

# Приборостроение, метрология и информационно-измерительные приборы и системы Instrument engineering, metrology and information and measuring devices and systems

Научная статья  
УДК 681.322  
DOI: 10.14529/ctcr220406

## МЕТОД ВОССТАНОВЛЕНИЯ ВХОДНОГО СИГНАЛА В ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ НА ОСНОВЕ ДИСКРЕТНОЙ МОДЕЛИ С ИСКЛЮЧЕНИЕМ КОРРЕКТИРУЮЩИХ ОБРАТНЫХ СВЯЗЕЙ

*Д.Д. Япаров*, [iaparovdd@susu.ru](mailto:iaparovdd@susu.ru), <https://orcid.org/0000-0001-9106-2773>  
*А.Л. Шестаков*, [a.l.shestakov@susu.ru](mailto:a.l.shestakov@susu.ru)

*Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия*

**Аннотация.** Проблема обработки данных, полученных при динамических измерениях, – одна из центральных проблем в измерительной технике. **Цель исследования.** Статья посвящена модели измерительной системы и методу обработки результатов динамических измерений. Поэтому актуальной задачей является разработка алгоритмами обработки результатов динамических измерений. **Материалы и методы.** В этой статье предлагается модель измерительной системы без обратных связей и метод обработки данных, полученных при динамических измерениях на основе конечно-разностного подхода. Основные предпосылки математической модели задачи динамических измерений, связанной с процессами восстановления входного сигнала в условиях неполных и зашумленных исходных данных, заключаются в следующем. Изначально известна функция зашумленного выходного сигнала. Восстановление входного сигнала осуществляется с помощью передаточной функции датчика. Передаточная функция датчика представлена в виде дифференциального уравнения. Это уравнение описывает состояние динамической системы в реальном времени. Предлагаемая вычислительная схема метода основана на конечно-разностных аналогах производных. На основе саморегуляризирующего подхода была построена численная модель датчика. Проблема устойчивости метода решения дифференциальных уравнений высокого порядка также является одной из центральных проблем обработки данных в системах автоматического управления. Был получен необходимый уровень точности благодаря обобщенному квазиоптимальному подходу к выбору параметра регуляризации. **Полученные результаты.** Основной целью вычислительного эксперимента было построение численного решения рассматриваемой задачи. Стандартные тестовые функции рассматривались как входные сигналы. В качестве входного сигнала подавался тестовый сигнал, моделирующий физический процесс. Была найдена функция выходного сигнала с помощью предложенного численного метода, найденная функция была зашумлена аддитивным шумом в 5%. **Заключение.** По зашумленному сигналу был восстановлен входной сигнал. Отклонение восстановленного сигнала от исходного во всех экспериментах составило не более 0,05, что говорит об устойчивости данного метода относительно зашумленных данных и возможности использования данного подхода в динамических измерениях.

**Ключевые слова:** динамические измерения, конечно-разностная схема, методы регуляризации, передаточная функция, алгоритмы обработки данных динамических измерений, измерительные системы, численный метод

**Благодарности:** Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства образования и науки Челябинской области в рамках регионального гранта № 20-48-740022 «Методы регуляризации при обработке зашумленных данных в многоканальных измерительных системах».

**Для цитирования:** Япаров Д.Д., Шестаков А.Л. Метод восстановления входного сигнала в динамических системах на основе дискретной модели с исключением корректирующих обратных связей // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». 2022. Т. 22, № 4. С. 56–66. DOI: 10.14529/ctcr220406

**METHOD FOR RECOVERY OF THE INPUT SIGNAL  
IN DYNAMIC SYSTEMS BASED ON A DISCRETE MODEL  
WITH THE EXCLUSION OF CORRECTING FEEDBACKS***D.D. Yaparov*, [iaparovdd@susu.ru](mailto:iaparovdd@susu.ru), <https://orcid.org/0000-0001-9106-2773>*A.L. Shestakov*, [a.l.shestakov@susu.ru](mailto:a.l.shestakov@susu.ru)

Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия

**Abstract.** The problem of processing data obtained during dynamic measurements is one of the central problems in measuring technology. **Purpose of the study.** The article is devoted to the model of the measuring system and the method of processing the results of dynamic measurements. Therefore, an urgent task is to develop algorithms for processing the results of dynamic measurements. **Materials and methods.** This article proposes a model of a measuring system without feedback and a method for processing data obtained from dynamic measurements based on a finite difference approach. The main prerequisites of the mathematical model of the problem of dynamic measurements associated with the processes of restoration of the input signal under conditions of incomplete and noisy initial data are as follows. Initially, the function of the noisy output signal is known. Restoration of the input signal is carried out using the transfer function of the sensor. The transfer function of the sensor is presented as a differential equation. This equation describes the state of a dynamic system in real time. The proposed computational scheme of the method is based on the finite-difference analogues of derivatives and the self-regularizing approach was built a numerical model of the sensor. The problem of the stability of the method for solving high-order differential equations is also one of the central problems of data processing in automatic control systems. Based on the approach of generalized quasi-optimal choice of the regularization parameter, the required level of accuracy was achieved. **Results.** The main goal of the computational experiment was to construct a numerical solution of the problem under consideration. Standard test functions were considered as input signals. As an input signal, a test signal was applied, simulating a physical process. The function of the output signal was found using the proposed numerical method, the found function was noisy with an additive noise of 5%. **Conclusion.** The input signal was restored from the noisy signal. The deviation of the reconstructed signal from the original in all experiments was no more than 0.05, which indicates the stability of this method with respect to noisy data and the possibility of using this approach in dynamic measurements.

**Keywords:** dynamic measurements, finite difference scheme, regularization methods, transmission function, dynamic measurement data processing algorithms, measuring systems, numerical method

**Acknowledgments:** The study was financially supported by the Ministry of Education and Science of the Chelyabinsk Region within the framework of a regional grant No. 20-48-740022 "Regularization methods for processing noisy in multichannel measuring systems".

**For citation:** Yaparov D.D., Shestakov A.L. Method for recovery of the input signal in dynamic systems based on a discrete model with the exclusion of correcting feedbacks. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*. 2022;22(4):56–66. (In Russ.) DOI: 10.14529/ctcr220406

**Введение**

Эффективность управления технологическими процессами напрямую связана с обеспечением оптимальности параметров системы. Точность контроля и оптимизация параметров зависят от точности обработки данных о состоянии системы. В быстропротекающих энергоёмких технологических процессах состояние системы изменяется в течение короткого промежутка времени, и в силу инерционности измерительной системы средства измерений показывают на выходе искажённый сигнал, существенно отличающийся от истинного. Другим фактором, оказывающим существенное влияние на точность обработки данных, является зашумленность данных о состоянии системы, сформированных из результатов измерений. Проблема зашумленности в сочетании с инерционностью измерительной системы становится особенно острой для динамических измерений, выполненных в малый промежуток времени, когда даже небольшой шум в исходных данных приводит к существенному искажению результатов их обработки.

Проблеме обработки зашумленных динамических сигналов посвящены работы многих исследователей, когда для уменьшения влияния погрешности исходных данных на конечный результат добавляют дополнительные фильтры. Среди работ, посвященных этой области исследования, отметим работы А.Л. Шестакова [1–3], В.А. Бесекерского [4], А.Ф. Верлань [5], В.А. Грановского [6, 7], Г.Н. Солопченко [8–10], S. Engelberg [11], К. Ruhm [12, 13]. Введение дополнительных фильтров значительно усложняет методы обработки информации, при этом характеристики фильтров изменяются в зависимости от уровня шума. Решения задачи обработки зашумленных данных с помощью численных методов приводятся в работах [14, 15].

В связи с вышесказанным возникает необходимость создания и совершенствования алгоритмов обработки зашумленных динамических измерений, не требующих значительной перенастройки параметров измерительной системы.

### 1. Модель измерительной системы

Обработка результатов динамических измерений осуществляется, исходя из модели измерительной системы. Концепция модели предложена в работах [1–3]. Структурная модель для второго порядка представлена на рис. 1, где  $U(t)$  – входной сигнал,  $Y_\delta(t)$  – выходной сигнал датчика с шумом,  $\Delta(t)$  – шум,  $Y_S(t)$  – выходной сигнал модели,  $U^*(t)$  – восстановленный сигнал.

