

# Управление в социально-экономических системах

УДК 517.9

DOI: 10.14529/ctcr210308

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕХАНИЗМОВ КОМПЛЕКСНОГО ОЦЕНИВАНИЯ И МАТРИЧНЫХ НЕАНОНИМНЫХ ОБОБЩЕННЫХ МЕДИАННЫХ МЕХАНИЗМОВ ДЛЯ СОГЛАСОВАНИЯ ИНТЕРЕСОВ АГЕНТОВ

А.О. Алексеев<sup>1</sup>, Т.А. Катаева<sup>1, 2</sup>

<sup>1</sup> Пермский национальный исследовательский политехнический университет, г. Пермь, Россия,

<sup>2</sup> ПАО «Пермская научно-производственная приборостроительная компания», г. Пермь, Россия

Рассматривается задача согласования интересов агентов при управлении в организационных системах, в частности, при оценке степени достижения стратегических целей организации. Актуальность задачи обусловлена необходимостью повышения скорости принятия решений, скорости реакции на изменения внешней среды, чего можно достичь, применяя соответствующие механизмы управления. **Цель исследования:** совершенствование методов принятия коллективных решений в условиях, когда агенты обладают разными рангами значимости. **Материалы и методы.** В качестве методов используются механизмы комплексного оценивания и обобщенные медианные механизмы согласования мнений агентов. Выбор математического аппарата обусловлен тем, что в организационных системах принятие решений происходит коллективно, в процессе взаимодействия группы агентов всегда возникает противоречие, так как каждый агент стремится максимизировать свою целевую функцию, что приводит к конфликту интересов и желанию исказить информацию. Выбранные методы позволяют данные проблемы решить. Первые механизмы применяются для агрегирования показателей, отражающих степень достижения частных целей организации на стратегическом уровне. Вторые механизмы применяются для выявления истинных мнений агентов о виде матриц свертки целевых показателей. **Результаты.** Предложен матричный неанонимный обобщенный медианный механизм, позволяющий согласовывать интересы агентов с разными рангами. Неанонимная процедура сводится к анонимной, которая обеспечивает устойчивость принимаемых решений обо всех элементах матриц свертки к стратегическому поведению агентов. Показано, что результаты комплексного оценивания являются манипулируемыми при использовании анонимных и неанонимных процедур согласования. Для преодоления обнаруженной проблемы предложена новая процедура, основанная на синтезе известных механизмов управления. **Заключение.** Рассмотренная постановка задачи соответствует реальным процедурам принятия решений коллегиальными органами управления, когда мнение одного агента оказывается более значимым по сравнению с мнением другого агента. Разработанный механизм позволяет согласовывать мнения экспертов относительно степени достижения стратегических целей организации, также он может быть адаптирован для решения других прикладных задач, например, принятие решения о выборе проекта, оценка рисков, оценка поставщиков и др.

*Ключевые слова:* организационные системы, мультиагентные системы, стратегическое поведение, неманипулируемость, многокритериальное принятие решений, механизмы комплексного оценивания, медианные механизмы голосования, дизайн механизмов.

### Введение

В организационных системах принятие решений по различным вопросам обычно происходит коллективно, при этом каждый активный агент может стремиться максимизировать свою целевую функцию, что может приводить к искажению информации со стороны агентов при их участии в принятии решений. В этих случаях требуется применять процедуры принятия коллективных решений, позволяющих учитывать персональные интересы всех агентов.

Существуют различные механизмы согласования интересов активных агентов, однако при определенных условиях отдельным агентам выгодно искажать информацию, нежели сообщать истинные мнения (в терминах теории игр у агентов существуют более выгодные стратегии поведения). При этом как отечественными, так и зарубежными исследователями в области дизайна механизмов доказана [1–3] неманипулируемость обобщенных медианных механизмов, т. е. их устойчивость к стратегическому поведению агентов. Под устойчивостью или неманипулируемостью понимается существование игрового равновесия, при котором ни одному из агентов теоретически не выгодно выбирать иные решения, отличающиеся от равновесного.

Целевое состояние организации на стратегическом уровне описывается, как правило, несколькими целями. Поскольку в достижении целевых показателей участвуют различные производственные, финансовые, административно-управленческие и иные структурные подразделения, то целевые показатели, как правило, декомпозируются в соответствии с организационной структурой компании, делегируя ответственность за их частичное достижение. Помимо этого, в крупных компаниях применяется проектное управление. Таким образом, как на уровне отдельных структурных подразделений, так и на уровне организации в целом стратегические цели выражаются совокупностью функциональных и проектных ключевых показателей эффективности, которые между собой не всегда согласованы.

Для согласования интересов участников организационной системы о степени достижения стратегических целей в настоящей работе предлагается интегрировать известные механизмы комплексного оценивания (МКО) [4–7] и обобщенные медианные механизмы [1–3] согласования мнений агентов в неанонимной постановке. Неанонимность означает, что при упорядочении сообщений агентов их сообщения нельзя менять друг с другом местами, так как мнение одного агента оказывается более значимым по сравнению с мнением другого агента. Такая постановка в большей степени соответствует корпоративной практике, поскольку в реальных организациях агенты, чьи интересы необходимо учесть, занимают различное положение в организационной структуре компании, имеют разный уровень компетентности, обладают прочими факторами, приводящими к разной значимости их мнений.

В настоящее время уже известен матричный анонимный обобщенный медианный механизм (МАОММ) [7, 8], где анонимность процедуры согласования подразумевала возможность менять местами сообщения агентов. Последнее можно условно интерпретировать, что без разницы, кто именно из агентов высказал то или иное сообщение, т. е. все агенты обладали одинаковым рангом. Стоит отметить, что учет различного уровня компетенций агентов в МАОММ был предусмотрен. Так, например, в работе [9] показана процедура делегирования сообщений, что востребовано в случае привлечения к согласованию узкоспециализированных специалистов.

Фактически настоящая работа является логическим продолжением исследований [8–10], в которых был предложен МАОММ, поскольку его основным назначением являлось выявление истинных мнений агентов при согласовании единых матриц свертки, являющихся элементами МКО, что и требуется в настоящем исследовании – разработать интегральный механизм управления, с одной стороны, позволяющий агрегировать набор показателей, отражающих степень достижения частных целей организации на стратегическом уровне до одного или нескольких укрупненных показателей, а с другой стороны, обеспечивающий неманипулируемость результатов со стороны отдельных агентов.

Сказанное выше определило дальнейшее изложение статьи. В начале последовательно описаны механизмы комплексного оценивания и обобщенные медианные механизмы голосования в анонимной и неанонимной постановках, на базе которых построено исследование. Затем следует описание матричных обобщенных медианных механизмов также в анонимной и неанонимной постановках, где матричный неанонимный обобщенный медианный механизм (МНОММ) [11] впервые подробно исследован. Показано, как неанонимную постановку свести к анонимной, обеспечивающей устойчивость принимаемых решений обо всех элементах матриц свертки к стратегическому поведению агентов. В последнем параграфе исследуется устойчивость результатов комплексного оценивания на основе МКО, согласованного с помощью МАОММ или МНОММ, к стратегическому поведению агентов. В заключении приводятся основные выводы выполненного исследования и сведения о внедрении полученных результатов.

**Механизмы комплексного оценивания**

МКО представляют собой кортежи вида

$$\langle \{X_i\}; G; M; P \rangle, \quad (1)$$

где  $\{X_i\}$  – множества значений частных критериев (при решении прикладных задач, как правило, используется единое множество для всех критериев  $X_i = \{1, \dots, k\}$ ,  $k$  – максимальная градация шкалы),  $i = \overline{1, 2m-1}$ ,  $m$  – число терминальных критериев, которые учитываются в МКО,  $G$  – граф (2-дерево), описывающий последовательность свертки частных критериев,  $M$  – множество матриц свертки, описывающих правила агрегирования пар терминальных и агрегированных критериев  $M = \{M_1, \dots, M_{m-1}\}$ ,  $P$  – процедура агрегирования пары критериев.

