

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИНАМИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Д.Д. Япаров, А.Л. Шестаков

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Россия

Проблема обработки данных, полученных при динамических измерениях – одна из центральных проблем в измерительной технике. **Цель исследования.** Статья посвящена исследованию устойчивости метода решения задачи обработки результатов динамических измерений относительно погрешности в исходных данных. Поэтому актуальной задачей является разработка алгоритмами обработки результатов динамических измерений. **Материалы и методы.** В этой статье предлагается алгоритм обработки данных, полученных при динамических измерениях на основе конечно-разностного подхода. Основные предпосылки математической модели задачи динамических измерений, связанной с процессами восстановления входного сигнала в условиях неполных и зашумленных исходных данных, заключаются в следующем. Изначально известна функция зашумленного выходного сигнала. Восстановление входного сигнала осуществляется с помощью передаточной функции датчика. Передаточная функция датчика представлена в виде дифференциального уравнения. Это уравнение описывает состояние динамической системы в реальном времени. Предлагаемая вычислительная схема метода основана на конечно-разностных аналогах частных производных и метода регуляризации по Тихонову была построена численная модель датчика. Проблема устойчивости метода решения дифференциальных уравнений высокого порядка также является одной из центральных проблем обработки данных в системах автоматического управления. Основываясь на подходе обобщенного квазиоптимального выбора параметра регуляризации в методе Лаврентьева, была найдена зависимость параметра регуляризации, параметров динамической измерительной системы, показателем шума и необходимым уровнем точности. **Полученные результаты.** Основной целью вычислительного эксперимента было построение численного решения рассматриваемой задачи. Стандартные тестовые функции рассматривались как входные сигналы. В качестве входного сигнала, подавались тестовые сигналы, моделирующие различные физические процессы. Была найдена функция выходного сигнала с помощью предложенного численного метода, найденная функция была зашумлена аддитивным шумом в 5 %. **Заключение.** По зашумленному сигналу был восстановлен входной сигнал. Отклонение восстановленного сигнала от исходного во всех экспериментах составило не более 0,05, что говорит об устойчивости данного метода относительно зашумленных данных.

Ключевые слова: динамические измерения, конечно-разностная схема, методы регуляризации, функция передачи, алгоритмы обработки данных динамических измерений, измерительные системы, численный метод.

Введение

В прошлом восстановление зашумленного сигнала в динамических измерениях осуществлялось при помощи обратного преобразования Фурье [1–6]. Но, к сожалению, такой подход дает только точечную оценку динамической погрешности и приводит к эффекту «накопления погрешности», для борьбы с этим эффектом требуется вносить изменения в параметры системы, путем добавления дополнительных фильтров.

В настоящее время задача анализа и коррекции динамической погрешности методами структурной теории автоматического управления приведена в работах [7–13], также ряд методов рассматривался в работах [14–17].

Также стоит отметить, что в предшествующих работах предложенные методы рассматривались лишь для одного типа сигналов, при этом в тех случаях, когда сигнал имел «нестандартный» характер, он аппроксимировался разностным аналогом без учета влияния погрешности в исходных данных. Что в свою очередь также приводит к эффекту «накопления погрешности».

Учитывая сказанное, является актуальной задача разработки алгоритмов обработки данных динамических измерений в условиях зашумленных исходных данных. При этом полученный

алгоритм должен применяться к различным типам сигналов. Успешное решение этой задачи позволит повысить точность измерений и удешевить сам процесс измерения за счет отказа от дополнительного оборудования (фильтров), что в свою очередь поможет справиться с эффектом «накопления погрешности».

1. Постановка задачи

В данной работе предлагается алгоритм обработки данных, полученных при динамических измерениях, на основе конечно-разностного подхода.

Основные предпосылки математической модели задачи динамических измерений, связанной с процессами восстановления входного сигнала в условиях неполных и зашумленных исходных данных, заключаются в следующем. Изначально известна функция зашумленного выходного сигнала. Восстановление входного сигнала осуществляется с помощью передаточной функции датчика.

В качестве модели измерительной системы использовалась модель с модальным управлением А.Л. Шестакова (рис. 1). В качестве передаточной функции измерительной системы взяли функцию колебательного звена, записанную в виде

$$W_D(p) = \frac{1}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}, \quad (1)$$

где T – постоянная времени; ξ – коэффициент демпфирования; p – комплексная переменная.

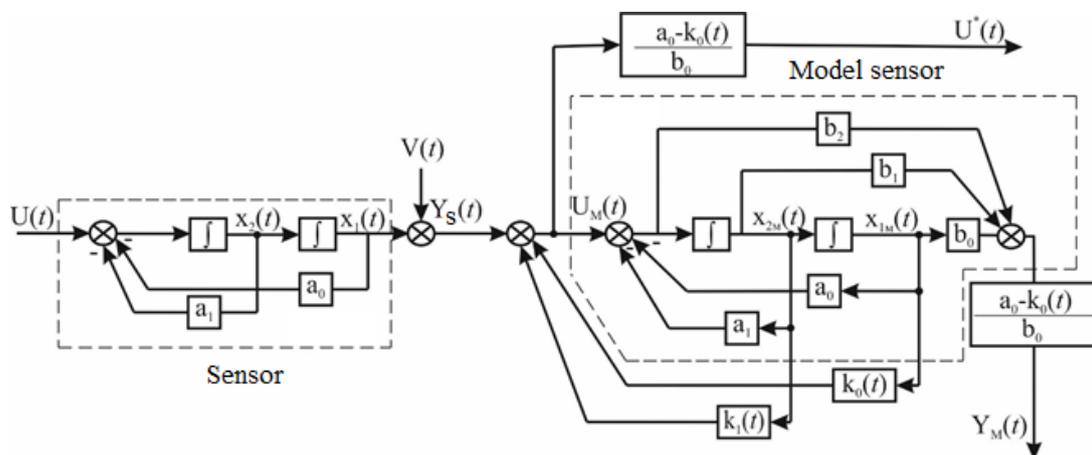


Рис. 1. Модель измерительной системы
Fig. 1. Model of the measuring system

Передаточную функцию запишем в виде линейного дифференциального уравнения второго порядка:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{2\xi}{T} \frac{dy(t)}{dt} + \frac{y(t)}{T^2} = U(t), \quad (2)$$

$y(t)$ – выходной сигнал датчика; $U(t)$ – входной измеряемый сигнал.

