

Приборостроение, метрология и информационно-измерительные приборы и системы

УДК 519.876.5, 681.518.5

DOI: 10.14529/ctcr210409

АКУСТИЧЕСКИЙ СЕНСОР ДЛЯ ОЦЕНКИ СОСТОЯНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ОБОРУДОВАНИЯ

С.Г. Некрасов

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Россия

Важной тенденцией развития промышленности является разработка цифровых моделей промышленных объектов, работа которых основана на информации, поступающей с сенсоров. Это позволяет оптимизировать функциональные возможности, прогнозировать техническое состояние объектов, что особенно важно, например, в области металлургического производства, где вынужденные остановки сопровождаются огромными потерями. Сами сенсоры тоже являются объектами моделирования, так как нуждаются в адаптации к жестким условиям производства, в которых проявляются их собственные недостатки, при этом важную роль имеет корректное введение поправок на условия окружающей среды, диагностика и самодиагностика, которые невозможны без построения различного типа моделей сенсора. **Целью работы** является разработка универсальной дискретной модели акустического сенсора, пригодной для приема и излучения акустических сигналов. **Методы.** В работе использованы методы классической механики и математики, теории колебаний, обобщенных функций, распределенных систем, а для обеспечения вычислений использовались методы математического программирования. **Результаты.** Основным результатом является универсальная дискретная модель сенсора с рабочим элементом в виде круглой пластины, которую выбором параметров можно трансформировать в модель однонаправленного динамического микрофона с плоской мембраной или излучателя с фокусирующим сферическим элементом. Показано, что на основе модели можно синтезировать узконаправленные диаграммы излучения и получить тем самым необходимую пространственную избирательность и помехозащищенность измерений. **Заключение.** Расчеты, проведенные с использованием предложенной модели, соответствуют известным результатам в акустике. Верификация дискретной модели по натурному образцу показала высокую точность определения резонансных частот и форм колебаний сенсора.

Ключевые слова: сенсор, датчик, вибрация, модель, пьезоэффект, распределенная система, свертка, форма колебаний, диаграмма направленности, акустика.

Введение

Увеличение промышленного производства обеспечивается совершенствованием существующих и разработкой новых принципов организации и прогнозирования производства. При этом важной тенденцией является разработка цифровых моделей «двойников» объектов промышленности, работа которых основана на информации, поступающей от сенсоров. Это позволяет прогнозировать техническое состояние объектов, что важно в области металлургического и тяжелого машиностроения, где вынужденные остановки сопровождаются иногда колоссальными потерями. Сами сенсоры тоже являются объектами моделирования, так как нуждаются в адаптации к жестким условиям производства, в которых проявляются их собственные недостатки [1–3]. При этом важную роль имеет синхронное введение поправок на изменяющиеся условия окружающей среды, их диагностика и самодиагностика [4], которые невозможны без построения различного типа моделей сенсора. Разработка таких моделей является актуальной задачей.

В статье рассмотрена модель сенсора, который предназначен для широкого круга задач и, в частности, для оценки состояния оборудования и коммуникаций цеха предприятий металлургии.

ческой или машиностроительной отрасли на основе периодической регистрации спектров акустических сигналов в пространстве цеха [5]. Трудно представить, чтобы датчиками была занята вся поверхность цеха, но полная информация о состоянии цеха все-таки необходима, так как возникают разные предаварийные состояния: повышенный шум подшипников, начинающийся свист при утечке в газопроводе, межвитковый пробой трансформатора, скрип ослабленного механического соединения и т. д. – все это должно требовать непрерывного контроля.

Разработана универсальная дискретная модель сенсора с рабочим элементом в виде круглой пластины, которую выбором параметров можно трансформировать в модель однонаправленного динамического микрофона с плоской (например, биморфной) пластиной или пленочной мембраной, или излучателя с фокусирующим сферическим элементом. Показано, что на основе модели можно синтезировать узконаправленные диаграммы излучения и получить тем самым необходимую пространственную избирательность и помехозащищенность измерений.

1. Модель сенсора

Сенсор представляет собой электромеханический комбинированный преобразователь, в котором пьезокерамический цилиндр 4 (рис. 1а) сопряжен с одной стороны с упругим высокочастотным элементом 1 (пластина, полая сферическая оболочка или мембрана), а с другой – с инерционным концевым элементом (концевик) 3, служащим для управления характеристиками преобразователя.

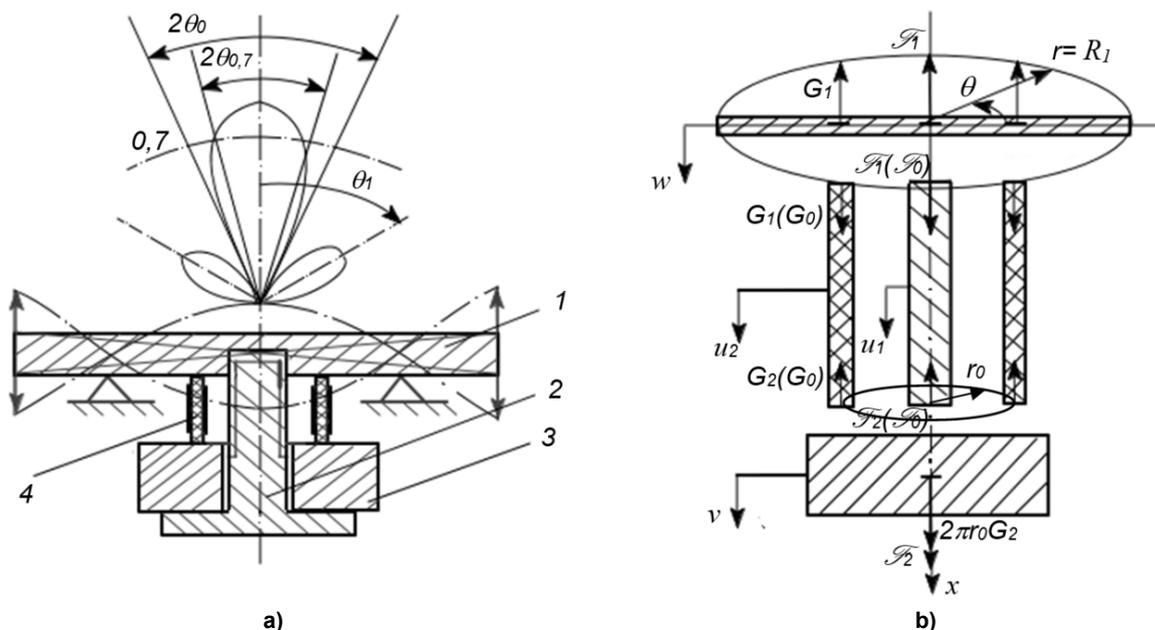


Рис. 1. Конструктивная схема сенсора (а) и его расчетная модель (б)
Fig. 1. Structural diagram of the sensor (a) and its design model (b)

