кр}}(2,18) = 1,239$.

Таблица 1

Базисные индексы физического объема $I_{Y_\phi(t)}$, $I_{K.1(t)}$, $I_{K.2(t)}$
региональной экономики ЯНАО за период с 2001 по 2018 г.

Table 1

Basic indexes of actual volume $I_{Y_\phi(t)}$, $I_{K.1(t)}$, $I_{K.2(t)}$
of the regional economy of the YNAO for the period from 2001 to 2018

Год, t	$I_{Y_\phi(t)}$	$I_{K.1(t)}$	$I_{K.2(t)}$	Год, t	$I_{Y_\phi(t)}$	$I_{K.1(t)}$	$I_{K.2(t)}$
2001	1,000	1,000	1,000	2010	1,367	2,192	2,715
2002	1,098	1,023	1,445	2011	1,404	2,570	3,071
2003	1,191	1,159	1,332	2012	1,435	2,922	3,550
2004	1,196	1,531	1,501	2013	1,491	3,218	3,218
2005	1,210	1,435	2,229	2014	1,576	3,612	3,437
2006	1,266	1,621	2,704	2015	1,546	3,454	3,071
2007	1,310	2,330	1,955	2016	1,632	3,604	3,371
2008	1,383	2,815	2,011	2017	1,760	3,364	3,633
2009	1,242	2,127	2,381	2018	1,962	3,532	4,556

Наряду с (9) для описания динамики $L(t)$ предлагается использовать модель следующего вида [13]:

$$L_2(t) = L_{2.tr}(t) + 0,611 \cdot z(t-1) - 0,562 \cdot z(t-2); \quad (10)$$

$$L_{2.tr}(t) = -0,0773t^2 + 6,5754t + 322,3; \quad (11)$$

$$z(t) = L_{\phi}(t) - L_{2.tr}(t).$$

Значения статистических критериев: для (10): $R^2 = 0,939$; $F_{расч} = 34,84$, $F_T(0,05; 2,15) = 3,633$; $DW_{расч} = 1,729$, $DW^{up}(4,18) = 1,604$; для (11): $R^2 = 0,9533$; $F_{расч} = 6,149$, $F_T(0,05; 2,15) = 3,633$; $DW_{расч} = 1,627$, $DW^{up}(3,18) = 1,422$.

Базисные относительно 2001 г. индексы $I_{L,\phi}(t)$ и рассчитанные для $L_1(t)$ (8) – $I_{L,1}(t)$, $L_2(t)$ (9) – $I_{L,2}(t)$ приведены в табл. 2.

Таблица 2

Базисные индексы $I_{L,\phi}(t)$, $I_{L,1}(t)$, $I_{L,2}(t)$ для региональной экономики ЯНАО за период с 2001 по 2018 г.

Table 2

Basic indexes $I_{L,\phi}(t)$, $I_{L,1}(t)$, $I_{L,2}(t)$ of the regional economy of the YNAO for the period from 2001 to 2018

Год, t	$I_{L,\phi}(t)$	$I_{L,1}(t)$	$I_{L,2}(t)$	Год, t	$I_{L,\phi}(t)$	$I_{L,1}(t)$	$I_{L,2}(t)$
2001	1,000	1,000	1,000	2010	1,215	1,160	1,165
2002	1,037	1,023	1,023	2011	1,222	1,213	1,200
2003	1,107	1,056	1,054	2012	1,231	1,219	1,202
2004	1,120	1,117	1,083	2013	1,242	1,227	1,215
2005	1,128	1,129	1,086	2014	1,239	1,236	1,228
2006	1,116	1,136	1,103	2015	1,234	1,234	1,233
2007	1,120	1,125	1,114	2016	1,263	1,230	1,246
2008	1,143	1,129	1,132	2017	1,318	1,255	1,268
2009	1,155	1,149	1,153	2018	1,309	1,304	1,290

Результаты моделирования динамики значений валового регионального продукта ЯНАО

Значения переменных (2), (3) ПФ КД1, ПФ CES1, ПФ КД2, ПФ CES2 в среде MATLAB 15™ для временного интервала с 2001 по 2018 г. представлены в табл. 3, согласно им лучшую аппроксимацию значений $I_{Y,\phi}(t)$ обеспечивает ПФ CES1 при $R^2 = 0,932$. Следует отметить, что отличия ПФ КД1 и ПФ КД2 друг от друга, как и ПФ CES1 от ПФ CES2, незначительны, что объясняется достаточно устойчивым ростом всех макроэкономических показателей региональной экономики ЯНАО (см. табл. 1).