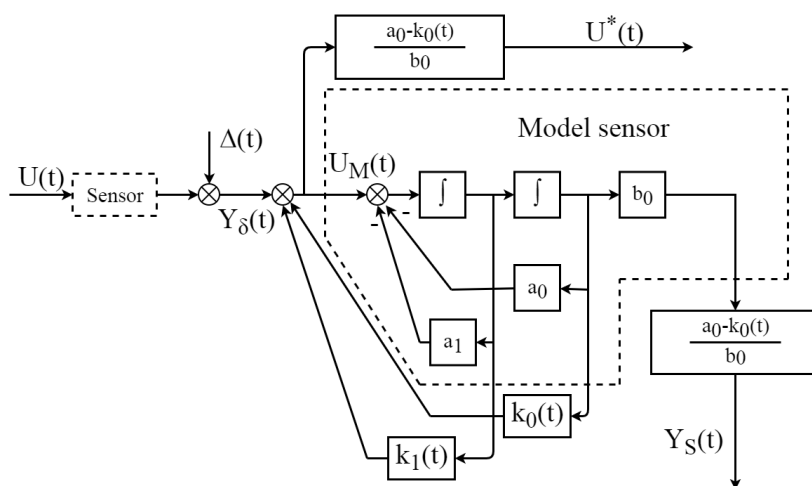


Рис. 1. Структурная модель измерительной системы  
 Fig. 1. Structural model of the measuring system

Модель измерительной системы включает в себя модель датчика, выход которого связан с его полной динамической моделью, где моделируется принцип работы датчика с заданными динамическими характеристиками, определенными коэффициентами  $a_0, a_1, a_2, b_0$ .

Пусть  $t$  – текущий момент времени,  $t \in [0; \Omega]$ , где  $\Omega$  – период измерения;  $U(t)$  – входной сигнал;  $Y_\delta(t)$  – выходной сигнал датчика с шумом;  $Y_S(t)$  – выходной сигнал модели;  $W$  – передаточная функция датчика в образах Лапласа.

Согласно [16], динамическая модель, имитирующая принцип работы, охватывается обратными связями с изменяемыми коэффициентами  $k_0, k_1$ . Критерием настройки коэффициентов обратных связей  $k_0, k_1$  служит близость выходных сигналов датчика и его модели. Модель с коэффициентами  $k_0, k_1$  является корректирующими фильтрами для входного и выходного сигналов. В этой модели восстановление входного сигнала осуществляется на основе передаточной функции датчика, имеющей следующее операторное представление, полученное при использовании прямого преобразования Лапласа:

$$W(p) = \frac{b_0}{a_2 p^2 + (a_1 - k_1)p + (a_0 - k_0)} = \frac{U^*(p)}{U(p)}$$

Соответствие модели измерительной системе подтверждается экспериментальными исследованиями, представленными в работе [3].

Отметим, что передаточная функция датчика будет иметь следующий вид:

$$W(p) = \frac{b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0} = \frac{Y(p)}{U(p)} \quad (1)$$

В модели, предложенной в работе [16], уменьшение величины погрешности осуществляется за счет регулирования значений коэффициентов обратной связи  $k_0, k_1$  для обеспечения близости  $Y_S(t)$  к  $Y_\delta(t)$ .

В рамках данной работы предложен метод, позволяющий контролировать погрешность, не используя коэффициенты обратных связей  $k_0, k_1$ , и восстанавливать с требуемой точностью входные сигналы  $U(t)$  по выходным сигналам  $Y_\delta(t)$  при различных уровнях зашумленности измеренных данных.

## 2. Метод исключения обратных связей

Полагаем, что измерения проводятся дискретно, с интервалом  $\tau$ . При построении модели используем следующие обозначения:  $U(t)$  – входной сигнал датчика;  $Y_M(t)$  – выходной сигнал модели без обратных связей;  $U_\delta(t)$  – восстановленный сигнал;  $a_0, a_1, a_2, b_0$  – коэффициенты, определяющие динамические характеристики исходной системы (рис. 2).

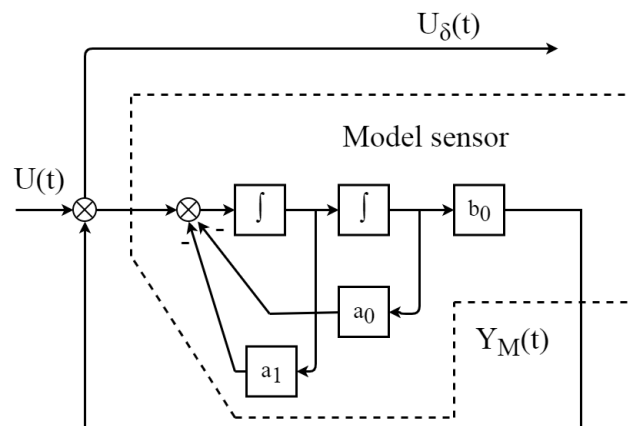


Рис. 2. Модель без обратных связей  
Fig. 2. Model without feedback

В данной работе предлагается построить динамическую модель системы, исключающую обратные связи, в которой улучшение динамических характеристик системы решается настройкой параметра  $\tau$ .