Начальные условия рассматриваемой задачи имеют вид:

$$y(0) = 0, \quad \tau \geq 0. \quad (3)$$

2. Вычислительная схема метода

Основываясь на конечно-разностных аналогах частных производных и метода регуляризации по Тихонову была построена численная модель датчика. Основные этапы построения вычислительной схемы: рассмотрим конечно-разностное представление частных производных в i -м узле имеют вид:

$$y_t = \frac{y_i - y_{i-1}}{\Delta t}, \quad (4)$$

$$y_{tt} = \frac{y_i - 2y_{i-1} + y_{i-2}}{\Delta t^2}. \quad (5)$$

Тогда конечно-разностный аналог уравнения (4) запишется в виде

$$y_i = \left(U_{i-2} - \left(\frac{a_2}{\Delta t^2} - \frac{a_1}{\Delta t} + a_0 \right) y_{i-2} - \left(\frac{-2a_2}{\Delta t} + a_1 \right) \left(\frac{y_{i-1}}{\Delta t} \right) \right) \left(\frac{\Delta t^2}{a_2} \right) + \alpha_i, \quad (6)$$

$i = 1 \dots N$.

Тогда уравнение (4) можно представить в каждый момент времени i в виде $Ay_i = u_i$, где

A – вектор коэффициентов $[a_0; a_1; a_2]$, y_i – вектор $[y_i; y_{i-1}; y_{i-2}]$, u_i – зашумленный сигнал. Следовательно, уравнение (6) будет записано следующим образом

$$\|Ay_i - u_i\| \leq \delta, \quad (7)$$

где δ – уровень шума.

Для выбора параметра регуляризации используем следующую схему. Пусть y^α – регуляризованное решение уравнения (6), положим:

$$P = \|Ay^\alpha\|, \text{ а } M = \frac{P}{\|y^\alpha\|}.$$

Основываясь на подходе обобщенного квазиоптимального выбора α в методе Лаврентьева [15] параметр регуляризации выбирался из условия

$$\frac{P}{(\alpha+M)^2} + \frac{\delta}{\alpha} + \frac{P}{\alpha^2} = 9\delta^2. \quad (8)$$

Начальные условия (5):

$$y_0 = 0, \quad y_1 = 0, \quad i = 1 \dots N. \quad (9)$$

Из системы (6)–(9) требуется найти значения величин y_i в каждом узле, регулируя величину шагов дискретизации по времени.

Метод определения параметра регуляризации состоит из следующих этапов.

1. Выбираем некоторое начальное значение параметра $\alpha = \alpha_0$.
2. Подставляем α в уравнение (6). Из полученного выражения найдем y_i^α .
3. Проверяем выполнение (8), решая его методом Ньютона, в результате получаем некоторое α^* . Если $|\alpha^* - \alpha| < \delta$, то останавливаем процесс, иначе полученное α^* выбираем как новое значение параметра регуляризации и возвращаемся к этапу 2.

3. Вычислительные эксперименты с тестовыми функциями

Основной целью вычислительного эксперимента являлось получение численного решения задачи (2), (3) при входном сигнале следующего вида:

$$U(t) = \begin{cases} 0, & t = 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}.$$

Была найдена функция выходного сигнала с помощью предложенного численного метода, найденная функция была зашумлена аддитивным шумом в 5%. По зашумленному сигналу был восстановлен входной сигнал.

На рис. 2 изображены данный входной сигнал и найденный выходной с 5%-ным аддитивным шумом.

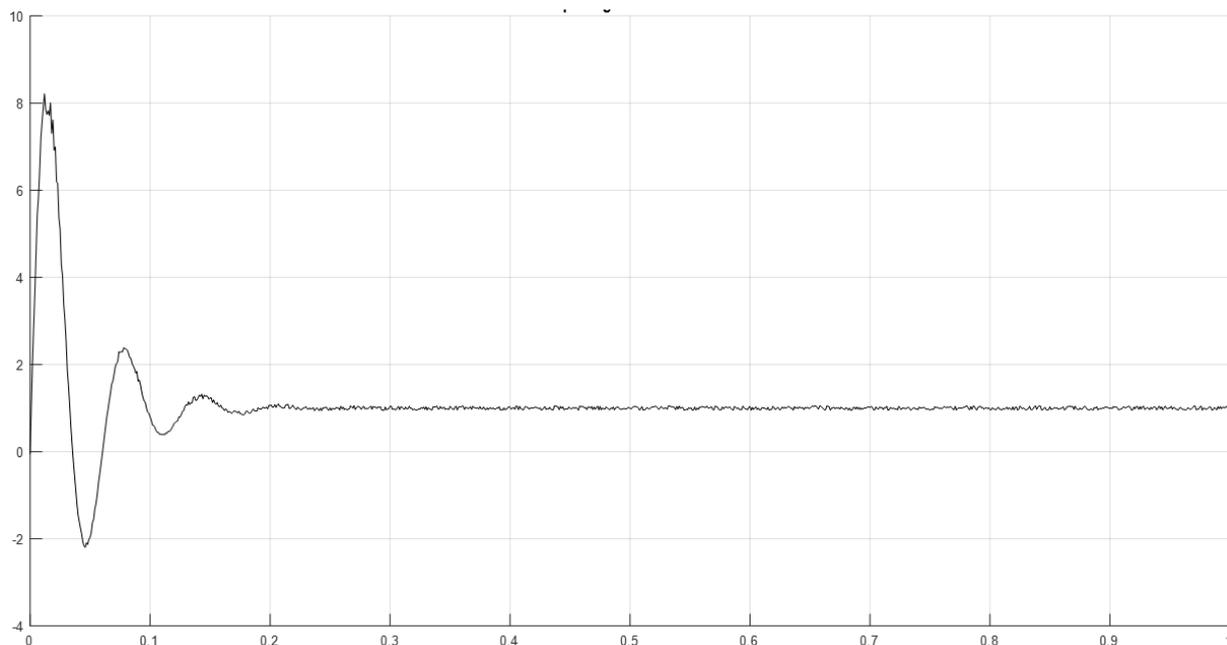


Рис. 2. Входной сигнал и найденный выходной с 5%-ным аддитивным шумом
Fig. 2. Input signal and found output with 5% additive noise

К найденному зашумленному выходному сигналу применялась обратная конечно-разностная схема для восстановления исходного сигнала. На рис. 3 изображен восстановленный входной сигнал.