Использование сенсора связано со сбором акустической информации и желанием синтезировать диаграмму направленности, примерный вид которой представлен на рис. 1, как за счет выбора геометрической формы активной поверхности, так и ее формы колебаний. Это обеспечивается выбором конструктивных параметров, например, выбором массы концевика 3, радиусом пьезоцилиндра и т. д. Полый или цельный элемент 2 связывает конструкцию в единое целое и позволяет задать необходимую величину предварительного напряжения сжатия, что улучшает как добротность и прочностные характеристики конструкции, так и действие пьезоэффекта [6].

Модель может быть трансформирована в модель обычного динамического однонаправленного микрофона, если радиус цилиндра 4 выполнить близким к радиусу пластины 1, при этом пьезоактивными свойствами может быть наделен как цилиндр 4, так и пластина 1, выполненная, например, по типу биморфа. При этих условиях можно устранить элемент 2, увеличить массу кон-

цевика 3 и за счет увеличения толщины и уменьшения длины сделать достаточно большой осевую жесткость цилиндра 4, тогда можно конструктивным путем подавить свободные краевые колебания пластинки и переместить тем самым узел колебаний в место сопряжения с цилиндром независимо от рабочего диапазона частот сенсора. Такая частная конструкция позволяет уже рассматривать не только металлические пластины, но и натянутые на цилиндрический каркас 4 пленочные мембраны, используя с небольшими изменениями [7] предлагаемую ниже математическую модель.

1.1. Математическая модель

Для описания малых поперечных колебаний пластины используем классическую моментную теорию оболочек [8]. Продольные колебания стержней и цилиндров описываем с помощью уравнения «продольных колебаний длинных стержней» [9]. При рассмотрении работы пьезокерамического элемента используем допущение об однородности электрического поля вдоль направления основного колебания, что позволяет разделить задачу электроупругости на механическую и электрическую части [10, 11]. Абсолютные значения упругих постоянных любого пьезоэлектрического преобразователя зависят от условий на электрической стороне, поэтому принимаем, что модуль Юнга E^e и другие определены при постоянной напряженности e электрического поля [11], что является естественным для работы преобразователя при излучении, а при приеме – при постоянной поляризации P (E^p).

Свяжем неподвижную систему отсчета со срединной плоскостью пластины и направим осевую координату x вдоль продольной оси симметрии сенсора, как это показано на рис. 1б. Колебания пластины будем рассматривать в полярной системе координат (r, θ) . Перемещения точек элементов сенсора относительно введенной неподвижной системы координат будем обозначать: продольное относительное перемещение стержня (элемент 2) – u_1 , пьезоэлемента 4 – u_2 , концевика – v , поперечные перемещения пластины – w . Расчленим сенсор на элементарные составляющие, заменив связи их реакциями, и воспользуемся методом кинестатики для записи уравнений движения. Рассмотрим сначала колебания пластины [7, 8]:

$$D_0 \Delta_{r,\theta} \Delta_{r,\theta} \bar{w} + \rho h \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial t^2} = \Phi(r, \theta, \tau), \quad (1)$$

где $\Delta_{r,\theta}$ – оператор Лапласа; $\Phi(r, \theta, \tau)$ – функция поперечных возмущений, наложенных на пластину; $D_0 = Eh^3/[12(1 - \sigma)]$ – цилиндрическая жесткость; ρ , E , σ – плотность, модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала пластины; h – толщина пластины.

В качестве краевых условий используются условия свободного края [8], которые определяют равенство нулю радиальных изгибающих моментов и поперечных сил на граничном контуре при $r = R_1$. Начальные условия в общем случае имеют следующий вид:

$$\bar{w}(r, \theta, t = 0) = \bar{w}_1(r, \theta), \quad \frac{\partial \bar{w}(r, \theta)}{\partial t} \Big|_{t=0} = \dot{\bar{w}}_2(r, \theta). \quad (2)$$

Определим вид функции $\Phi(r, \theta, \tau)$. Воспользуемся понятием стандартизирующей функции [12, 13], что позволяет нам получить стандартную задачу с нулевыми значениями краевых и начальных условий:

$$\Phi(r, \theta, t) = P(r, \theta, t) - G_1 \delta(r - r_0) - \mathcal{F}_1 \delta'(r) + \rho h \cdot [\bar{w}_1(r, \theta) \delta'(t) + \dot{\bar{w}}_2(r, \theta) \delta(t)]. \quad (3)$$

Здесь $P(r, \theta, \tau)$ – акустическое давление; G_1 – интенсивность реакции связи со стороны пьезоэлемента, равномерно распределенная по окружности радиуса $r = r_0$ (Δr_0 – толщина элемента); \mathcal{F}_1 – сосредоточенная реакция связи со стороны стержня, приложенная в полюсе пластины; δ , δ' – дельта-функция и ее первая производная по соответствующей координате. Введем в рассмотрение следующие безразмерные параметры: $w = \bar{w} / h_0$, $u_1 = \bar{u}_1 / h_0$, $u_2 = \bar{u}_2 / h_0$, $v = \bar{v} / h_0$, $\omega^* = \omega / \omega_0$, $\eta = x / l_2$ ($l_1 = l_2$), $\xi = k_0 r$, $k_0 = \rho h \omega_0^2 / D_0$, где ω_0 и h_0 – характерные частота и амплитуда колебаний; P_0 – атмосферное давление. Ограничимся рассмотрением используемых чаще всего на практике осесимметричных колебаний и запишем полную систему уравнений движения сенсора:

$$\Delta_{\xi} \Delta_{\xi} w + \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} = BP(\xi) / \omega^{*2} - (G1 + G_0 \Delta_2^i) B_1 \delta(\xi - \xi_0) \omega^{*/2} - (F1 + F_0 \Delta_1^i) B_2 \delta(\xi) / (\xi \cdot \omega^*), \quad (4)$$