Основная идея метода исключения обратных связей заключается в следующем. На первом этапе осуществляют переход от передаточной функции (1) к дифференциальному уравнению, связывающему выходной сигнал  $Y_\delta(t)$  с входным сигналом  $U(t)$ . На втором этапе, используя полученное уравнение, осуществляют переход к конечно-разностному аналогу этого уравнения. На третьем этапе оценивают отклонение  $Y_M(t)$  от  $Y_S(t)$ . В случае, когда оценка отклонения не превышает некоторый заданный уровень точности, процесс исключения обратных связей считается успешным.

Основные этапы исключения обратных связей состоят в следующем.

Этап 1. Построение математической модели связи  $Y(t)$  и  $U(t)$ . Для этого перейдем от передаточной функции (1) к дифференциальному уравнению

$$a_2 Y'' + a_1 Y' + a_0 Y = b_0 U. \quad (2)$$

Учитывая состояние измерительной системы в начальный момент времени, получаем следующие начальные условия:

$$Y(0) = r, Y'(0) = q. \quad (3)$$

В задаче (2), (3) требуется найти функцию  $Y(t)$ . Специфика задачи (2), (3) заключается в том, что в измерительных системах при использовании общепринятых методов малый уровень шума в системе оказывает существенное влияние на точность восстановления сигнала.

Этап 2. Построение конечно-разностных уравнений и переход к дискретной модели (рис. 3, где  $U(t)$  – входной сигнал;  $Y_M(t)$  – выходной сигнал модели;  $U_\delta(t)$  – восстановленный сигнал;  $c_0 = \frac{a_1}{\tau} - \frac{2a_2}{\tau^2}$ ,  $c_1 = a_0 - \frac{a_1}{\tau} + \frac{a_2}{\tau^2}$  – коэффициенты, позволяющие изменять динамические характе-

ристики модели за счет изменения параметра  $\tau$  и перейти к модели без обратных связей). Для этого введем на отрезке  $[0; \Omega]$  сетку  $G$  из  $(N + 1)$  узлов с шагом дискретизации  $\tau = \frac{(\Omega-0)}{N}$ :

$$G = \left\{ t_i: t_i = (i - 1)\tau, \tau = \frac{(\Omega-0)}{N}, i = \overline{1, N + 1} \right\}$$

и используем множество дискретных функций  $V = \{v(t_i) = v_i\}$ , заданных на сетке  $G$ . Значения  $v_i$  соответствуют значениям функции  $Y_M(t_i)$  в момент времени  $t_i$ , тогда текущему моменту времени соответствует узел  $t_i = (i - 1)\tau, i = \overline{1, N + 1}$ .

Используя конечно-разностные аналоги производных в узле  $t_i$ :

$$v'(t_i) = \frac{v_{i+1} - v_i}{\tau}, v''(t_i) = \frac{v_{i+2} - 2v_{i+1} + v_i}{\tau^2}, i = \overline{2, N},$$

получаем, что конечно-разностный аналог уравнения (2) в момент времени  $t_i$  имеет следующий вид:

$$a_2 \frac{v_{i+2} - 2v_{i+1} + v_i}{\tau^2} + a_1 \frac{v_{i+1} - v_i}{\tau} + a_0 v_i = b_0 u_i, i = \overline{2, N}, \quad (4)$$

а начальные условия приводятся к виду:

$$v_1 = y(0) = r, v_2 = \tau y'(0) + y(0) = q\tau + r.$$

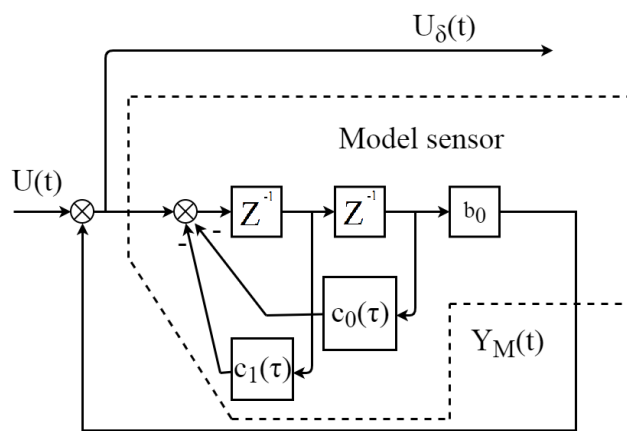


Рис. 3. Дискретная модель без обратных связей  
 Fig. 3. Discrete model without feedback