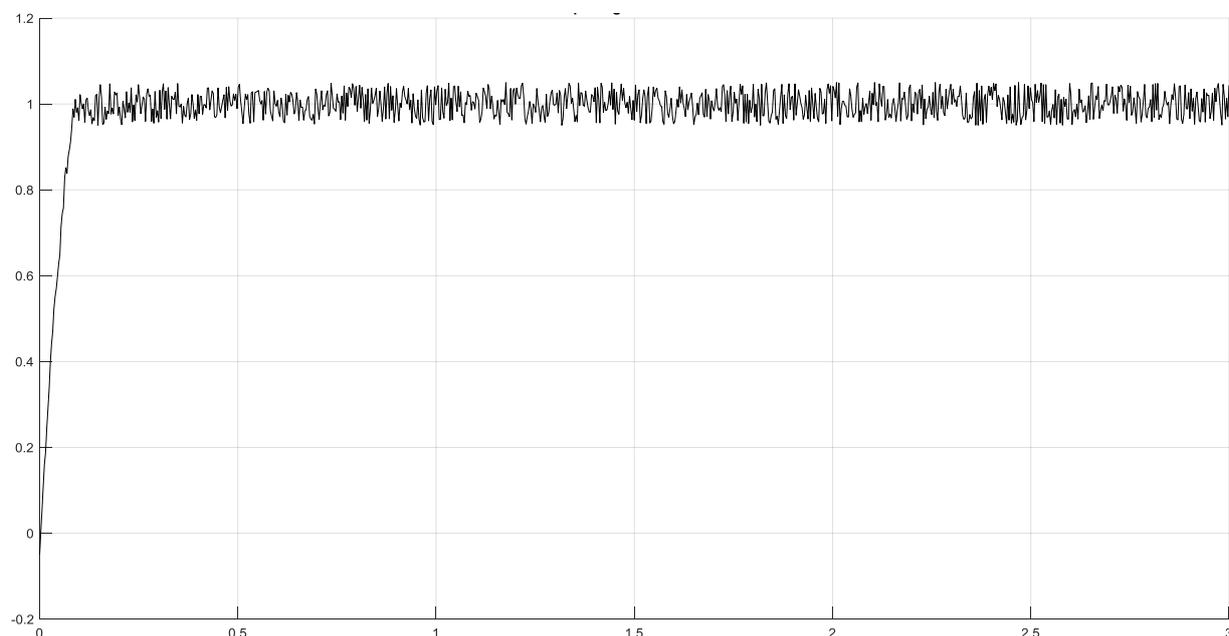


Рис. 3. Восстановленный входной сигнал
Fig. 3. Reconstructed input signal

Отклонение восстановленного сигнала от исходного составила порядка 0,05 (рис. 4).

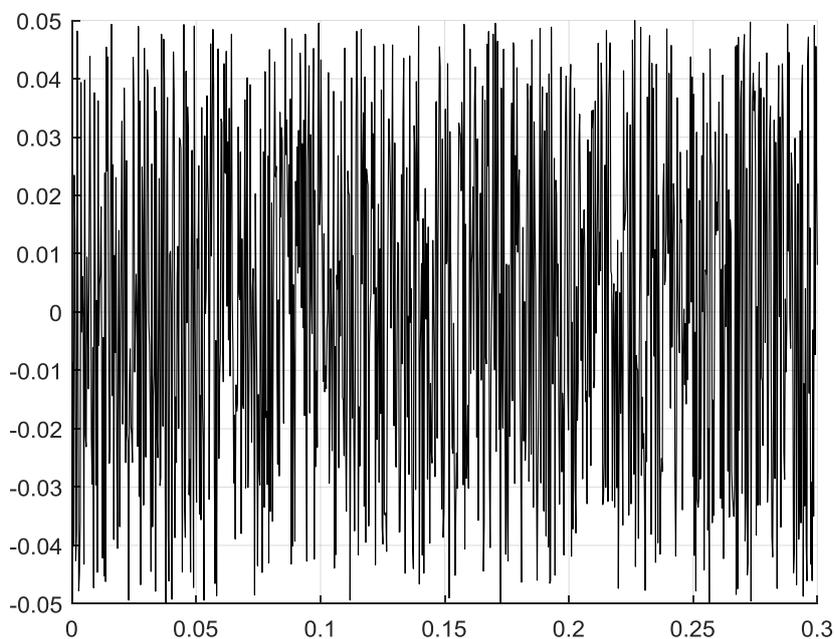


Рис. 4. Отклонение восстановленного сигнала от исходного
Fig. 4. Deviation of the reconstructed signal from the original

Вычислительный эксперимент с периодической функцией с запаздыванием

На следующем этапе вычислительного эксперимента построение численного решения рассматриваемой задачи (2), (3) проводилось с сигналом вида: $U(t) = \sin 3\pi t$. Данный входной сигнал появляется при процессах измерений расхода сыпучих веществ. В ходе эксперимента была

найдена функция выходного сигнала с помощью предложенного численного метода, найденная функция была зашумлена аддитивным шумом в 5%. По зашумленному сигналу был восстановлен входной сигнал.