$$\left[\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \sigma \left(\frac{1}{\xi} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \right) \right]_{/\xi=\bar{R}_1} = 0, \quad \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (\Delta_{\xi} w) \right]_{/\xi=\bar{R}_1} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2} = k_1^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial \eta^2}, \quad \frac{\partial u_1}{\partial \eta}_{/\eta=0} = b_1 (F1 + F_0 \Delta_1^i), \quad \frac{\partial u_1}{\partial \eta}_{/\eta=l_1} = -b_1 (F2 + F_0 \Delta_1^i), \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial \tau^2} = k_2^2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial \eta^2}, \quad \frac{\partial u_2}{\partial \eta}_{/\eta=0} = b_2 (G1 + G_0 \Delta_2^i), \quad \frac{\partial u_2}{\partial \eta}_{/\eta=l_2} = -b_2 (G2 + G_0 \Delta_2^i), \quad (7)$$

$$\frac{d^2 v}{dt^2} = \lambda_0 (4\pi G_2 + F_2), \quad (8)$$

$$u_1(0) = w(0), \quad u_2(0) = w(x_0), \quad u_1(1) = u_2(1) = n. \quad (9)$$

В этих уравнениях введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} B &= P_0 / (D_0 k_0^4 h_0), \quad B_1 = P_0 2\pi R_1 / (D_0 k_0^3 h_0), \quad B_2 = R_1^2 / (2D_0 k_0^2 h_0), \quad P = P / P_0, \\ G1 &= G_1 / (P_0 2\pi R_1), \quad G2 = G_2 / (P_0 2\pi R_1), \quad F1 = \mathcal{F}_1 / (P_0 \pi R_1^2), \\ F2 &= \mathcal{F}_2 / (P_0 \pi R_1^2), \quad k_1 = \omega_0 l_1 / c_1, \quad k_2 = \omega_0 l_2 / c_2, \quad b_1 = P_0 \pi R_1^2 l_1^2 / (E_1 S_1 h_0), \\ b_2 &= P_0 \pi R_1 l_2 / (E_1^e \Delta r_0 h_0), \quad \bar{R}_1 = k_0 R_1, \quad \lambda_0 = P_0 \pi R_1^2 / (m_0 \omega_0^2 h_0), \end{aligned} \quad (10)$$

а символ Кронекера Δ_j^i ($i=1, 2$) указывает на вынуждающее воздействие F_0 со стороны шпильки ($j=1$) или цилиндра G_0 ($j=2$), c_1 и c_2 – скорости звука в продольном направлении стержня и цилиндра.

Допускаем, что рассеивание энергии при колебаниях равномерно «размазано» по объему материала, зависит от амплитуды деформации и не зависит от частоты [14–16]. Связь между амплитудами напряжений τ_0 и деформаций Δx_0 описывается петлей гистерезиса и может быть представлена в следующем виде [15]:

$$\tau_0 = E \cdot \Delta x_0 (1 + j \Delta \psi / 2\pi), \quad (11)$$

где $\Delta \psi$ – эквивалентный коэффициент поглощения энергии; j – мнимая единица; E – модуль упругости материала элементов сенсора. Зависимость (11) предполагает решение задачи (4)–(9) на комплексной плоскости.

Учитываем также зависимость модуля упругости материалов и линейных размеров сенсора от температуры. Обычно модуль упругости с ростом температуры уменьшается, причем для конструкционных материалов в диапазоне температур от -40 до $+80$ °C такое снижение составляет 1...2 % и идет по линейной зависимости [16].

Аналогичная зависимость уже другой направленности наблюдается и для линейных размеров, поэтому для модели двойника сенсора требуется синхронное с изменением температуры введение поправок δ_T , например в виде $\delta_T = \alpha \cdot \Delta T \cdot L$, где α – коэффициент линейного расширения, ΔT – приращение температуры, L – первоначальный размер. Это можно выполнить программным путем.

1.2. Импульсная функция и дискретная модель сенсора

Для построения интегральной модели сенсора была построена импульсная функция (функция Грина) круговой вибрирующей пластинки $G(\xi, \alpha)$ с использованием, при получении, теории обобщенных функций [17, 18] и некоторых результатов работы [19] для пологих сферических оболочек. Приведем здесь результат такого рассмотрения, ограничиваясь случаем осесимметричных форм колебаний:

$$\begin{aligned} G(\xi, \alpha) \exp(i\omega^* \tau) &= \frac{\pi \alpha}{4} \cdot \{H_0(\xi - \alpha) [Y_0(\alpha) J_0(\xi) - J_0(\alpha) Y_0(\xi) + \frac{2}{\pi} K_0(\alpha) I_0(\xi) - \frac{2}{\pi} I_0(\alpha) K_0(\xi)] - \\ &- Y_0(\alpha) J_0(\xi) - \frac{2}{\pi} K_0(\alpha) Y_0(\xi) + D_1(R_1, \alpha) J_0(\xi) + D_2(R_1, \alpha) I_0(\xi)\} \exp(j\omega^* \tau), \end{aligned} \quad (12)$$

где $J_0 \dots K_0$ – функции Бесселя первого рода; H_0 – функция Хевисайда; $D_1 = 4C_{10} / (\pi\alpha) + Y_0(\alpha)$; $D_2 = 4C_{20} / (\pi\alpha) + 2K_0(\alpha) / \pi$, при этом значения постоянных C_{10} и C_{20} определяем из краевого условия (7), полагая в выражении (12), что $\xi \geq \alpha = \bar{R}_1$.

Для определения импульсной функции всего сенсора необходимо определить неизвестные реакции связей $G1, G2$ и $F1, F2$ (см. рис. 1b). Общий вид решения уравнений (6) и (7) для амплитуд колебаний можем искать в виде:

$$U_{10} = A_1 \cos(k_1 \omega^* \eta) + B_1 \cos(k_1 \omega^* \eta), \quad U_{20} = A_2 \cos(k_2 \omega^* \eta) + B_2 \cos(k_2 \omega^* \eta), \quad (13)$$

где $A_1 \dots B_2$ – произвольные постоянные.