Этап 3. Построение вычислительной схемы моделирования выходного сигнала, добиваясь, чтобы сигнал  $Y_M$  предложенной модели (см. рис. 2) был близок к сигналу  $Y_S$  модели с корректирующими коэффициентами (см. рис. 1). Для вычисления значения выходного сигнала в момент времени  $t_{i+2}$  используем полученные конечно-разностные соотношения. Тогда значения  $Y_M(t_{i+1})$  определяются по следующей явной схеме:

$$v_1 = r, v_2 = \tau q + r; \quad (5)$$

$$v_{i+2} = (bu_i - \left(\frac{a_1}{\tau} - \frac{2a_2}{\tau^2}\right)v_{i+1} - \left(a_0 - \frac{a_1}{\tau} + \frac{a_2}{\tau^2}\right)v_i) \frac{\tau^2}{a_2}. \quad (6)$$

Известно, что для обеспечения устойчивости конечно-разностных явных схем относительно шума в исходных данных необходимо использовать регуляризирующие подходы. В предлагаемой явной схеме (5), (6) параметром регуляризации является величина шага дискретизации  $\tau$ . Такой подход к регуляризации в динамических системах предлагается впервые и позволяет моделировать выходной сигнал, при известных и постоянных параметрах системы  $a_0, a_1, a_2$  в условиях шумов.

### 3. Метод восстановления входного сигнала

В задаче восстановления входного сигнала начальные условия выглядят следующим образом. Выходной сигнал  $y = Y_\delta(t)$  формируется на основе результатов измерений, а величина  $\delta$  соответствует уровню шума выходного сигнала. Конечно-разностный аналог уравнения (4) относительно  $u_i$  имеет вид:

$$(a_2 + a_1\tau)u_{i+1} - (2a_2 + a_1\tau + a_0\tau^2)u_i - a_2u_{i-1}. \quad (7)$$

Из уравнения (7) находим  $u_i$ , соответствующий восстановленному выходному сигналу  $U_\delta(t)$ . Далее оценивают отклонение  $U_\delta(t)$  от входного сигнала модели  $U(t)$ . В случае, когда оценка от-

клонения не превышает некоторый заданный уровень точности, процесс восстановления сигнала считается успешным.

Верификация результатов работы предлагаемого метода обработки информации осуществлялась в вычислительном эксперименте, проводимом на основе имитационного моделирования. Результаты эксперимента приведены в данной работе.

**4. Вычислительный эксперимент**

Основной целью вычислительного эксперимента являлась верификация модели без обратных связей путем моделирования функцию  $Y_M(t)$  выходного сигнала с помощью уравнений (5), (6), выбирая величину параметра  $\tau$ . В качестве входного сигнала модели  $U(t)$  использовались различные функции. Далее, добавляя к функции  $Y_M(t)$  аддитивный шум, сравнивали с  $Y_S(t)$ . Затем по зашумленному сигналу  $Y_M(t)$  восстанавливали входной сигнал  $U^*(t)$  с помощью уравнения (7) и оценивали отклонение  $U^*(t)$  от  $U(t)$ .

В данной работе приведены результаты эксперимента для значения параметров модели измерительной системы, представленные в таблице.

Параметры модели  
Model parameters

Порядок уравнения	Передаточная функция	Шум	$U(t)$	Параметры
II	$\frac{1}{(T_1^2 p^2 + 2\xi_1 T_1 p + 1)}$	5 %	$\sin(\pi t)$	$T_1 = 0,1;$ $\xi_1 = 0,3$

В эксперименте интервал измерения  $[0; \Omega]$  составлял  $[0; 1]$ . Выбор величины шага дискретизации является основополагающим для обеспечения требуемого уровня точности решения задачи динамического измерения. Для выявления влияния величины шага дискретизации на уровень точности восстановления входного сигнала были проведены вычислительные эксперименты с различным количеством узлов сетки  $G$ . На рис. 4 показан смоделированный выходной сигнал  $Y_M(t)$  с количеством узлов сетки  $N = 1000$ .