На рис. 5 изображены данный входной сигнал и найденный выходной с 5%-ным аддитивным шумом.

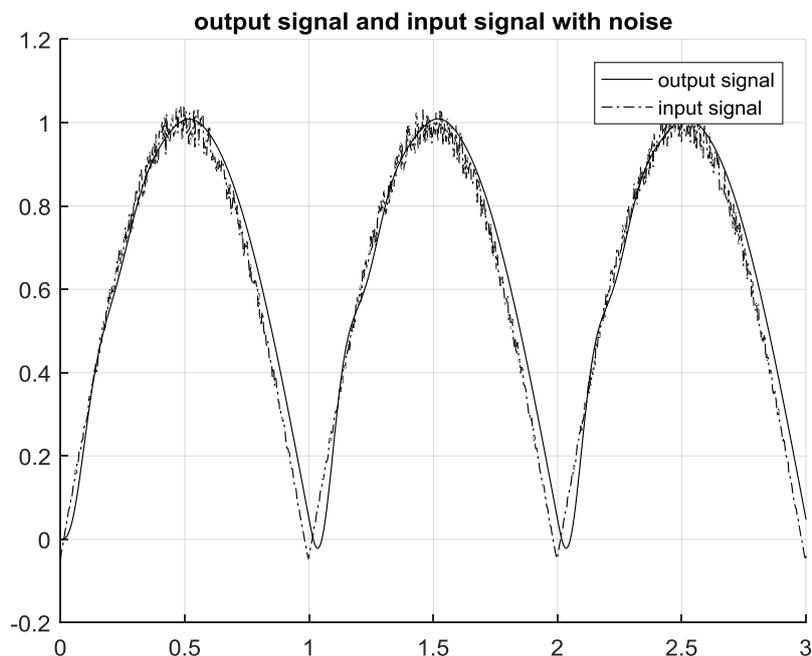


Рис. 5. Входной сигнал и найденный выходной
Fig. 5. Input signal and found output

На следующем этапе эксперимента исследовалось влияние задержки начала измерений относительно периода сигнала. На рис. 6–8 изображены данный входной сигнал и найденный выходной с запаздыванием в 20, 50 и 80% от периода сигнала.

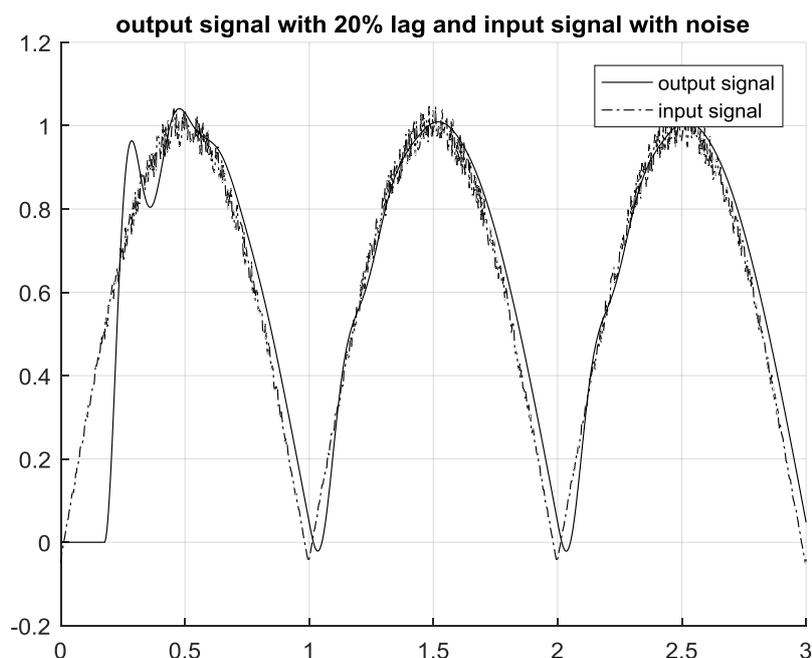


Рис. 6. Входной сигнал и найденный выходной с запаздыванием в 20%
Fig. 6. Input signal and found output with 20% lag

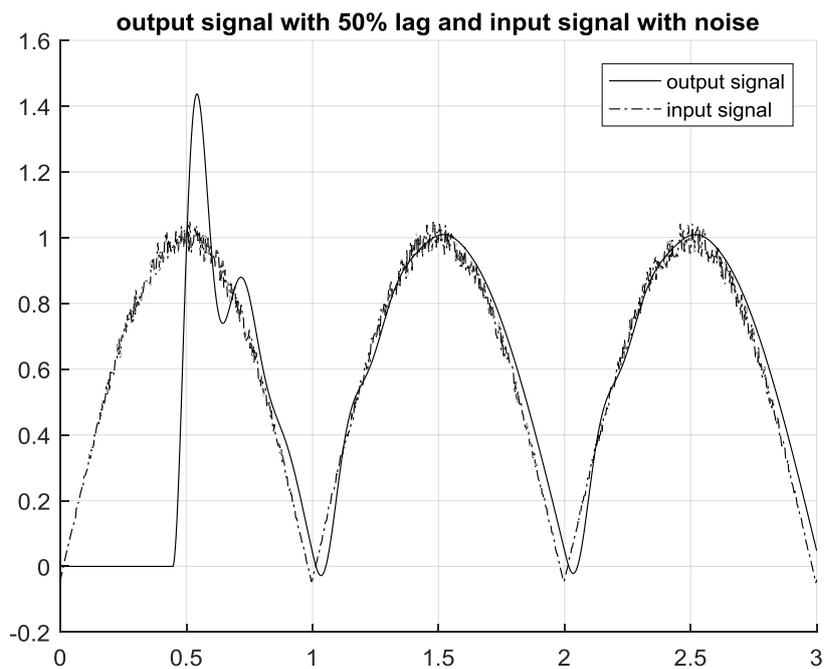


Рис. 7. Входной сигнал и найденный выходной с запаздыванием в 50 %
Fig. 7. Input signal and found output with 50 % lag