Подставим выражения (13) в краевые условия (6) и (7) и найдем значения постоянных $A_1 \dots B_2$. Далее, используя условия сопряжения по перемещениям элементов сенсора, можем найти выражения для неизвестных реакций связей. Исключая из найденных выражений для $F1$ и $G1$ амплитуду v_0 , получаем формулы для реакций связей, наложенных на пластину. В результате стандартизирующая функция (3) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \Phi(\xi, \theta) = & B \cdot P(\xi, \theta) / \omega^{*2} - \frac{B_1 B_{32}}{\lambda_0 \omega^{*1/2}} L_1 w_0(\xi_0) \delta(\xi - \xi_0) - \frac{B_1 B_{32} B_{31} \omega^{*1/2}}{\lambda_0} L_2 w_0(0) \delta(\xi - \xi_0) + \\ & + \frac{B_1 B_{32}}{\omega^{*1/2}} L_3 F_0 \Delta_1^i \delta(\xi - \xi_0) + \frac{B_1}{\omega^{*3/2}} L_4 G_0 \Delta_2^i \delta(\xi - \xi_0) - \frac{B_2 B_{31}}{\lambda_0} L_5 w_0(0) \delta(\xi) - \\ & - \frac{B_2 B_{32} B_{31} \omega^*}{\lambda_0} L_6 w_0(\xi_0) \delta(\xi) + B_2 B_{31} L_7 G_0 \Delta_2^i \delta(\xi) + \frac{B_2}{\omega^*} L_8 F_0 \Delta_1^i \delta(\xi), \end{aligned} \quad (14)$$

где F_0 и G_0 – безразмерные амплитуды вынуждающих силовых факторов,

$$\begin{aligned} L_1 = & \text{ctg}(k_2 \omega^*) + 4\pi \omega^* B_{32} / [\sin^2(k_2 \omega^*) Z], \quad L_2 = 1 / [\sin(k_1 \omega^*) \sin(k_2 \omega^*) Z], \quad L_3 = 1 / [\sin(k_2 \omega^*) Z], \\ L_4 = & 1 + 4\pi \omega^* B_{32} / [\sin(k_2 \omega^*) Z], \quad L_5 = (1 / \xi) \{ \text{ctg}(k_1 \omega^*) + \omega^* B_{31} / [\sin^2(k_1 \omega^*) Z] \}, \\ L_6 = & 4\pi / [\xi \sin(k_1 \omega^*) \sin(k_2 \omega^*) Z], \quad L_7 = 4\pi / [\xi \sin(k_1 \omega^*) Z], \quad L_8 = (1 / \xi) \{ 1 + \omega^* B_{31} / [\sin(k_1 \omega^*) Z] \}, \\ B_{31} = & \lambda_0 \Omega_1 = E_1 S_1 / (m_0 \omega_0 c_1), \quad B_{32} = \lambda_0 \Omega_2 = E^e \Delta r_0 / (m_0 \omega_0 c_2), \\ Z = & \omega^{*2} - \omega^* B_{31} \text{ctg}(k_1 \omega^*) - 4\pi \omega^* B_{32} \text{ctg}(k_2 \omega^*). \end{aligned}$$

Безразмерные комплексы B, B_1, B_{31} и другие несут в себе определенный физический смысл. Например, коэффициент B является весовым коэффициентом при функции давления $B = P_0 / (\rho h \omega_0)^2$ и, следовательно, имеет смысл чувствительности сенсора по давлению. Отсюда следует, что для увеличения чувствительности, нужно выбирать пластинки с малыми значениями плотности материала ρ и толщины h .

Воспользуемся для удобства и наглядности структурной теорией распределенных систем [12, 13], тогда импульсная функция сенсора может быть отображена в соответствии с выражением (14) структурной схемой, показанной на рис. 2. Часть структурной схемы в пунктирном контуре включает в себе контуры с вырожденной обратной связью, которые могут быть преобразованы по формулам:

$$\begin{aligned} \tilde{G}_1(\xi, \alpha) = & G(\xi, \alpha) - \frac{G(\xi, \alpha_0) G(\xi_0, \alpha) B_1 B_{32} L_1}{\lambda_0 \omega^{*1/2} [1 + G(\xi_0, \xi_0) B_1 B_{32} L_1 / (\lambda_0 \omega^{*1/2})]}; \\ \tilde{G}_2(\xi, \alpha) = & \tilde{G}_1(\xi, \alpha) - \frac{\tilde{G}_1(\xi, \xi_0) \tilde{G}_1(0, \alpha) B_2 B_{32} L_2 \omega^{*1/2}}{\lambda_0 [1 - \tilde{G}_1(0, \xi_0) B_1 B_{32} B_{31} L_2 \omega^{*1/2} / \lambda_0]}; \\ \tilde{G}_3(\xi, \alpha) = & \tilde{G}_2(\xi, \alpha) - \frac{\tilde{G}_2(\xi, 0) \tilde{G}_2(0, \alpha) B_2 B_{31} L_5}{\lambda_0 [1 - \tilde{G}_2(0, 0) B_2 B_{31} L_5 / \lambda_0]}; \\ \bar{G}(\xi, \alpha) = & \tilde{G}_3(\xi, \alpha) + \frac{\tilde{G}_3(\xi, 0) \tilde{G}_3(\xi, \alpha) B_2 B_{31} B_{32} L_6 \omega^*}{\lambda_0 [1 - \tilde{G}_3(\xi_0, 0) B_2 B_{32} B_{31} L_6 \omega^* / \lambda_0]}. \end{aligned} \quad (15)$$

Импульсная функция $\bar{G}(\xi, \alpha)$ является искомой.