Таблица 3

Идентифицированные ПФ Кобба – Дугласа и ПФ типа CES-функция для региональной экономики ЯНАО в интервале 2001–2018 гг.

Table 3

The identified Cobb–Douglas PFs and CES PFs for the regional economy of the YNAO in the interval 2001–2018

ПФ	Значения переменных производственных функций	$\frac{DW_{расч}}{DW^{up}}$	R^2	$\frac{F_{расч}}{F_T}$
ПФ КД1	$A_1 = 1,054$; $\alpha = 0,223$; $\beta = 0,777$	$\frac{1,478}{1,422}$	0,836	$\frac{40,45}{3,633}$
ПФ CES1	$A_2 = 1,0212$; $b = 0,2306$; $\sigma = 0,9989$	$\frac{1,817}{1,604}$	0,932	$\frac{89,34}{3,239}$
ПФ КД2	$A_1 = 1,0042$; $\alpha = 0,2294$; $\beta = 0,7706$	$\frac{1,578}{1,422}$	0,85	$\frac{36,82}{3,633}$
ПФ CES2	$A_2 = 0,9986$; $b = 0,2263$; $\sigma = 0,999$	$\frac{1,742}{1,604}$	0,842	$\frac{34,52}{3,239}$

Одним из приложений моделирования динамики валового регионального продукта является формирование краткосрочных прогнозов его значений $I_{Y,пр}(t)$, которые целесообразно сопоставлять как с $I_{Y,ф}(t)$ (см. табл. 1), так и с оценками этого показателя $I_{Y,прав}(t)$, которые определяются в рамках прогнозирования основных параметров социально-экономического развития ЯНАО, проводимого соответствующими подразделениями администрации округа (<https://de.yanao.ru/activity/13/?nav-documents=page-1>). Наряду с оценкой $I_{Y,прав}(t)$ осуществляется и оценка среднегодовой численности занятых в региональной экономике $L_{прав}(t)$, которая сопоставляется с $L_{ф}(t)$ и $L_{р}(t)$ (9). Прогнозирование же стоимости ее основных производственных фондов не проводится. Краткосрочное прогнозирование значений $I_{Y,пр}(t)$ РЭ ЯНАО на 2017–2019 гг. осуществляется с использованием той ПФ (2), (3), которая более точно аппроксимирует ретроспективные значения $I_{Y,ф}(t)$ рассматриваемого интервала времени. Использование ПФ КД2 и ПФ CES2 для краткосрочного прогнозирования затруднено тем, что оценка $I_{К2}(t+1)$, т. е. непосредственно для года прогнозирования, возможна только при наличии значений введенных в эксплуатацию основных производственных фондов региональной экономики $K_n(t+1)$. Поэтому для краткосрочного прогнозирования $I_{Y,пр}(t)$ используется ПФ КД1 и ПФ CES1. В табл. 4 приведены параметры ПФ КД1, ПФ CES1, построенных для интервалов времени, предшествующих году прогноза.

Таблица 4

Идентифицированные значения переменных ПФ Кобба – Дугласа
и ПФ типа CES-функция региональной экономики ЯНАО

Table 4

The identified values of the variables PF Cobb–Douglas
and PF CES of the regional economy of the YNAO

Временной интервал, $[t_n, t_k]$	Значения переменных производственных функций	R^2	$F_{расч}/F_T$
ПФ Кобба – Дугласа			
2001–2016	$A_1 = 1,038; \alpha = 0,1954; \beta = 0,8046$	0,926	87,17/3,739
2001–2017	$A_1 = 1,033; \alpha = 0,1948; \beta = 0,8052$	0,894	59,06/3,682
2001–2018	$A_1 = 1,054; \alpha = 0,223; \beta = 0,777$	0,836	40,45/3,633
ПФ CES-функция			
2001–2016	$A_2 = 1,0357; b = 0,1797; \sigma = 0,998$	0,866	64,46/3,49
2001–2017	$A_2 = 1,0298; b = 0,2012; \sigma = 0,999$	0,818	29,62/3,287
2001–2018	$A_2 = 1,0212; b = 0,2306; \sigma = 0,998$	0,932	89,34/3,239

В табл. 5 и 6 приведены следующие данные:

– оценки $I_{Y,прав}(t+1)$ и $L_{прав}(t+1)$ для 2017–2019 гг., сформированные соответствующими подразделениями администрации ЯНАО и опубликованные на её веб-сайте, указанном выше;

– для этого же временного интервала расчетные оценки $I_{Y,р}(t+1)$ с использованием следующих идентифицированных ПФ (см. табл. 4): 2001–2016 гг. – ПФ КД1; 2001–2017 гг. – ПФ КД1; 2001–2018 гг. – ПФ CES1;

– расчетные оценки $L_{р}(t+1)$ 2017–2019 гг., полученные с использованием модели динамики $L_{р}(t+1)$ (9).