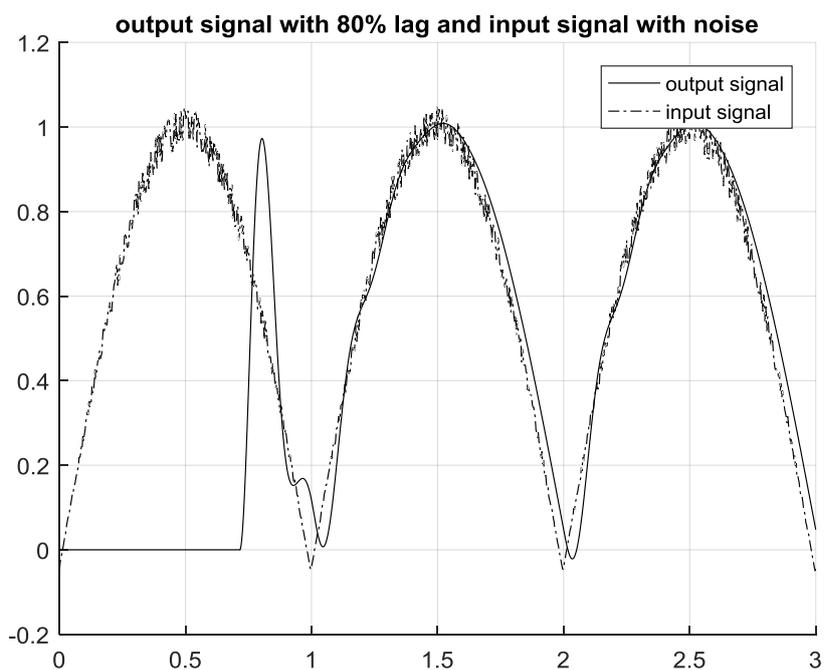


Рис. 8. Входной сигнал и найденный выходной с запаздыванием в 80 %
Fig. 8. Input signal and found output with 80 % lag

Отклонение восстановленного сигнала от исходного составило порядка 0,05 независимо от запаздывания (рис. 9).

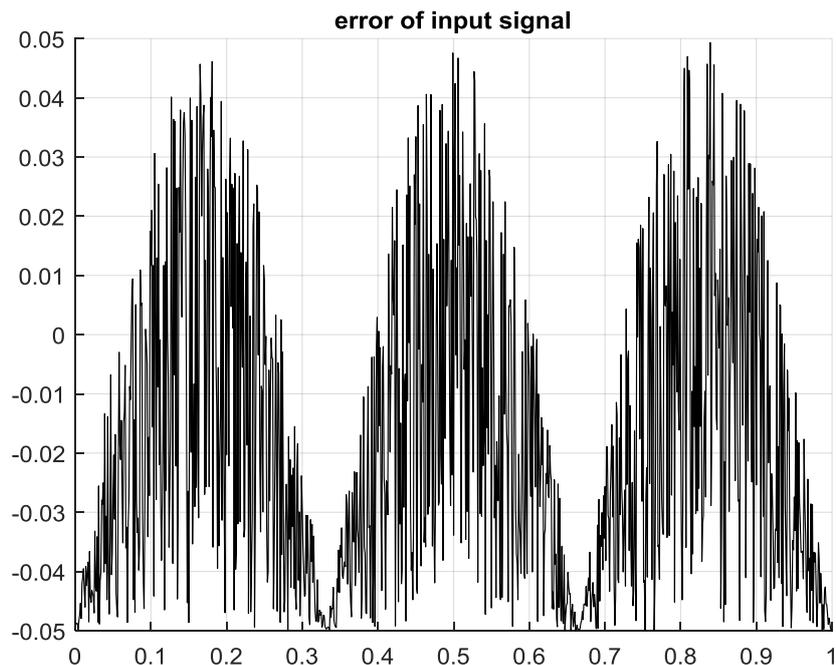


Рис. 9. Отклонение восстановленного сигнала от исходного
Fig. 9. Deviation of the reconstructed signal from the original

Вычислительный эксперимент с функцией теплового процесса

Основная цель вычислительного эксперимента с моделированием теплового процесса заключалась в построении численного решения рассматриваемой задачи (4), (5) с $U(t) = e^{\alpha t} \sin t$. Данный входной сигнал появляется при процессах нагрева. В ходе эксперимента была найдена функция выходного сигнала с помощью предложенного численного метода, найденная функция была зашумлена аддитивным шумом в 5%. По зашумленному сигналу был восстановлен входной сигнал.

На рис. 10 изображен найденный выходной с 5%-ным аддитивным шумом.