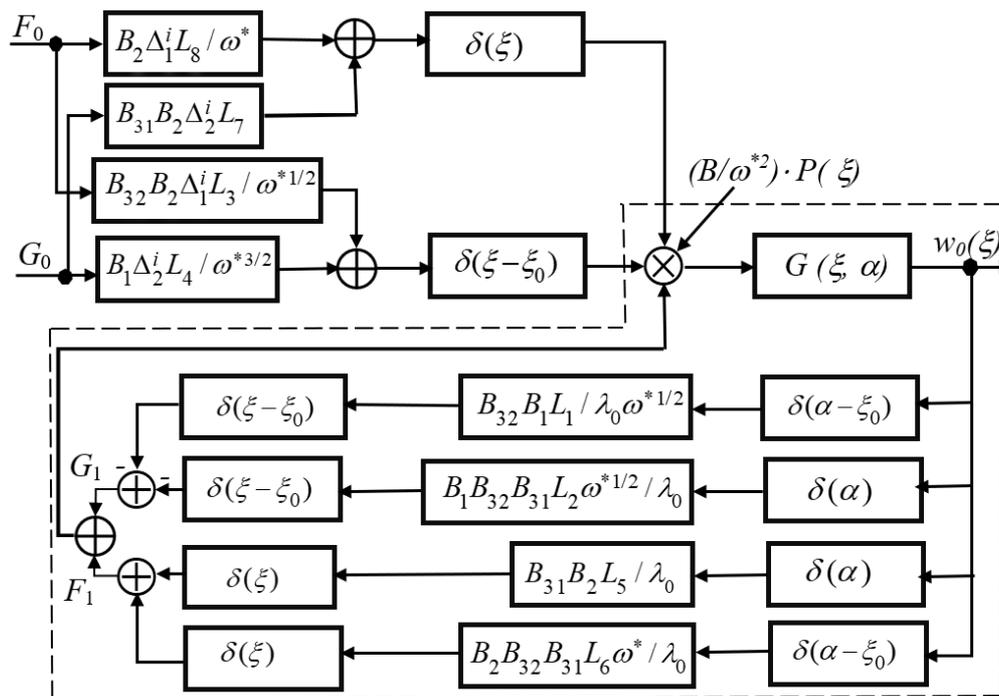


Рис. 2. Структурная схема сенсора
Fig. 2. Block diagram of the sensor

Работа сенсора в режиме излучения может быть представлена как реакция механической системы на гармоническое вынуждающее воздействие G_0 или F_0 или их совместные действия, приложенные по окружности радиуса r_0 или в полюсе пластинки. Например, при действии только G_0 реакцию определяем в виде его свертки (\otimes) с импульсной функцией сенсора:

$$w_0(\xi) = (B_1 L_4 \Delta_2^i / \omega^{*3/2}) G_0 \bar{G}(\xi, \alpha) \otimes \delta(\xi - \xi_0) = (B_1 L_4 \Delta_2^i / \omega^{*3/2}) G_0 \bar{G}(\xi, \xi_0). \quad (16)$$

Работа сенсора в режиме приемника определяется через распределение поперечных перемещений и скоростей пластинки 1, которое может быть получено сверткой функции акустического давления $P(\xi)$ на пластину с импульсной функцией $\bar{G}(\xi, \alpha)$. Тогда сигнал на электрическом выходе сенсора формируется амплитудными значениями интенсивностей сил, действующих на краях пьезоцилиндра, – G_1 и G_2 . Следуя структуре на рис. 2, найдем значение G_2 в виде следующего выражения:

$$G_2 = \left(B B_{32} L_1 / (\lambda_0 \omega^{*5/2}) \right) \delta(\alpha - \xi_0) \otimes \bar{G}(\xi, \alpha) \otimes P(\xi) + \left(B B_1 B_{31} B_{32} L_2 / (\lambda_0 \omega^{*3/2}) \right) \delta(\alpha) \otimes \bar{G}(\xi, \alpha) \otimes P(\xi). \quad (17)$$

Видим, что амплитуда интенсивности G_2 формируется по двум каналам: во-первых, воздействием со стороны пластинки по окружности радиуса r_0 и, во-вторых, со стороны пластинки в ее полюсе через шпильку 2 и концевик 3 на пьезоцилиндр. Аналогично формируется амплитудная величина G_1 .

Данная модель сбалансирована своим решением, поэтому можно мысленно выделить пьезоцилиндр из конструкции сенсора и рассмотреть его электроупругое состояние под действием разнонаправленных интенсивностей G_1 и G_2 , приложенных по оси η на краях цилиндра. В результате получаем модель одного из простейших пьезокерамических преобразователей с поперечным пьезоэффектом, работа которых хорошо изучена [11]. Это позволяет получить фактор силы (терминология работы [11]), механический импеданс, проводимость заторможенного пьезоцилиндра на электрическом выходе и другие параметры преобразователя, необходимые для расчета электрической цепи.

Дискретная модель сенсора может быть получена из выражения (17) записью интегралов по одной из квадратурных формул:

$$\begin{aligned}
 G2 &= \left(BB_{32}L_1 / (\lambda_0 \omega^{*5/2}) \right) \iint_{DD} \bar{G}(\beta, \alpha) P(\alpha) \delta(\beta - \xi_0) d\alpha d\beta + \left(BB_1 B_{31} B_{32} L_2 / (\lambda_0 \omega^{*3/2}) \right) \times \\
 &\times \iint_{DD} \bar{G}(\beta, \alpha) P(\alpha) \delta(\beta) d\alpha d\beta = K_1 \int_0^{\xi_1} \bar{G}(\xi_0, \alpha) P(\alpha) d\alpha + K_2 \int_0^{\xi_1} \bar{G}(0, \alpha) P(\alpha) d\alpha \approx \\
 &\approx K_1 \sum_{i=1}^{n(\infty)} \bar{G}(\xi_0, \alpha_i) P(\alpha_i) \Delta\alpha + K_2 \sum_{i=1}^{n(\infty)} \bar{G}(0, \alpha_i) P(\alpha_i) \Delta\alpha,
 \end{aligned} \tag{18}$$

где значения коэффициентов K_1 и K_2 определяются непосредственно выражением (18), DD – область интегрирования, определяемая радиальными размерами круглой пластинки. Данная дискретная модель устойчива, а точность аппроксимации возрастает пропорционально количеству дискрет n .

Отметим, что данный подход позволяет рассматривать в качестве активного элемента сенсора также пологие сферические оболочки [19], которые обеспечивают еще большую концентрацию акустической энергии, а их импульсная функция представляет собой, по сути, обобщение на случай «криволинейной» поверхности пластины. При использовании в качестве активной поверхности сенсора внешней стороны пленочной мембраны, колебания которой описываются, как и уравнения струны, волновым уравнением (можно показать, что модель является также частным случаем модели колебаний пластины), можно воспользоваться результатами работ [7, 13].

2. Диаграмма направленности

Для иллюстрации возможностей модели рассмотрим диаграмму направленности предлагаемого сенсора. Размеры активной поверхности сенсора при работе с акустической средой должны быть сравнимы с длиной акустической волны [11, 20], что следует из условия согласования [21] и обеспечивает сбалансированные значения чувствительности, частотного диапазона и направленности акустического поля сенсора. Теорема взаимности в акустике показывает, что излучение и прием звука обратимы, поэтому можно получить характеристику направленности сенсора в режиме излучения, воспользовавшись выражением (16).