В общем случае МКО (1) могут применяться для решения различных прикладных задач, где требуется агрегировать наборы показателей до одного или нескольких укрупненных показателей. Авторами предлагается использовать МКО для агрегирования показателей, отражающих степень достижения частных целей организации на стратегическом уровне. Стоит отметить, что дискретные МКО уже использовались для оценки степени достижения стратегических целей организаций [12], что подтверждает состоятельность авторской идеи.

Покажем для наглядности простой пример МКО стратегических целей. Пусть организация имеет три стратегические цели ( $m = 3$ ), имеющие различные критерии их достижения, оцениваемые с помощью 3-балльной ( $k = 3$ ) порядковой шкалы:  $X_i = \{1, 2, 3\}$ ,  $i = \overline{1, 3}$ . Значения шкалы можно условно интерпретировать следующим образом: 1 – цель не достигнута, 2 – цель частично достигнута, 3 – цель достигнута полностью.

Пусть агрегированные критерии, включая комплексный показатель, отражающий достижение всех стратегических целей в целом, имеют ту же шкалу:  $X_i = \{1, 2, 3\}$ ,  $i = \overline{4, 5}$  и ту же интерпретацию.

Пусть граф  $G$  имеет ребра, соединяющие вершины, соответствующие критериям  $X_1$  и  $X_2$ , с вершиной, соответствующей матрице  $M_1$ ; вершину, соответствующую критерию  $X_3$ , с вершиной, соответствующей матрице  $M_2$ , а также вершины, соответствующие матрицам  $M_1$  и  $M_2$ :

$$G = \{ \{X_1; M_1\}; \{X_2; M_1\}; \{X_3; M_2\}; \{M_1; M_2\} \}.$$

Такой граф означает, что вначале обобщаются первая и вторая цели, а затем дополнительно учитывается третья.

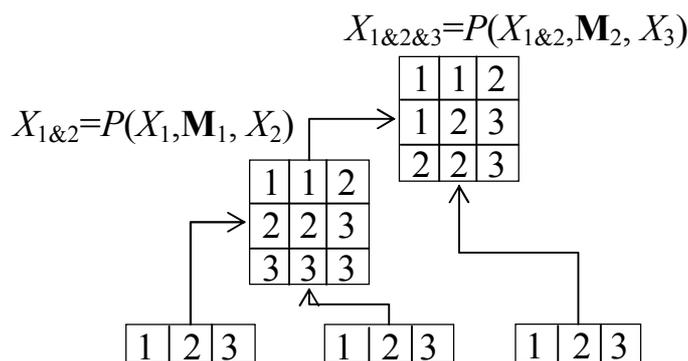
Пусть матрицы свертки имеют следующие элементы:

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}, \quad M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Матрица  $M_1$  показывает приоритет первой цели, так как при полном достижении первой цели  $X_1 = 3$ , при провале второй цели  $X_2 = 1$ , элемент матрицы соответствующий этому состоянию принимает значение 3 ( $m_{31} = 3$ ), то есть обобщенная цель достигнута полностью. Матрица  $M_2$  показывает приоритет третьей цели по сравнению с обобщенной целью на нижнем уровне графа  $G$ .

Известны непрерывные, нечеткие и Ф-нечеткие процедуры комплексного оценивания  $P$ , что позволяет осуществлять комплексное оценивание степени достижения стратегических целей в условиях неполноты информации, влияния случайных величин, а также использовать экспертные суждения, высказываемые в модальном виде. Обзор и обобщение известных процедур  $P$  представлено в [7].

Заданный выше МКО наглядно представлен на рисунке.



**Пример МКО с 3 терминальными критериями**  
**An example of an integrated assessment mechanism (IAM)**  
**with 3 terminal criteria**

МКО могут строиться как путем структуризации представлений агентов о значимости отдельных критериев в виде дерева критериев (графа  $G$ ) и элементов матриц свертки  $m_{rc} \in \mathbf{M}_j \in M, j = \overline{1, m-1}, r = \overline{1, k}, c = \overline{1, k}$  ( $r$  – номер строки,  $c$  – номер столбца матрицы), так и путем идентификации [13–16] структуры графа и множества матриц на основе обучающих наборов.

При этом в организационных системах агенты могут иметь различные представления об элементах матриц свертки целевых показателей, в том числе не совпадающие. Для согласования их мнений предлагается использовать обобщенные медианные механизмы голосования.

#### Обобщенные медианные механизмы голосования

Рассмотрим задачу согласования мнений группы агентов. Каждый из агентов  $a = \overline{1, n}$  может высказать сообщение в диапазоне от  $\underline{x}$  до  $\bar{x}$ :  $s_a \in [\underline{x}; \bar{x}] \subset R^1$ . Агент имеет собственное представление о рассматриваемом вопросе, запишем его  $m_a, m_a \in [\underline{x}; \bar{x}]$ . При этом агент может сообщать как истинное мнение  $s_a = m_a$ , так и искаженное мнение  $s_a = m_a + \delta$ , где  $\delta$  – любое число, сохраняющее итоговое сообщение на области определения  $[\underline{x}; \bar{x}]$ .

Согласно медианным механизмам голосования множество сообщений реальных агентов  $\{s_1, \dots, s_n\}$  дополняется сообщениями так называемых фантомов, чьи оценки используются наравне с сообщениями реальных агентов.

Фантом соответствует некоторому виртуальному обществу из  $n$  не существующих агентов, которые сообщают либо максимальное значение  $\bar{x}$ , либо минимальное  $\underline{x}$ . Вектор сообщений не существующих агентов, образующих виртуальное общество, обозначим  $\mathbf{s}_p$ :

$$\mathbf{s}_p = \begin{cases} p \text{ экспертов сообщает } \bar{x}, \\ n - p \text{ экспертов сообщает } \underline{x}, \end{cases} \quad (2)$$

где  $p$  в общем случае принимает значение от 0 до  $2^n - 1$ , так как число возможных виртуальных обществ составляет  $2^n$  вариантов.

Пусть существует некоторая процедура  $\pi(\bullet)$ , результатом которой является значение  $w_p$ , принадлежащее тому же диапазону  $[\underline{x}; \bar{x}]$ , что и значения элементов вектора  $\mathbf{s}_p = \{s_j\}$ ,  $s_j \in [\underline{x}; \bar{x}] \quad j = \overline{1, n}$ :

$$w_p = \pi(\mathbf{s}_p), \quad \mathbf{s}_p = \{s_j\}, \quad s_j \in [\underline{x}; \bar{x}], \quad w_p \in [\underline{x}; \bar{x}]. \quad (3)$$

**Согласование мнений агентов при анонимной постановке**

Как отмечалось во введении, в анонимном случае сообщения агентов можно переставлять, значит, можно переставлять оценки  $s_j \in \mathbf{s}_p$ . Это приводит к тому, что часть оценок  $w_p$  совпадет и  $2^n$  оценок сводится к  $n+1$ . Тогда в анонимном случае сообщения фантомов определяются согласно выражению (2) при  $p$  от 0 до  $n$ .