– значения относительной ошибки прогнозирования $\varepsilon_P(t)$, которые определяются выражением:

$$\varepsilon_P(t) = \frac{P_{расч}(t) - P_{ф}(t)}{P_{ф}(t)},$$

где $P_{расч}(t)$, $P_{ф}(t+1)$ – расчетное и фактическое значения показателя.

Значения $\mu(t)$, $\nu(t)$, $\rho(t)$ и расчетные значения $k^*(t)$ (8) приведены в табл. 7. Значения $\nu(t)$ рассчитывались как коэффициент линейной регрессии без свободного члена, которая аппроксимирует $L_{ф}(t)$ в интервале времени, предшествующем рассматриваемому году.

При непосредственном расчете согласно (1.4) для 2006, 2015 и 2018 гг. получаются отрицательные значения $\nu(t)$ по своей абсолютной величине, превышающие $\mu(t)$, что не позволяет определить $k^*(t)$ для этих лет.

Таблица 5

Прогнозные значения ВРП региональной экономики ЯНАО на период с 2017 по 2019 г.

Table 5

Forecasted GRP values of the regional economy of the YNAO for the period from 2017 to 2019

Год, t	$I_{Y,\phi}(t)$	$I_{Y,прав}(t)$	$\varepsilon_{Y,прав}(t)$	$I_{Y,p}(t)$	$\varepsilon_Y(t)$
2017	1,4943	1,5093	0,009	1,5033	0,006
2018	1,4944	1,4958	0,001	1,4884	-0,005
2019	1,4788	1,4943	-0,01	1,4869	0,005

Таблица 6

Прогнозные значения среднегодовой численности занятых (тыс. чел.) в региональной экономике ЯНАО на период 2017–2019 гг.

Table 6

Forecasted values of the average annual number of employed (thousand people) in the regional economy of the YNAO for the period from 2017 to 2019

Год, t	$L_{\phi}(t)$	$L_{прав}(t)$	$\varepsilon_{L,прав}(t)$	$L_p(t)$	$\varepsilon_{L,p}(t)$
2017	420,50	383,35	0,088	405,61	0,035
2018	417,70	386,79	0,074	421,24	-0,008
2019	423,00	406,25	0,040	419,53	0,008

Таблица 7

Значения $\mu(t)$, $\nu(t)$, $\rho(t)$ и $k^*(t)$ для региональной экономики ЯНАО в период с 2001 по 2018 г.

Table 7

The values of $\mu(t)$, $\nu(t)$, $\rho(t)$ и $k^*(t)$ for the regional economy of the YNAO in the period from 2001 to 2018

Год	$\mu(t)$	$\nu(t)$	$\rho(t)$	$k^*(t)$	Год	$\mu(t)$	$\nu(t)$	$\rho(t)$	$k^*(t)$
2001	0,002	0,003	0,834	775,1	2010	0,003	0,022	0,648	72,5
2002	0,002	0,037	0,599	36,5	2011	0,003	0,019	0,659	87,12
2003	0,002	0,048	0,576	25,01	2012	0,003	0,02	0,563	65,54
2004	0,003	0,041	0,54	26,68	2013	0,003	0,02	0,522	59,49
2005	0,002	0,035	0,506	30,65	2014	0,003	0,019	0,449	51,04
2006	0,003	0,029	0,561	42,35	2015	0,004	0,019	0,428	47,34
2007	0,003	0,025	0,641	59,92	2016	0,003	0,018	0,395	46,66
2008	0,002	0,023	0,671	73,81	2017	0,003	0,018	0,375	45,08
2009	0,002	0,021	0,727	89,1	2018	0,003	0,017	0,288	32,88

Оценка $\rho(t)$ осуществлялась с использованием показателя «фактическое конечное потребление домашних хозяйств на душу населения» с учетом индекса потребительских цен и тарифов на товары и услуги для ЯНАО.