Для описания акустического поля обычно используется неоднородное волновое уравнение Гельмгольца, решение которого в некоторых простых случаях хорошо известно и имеет аналитический вид [11, 22]. Например, в работе [11] рассматривается круглая пластинка в бесконечном жестком экране и осесимметричными формами колебаний. Показано, что направленность излучения $D(\theta)$ можно представить в виде

$$D(\theta) = \int_0^{R_1} J_0(k_v r \cdot \sin \theta) v(r) r dr, \tag{19}$$

где $v(r) = \omega \cdot \bar{w}(r)$ – осесимметричное распределение поперечных скоростей на пластинке; J_0 – функция Бесселя первого рода; k_v – волновое число акустической среды. Показано также, что если задать желаемую направленность излучения $D_0(\theta) = f_0(\mu)$, где $\mu = k_v \sin(\theta)$, то радиальное распределение амплитуд скоростей пластинки должно иметь следующий вид:

$$v_0(r) = \int_0^{\infty} f_0(\mu) J_0(r \cdot \mu) \mu d\mu. \tag{20}$$

Несмотря на простоту, этот подход позволяет эффективно подавлять боковые лепестки диаграммы направленности. Например, если положить, что $D(\theta) = 1$, при $0 \leq \theta \leq \theta_0$ и $D(\theta) = 0$ при $\theta_0 < \theta \leq \pi / 2$, то

$$v_0(r) = \int_0^{kb} J_0(r \cdot \mu) \mu d\mu = \frac{kb}{r} J_1(k_v br), \tag{21}$$

где $b = \sin \theta_0$, а θ_0 – желаемый азимутальный угол основного лепестка диаграммы направленности (см. рис 1а). Анализ выражения показывает, что зависимость скорости от радиуса имеет вид функции Бесселя J_1 , однако в полюсе пластинки из-за неопределенности выражения (21) получа-

ем не нулевое, а постоянное значение скорости $v_0(0) \approx k_v^2 b^2$, при этом первый нуль выражения (узел) достигается при $r = 3,83 / k_v b$. Можно ограничиться этим значением для внешнего радиуса пластинки, подавив тем самым боковое излучение.

Рассмотрим некоторые результаты расчетов. Исходные параметры численной модели сенсора повторяют параметры натурной модели: масса концевой детали – 850 г, масса стержня – 20 г, масса пластины – 1500 г, внешний и внутренний диаметр пластины $R_1 = 120$ мм и $R_2 = 22$ мм, толщина пластины $h = 15$ мм, диаметр концевой детали – 64 мм, толщина концевой детали – 12 мм, длина стержня и цилиндра – 10 мм. Внешний диаметр и толщина стенок цилиндра – 26 мм и 1,65 мм. Материал металлических элементов – инструментальная сталь, пьезокерамика – ЦТС-844. Нижняя резонансная частота для формы колебаний с одной узловой окружностью равна 4,685 кГц.

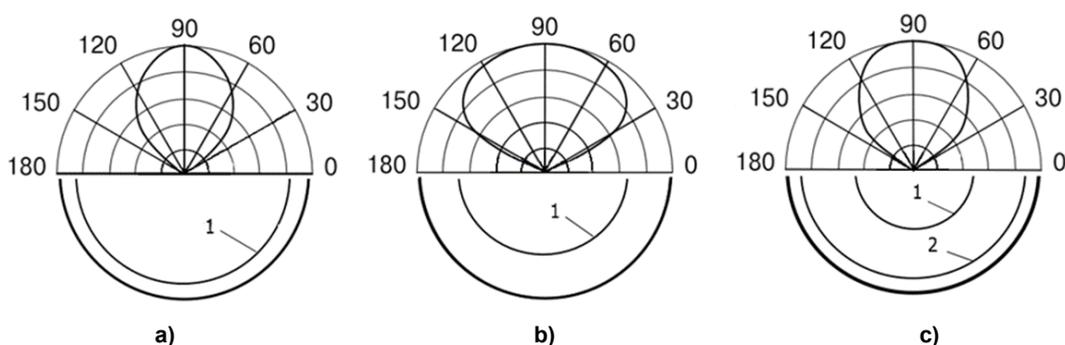


Рис. 3. Основной лепесток диаграммы направленности и форма колебаний излучающей поверхности пластинки (нижняя половина): а, б – формы с одной узловой окружностью 1; с – форма с двумя узловыми окружностями 1 и 2 на частоте 10,764 кГц

Fig. 3. The main lobe of the directional diagram and the form of vibrations of the radiating surface of the plate (lower half): a, b – forms with one nodal circle 1; c – a shape with two nodal circles 1 and 2 at a frequency of 10.764 kHz

На рис. 3 показаны нормированные диаграммы направленности, полученные на основании расчета формы колебаний по выражению (16) с поиском экстремума (резонанса) вектора амплитуд по частоте и последующим расчетом диаграммы направленности по формуле, аналогичной (19). На рис. 3а видим, что узловая окружность 1 близко примыкает к внешнему контуру пластины и диаграмма направленности имеет минимальный азимутальный угол $\theta_0 \approx 45^\circ$. Узловая окружность на рис. 3б более удалена от внешнего контура пластины и для нее $\theta_0 \approx 65^\circ$. На рис. 3с представлена форма колебаний с двумя узловыми окружностями, причем внешняя узловая окружность 2 тоже близко примыкает к внешнему контуру пластины. Наблюдается сужение основного лепестка диаграммы до угла $\theta_0 \approx 50^\circ$. Очевидно, что для сужения диаграммы направленности необходимы формы колебаний с узловыми окружностями, внешняя из которых должна примыкать к внешнему контуру пластины, что согласуется также с результатами на основе выражения (21). Как указывалось выше, нулевое значение перемещений и скорости пластинки на ее внешнем контуре можно обеспечить также конструктивным путем.