Если процедура  $\pi(\bullet)$  удовлетворяет условиям непрерывности, монотонности и единогласия:

$$x = \pi(\mathbf{s}), \text{ где } \mathbf{s} = \{s_j\}, \forall j \ s_j = x, \ j = \overline{1, n}, \quad (4)$$

то и отечественными, и зарубежными исследователями параллельно и независимо друг от друга доказано [1–3], что медианный механизм голосования:

$$z = \text{med}(s_1, \dots, s_n, w_0, \dots, w_n), \quad (5)$$

результатом которого является  $z$  – медиана множества оценок агентов и фантомов, является неманипулируемым. Медианный механизм называется обобщенным, так как описанный выше подход применим для согласования не только оценок на одномерном множестве действительных значений  $z \in \mathbb{R}^1$ , но и в общем случае для  $n$ -мерного пространства  $\mathbb{R}^n$ .

В силу того, что процедура  $\pi(\bullet)$  удовлетворяет условию единогласия (4), то согласно (2) при  $p=0$  оценка фантома принимает максимальное значение ( $w_0 = \underline{x}$ ), а при  $p=n$  – максимальное ( $w_n = \bar{x}$ ).

Поскольку медиана делит все множество на два равных по мощности, в одном из которых все элементы не больше медианы  $z$ , а во втором не меньше, то, исключив  $w_0 = \underline{x}$  и  $w_n = \bar{x}$  из исходного множества, медиана уменьшенного множества сохраняется, т. е. справедливо следующее:

$$z = \text{med}(s_1, \dots, s_n, w_0, \dots, w_n) = \text{med}(s_1, \dots, s_n, w_1, \dots, w_{n-1}). \quad (6)$$

Таким образом, в анонимном случае любой группе реальных агентов, состоящей из  $n$  агентов, к их оценкам всегда добавляется  $n-1$  сообщений фантомов. Соответственно, множество всех сообщений  $\{s_1, \dots, s_n, w_1, \dots, w_{n-1}\}$  всегда является нечетной. Общеизвестно, что если мощность множества является нечетным, то медианой этого множества всегда является один из элементов множества. Применительно к рассматриваемой задаче это означает, что результатом согласования мнений агентов (6) будет либо сообщение реального агента  $\exists a, z = s_a$ , либо сообщение фантома  $\exists p, z = w_p$ , включая случаи, когда их оценки совпадают, т. е.  $\exists a$  и  $\exists p, z = s_a = w_p$ .

Это в свою очередь означает, что если результатом согласования (6) стало значение, сообщаемое агентом,  $a: z = s_a$ , то такого агента называют диктатором и ему нет смысла искажать информацию, если он сообщал свое истинное мнение  $s_a = m_a$ . Остальным агентам также нет смысла искажать информацию, поскольку даже при существенном искажении сообщений не будет происходить смещение медианы в их сторону в силу робастности медианы. Если же результатом согласования (6) стало значение, сообщаемое фантомом  $\exists p, z = w_p$ , то ни один из агентов не сможет сместить медиану, не отклонив при этом результат дальше от своего истинного мнения (7). Таким образом, достигается равновесие по Нэшу.

Множество сообщений прочих агентов обозначим  $\mathbf{s}_{-a}$ , а результат медианного механизма согласования (6) запишем как  $z(s_a, \mathbf{s}_{-a})$ . Неманипулируемость означает выполнение условия для каждого агента  $\forall a, \ a = \overline{1, n}$ :

$$\left| m_a - z(m_a, \mathbf{s}_{-a}) \right| \leq \left| m_a - z(m_a + \delta, \mathbf{s}_{-a}) \right|, \ \forall a, \ a = \overline{1, n}, \quad (7)$$

где разница по модулю между истинным мнением агента  $m_a$  и результатом активной экспертизы при сообщении агентом  $a$  своего истинного мнения  $z(m_a, \mathbf{s}_{-a})$  меньше или равна разнице по модулю между истинным значением  $m_a$  и результатом согласования при сообщении им искаженного мнения  $z(m_a + \delta, \mathbf{s}_{-a})$ .

Из приведенных рассуждений выше следует, что при использовании медианного механизма (6) результат согласования при искажении отклонится от истинного значения не больше, чем при сообщении правды, другими словами, любому агенту  $\forall a, a = \overline{1, n}$  не хуже сообщить истинное мнение  $m_a$ , нежели исказить его.

### Согласование мнений агентов при неанонимной постановке

В неанонимном случае агенты обладают некоторыми рангами  $r_a, a = \overline{1, n}$ , нормировав которые получим взвешенные коэффициенты  $w_a = r_a / \sum_{a=1, n} r_a, w_a \in (0; 1)$ , сумма которых равна еди-

нице. Введем вектор  $\mathbf{w} = \{w_a\}, a = \overline{1, n}$ . В этом случае оценки фантомов будут вычисляться с учетом весов виртуальных агентов:

$$w_p = \pi(\mathbf{s}_p; \mathbf{w}), \mathbf{s}_p = \{s_j\}, \mathbf{w} = \{w_a\}, j, a = \overline{1, n}, w_p \in [\underline{x}; \bar{x}]. \quad (8)$$

Тогда каждое значение  $s_j$  умножается на взвешенный коэффициент  $w_a$ , именно поэтому оценки агентов нельзя переставлять.

При определении сообщений фантомов согласно (8), опираясь на граничные значения множества допустимых действий  $\underline{x}$  и  $\bar{x}$ , всегда порождается четное количество фантомов –  $2^n$ , что при четном числе реальных агентов множество всех оценок становится также четным. Медианой множества, мощность которого четная, является любое число в промежутке между двумя значениями, делящими исходное множество, упорядоченное по возрастанию, на два равных по мощности множества. Обычно медианой признается их среднее значение. Это приводит к тому, что всегда найдется хотя бы один агент, заинтересованный в искажении своего истинного мнения, т. е.  $\exists a$  для которого (7) не выполнится и тогда равновесия по Нэшу нет.

Естественно, что виртуальные общества можно строить не только так, что не существующие агенты сообщают только минимальные  $\underline{x}$  или максимальные значения  $\bar{x}$ , а еще использовать третью оценку из диапазона  $[\underline{x}, \bar{x}]$ , например, среднюю. С одной стороны, это приведет к тому, что виртуальных обществ  $\mathbf{s}_p$  будет  $3^n$ , т. е. при любом  $n$  образуется нечетное число фантомов. С другой стороны, если количество реальных агентов нечетно, то в этом случае объединенное множество оценок агентов и фантомов будет вновь четным. Это, как показано выше, приведет к ситуации, когда найдется хотя бы один реальный агент, которому стратегически будет выгодно исказить информацию.

Таким образом, при согласовании мнений группы агентов, обладающих различными рангами, медианна множества, образованного объединением множества сообщений агентов и множества сообщений фантомов, вычисленных согласно (8) или другим иным способом, только в частных случаях будет совпадать с сообщением фантома или реального агента. Из этого следует, что в общем случае обобщенный медианный механизм при неанонимной постановке не является неманипулируемым.

Несмотря на сказанное выше, неманипулируемости можно добиться путем сведения неанонимной постановки к анонимной следующим образом. Для каждого реального агента  $a = \overline{1, n}$ , обладающего весом  $w_a$ , его сообщение  $s_a$  следует заменить на вектор  $\mathbf{s}_a = \{s_j\}$ , состоящий полностью из сообщений этого же агента  $\forall j s_j = s_a, j = \overline{1, n_a}$ . Размер вектора  $\mathbf{s}_a$  определяется следующим образом:

$$n_a = N \cdot w_a, N \in \mathbb{N}, n_a \in \mathbb{N}, \quad (9)$$

где  $N$  – такое минимальное натуральное число, что для всех агентов результат умножения взвешенного коэффициента на  $N$  тоже является натуральным. Очевидно, что будет выполняться следующее:

$$\sum_{a=1}^n n_a = \sum_{a=1}^n w_a \cdot N = N. \quad (10)$$

Тогда в неанонимной постановке множество, состоящее из  $n$  сообщений реальных агентов  $s_a$ ,  $a = \overline{1, n}$ , заменяется на множество, состоящее из  $N$  сообщений тех же самых агентов  $s_a$ , повторяющихся по  $n_a$  раз. В этом случае чем выше ранг агента, тем большее количество его сообщений будет в дополненном множестве. Фактически это дополнение можно интерпретировать следующим образом: множеству реальных агентов, обладающих различными рангами, поставили в соответствие виртуальное множество агентов, которые между собой уже равны.