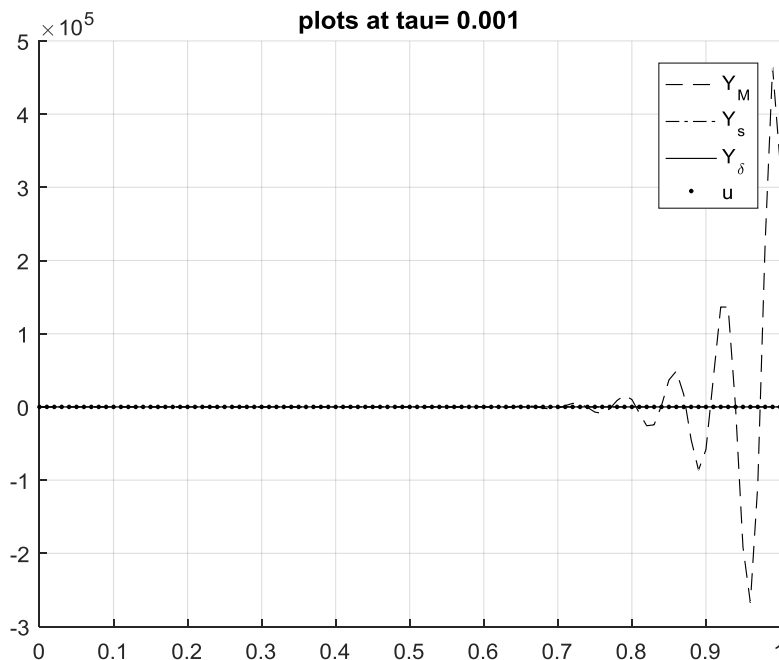


Рис. 4. Результаты моделирования выходного сигнал  $Y_M(t)$  при  $N = 1000$   
Fig. 4.  $Y_M(t)$  output signal simulation results at  $N = 1000$

Из рис. 4 видно, что при таком количестве узлов сетки, которое определяет параметр  $\tau$ , процесс восстановления входного сигнала является неустойчивым.

На рис. 5 показан смоделированный выходной сигнал  $Y_M(t)$  с количеством узлов сетки  $N = 1500$ .

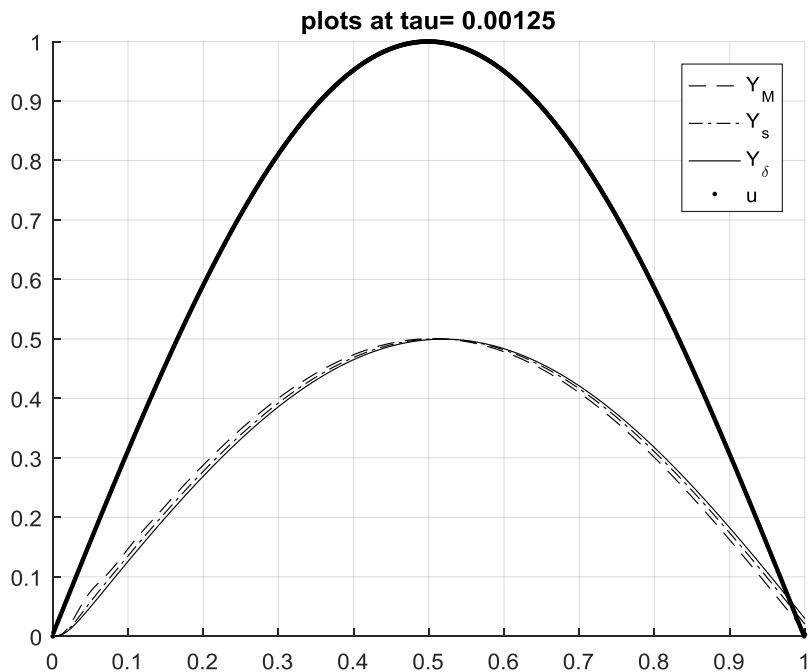


Рис. 5. Результаты моделирования выходного сигнала  $Y_M(t)$  при  $N = 1500$   
Fig. 5.  $Y_M(t)$  output signal simulation results at  $N = 1500$

На рис. 6 представлена функция выходного сигнала модели без обратных связей  $Y_M(t)$  и  $Y_S(t)$  с аддитивным шумом 5% при  $N = 1500$ .