Данные результаты получены на натурной модели сравнительно больших размеров, которая больше пригодна для создания мощных излучателей с целью, например, акустического зондирования объектов на больших пространствах, но модель найдена с использованием безразмерных комплексов (10) и поэтому может быть использована для приемников небольших размеров с пластинами и мембранами различного типа. Верификация дискретной модели по натурному образцу показала высокую точность определения резонансных частот и форм колебаний пластинки в составе сенсора. Относительная погрешность расчета пяти нижних резонансных частот сенсора для вышеуказанных параметров менее 0,05 %. Для учета конструкционного и внутреннего трения материалов требуется верификация дискретной модели на ее натурной копии в резонансном режиме (использовались пьезопленочные датчики SDT1 фирмы Measurement Specialties, наклеенные узкой полосой по радиусу пластинки для захвата зоны узла и смежной с ним зоны пучности

колебаний). После такой «калибровки» и определения эквивалентного коэффициента поглощения $\Delta\psi$ в формуле (11) точность расчета амплитуд колебаний на данной модели сенсора ограничена в основном инструментальными погрешностями измерительного оборудования, модельными допущениями и погрешностью аппроксимации дискретной модели: относительная погрешность расчета резонансных амплитуд колебаний менее 1 %, а для нерезонансных значений амплитуд – менее 0,2 %.

Выводы

Данная модель является основой для проектирования моделей излучателей и акустических приемников различного типа, так как обладает универсальной структурой и параметрами, выбор которых позволяет реализовать, например, формы колебаний, которые доступны сенсорам с переменной толщиной рабочей пластинки [22]. Модель учитывает упругий гистерезис и влияние температуры, легко интегрируется с импульсными функциями пологой сферической оболочки и пленочной мембраны, а использование безразмерных комплексов позволяет распространить полученное здесь решение на подобные сенсоры. Решение колебательной задачи в свертках определяет интегральный вид модели и, следовательно, высокую точность аппроксимации дискретной модели и цифрового двойника сенсора.

Литература

1. Джексон, Р.Г. Новейшие датчики / Р.Г. Джексон. – М.: Техносфера, 2007. – 384 с.
2. Патрушева, П.Н. Сенсорика: Современные технологии микро- и наноэлектроники / П.Н. Патрушева. – М.: ИНФА-М, 2014. – 260 с.
3. Fraden, Jacob. Handbook of Modern Sensors: Physics, Designs, and Applications / Jacob Fraden. – 3rd ed. – New York: Springer-Verlag, 2004. – 634 p. DOI: 10.1007/b97321
4. Бушуев, О.Ю. Исследование динамической характеристики тензопреобразователя давления с целью диагностики его состояния / О.Ю. Бушуев, А.С. Семенов, А.О. Чернявский // Датчики и системы. – 2011. – № 4. – С. 21–24.
5. Некрасов, С.Г. Мобильная система оценки состояния тихоходного оборудования прокатного производства / С.Г. Некрасов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2012. – Т. 16, № 23. – С. 58–63.
6. А. с. № 830034 СССР. Способ настройки газовой виброопоры с пьезокерамическим вибратором / В.А. Бушукин, С.Г. Некрасов. – 15.05.1981.
7. О спектре частот свободных колебаний мембран и пластин, находящихся в контакте с жидкостью / Д.Н. Иванов, Н.В. Наумова, В.С. Сабанеев, П.Е. Товстик // Вестник СПбГУ. Сер. 1. – 2016. – Т. 3 (61), вып. 1. – С. 95–103.
8. Огибалов, Л.М. Оболочки и пластины / Л.М. Огибалов, М.А. Колтунов. – М.: МГУ, 1969. – 695 с.
9. Wang, C.M. Shear Deformable Beams and Plates: Relationships with Classical Solutions / C.M. Wang, J.N. Reddy, K.H. Lee. – Boston: Elsevier Science, 2000. – 372 p.
10. Gallego-Juarez, J.A. Power Ultrasonics: Applications of High-Intensity Ultrasound / J.A. Gallego-Juarez, K.F. Graff. – Woodhead Publishing, 2015. – 486 p.
11. Ультразвуковые преобразователи / под. ред. Е. Кукучи. – М.: Мир, 1972. – 424 с.
12. Бутковский, А.Г. Структурная теория распределенных систем / А.Г. Бутковский. – М.: Наука, 1977. – 348 с.
13. Бутковский, А.Г. Характеристики систем с распределенными параметрами / А.Г. Бутковский. – М.: Наука, 1979. – 224 с.
14. Писаренко, Г.С. Вибропоглощающие свойства конструкционных материалов / Г.С. Писаренко, А.П. Яковлев, В.В. Матвеев. – Киев: Наукова думка, 1971. – 328 с.
15. Писаренко, Г.С. Обобщенная нелинейная модель учета рассеяния энергии при колебаниях / Г.С. Писаренко. – Киев: Наукова думка, 1975. – 240 с.
16. Попова, Л.И. Физика прочности и пластичности / Л.И. Попова, Д.А. Болдырев. – Тольятти: Изд-во ТГУ, 2017. – 74 с.
17. Гельфанд, И.М. Обобщенные функции и действия над ними / И.М. Гельфанд, Г.Е. Шилов. – М.: Изд-во физ.-мат. лит., 1959. – 469 с.

18. Кеч, В. Введение в теорию обобщенных функций с приложениями в технике / В. Кеч, П. Теодореску. – М.: Мир, 1978. – 518 с.

19. Жигалко, Ю.П. Пологие сферические оболочки под действием сосредоточенных сил / Ю.П. Жигалко // Исследования по теории пластин и оболочек: сб. тр. Казанского ун-та. – Казань, 1976. – № 12. – С. 58–67.

20. Ультразвук (маленькая энциклопедия) / под ред. И.П. Голяминой. – М.: Сов. энциклопедия, 1979. – 400 с.

21. Электрические измерения неэлектрических величин / А.М. Туричин, П.В. Новицкий, Е.С. Левшина и др. – Л.: Энергия, 1975. – 576 с.

22. Короченцев, В.И. Волновые задачи теории направленных и фокусирующих антенн / В.И. Короченцев. – Владивосток: Дальнаука, 1998. – 193 с.

Некрасов Сергей Геннадьевич, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры информационно-измерительной техники, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск; nekrasovsg@susu.ru.

Поступила в редакцию 23 августа 2021 г.