Поскольку множество сообщений, состоящее из  $N$  сообщений, уже не имеет рангов, то это соответствует анонимной постановке задачи согласования мнений и к этому множеству может быть добавлено  $N-1$  сообщений фантомов, вычисляемых согласно (3), и медиану можно будет определять аналогично (6):

$$z = \text{med}(s_1, \dots, s_N, w_1, \dots, w_{N-1}). \quad (11)$$

Поскольку выше уже было показано, что для (6) выполняется условие (7), то оно выполнится и для (11). Таким образом, мы получили неманипулируемую процедуру согласования мнения агентов в неанонимной постановке.

### Матричные обобщенные медианные механизмы

Матричным обобщенным медианным механизмом называется механизм согласования, где агент  $a$ ,  $a = \overline{1, n}$  сообщает не скалярную оценку  $s_a \in \mathbb{R}^1$ , а матрицу  $\mathbf{S}^a = \{s_{rc}^a\}$ ,  $r = \overline{1, \bar{r}}$ ,  $c = \overline{1, \bar{c}}$ , ( $\bar{r}$  – число строк матрицы,  $\bar{c}$  – число столбцов матрицы), далее индекс агентов будем записывать сверху, чтобы не путать их с индексами строк и столбцов матриц свертки. Будем считать, что для каждого элемента матрицы могут быть персональные ограничения снизу и сверху  $s_{rc} \in [s_{rc}^-; s_{rc}^+]$ .

Тогда, как и в рассмотренных выше случаях, к множеству реальных матриц  $\mathbf{S}^a$ ,  $a = \overline{1, n}$  добавим матрицы фантомов  $\mathbf{W}^p$ ,  $\mathbf{W}^p = \{w_{rc}^p\}$ ,  $p = \overline{1, n-1}$ . Матрицы фантомов определяются с помощью процедуры  $\pi(\cdot)$  поэлементно при  $r = \overline{1, \bar{r}}$ ,  $c = \overline{1, \bar{c}}$ .

Согласованной группой из  $n$  агентов матрицей будем называть матрицу  $\mathbf{Z} = \{z_{rc}\}$ ,  $r = \overline{1, \bar{r}}$ ,  $c = \overline{1, \bar{c}}$ , элементы которой определены по медианному механизму:

$$z_{rc} = \text{med}(s_{rc}^1, \dots, s_{rc}^n, w_{rc}^1, \dots, w_{rc}^{n-1}), \quad (12)$$

где  $s_{rc}^a \in [s_{rc}^-; s_{rc}^+]$ ,  $a = \overline{1, n}$ ,  $w_{rc}^p \in [s_{rc}^-; s_{rc}^+]$ ,  $p = \overline{1, n-1}$ .

В неанонимном случае будем поступать так же, как описано в предыдущем параграфе: множество, содержащее  $n$  реальных матриц  $\mathbf{S}^a$ ,  $a = \overline{1, n}$ , расширим до множества из  $N$  матриц путем дублирования каждой матрицы  $\mathbf{S}^a$  кратно числу  $n_a$ , вычисленному по выражению (9) с учетом доли ранга эксперта  $w_a$  среди всех рангов.

К этим матрицам добавим матрицы фантомов  $\mathbf{W}^p$ ,  $p = \overline{1, N-1}$ . Элементы матрицы фантомов вычислим согласно выражению (3) по векторам длиной  $N$  и согласуем матрицу  $\mathbf{Z}$  поэлементно:

$$z_{rc} = \text{med}(s_{rc}^1, \dots, s_{rc}^{n_1}, \dots, s_{rc}^{n_{n-1}}, \dots, s_{rc}^N, w_{rc}^1, \dots, w_{rc}^{N-1}), \quad (13)$$

где  $r = \overline{1, \bar{r}}$ ,  $c = \overline{1, \bar{c}}$ ,  $s_{rc}^a \in [s_{rc}^-; s_{rc}^+]$ ,  $a = \overline{1, N}$ ,  $w_{rc}^p \in [s_{rc}^-; s_{rc}^+]$ ,  $p = \overline{1, N-1}$ .

С учетом введенных выше обозначений и показанных свойств неманипулируемости матричным анонимным обобщенным медианным механизмом (МАОММ) является (12), матричным неанонимным обобщенным медианным механизмом (МНОММ) – (13), для которых справедливо:

$$\left| m_{rc}^a - z(m_{rc}^a, s_{rc}^{-a}) \right| \leq \left| m_{rc}^a - z(m_{rc}^a + \delta_{rc}^a, s_{rc}^{-a}) \right|, \quad (14)$$

в анонимном случае для  $\forall a$ ,  $a = \overline{1, n}$ , в неанонимном случае для  $\forall a$ ,  $a = \overline{1, N}$ .

### Согласование матриц свертки показателей, отражающих степень достижения стратегических целей

Применительно к задаче согласования матриц свертки  $\mathbf{M} = \{m_{rc}\}$ ,  $r = \overline{1, \bar{r}}$ ,  $c = \overline{1, \bar{c}}$ , являющихся элементами МКО вида (1), ограничениями на элементы матрицы свертки являются следующее: матрицы полагаются неубывающими, т. е. для  $\forall r, c$ ,  $r = \overline{1, \bar{r}-1}$ ,  $c = \overline{1, \bar{c}-1}$  должно выполняться:  $m_{r+1c} \geq m_{rc}$ ,  $m_{rc+1} \geq m_{rc}$ ,  $m_{r+1c+1} \geq m_{rc}$ .

При определении МКО на основе экспертных знаний в частных случаях используют дополнительно следующие ограничения:

- первый элемент матрицы принимает минимальную оценку  $m_{11} = 1$ ;
- последний элемент матрицы принимает максимальную оценку из шкалы обобщенного критерия  $i$ :  $m_{r\bar{c}} = k_i$ ;
- главная диагональ матрицы свертки является равномерной, т. е. для  $r = c$ ,  $r = \overline{1, \bar{r}}$ ,  $c = \overline{1, \bar{c}}$  диагональные элементы принимают значения строки и столбца  $m_{rc} = r = c$ ;
- разница между соседними элементами по строке или столбцу не должна превышать единицу, т. е. для  $\forall r, c$ ,  $r = \overline{1, \bar{r}-1}$ ,  $c = \overline{1, \bar{c}-1}$ ,  $m_{r+1c} - m_{rc} \leq 1$ ,  $m_{rc+1} - m_{rc} \leq 1$ ;
- разница между соседними элементами по диагонали не должна превышать двух, т. е. для  $\forall r, c$ ,  $r = \overline{1, \bar{r}-1}$ ,  $c = \overline{1, \bar{c}-1}$ ,  $m_{r+1c+1} - m_{rc} \leq 2$ .