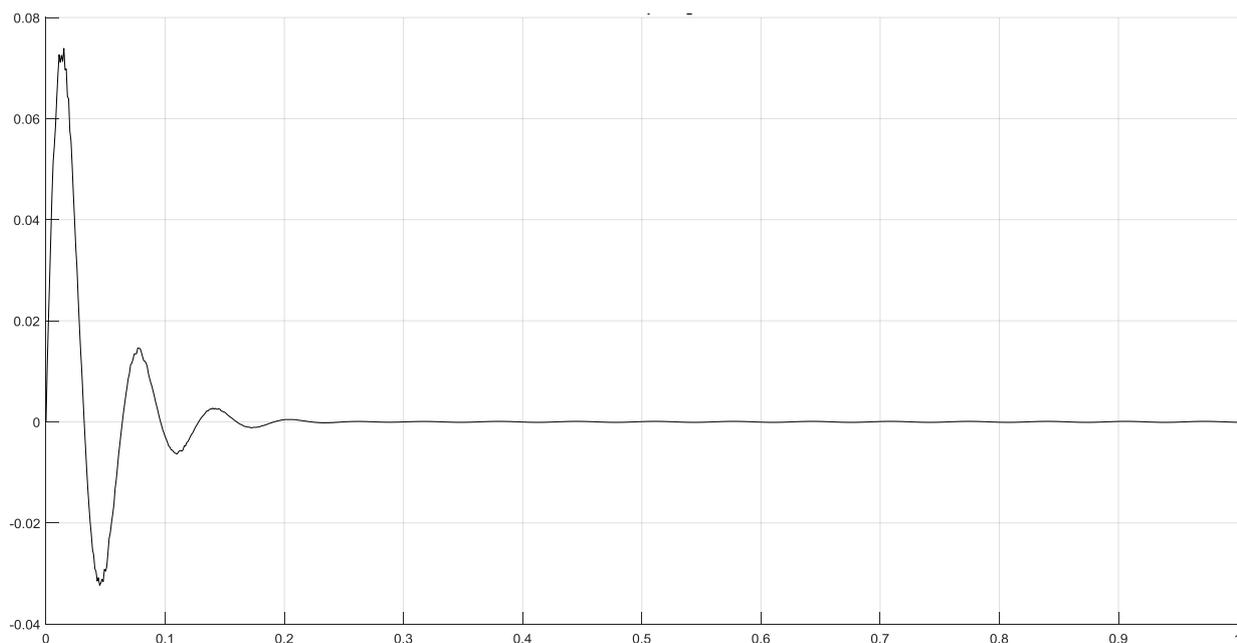


Рис. 10. Найденный выходной сигнал
Fig. 10. Found output signal

К найденному зашумленному выходному сигналу применялась обратная конечно-разностная схема для восстановления исходного сигнала. На рис. 11 изображен восстановленный входной сигнал.

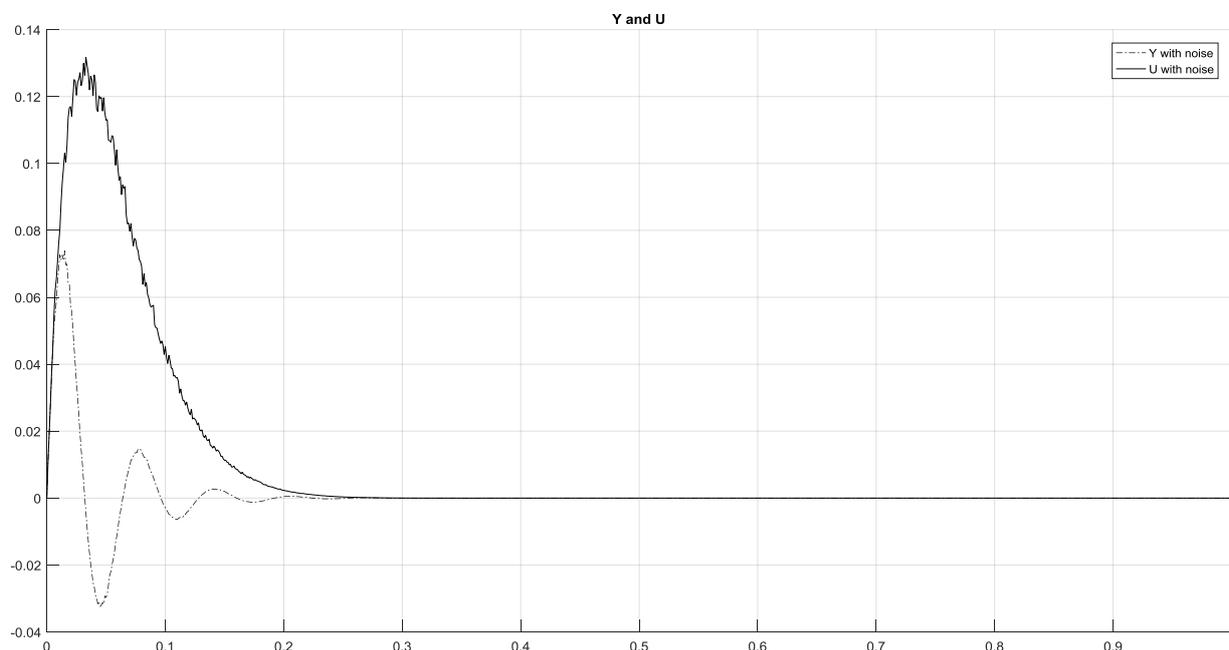


Рис. 11. Входной сигнал и найденный выходной с шумом
Fig. 11. Input signal and found output with noise

Отклонение восстановленного сигнала от исходного составило порядка 0,01.