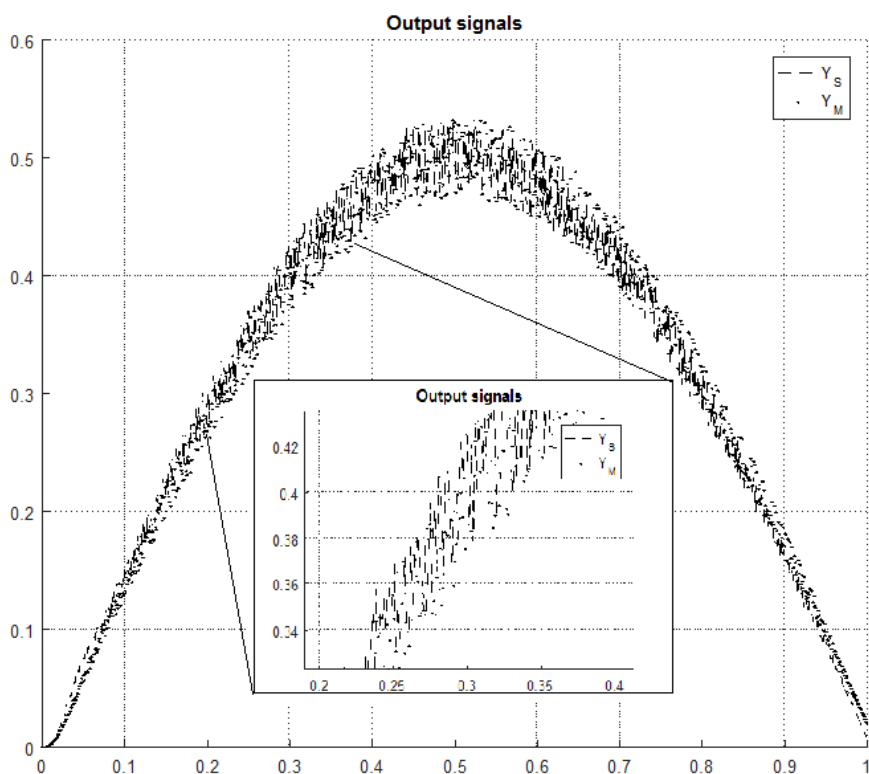


Рис. 6. Функция выходного сигнала  $Y_M(t)$  и  $Y_S(t)$  с 5%-ным аддитивным шумом  
Fig. 6.  $Y_M(t)$  and  $Y_S(t)$  output function with 5% additive noise

Далее оценивалось отклонение выходных сигналов  $Y_M(t)$  и  $Y_S(t)$  с 5%-ным аддитивным шумом. Отклонение восстановленного сигнала от исходного не превышала 7% от уровня шума (рис. 7).

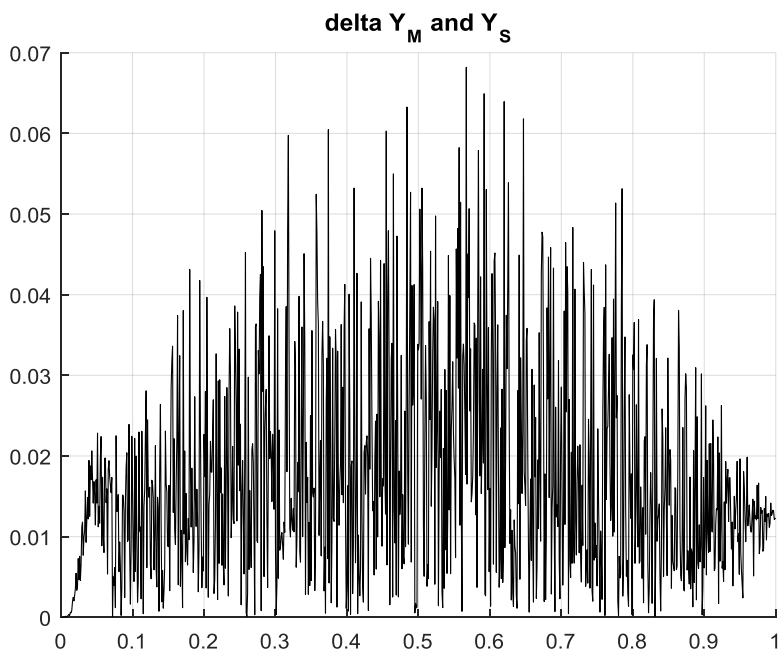


Рис. 7. Функция отклонения выходного сигнала  $Y_M(t)$  от  $Y_S(t)$ .  
Оба сигнала с 5%-ным аддитивным шумом  
Fig. 7.  $Y_M(t)$  output deviation function from  $Y_S(t)$ .  
Both signals have 5% additive noise

Для восстановления входного сигнала  $U^*(t)$  к зашумленному выходному сигналу  $Y_M(t)$  применялась конечно-разностное уравнение (7). На рис. 8 изображен восстановленный входной сигнал  $U^*(t)$ .