Последние ограничения в общем случае не являются обязательными и встречаются как теоретические исследования, так и прикладные задачи, в которых они не выполняются. Несмотря на это, с учетом введенных ограничений выше для рассмотренного в первом параграфе примера (см. рисунок), где степень достижения стратегических целей оценивается с помощью 3-балльной шкалы, определим матрицы размерностью  $3 \times 3$  с минимально  $\mathbf{M}_{\min}$  и максимально возможными  $\mathbf{M}_{\max}$  значениями:

$$\mathbf{M}_{\min} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{M}_{\max} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix},$$

которые следует использовать как ограничения снизу и сверху соответственно на сообщения агентов:  $s_{rc}^a \geq \underline{m}_{rc}$ ,  $s_{rc}^a \leq \bar{m}_{rc}$ ,  $s_{rc}^a \in \mathbf{S}^a$ ,  $a = \overline{1, n}$  в анонимном случае,  $a = \overline{1, N}$  в неанонимном случае,  $\underline{m}_{rc} \in \mathbf{M}_{\min}$ ,  $\bar{m}_{rc} \in \mathbf{M}_{\max}$ . Примеры матриц  $\mathbf{M}_{\min}$  и  $\mathbf{M}_{\max}$  размерностью  $4 \times 4$  приведены в работах [7–10].

В силу значительного объема материалов, которые необходимо привести для иллюстрации процедуры согласования МКО с помощью МАОММ или МНОММ (к примеру, если три агента ( $n=10$ ) имеют ранги  $r_1=0,3$ ,  $r_2=0,5$ ,  $r_3=0,2$ , то им соответствует виртуальное множество агентов, состоящее из 10 равнозначных агентов ( $N=10$ ). Значит, необходимо добавить 9 матриц фантомов и привести итоговую согласованную матрицу), а также по причине того, что данные механизмы подробно разобраны в тексте, авторы сочли целесообразным не приводить демонстрационные примеры.

Из свойства обобщенных медианных механизмов (14) следует, что МАОММ (12), а, следовательно, и МНОММ (13) в силу того, что МНОММ следует сводить к МАОММ, как механизмы согласования матриц свертки в отношении элементов отдельных матриц являются неманипулируемыми. Однако при наличии более двух стратегических целей ( $m \geq 3$ ), по которым с помощью МКО вида (1) оцениваются результаты организации, такой МКО содержит несколько матриц свертки ( $|M| \geq 2$ ). Поэтому следует проверить, сохранится ли свойство неманипулируемости МКО в целом?

**Исследование устойчивости результатов комплексного оценивания  
по согласованному механизму комплексного оценивания**

При исследовании данного вопроса обнаружено, что МАОММ и соответственно МНОММ являются манипулируемыми по отношению к МКО в целом. Рациональный агент может целенаправленно исказить информацию о значении элемента матрицы на нижнем уровне графа  $G$  с целью смещения строк или столбцов при комплексном оценивании на матрицах верхнего уровня.

Агенты  $a = \overline{1, n}$  могут сообщать матрицы свертки  $\mathbf{S}^a = \{s_{rc}^a\}$ ,  $r = \overline{1, \bar{r}}$ ,  $c = \overline{1, \bar{c}}$ . Результат свертки двух критериев  $X_1$  и  $X_2$  по матрице  $\mathbf{S}^a$  обозначим  $X_{1\&2}^a(\mathbf{S}^a)$ . При сообщении агентом истинной матрицы  $\mathbf{M}^a = \{m_{rc}^a\}$  результат свертки обозначим  $X_{1\&2}^a(\mathbf{M}^a)$ .

Рассмотрим непрерывную аддитивно-мультипликативную процедуру комплексного оценивания  $P_{AM}$ :

$$\begin{aligned} X_{1\&2}^a(\mathbf{M}^a) = & (1 - \lceil X_1 \rceil)(1 - \lceil X_2 \rceil) m_{rc}^a \Big|_{r=\lceil X_1 \rceil; c=\lceil X_2 \rceil} + \\ & + \lceil X_1 \rceil (1 - \lceil X_2 \rceil) m_{rc}^a \Big|_{r=\min(\lceil X_1 \rceil+1; \bar{r}); c=\lceil X_2 \rceil} + \\ & + (1 - \lceil X_1 \rceil) \lceil X_2 \rceil m_{rc}^a \Big|_{r=\lceil X_1 \rceil; c=\min(\lceil X_2 \rceil+1; \bar{c})} + \\ & + \lceil X_1 \rceil \lceil X_2 \rceil m_{rc}^a \Big|_{r=\min(\lceil X_1 \rceil+1; \bar{r}); c=\min(\lceil X_2 \rceil+1; \bar{c})}, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $\lceil X_i \rceil$  и  $\lfloor X_i \rfloor$  – остатки деления критериев  $X_1$  и  $X_2$  на единицу:

$$\lceil X_i \rceil = \text{mod}(X_i; 1), \quad i = 1, 2,$$

$\lfloor X_i \rfloor$  и  $\lfloor X_2 \rfloor$  – целые части критериев  $X_1$  и  $X_2$  соответственно:

$$\lfloor X_i \rfloor = \text{dim}(X_i), \quad i = 1, 2.$$

Будем условно считать, что некоторый агент при сообщении матрицы свертки  $\mathbf{S}^a = \{s_{rc}^a\}$  искажает значения всех элементов, т. е. для  $\forall r, c$ :  $s_{rc}^a = m_{rc}^a + \delta_{rc}^a$ , где  $\delta_{rc}^a$  – искажение. Тогда результат свертки при искаженной матрице определяется по выражению

$$\begin{aligned} X_{1\&2}^a(\mathbf{S}^a) = & (1 - \lceil X_1 \rceil)(1 - \lceil X_2 \rceil) (m_{rc}^a + \delta_{rc}^a) \Big|_{r=\lceil X_1 \rceil; c=\lceil X_2 \rceil} + \\ & + \lceil X_1 \rceil (1 - \lceil X_2 \rceil) (m_{rc}^a + \delta_{rc}^a) \Big|_{r=\min(\lceil X_1 \rceil+1; \bar{r}); c=\lceil X_2 \rceil} + \\ & + (1 - \lceil X_1 \rceil) \lceil X_2 \rceil (m_{rc}^a + \delta_{rc}^a) \Big|_{r=\lceil X_1 \rceil; c=\min(\lceil X_2 \rceil+1; \bar{c})} + \\ & + \lceil X_1 \rceil \lceil X_2 \rceil (m_{rc}^a + \delta_{rc}^a) \Big|_{r=\min(\lceil X_1 \rceil+1; \bar{r}); c=\min(\lceil X_2 \rceil+1; \bar{c})}. \end{aligned} \quad (16)$$

Результат свертки критериев  $X_1$  и  $X_2$  по медианной матрице  $\mathbf{Z} = \{z_{rc}\}$  обозначим  $X_{1\&2}(\mathbf{Z})$ :

$$\begin{aligned} X_{1\&2}(\mathbf{Z}) = & (1 - \lceil X_1 \rceil)(1 - \lceil X_2 \rceil) z_{rc} \Big|_{r=\lceil X_1 \rceil; c=\lceil X_2 \rceil} + \\ & + \lceil X_1 \rceil (1 - \lceil X_2 \rceil) z_{rc} \Big|_{r=\min(\lceil X_1 \rceil+1; \bar{r}); c=\lceil X_2 \rceil} + \\ & + (1 - \lceil X_1 \rceil) \lceil X_2 \rceil z_{rc} \Big|_{r=\lceil X_1 \rceil; c=\min(\lceil X_2 \rceil+1; \bar{c})} + \\ & + \lceil X_1 \rceil \lceil X_2 \rceil z_{rc} \Big|_{r=\min(\lceil X_1 \rceil+1; \bar{r}); c=\min(\lceil X_2 \rceil+1; \bar{c})}, \end{aligned} \quad (17)$$

где все элементы матрицы  $z_{rc}$  определяются согласно (12) в анонимном случае, согласно (13) – в неанонимном случае.