Заключение и выводы

Данные табл. 5 и 6 показывают, что краткосрочные прогнозные оценки значений валового регионального продукта $I_{Y,p}(t)$ и среднегодовой численности занятых в региональной экономике $L_p(t)$ ЯНАО достаточно хорошо согласуются с фактическими значениями этих показателей, опубликованными в изданиях Росстата РФ. Относительная ошибка $\varepsilon_Y(t)$ не превосходит 1 % и характеризует прогноз как нижнюю оценку рассматриваемого показателя. Аналогичная ситуация и прогнозированием $L_p(t)$, для которой $\varepsilon_{L,p}(t)$ только для 2017 г. превышает 1 %. Полученные прогнозные значения $I_{Y,p}(t)$ и $L_p(t)$ для рассматриваемого временного интервала не уступают по точности соответствующим данным, опубликованным профильными подразделениями администрации ЯНАО. Оценки $k^*(t)$ (табл. 7) для региональной экономики ЯНАО в рассмотренном временном интервале существенно выше значений $k(t)$, рассчитанных по статистическим данным $K_{\phi}(t)$ и $L_{\phi}(t)$. Начиная с 2009–2010 гг. сформировалась тенденция снижения значений $k^*(t)$ на фоне ус-

тойчивого роста потребления со стороны населения региона. Влияние данного фактора на $k^*(t)$ носит ограниченный характер, что обусловлено природно-климатическими особенностями региона. Так, за период с 2001 по 2018 г. $L_\Phi(t)$ увеличилось более чем на 30 %, тогда как непосредственно население ЯНАО выросло менее чем на 15 %. Эти же факторы оказывают влияние и на динамику $K_\Phi(t)$ экономики региона. Инвестиции используются для поддержания эксплуатационных характеристик ОПФ региональной экономики, что подтверждается достаточно низким по сравнению с другими регионами показателем их износа. Коэффициент же обновления ОПФ лишь начиная с 2016 г. превысил ранее сформировавшийся уровень на 5–6 %. Таким образом, использование модели односекторной экономики Р. Солоу в целом позволяет получать приемлемые как количественные оценки динамики валового регионального продукта, так и качественные оценки, характеризующие непосредственно развитие рассматриваемой экономической системы.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ и Правительства ХМАО-Югра на реализацию научного проекта № 18-47-860016 «Компьютерное моделирование динамики социально-экономической системы ресурсодобывающего региона севера России с использованием теории роста, агентного подхода и ГИС-технологий».

Литература

1. Солоу, Р.А. Перспективы теории роста / Р.А. Солоу // *Мировая экономика и международные отношения*. – 1966. – № 8. – С. 69–77.
2. Колемаев, В.А. *Экономико-математическое моделирование. Моделирование макроэкономических процессов и систем* / В.А. Колемаев. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. – 295 с.
3. Демин, Н.С. Управление односекторной экономикой на конечном интервале времени в модели Солоу / Н.С. Демин, Е.В. Кулешова // *Вестник Томского государственного университета*. – 2004. – № 2 (84). – С. 52–56.
4. Анисимов, А.В. Задача оптимального управления для односекторной модели экономического роста со смешанными ограничениями / А.В. Анисимов, Н.Л. Григоренко, Л.Н. Лукьянова // *Труды факультета ВМК МГУ имени М.В. Ломоносова. Прикладная математика и информатика: сб. науч. тр.* – М.: МГУ, 2013. – С. 5–21.
5. Параев, Ю.И. Аналитическое решение задачи оптимального управления односекторной экономикой на конечном интервале времени / Ю.И. Параев, Т.И. Грекова, Е.Ю. Данилюк // *Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика*. – 2011. – № 4 (17). – С. 5–15.
6. Тихонов, М.С. Построение прогноза доходной части бюджета Рязанской области на основе анализа односекторной макроэкономической модели региона / М.С. Тихонов // *Известия РАЕН. Дифференциальные уравнения*. – 2009. – № 14. – С. 132–141.
7. Воронов, А.А. Исследование экономики Северо-Западного региона Российской Федерации как нелинейной динамической системы при помощи модели Солоу / А.А. Воронов // *Проблемы экономики и менеджмента*. – 2014. – № 7 (35). – С. 27–32.
8. Гаджикурбанов, Д.М. Экономическое развитие индустриального региона: оценочный подход / Д.М. Гаджикурбанов, Л.М. Лабутина // *Вестник ИжГТУ имени М.Т. Калашникова*. – 2015. – Т. 18, № 3. – С. 70–74.
9. Лазарева, И.А. Построение и идентификация односекторной модели экономики региона, учитывающей конечное потребление и конкуренцию за ограниченные ресурсы / И.А. Лазарева, Е.Ю. Лискина // *Вестник РАЕН*. – 2016. – Т. 16, № 3. – С. 36–40.
10. Кокоткина, Т.Н. *Математические модели в прогнозировании развития экономики региона: моногр.* / Т.Н. Кокоткина, Н.С. Садовин, Е.И. Царегородцев. – Йошкар-Ола: ООО «СТИНГ», 2017. – 177 с.
11. *Экономико-математическое моделирование: учеб. для студентов вузов / под общ. ред. И.Н. Дрогобыцкого*. – М.: Изд-во «Экзамен», 2004. – 800 с.
12. Бессонов, В.А. Динамика основных фондов и инвестиций в российской переходной экономике / В.А. Бессонов, И.Б. Воскобойников. – М.: ИЭПП, 2006. – 65 с.
13. Афанасьев, В.Н. *Анализ временных рядов и прогнозирование: учеб.* / В.Н. Афанасьев, М.М. Юзбашев. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 2010. – 320 с.