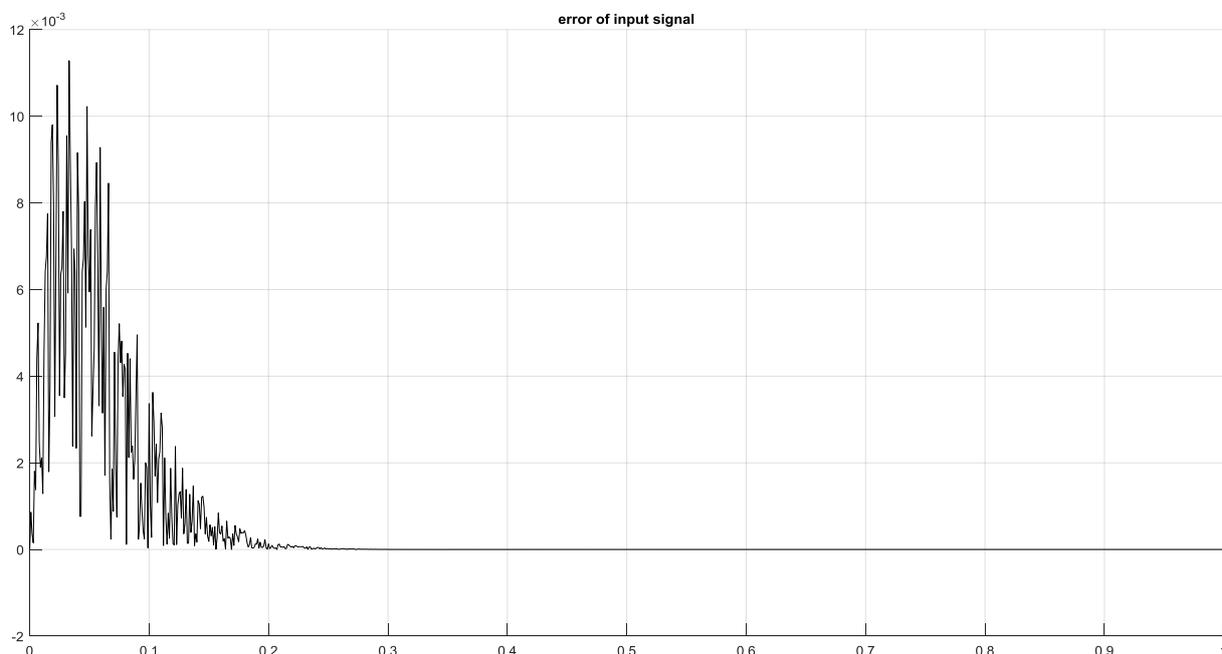


Рис. 12. Отклонение восстановленного сигнала от исходного
Fig. 12. Deviation of the reconstructed signal from the original

Отклонение восстановленного сигнала от исходного во всех экспериментах составило не более 0,05 (рис. 12), что говорит об устойчивости данного метода.

Заключение

В данной работе предложен алгоритм, основанный на конечно-разностном подходе и теории регуляризации. Основное преимущество такого подхода в том, что он не требует изменения параметров системы и подключения дополнительных фильтров, что в свою очередь позволяет избежать эффекта «накопления погрешности». Также проведены вычислительные эксперименты, где в качестве входного сигнала, подавались тестовые сигналы, моделирующие различные физические процессы, по результатам которых был сделан вывод об устойчивости метода относительно погрешности в исходных данных.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Челябинской области в рамках научного проекта № 20-48-740022 р_а_ Челябинск «Методы регуляризации при обработке зашумленных в многоканальных измерительных системах».

Литература

1. Верлань, А.Ф. Методы решения интегральных уравнений с программами для ЭВМ / А.Ф. Верлань, В.С. Сизиков. – Киев: Наукова думка, 1978. – 291 с.
2. Грановский, В.А. Методика определения динамических свойств средств измерений / В.А. Грановский, Ю.С. Этингер // Метрология. – 1974. – № 10. – С. 9–12.
3. Леонов, В.В. Метод понижения порядков номиналов передаточных функций / В.В. Леонов // Измерительная техника. – 1980. – № 10. – С. 16–18.
4. Солопченко, Г.Н. Определение параметров дробно-рациональной передаточной функции средств измерений по экспериментальным данным / Г.Н. Солопченко // Метрология. – 1978. – № 5. – С. 20–24.
5. Солопченко, Г.Н. Компенсация динамических погрешностей при неполных сведениях о свойствах приборов и измеряемых сигналов / Г.Н. Солопченко, И.Б. Челпанов // Метрология. – 1979. – № 6. – С. 3–13.
6. Солопченко, Г.Н. Обратные задачи в измерительных процедурах / Г.Н. Солопченко // Измерения, контроль, автоматизация. – 1983. – № 2. – С. 32–46.
7. Юрасова, Е.В. Измерительная система динамических параметров с моделью первичного измерительного преобразователя для контроля выходных параметров электроустановок / Е.В. Юрасова // Электробезопасность. – 1995. – № 3. – С. 9–16.
8. Шестаков, А.Л. Адаптивный измерительный преобразователь с самонастраивающимися по динамической погрешности динамическими параметрами / А.Л. Шестаков, Е.В. Юрасова // Всерос. науч.-техн. конф. «Информационные и кибернетические системы управления и их элементы»: тез. докл. – Уфа, 1996. – С. 121.
9. Шестаков, А.Л. Новый подход к измерению динамически искаженных сигналов / А.Л. Шестаков, Г.А. Свиридюк // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математическое моделирование и программирование». – 2010. – Вып. 5, № 16 (192). – С. 116–120.
10. Бесекерский, В.А. Теория систем автоматического управления / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. – М.: Наука, 1975. – 768 с.
11. Бахвалов, Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов. – М.: Наука, 1975. – 632 с.
12. Березин, И.С. Методы вычислений / И.С. Березин, Н.П. Жидков. – М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1959. – Т. 2. – 620 с.
13. Верлань, А.Ф. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы / А.Ф. Верлань, В.С. Сизиков. – Киев: Наукова думка, 1986. – 544 с.
14. Грановский, В.А. Динамические измерения / В.А. Грановский. – Л.: Энергоатомиздат, 1984. – 224 с.
15. Лаврентьев, М.М. Некорректные задачи математической физики и анализа / М.М. Лаврентьев, В.Г. Романов, С.П. Шишатский. – М.: Наука, 1980. – 285 с.
16. Тихонов, А.Н. Методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, В.А. Арсенин. – М.: Наука, 1974. – 222 с.
17. Yaparova, N.M. Method for temperature measuring inside a cylindrical body based on surface measurements / N.M. Yaparova, A.L. Shestakov // 14th IMEKO TC10 Workshop on Technical Diagnostics 2016: New Perspectives in Measurements, Tools and Techniques for Systems Reliability, Maintainability and Safety. – 2016. – P. 8–12.

Япаров Дмитрий Данилович, аспирант кафедры вычислительной математики и высокопроизводительных вычислений, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск; iaparovdd@susu.ru.

Шестаков Александр Леонидович, д-р техн. наук, профессор, ректор, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск; a.l.shestakov@susu.ru.

Поступила в редакцию 25 сентября 2021 г.