Если агент является диктатором хотя бы в одном элементе матрицы, а в остальных элементах

его сообщение не меняет их значения, то он может исказить именно этот элемент, чтобы приблизить комплексную оценку  $X_{1\&2}(\mathbf{Z})$  к своей  $X_{1\&2}^a(\mathbf{M}^a)$ .

Покажем это: пусть при  $r = \lfloor X_1 \rfloor$ ,  $c = \lfloor X_2 \rfloor$  агент  $a$  является диктатором, т. е.  $z_{rc} = m_{rc}^a$ , в остальных же случаях элементы согласованной матрицы оказались меньше истинных мнений агента:

$$z_{rc} \Big|_{r=\min(\lfloor X_1 \rfloor+1; \bar{r}); c=\lfloor X_2 \rfloor} < m_{rc}^a \Big|_{r=\min(\lfloor X_1 \rfloor+1; \bar{r}); c=\lfloor X_2 \rfloor},$$

$$z_{rc} \Big|_{r=\lfloor X_1 \rfloor; c=\min(\lfloor X_2 \rfloor+1; \bar{c})} < m_{rc}^a \Big|_{r=\lfloor X_1 \rfloor; c=\min(\lfloor X_2 \rfloor+1; \bar{c})},$$

$$z_{rc} \Big|_{r=\min(\lfloor X_1 \rfloor+1; \bar{r}); c=\min(\lfloor X_2 \rfloor+1; \bar{c})} < m_{rc}^a \Big|_{r=\min(\lfloor X_1 \rfloor+1; \bar{r}); c=\min(\lfloor X_2 \rfloor+1; \bar{c})}.$$

Тогда из выражений (17) и (15) в силу их монотонности видно, что выполняется  $X_{1\&2}(\mathbf{Z}) < X_{1\&2}^a(\mathbf{M}^a)$ . В этом случае агенту выгодно сообщать  $s_{rc}^a = m_{rc}^a + \delta_{rc}^a$ , при  $r = \lfloor X_1 \rfloor$ ,  $c = \lfloor X_2 \rfloor$ . Тогда из (17) и (16) видно, что при  $\delta_{rc}^a > 0$  справедливо  $X_{1\&2}^a(\mathbf{S}^a) > X_{1\&2}(\mathbf{Z})$  и в целом будет выполняться соотношение

$$\left| X_{1\&2}^a(\mathbf{S}^a) - X_{1\&2}(\mathbf{Z}) \right| < \left| X_{1\&2}^a(\mathbf{M}^a) - X_{1\&2}(\mathbf{Z}) \right|, \quad (18)$$

что является признаком манипулируемости.

Таким образом, МАОММ и МНОММ являются неманипулируемыми при согласовании отдельных матриц свертки согласно (14) и одновременно манипулируемыми по комплексному показателю согласно (18).

Для преодоления обнаруженной проблемы предлагается комплексное оценивание стратегических целей осуществлять не на основе согласованных матриц  $\mathbf{Z}_i$ ,  $i = \overline{1, m-1}$ , а согласовывать множество результатов комплексного оценивания  $X^a$ , полученных по персонализированным МКО агентов:

$$\langle \{X_i\}; G; M^a; P \rangle, \quad (19)$$

где  $M^a$  – множества матриц свертки агентов  $a = \overline{1, n}$ , идентифицированных по сообщениям, выказанным при применении МАОММ (12) или МНОММ (13),  $M^a = \{\mathbf{S}_i^a\}$ ,  $i = \overline{1, m-1}$ ,  $a = \overline{1, n}$ .

Данный подход основан на том, что сообщаемые агентами элементы матриц свертки можно считать близкими к истинным, т. е. для  $\forall r, c$   $s_{rc}^a \approx m_{rc}^a$  или  $|s_{rc}^a - m_{rc}^a| \rightarrow \min$  в силу неманипулируемости МАОММ (12) или МНОММ (13) при согласовании элементов отдельных матриц согласно (14). Тогда можно считать, что  $\mathbf{S}_i^a \approx \mathbf{M}_i^a$ .

Следовательно, используя в МКО вида (19) матрицы  $\mathbf{S}_i^a \approx \mathbf{M}_i^a$ , мы получаем для каждого агента  $a = \overline{1, n}$  результат комплексного оценивания  $X^a$ , который близок к комплексной оценке, которая получилась, если бы агент сообщал матрицы  $\mathbf{M}_i^a$   $i = \overline{1, m-1}$ .

Однако в итоге для каждого агента  $a = \overline{1, n}$  мы получим свою комплексную оценку  $X^a$ , и в совокупности будет набор из  $n$  комплексных оценок, во-первых, которые необходимо свести к единой оценке, во-вторых, эти оценки  $X^a$  близки к истинным, но не гарантированно истинные (напомним, что агенту не хуже сообщать истину, нежели исказить ее, но это не гарантирует, что он не будет исказять). Поэтому для получения итоговой единой комплексной оценки предлагается применять обобщенную медианную процедуру аналогично (6):

$$X = med(X^1, \dots, X^n, w_1, \dots, w_{n-1}). \quad (20)$$

Можно заметить, что агентов сразу можно было просить сообщать комплексные оценки  $X^a$ , отражающие, на их взгляд, степень достижения стратегической цели организации, не прибегая к

сложной медианной процедуре (12) или (13), и использовать (20). Однако, выявив представления всех агентов о том, как формируется стратегическая цель в виде персонализированных МКО вида (19), для каждого из них можно решать обратную задачу комплексного оценивания – поиск набора частных критериев, обеспечивающих заданный уровень комплексного показателя и задачу оптимального управления [17–20]. Другими словами, можно идентифицировать, какие частные стратегические цели будет стремиться выполнить отдельный агент организации.

### Заключение

В настоящей работе удалось интегрировать известные и полученные авторами механизмы управления для согласования интересов участников организационных систем. Несмотря на то, что в отношении отдельной матрицы свертки, каждый элемент которой определяется с помощью матричного обобщенного медианного механизма вне зависимости от постановки (МАОММ или МНОММ), обеспечивающего устойчивость к стратегическому поведению агентов, доказано, что результаты комплексного оценивания по МКО вида (1), согласованные с помощью МАОММ (12) или МНОММ (13), являются манипулируемыми. Для преодоления обнаруженной проблемы предлагается согласовать множество результатов комплексного оценивания, полученных по персонализированным МКО агентов (19), идентифицированным по сообщениям, высказанным при применении МАОММ или МНОММ.

Стоит отметить, что для автоматизации расчетов в соответствии с приведенными в настоящей работе механизмами создан прототип программного модуля оценки степени достижения стратегических целей на основе МНОММ, прошедший стадию тестирования и испытания и находящийся в процессе опытной эксплуатации на базе Публичного акционерного общества «Пермская научно-производственная приборостроительная компания» (ПАО «ПНППК») и государственной регистрации программы для ЭВМ в Федеральном институте промышленной собственности. Помимо этого авторами внедрены в ПАО «ПНППК» МКО для отбора проектов и оценивания структурных подразделений на предмет использования принципов бережливого производства.