14. *Статистический ежегодник. Ямало-Ненецкий автономный округ: в 2 ч. Ч. I (I) (1990–2016) / Управление Федеральной службы государственной статистики по Тюменской области, Ханты-Мансийскому автономному округу – Югре и Ямало-Ненецкому автономному округу. – Тюмень, 2020. – 343 с.*

15. *Статистический ежегодник. Ямало-Ненецкий автономный округ: в 2 ч. Ч. II (2017–2019) / Управление Федеральной службы государственной статистики по Тюменской области, Ханты-Мансийскому автономному округу – Югре и Ямало-Ненецкому автономному округу. – Тюмень, 2020. – 267 с.*

Кутышкин Андрей Валентинович, д-р техн. наук, профессор Института цифровой экономики, Югорский государственный университет, г. Ханты-Мансийск; avk_200761@mail.ru.

Поступила в редакцию 25 марта 2021 г.

DOI: 10.14529/ctcr210210

MODELING THE DYNAMICS OF GROSS REGIONAL PRODUCT

A.V. Kutyshkin, avk_200761@mail.ru

Yugra State University, Khanty-Mansiysk, Russian Federation

The gross regional product is a key macroeconomic indicator that characterizes the development of the regional socio-economic system. Modeling the dynamics of this indicator, as the final product of the economic system, also involves the development of models for changing the values of aggregated cost factors associated with its production. One of the directions of using the developed models is the formation of short-term forecasts of the direct values of the gross regional product and the factors of labor and capital costs of the regional economy that determine them. **Aim.** Modeling the dynamics of the value of the gross product of the regional economy of the Yamal-Nenets Autonomous Okrug on the basis of the one-sector model of R. Solow for the formation of short-term forecasts of the value of this indicator. **Materials and methods.** The one-sector model of economic growth by R. Solow is used, in which the functioning of the regional economy is described by two-factor neoclassical functions with a constant elasticity of substitution of factors of production costs. Production functions are identified using retrospective sequences of indices of gross regional product and cost factors of the regional economy. Short-term forecasting of the gross product of the regional economy is carried out using a production function that provides a better approximation of retrospective data of the time interval of the previous forecasting year. **Results.** Neoclassical two-factor production functions with constant elasticity of substitution of cost factors of the regional economy of the Yamalo-Nenets Autonomous Okrug (YNAO) for the period from 2001 to 2018 were constructed. The values of the gross regional product and the average annual number of employed in the Yamal-Nenets economy were calculated for 2017–2019, which were compared with the corresponding data published by the Federal State Statistics Service of the Russian Federation, and the forecast values published by the regional administration. **Conclusion.** It has been established that the used production functions give acceptable estimates of the approximation of the actual values of the gross regional product of the considered regional economy in the considered time interval. Modification of the models for changing the values of cost factors made it possible to increase the accuracy of short-term forecasts, both directly of the values of the gross regional product and the values of labor and capital costs.

Keywords: regional economy, the gross regional product, modeling the dynamics of cost factors, production functions.

References

1. Solou R.A. [Prospects for Growth Theory]. *World Economy and International Relations*, 1966, no. 8, pp. 69–77. (in Russ.)
2. Kolemaev V.A. *Ekonomiko-matematicheskoe modelirovanie. Modelirovanie makroekonomiche-*

skih processov i system [Economic and mathematical modeling. Modeling of macroeconomic processes and systems]. Moscow, YUNITI-DANA Publ., 2005. 295 p.