DOI: 10.14529/ctcr210410

NUMERICAL METHOD FOR PROCESSING THE RESULTS OF DYNAMIC MEASUREMENTS

D.D. Yaparov, iaparovdd@susu.ru,

A.L. Shestakov, a.l.shestakov@susu.ru

South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

The problem of processing data obtained during dynamic measurements is one of the central problems in measuring technology. **Purpose of the study.** The article is devoted to the study of the stability of the method for solving the problem of processing the results of dynamic measurements with respect to the error in the initial data. Therefore, an urgent task is the development of algorithms for processing the results of dynamic measurements. **Materials and methods.** This article proposes an algorithm for processing the data obtained during dynamic measurements based on the finite-difference approach. The main prerequisites of the mathematical model of the problem of dynamic measurements associated with the processes of restoration of the input signal in conditions of incomplete and noisy initial data are as follows. Initially, the function of the noisy output signal is known. The restoration of the input signal is carried out using the transfer function of the sensor. The transfer function of the sensor is presented in the form of a differential equation. This equation describes the state of a dynamic system in real time. The proposed computational scheme of the method is based on finite-difference analogs of partial derivatives and the Tikhonov regularization method was used to construct a numerical model of the sensor. The problem of stability of the method for solving high-order differential equations is also one of the central problems of data processing in automatic control systems. Based on the approach of the generalized quasi-optimal choice of the regularization parameter in the Lavrent'ev method, the dependence of the regularization parameter, the parameters of the dynamic measuring system, the noise index and the required level of accuracy was found. **Results.** The main goal of the computational experiment was to construct a numerical solution to the problem under consideration. Standard test functions were considered as input signals. Test signals simulating various physical processes were used as an input signal. The function of the output signal was found using the proposed numerical method, the found function was noisy with an additive noise of 5 %. **Conclusion.** The input signal was restored from the noisy signal. The deviation of the reconstructed signal from the initial one in all experiments was no more than 0.05, which indicates the stability of this method with respect to noisy data.

Keywords: dynamic measurements, finite difference scheme, regularization methods, transmission function, dynamic measurement data processing algorithms, measuring systems, numerical method.

The study was carried out with the financial support of the Russian Foundation for Basic Research and the Chelyabinsk region within the framework of the scientific project No. 20-48-740022 r_a_Chelyabinsk "Regularization methods for processing noisy in multichannel measuring systems".

References

1. Verlan' A.F., Sizikov B.C. *Metody resheniya integral'nykh uravneniy s programmami dlya EVM* [Methods for solving integral equations with computer programs]. Kiev, Naukova Dumka, 1978. 291 p.
2. Granovskiy V.A., Etinger Yu.S. [Methods for determining the dynamic properties of measuring instruments]. *Metrology*, 1974, no. 10, pp. 9–12. (in Russ.)

3. Leonov V.V. [The method of decreasing the orders of the nominal values of the transfer functions]. *Measuring equipment*, 1980, no. 10, pp. 16–18. (in Russ.)
4. Solopchenko G.N. [Determination of the parameters of the fractional-rational transfer function of measuring instruments according to experimental data]. *Metrology*, 1978, no. 5, pp. 20–24. (in Russ.)
5. Solopchenko G.N., Chelpanov I.B. [Compensation of dynamic errors with incomplete information about the properties of devices and measured signals]. *Metrology*, 1979, no. 6, pp. 3–13. (in Russ.)
6. Solopchenko G.N. [Inverse problems in measuring procedures]. *Measurements, control, automation*, 1983, no. 2, pp. 32–46. (in Russ.)
7. Yurasova E.V. [Measuring system of dynamic parameters with a model of the primary measuring transducer for monitoring the output parameters of electrical installations]. *Electrical safety*, 1995, no. 3, pp. 9–16. (in Russ.)
8. Shestakov A.L., Yurasova E.V. [Adaptive measuring transducer with dynamic parameters self-adjusting in terms of dynamic error]. *All-Russian scientific and technical conference "Information and cybernetic control systems and their elements": abstracts*. Ufa, 1996, p. 121. (in Russ.)
9. Shestakov A.L., Sviridyuk G.A. [A new approach to measuring dynamically perturbed signals]. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematical modeling and programming*, 2010, no. 5, pp. 116–120. (in Russ.)
10. Besekerskiy V.A., Popov E.P. *Teoriya sistem avtomaticheskogo upravleniya* [Theory of automatic control systems]. Moscow, Nauka Publ., 1975. 768 p.
11. Bakhvalov N.S. *Chislennyye metody* [Numerical methods]. Moscow, Nauka Publ., 1975. 632 p.
12. Berezin I.S., Zhidkov N.P. *Metody vychisleniy* [Calculation methods]. Moscow, State Publishing House of Physical and Mathematical Literature, 1959, vol. 2. 620 p.
13. Verlan' A.F., Sizikov V.S. *Integral'nyye uravneniya: metody, algoritmy, programmy* [Integral equations: methods, algorithms, programs]. Kiev, Naukova Dumka Publ., 1986. 544 p.
14. Granovskiy V.A. *Dinamicheskiye izmereniya* [Dynamic measurements]. Leningrad, Energoatomizdat Publ., 1984. 224 p.
15. Lavrent'yev M.M., Romanov V.G., Shishatskiy S.P. *Nekorrektnyye zadachi matematicheskoy fiziki i analiza* [Incorrect problems of mathematical physics and analysis]. Moscow, Nauka Publ., 1980. 285 p.
16. Tikhonov A.N., Arsenin V.A. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach* [Methods for solving ill-posed problems]. Moscow, Nauka Publ., 1974. 222 p.
17. Yaparova N.M., Shestakov A.L. Method for temperature measuring inside a cylindrical body based on surface measurements. *14th IMEKO TC10 Workshop on Technical Diagnostics 2016: New Perspectives in Measurements, Tools and Techniques for Systems Reliability, Maintainability and Safety*, 2016, pp. 8–12.

Received 25 September 2021

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Япаров, Д.Д. Численный метод обработки результатов динамических измерений / Д.Д. Япаров, А.Л. Шестаков // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2021. – Т. 21, № 4. – С. 115–125. DOI: 10.14529/ctcr210410

FOR CITATION

Yaparov D.D., Shestakov A.L. Numerical Method for Processing the Results of Dynamic Measurements. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2021, vol. 21, no. 4, pp. 115–125. (in Russ.) DOI: 10.14529/ctcr210410