### Литература

1. *Большие системы: моделирование организационных механизмов* / В.Н. Бурков, Б. Данев, А.К. Еналеев [и др.]. – М.: Наука, 1989. – 246 с.
2. Бурков, В.Н. Применение обобщенных медианных схем для построения неманипулируемых механизмов активной экспертизы / В.Н. Бурков, М.Б. Исаков, Н.А. Коргин // *Проблемы управления*. – 2008. – № 4. – С. 38–47.
3. Moulin, H. On Strategy-Proofness and Single-Peakedness / H. Moulin // *Public Choice*. – 1980. – Vol. 35. – P. 437–455. DOI: 10.1016/j.geb.2010.12.001
4. Бурков, В.Н. Методические основы комплексной оценки результатов деятельности предприятий с учетом их прогрессивности в ВПО «Союзэлектроприбор» / В.Н. Бурков, Н.И. Гореликов, А.М. Черкашин // *Приборы и системы управления*. – 1982. – № 11. – С. 21.
5. Модели согласованного комплексного оценивания в задачах принятия решений / В.Н. Бурков, И.В. Буркова, Н.А. Коргин, А.В. Щепкин // *Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника»*. – 2020. – Т. 20, № 2. – С. 5–13. DOI: 10.14529/ctcr200201
6. Бурков, В.Н. Метод синтеза системы комплексного оценивания / В.Н. Бурков, И.В. Буркова, А.В. Щепкин // *Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника»*. – 2020. – Т. 20, № 4. – С. 63–73. DOI: 10.14529/ctcr200407
7. Алексеев, А.О. Математические и инструментальные методы комплексного оценивания сложных объектов в условиях неопределенности: учеб. пособие / А.О. Алексеев. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2019. – 100 с.
8. Алексеев, А.О. О применении обобщенных медианных схем для матричной активной экспертизы / А.О. Алексеев, Н.А. Коргин // *Прикладная математика, механика и процессы управления: материалы Всерос. науч.-техн. интернет-конф. студентов и молодых ученых, [г. Пермь], 30 нояб. – 5 дек. 2015 г. / М-во образования и науки Рос. Федерации, Перм. нац. исслед. политехн. ун-т. – Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2016. – С. 170–177.*

9. Алексеев, А.О. Матричный анонимный обобщенный медианный механизм с правом делегирования сообщений / А.О. Алексеев, Н.А. Коргин // Прикладная математика и вопросы управления. – 2016. – № 4. – С. 137–156.

10. Алексеев, А.О. Исследование устойчивости механизмов комплексного оценивания к стратегическому поведению агентов (на примере согласования политики организации в области риск-менеджмента) / А.О. Алексеев // Прикладная математика и вопросы управления. – 2019. – № 4. – С. 136–154. DOI: 10.15593/2499-9873/2019.4.09

11. Катаева, Т.А. Неанонимный случай голосования при согласовании интересов агентов / Т.А. Катаева // Математика и междисциплинарные исследования – 2020: материалы Всероссийской научно-практической конференции молодых ученых с международным участием (г. Пермь, 12–15 октября 2020 г.) / М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Перм. гос. нац. исслед. ун-т. – Пермь: Perm University Press, 2020. – С. 237–241.

12. Процедура построения комплексных оценок достижимости целей / С.А. Баркалов, В.Н. Бурков, А.М. Котенко и др. // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2002. – № 3-2. – С. 41–47.

13. Бурков, В.Н. Проблемы синтеза механизма комплексного оценивания на основе обучающего набора данных / В.Н. Бурков, Н.А. Коргин, О.Л. Марин // XIII Всероссийское совещание по проблемам управления (ВСПУ–2019): сб. тр. (Москва, 17–20 июня 2019 г.) / Ин-т проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. – М.: ИПУ РАН, 2019. – С. 2280–2284. DOI: 10.25728/vspru.2019.2280

14. Бурков, В.Н. Идентификация механизмов комплексной оценки на основе унитарного кода / В.Н. Бурков, В.А. Сергеев, Н.А. Коргин // Управление большими системами. – 2020. – Вып. 87. – С. 67–85. DOI: 10.25728/ubs.2020.87.4

15. Burkov, V.N. Identification of integrated rating mechanisms as optimization problem / V.N. Burkov, V.A. Sergeev, N.A. Korgin // 2020 13th International Conference «Management of large-scale system development» (MLSD), 28–30 Sept. 2020, Moscow, Russia. – Los Alamitos: IEEE, 2020. – Art. no. 20153257. – 5 p. DOI: 10.1109/MLSD49919.2020.9247638

16. Alekseev, A.O. Identification of integrated rating mechanisms based on training set / A. O. Alekseev // 2020 2nd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA). 11–13 Nov. 2020, Lipetsk, Russia, IEEE, 2020. – P. 398–403. DOI: 10.1109/SUMMA50634.2020.9280751

17. Бурков, В.Н. Метод дихотомического программирования / В.Н. Бурков, И.В. Буркова, М.В. Попок // Управление большими системами. – 2004. – Вып. 9. – С. 57–75.

18. Метод сетевого программирования / В.Н. Бурков, И.В. Буркова, М.В. Попок и др. // Проблемы управления. – 2005. – № 3. – С. 25–27.

19. Бурков, В.Н. Оптимизация программ по стоимости / В.Н. Бурков // Управление развитием крупномасштабных систем: материалы Восьмой междунар. конф, г. Москва, 29 сент. – 1 окт. 2015. – М.: ИПУ РАН, 2015. – С. 344–358.

20. Алексеев, А.О. Управление сложными объектами, состояние которых описывается с помощью матричных механизмов комплексного оценивания / А.О. Алексеев // Прикладная математика и вопросы управления. – 2020. – № 1. – С. 114–139. DOI: 10.15593/2499-9873/2020.1.08

**Алексеев Александр Олегович**, канд. экон. наук, доцент кафедры строительного инжиниринга и материаловедения, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, г. Пермь; alekseev@cems.pstu.ru.

**Катаева Татьяна Александровна**, аспирант кафедры строительного инжиниринга и материаловедения, Пермский национальный исследовательский политехнический университет; начальник бюро управления проектами, ПАО «Пермская научно-производственная приборостроительная компания», г. Пермь; tatyana.kataeva2014@yandex.ru.

Поступила в редакцию 21 июня 2021 г.

## APPLICATION OF INTEGRATED RATING MECHANISMS AND MATRIX NON-ANONYMOUS GENERALIZED MEDIAN VOTER SCHEMES TO COORDINATION OF THE AGENTS' INTERESTS

A.O. Alekseev<sup>1</sup>, [alekseev@cems.pstu.ru](mailto:alekseev@cems.pstu.ru),  
T.A. Kataeva<sup>1, 2</sup>, [tatyana.kataeva2014@yandex.ru](mailto:tatyana.kataeva2014@yandex.ru)

<sup>1</sup> Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation,

<sup>2</sup> PJSC "Perm Scientific-Industrial Instrument Making Company", Perm, Russian Federation

The collective agent coordination problem in organizational behavior systems is considered. In particular, the problem of coordinating of the agents' interests to assess the degree of achievement of the corporate strategic targets. The relevance of the problem is due to the need to increase the speed of decision-making, the speed of reaction to changes in the external environment, which can be achieved using appropriate control mechanisms. **Aim.** Improving methods of collective decision making under circumstances where agents have different ranks of significance. **Materials and methods.** Methods comprise the integrated rating mechanisms and the generalized median voter schemes. The mathematical apparatus was chosen is contingent on the group decision making in organizational systems. Active agents strives to maximize his target function in the process of interaction, which leads to a conflict of interests and a desire to distort information. The chosen methods allow these problems to be solved. The first ones are used to aggregate indicators that reflect the degree of achievement of the private goals of the organization at the strategic level. The second ones are used to identification the true agents' opinions about the type of target index convolution matrices. **Results.** The matrix non-anonymous generalized median mechanism is proposed. The non-anonymous statement allows taking into account the interests of agents with different ranks. It is shown how to reduce non-anonymous procedure to an anonymous one. Decisions making process about all elements of the convolution matrices in integrated rating mechanisms with using anonymous median voter scheme is strategy proofness. However, the results of aggregation are not stability to the agent strategic behavior in cases of application anonymous or non-anonymous coordination procedures. The new integrated mechanism based on the synthesis of known control mechanisms is proposed to overcome the discovered problem. **Conclusion.** The statement of the problem corresponds to the real procedures of decision making by governance board, when the opinion of one agent turns out to be more significant than the opinion of another agent. The developed mechanism makes it possible to agree on the opinions of experts on the degree of achievement of the strategic goals of the organization; it can also be adapted to solve other applied problems, for example, making a decision on the choice of a project, assessing risks, assessing suppliers, etc.