3. Demin N.S., Kuleshova E.V. [Management of one-sector economy on a finite time interval in the Solow model]. *Bulletin of the Tomsk State University*, 2003, vol. 84, no. 2, pp. 52–56. (in Russ.)

4. Anisimov A.V., Grigorenko N.L., Lukyanova L.N. [Optimal control problem for a one-sector model of economic growth with mixed constraints]. *Applied Mathematics and Computer Science. Proceedings of the Faculty of CMC, Moscow State University named after M.V. Lomonosov*. Moscow, 2013, pp. 5–21. (in Russ.)

5. Paraev Yu.I., Grekova T.I., Danilyuk E.Yu. [Analytical solution of the problem of optimal control of one-sector economy on a finite time interval]. *Bulletin of the Tomsk State University. Management, computer technology and informatics*, 2011, vol. 17, no. 4, pp. 5–15. (in Russ.)

6. Tikhonov M.S. [Forecasting the revenue side of the budget of the Ryazan region based on the analysis of a one-sector macroeconomic model of the region]. *Izvestiya RANS. Differential Equations*, 2009, no. 14, pp. 132–141. (in Russ.)

7. Voronov A.A. [Research of the economy of the North-West region of the Russian Federation as a nonlinear dynamic system using the Solow model]. *Problems of Economics and Management*, 2014, vol. 35, no. 7, pp. 27–32. (in Russ.)

8. Hajikurbanov D.M., Labutina L.M. [Economic development of an industrial region: an appraisal approach]. *Bulletin of Izhevsk State Technical University named after M.T. Kalashnikov*, 2015, vol. 18, no. 3, pp. 70–74. (in Russ.)

9. Lazareva I.A., Liskina E.Yu. [Construction and identification of a one-sector model of the regional economy, taking into account final consumption and competition for limited resources]. *Bulletin of the Russian Academy of Natural Sciences*, 2016, vol. 16, no. 3, pp. 36–40. (in Russ.)

10. Kokotkina T.N., Sadovin N.S., Caregorodcev E.I. *Matematicheskie modeli v prognozirovanii razvitiya ekonomiki regiona: monografiya* [Mathematical models in forecasting the development of the regional economy: monograph]. Yoshkar-Ola, LLC “STING” Publ., 2017. 177 p.

11. Drohobytsky I.N. (Ed.) *Ekonomiko-matematicheskoe modelirovanie: uchebnik dlya studentov vuzov* [Economic and mathematical modeling: a textbook for university students]. Moscow, Examination Publ., 2004. 800 p.

12. Bessonov V.A., Voskoboynikov I.B. *Dinamika osnovnykh fondov i investitsiy v rossiyskoy perekhodnoy ekonomike* [The dynamics of fixed assets and investments in the Russian transitional economy]. Moscow, IEPP, 2006. 65 p.

13. Afanasyev V.N., Yuzbashev M.M. *Analiz vremennykh ryadov i prognozirovaniye: ucheb.* [Time series analysis and forecasting: textbook]. 2nd ed. Moscow, Finance and statistics Publ., 2010. 320 p.

14. *Statisticheskii ezhegodnik. Yamalo-Nenetskiy avtonomnyy okrug: v 2 ch. Ch. I (I) (1990–2016)* [Statistical Yearbook. Yamalo-Nenets Autonomous Okrug: in 2 parts. Part I (I) (1990–2016)]. Office of the Federal State Statistics Service for the Tyumen Region, Khanty-Mansi Autonomous Okrug – Yugra and Yamalo-Nenets Autonomous Okrug. Tyumen, 2020. 343 p.

15. *Statisticheskii ezhegodnik. Yamalo-Nenetskiy avtonomnyy okrug: v 2 ch. Ch. II (2017–2019)* [Statistical Yearbook. Yamalo-Nenets Autonomous Okrug: in 2 parts. Part II (2017–2019)]. Office of the Federal State Statistics Service for the Tyumen Region, Khanty-Mansi Autonomous Okrug – Yugra and Yamalo-Nenets Autonomous Okrug. Tyumen, 2020. 267 p.

Received 25 March 2021

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Кутышкин, А.В. Моделирование динамики валового регионального продукта / А.В. Кутышкин // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2021. – Т. 21, № 2. – С. 104–113. DOI: 10.14529/ctcr210210

FOR CITATION

Kutyshkin A.V. Modeling the Dynamics of Gross Regional Product. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2021, vol. 21, no. 2, pp. 104–113. (in Russ.) DOI: 10.14529/ctcr210210