DOI: 10.14529/ctcr210409

ACOUSTIC SENSOR FOR ASSESSING THE STATE OF PRODUCTION EQUIPMENT

S.G. Nekrasov, nekrasovsg@susu.ru

South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

An important trend in the development of industry is the development of digital models of industrial facilities, the work of which is based on information coming from sensors. This allows you to optimize functionality, predict the technical condition of objects, which is especially important, for example, in the field of metallurgical production, where forced stops are accompanied by huge losses. The sensors themselves are also modeling objects, because they need to adapt to rigid production conditions in which their own shortcomings are manifested, while the correct introduction of corrections for environmental conditions, diagnostics and self-diagnostics, which are impossible without building various types of sensor models, is important. **The purpose** of the work is to develop a universal discrete model of an acoustic sensor suitable for receiving and emitting acoustic signals. **Methods.** The work used methods of classical mechanics and mathematics, vibration theory, generalized functions, distributed systems, and mathematical programming methods were used to provide calculations. **Results.** The main result is a universal discrete model of a sensor with a working element in the form of a round plate, which by choosing parameters can be transformed into a model of a unidirectional dynamic microphone with a flat membrane or a radiator with a focusing spherical element. It is shown that on the basis of the model it is possible to synthesize narrow-directional radiation diagrams and thereby obtain the necessary spatial selectivity and noise immunity of measurements. **Conclusion.** Calculations made using the proposed model correspond to the known results of acoustics. Verification of the discrete model using a natural sample showed a high accuracy in determining the resonant frequencies and forms of oscillation of the sensor.

Keywords: sensor, transducer, vibration, model, piezoelectric effect, distributed system, convolution, vibration mode, directional diagram, acoustics.

References

1. Jeckson R. G. *Novel sensors and sensing*. IOP Publishing, 2004. 299 p.
2. Patrusheva P.N. *Sensorika: Sovremennyye tekhnologii mikro- i nanoelektroniki* [Sensorika: Modern micro- and nanoelectronics technologie]. Moscow, INFA-M, 2014. 260 p.
3. Fraden, Jacob. *Handbook of Modern Sensors: Physics Designs and Applications*. 3rd ed. New York, Spriger-Verlag, 2004. 634 p. DOI: 10.1007/b97321
4. Bushuev O.Yu., Semenov A.S., Chernyavsky A.O. [Study of the dynamic characteristic of the pressure strain transducer in order to diagnose its condition]. *Sensors and Systems*, 2011, no. 4, pp. 98–103. (in Russ.)
5. Nekrasov S.G. Mobile System for a State Estimation of the Low-Speed Rolling Equipment. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2012, vol. 16, no. 23 (282), pp. 58–63. (in Russ.)
6. Biushkin V.A., Nekrasov S.G. *Sposob nastroyki gazovoy vibroopory s p'yezokeramicheskim vibratorom* [The way to adjustment of gas vibration support with piezoceramic vibrator]. Patent USSR, no. 830034, 1981.
7. Ivanov D.N., Naumova N.V., Sabaneev V.S., Tovstik P.E. [On the spectrum of free oscillation frequencies of membranes and plates in contact with liquid]. *Bulletin of St. Petersburg State University. Ser. I*, 2016, vol. 3 (61), iss. 1, pp. 95–103. (in Russ.)
8. Ogibalov L.M., Koltunov M.A. *Obolochki i plastiny* [Shells and plates]. Moscow, Moscow State University Publ., 1969. 695 p.
9. Wang C.M., Reddy J.N., Lee K.H. *Shear Deformable Beams and Plates: Relationships with Classical Solutions*. Boston, Elsevier Science, 2000. 372 p.
10. Gallego-Juarez J.A., Graff K.F. *Power Ultrasonics: Applications of High-Intensity Ultrasound*. Woodhead Publishing, 2015. 486 p.
11. Kikuchi E. (Ed.). *Ultrasonic Transducers*. Tokio, Corona Publishing Company, 1969. 472 p.
12. Butkovskiy A.G. *Strukturnaya teoriya raspredelennykh sistem* [Structural theory of distributed systems]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 348 p.
13. Butkovskiy A.G. *Kharakteristiki sistem s raspredelennymi parametrami* [Characteristics of systems with distributed parameters]. Moscow, Nauka Publ., 1979. 224 p.
14. Pisarenko G.S., Yakovlev A.P., Matveev V.V. *Vibropogloshchayushchiye svoystva konstruktsionnykh materialov* [Vibration absorbing properties of structural materials]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1971. 328 p.
15. Pisarenko G.S. *Obobshchennaya nelineynaya model' ucheta rasseyaniya energii pri kolebaniyakh* [Generalized nonlinear model for accounting for energy dissipation during oscillations]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1975. 240 p.
16. Popova L.I., Boldyrev D.A. *Fizika prochnosti i plastichnosti* [Physics of Strength and Plasticity]. Toliatti, TSU Publ., 2017. 74 p.
17. Gelfand I.M., Shilov G.E. *Obobshchennyye funktsii i deystviya nad nimi* [Generalized functions and actions on them]. Moscow, Publishing House of Physical and Mathematical Literature, 1959. 469 p.
18. Kech V, Teodoresku P. *Vvedeniye v teoriyu obobshchennykh funktsiy s prilozheniyami v tekhnike* [Introduction to the theory of generalized functions with applications in technic]. Moscow, Mir Publ., 1978. 518 p.
19. Zhigalko Yu.P. [Gentle spherical shells under the action of concentrated forces. Studies on the theory of plates and shells: Collection of works of Kazan University]. Kazan, Kazan University Publ., 1976, no. 12, pp. 58–67. (in Russ.)
20. Golyamina I.P. (Ed.). *Ul'trazvuk (malen'kaya entsiklopediya)* [Ultrasound (small encyclopedia)]. Moscow, Sov. entsiklopediya Publ., 1979. 400 p.
21. Turichin A.M., Novitskiy P.V., Levshina E.S. et al. *Elektricheskiye izmereniya neelektricheskikh velichin* [Electrical measurements of non-electric quantities]. Leningrad, Energiya Publ., 1975. 576 p.

22. Korochentsev V.I. *Volnovyye zadachi teorii napravlennykh i fokusiruyushchikh antenn* [Wave problems of the theory of directional and focusing antennas]. Vladivostok, Dal'nauka Publ., 1998. 193 p.

Received 23 August 2021

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Некрасов, С.Г. Акустический сенсор для оценки состояния производственного оборудования / С.Г. Некрасов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2021. – Т. 21, № 4. – С. 103–114. DOI: 10.14529/ctcr210409

FOR CITATION

Nekrasov S.G. Acoustic Sensor for Assessing the State of Production Equipment. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2021, vol. 21, no. 4, pp. 103–114. (in Russ.) DOI: 10.14529/ctcr210409