*Keywords:* organizational systems, multi-agents systems, strategic behavior, strategy-proofness, multi-criteria decision making, integrated rating mechanisms, median voter schemes, mechanism design.

### References

1. Burkov V.N., Danev B., Enaleev A.K. et al. *Bol'shiye sistemy: modelirovaniye organizatsionnykh mekhanizmov* [Large-scale Systems: Modeling Organizational Mechanisms]. Moscow, Nauka Publ., 1989. 246 p.
2. Burkov V.N., Iskakov M.B., Korgin N.A. Application of Generalized Median Voter Schemes to Designing Strategy-proof Mechanisms of Multicriteria Active Expertise. *Automation and Remote Control*, 2010, no. 71, pp. 1681–1694. DOI: 10.1134/S0005117910080163
3. Moulin H. On Strategy-proofness and Single-peakedness. *Public Choice*, 1980, vol. 35, pp. 437–455. DOI: 10.1016/j.geb.2010.12.001
4. Burkov V.N., Gorelikov N.I., Cherkashin A.M. [Methodological foundations of the enterprises activities results aggregation, taking into account its progressiveness in the All-Union Industrial Asso-

ciation “Soyuzelektroprigor”]. *Pribory i sistemy upravleniia* [Instruments and Control Systems], 1982, no. 11, p. 21. (in Russ.)

5. Burkov V.N., Burkova I.V., Korgin N.A., Shchepkin A.V. Models for Coordinated Integrated Assessment in Decision-Making Problems. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2020, vol. 20, no. 2, pp. 5–13. (in Russ.) DOI: 10.14529/ctcr200201

6. Burkov V.N., Burkova I.V., Shchepkin A.V. Method of Synthesis of the Integrated Assessment System. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2020, vol. 20, no. 4, pp. 63–73. (in Russ.) DOI: 10.14529/ctcr200407

7. Alekseev A.O. *Matematicheskiye i instrumental’nyye metody kompleksnogo otsenivaniya slozhnykh ob’ektov v usloviyakh neopredelennosti: ucheb. posobiye* [Mathematical and Instrumental Methods of Integrated Assessment of Complex Objects in Uncertainty]. Perm, Perm National Research Polytechnic University Publ., 2019. 100 p.

8. Alekseev A.O., Korgin N.A. [On the Generalized Median Schemes Application for the Matrix Active Examination]. *Prikladnaia matematika, mekhanika i protsessy upravleniia: materialy Vserossiiskoi nauchno-tekhnicheskoi internet konferentsii studentov i molodykh uchennykh* [Applied Mathematics, Mechanics and Control Processing. Proceedings All-Russian Scientific-Technical Internet Conference of Students and Young Scientists]. Perm, Perm National Research Polytechnic University Publ., 2016, pp. 170–177. (in Russ.)

9. Alekseev A.O., Korgin N.A. [The Matrix Anonymous Generalized Median Schemes with Delegation]. *Applied Mathematics and Control Sciences*, 2016, no. 4, pp. 137–156. (in Russ.)

10. Alekseev A.O. [Stability analysis of the rating and control mechanism to agent’s strategic behavior (on example of the risk management policy coordination)]. *Applied Mathematics and Control Sciences*, 2019, no. 4, pp. 136–154. (in Russ.) DOI: 10.15593/2499-9873/2019.4.09

11. Kataeva T.A. [Non-anonymous case of voting when agents’ interests are coordinated]. *Matematika i mezhdistsiplinarye issledovaniia – 2020: materialy Vserossiiskoi nauchno-prakticheskoi konferentsii molodykh uchennykh s mezhdunarodnym uchastiem* [Mathematics and Interdisciplinary Research – 2020. Proceedings of the All-Russian Scientific and Practical Conference of Young Scientists with International Participation]. Perm, Perm University Press, 2020, pp. 237–241. (in Russ.)

12. Barkalov S.A., Burkov V.N., Kotenko A.M., Polovinkina A.I. [Rating mechanism design procedure to assess the degree of achievement of the targets]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of the Voronezh State Technical University], 2002, no. 3-2, pp. 41–47. (in Russ.)

13. Burkov V.N., Korgin N.A., Marin O.L. [The Syntesys of Integrated Rating Mechanisms Problems based on the Training Data Sets]. *XIII Vserossiiskoe soveshchanie po problemam upravleniia* [Proceedings 13th All-Russian meeting on the control sciences]. Moscow, Control Sciences Institute of Russian Academy of Sciences, 2019, pp. 2280–2284. (in Russ.) DOI: 10.25728/vspu.2019.2280

14. Burkov, V.N., Sergeev V.A., Korgin N.A. [One-hot approach to identification of integrated rating mechanisms]. *Large-Scale Systems Control*, 2020, iss. 87, pp. 67–85. (in Russ.). DOI: 10.25728/ubs.2020.87.4

15. Burkov V.N., Sergeev V.A., Korgin N.A. Identification of integrated rating mechanisms as optimization problem. *2020 13th International Conference “Management of large-scale system development” (MLSD)*. Los Alamitos, IEEE, 2020, art. no. 20153257, 5 p. DOI: 10.1109/MLSD49919.2020.9247638

16. Alekseev A.O. Identification of integrated rating mechanisms based on training set. *2020 2nd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency*. Los Alamitos, IEEE, 2020, pp. 398–403. DOI: 10.1109/SUMMA50634.2020.9280751

17. Burkov V.N., Burkova I.V., Popok M.V. [Dichotomous programming method]. *Large-Scale Systems Control*, 2004, iss. 9, pp. 57–75. (in Russ.)

18. Burkov V.N., Burkova I.V., Popok M.V., Ovchinnikova T.I. [Network programming techniques]. *Control Sciences*, 2005, no. 3, pp. 23–29. (in Russ.)

19. Burkov V.N. [Programs optimization by costs]. *Upravlenie razvitiem krupnomasshtabnykh*

*sistem* [Management of large-scale system development]. Moscow, Control Sciences Institute of Russian Academy of Sciences, 2015, pp. 344–358. (in Russ.)

20. Alekseev A.O. [Control of a complex objects, states of which are describing by the matrix rating mechanism]. *Applied Mathematics and Control Sciences*, 2020, no. 1, pp. 114–139. (in Russ.) DOI: 10.15593/2499-9873/2020.1.08

*Received 21 June 2021*

---

**ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ**

Алексеев, А.О. Применение механизмов комплексного оценивания и матричных неанонимных обобщенных медианных механизмов для согласования интересов агентов / А.О. Алексеев, Т.А. Катаева // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2021. – Т. 21, № 3. – С. 75–89. DOI: 10.14529/ctcr210308

**FOR CITATION**

Alekseev A.O., Kataeva T.A. Application of Integrated Rating Mechanisms and Matrix Non-Anonymous Generalized Median Voter Schemes to Coordination of the Agents' Interests. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2021, vol. 21, no. 3, pp. 75–89. (in Russ.) DOI: 10.14529/ctcr210308

---