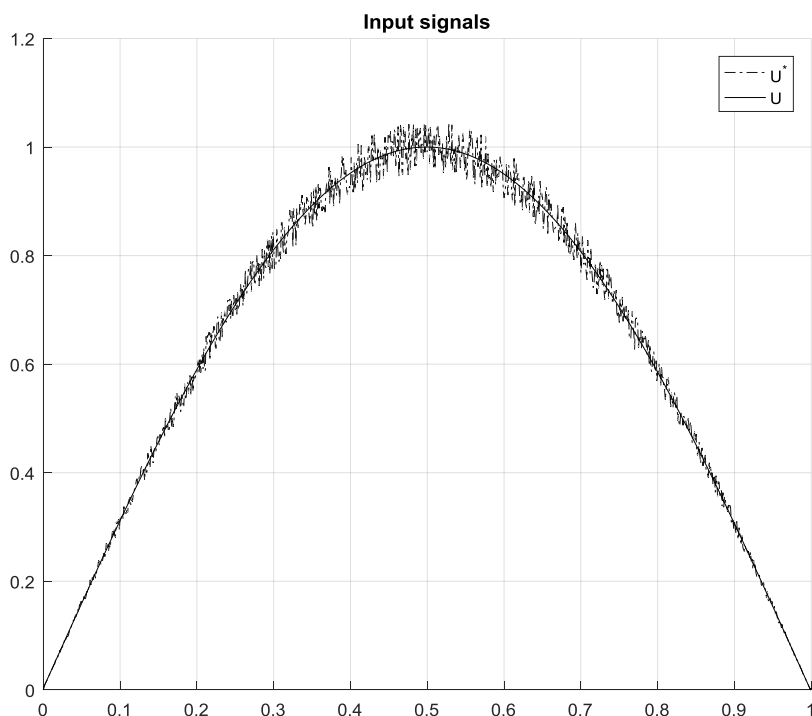


Рис. 8. Функция восстановленного входного сигнала  $U^*(t)$  и  $U(t)$   
Fig. 8. Function of the reconstructed input signal  $U^*(t)$  and  $U(t)$



Далее оценивалось отклонение восстановленного сигнала от входного сигнала модели  $U^*(t)$  от  $U(t)$ . Отклонение восстановленного сигнала от исходного не превышала 0,05 (рис. 9).

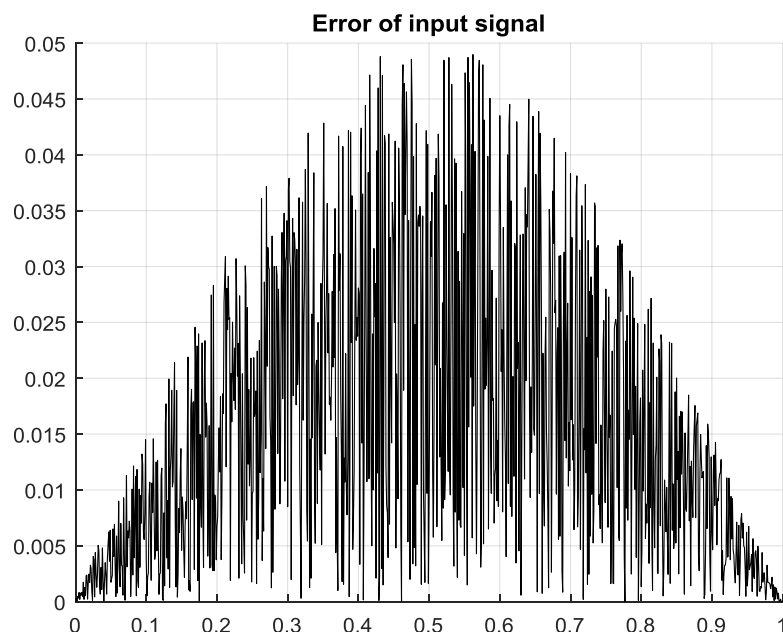


Рис. 9. Функция отклонение восстановленного сигнала  $U^*(t)$  от  $U(t)$   
Fig. 9. Function deviation of the recovered signal  $U^*(t)$  from  $U(t)$

Результаты имитационного моделирования свидетельствуют о следующем. Метод восстановления входного сигнала, предложенный в работе, позволяет восстанавливать входной сигнал с достаточным уровнем точности по зашумленному выходному сигналу. Экспериментальные оценки погрешности полученных решений свидетельствуют о достаточной устойчивости метода относительно погрешности исходных данных

### Заключение

В статье предложены метод исключения обратных связей и метод восстановления входного сигнала по зашумленным данным, основанные на использовании теории систем автоматического управления и теории регуляризации.

Основная идея методов заключается в том, что для уменьшения влияния шума исходных данных на результаты восстановления входного сигнала используется регуляризирующий алгоритм. На основе перехода к дискретной модели системы предложенного метода были проведены вычислительные эксперименты и выполнен сравнительный анализ результатов восстановления входного сигнала с тестовыми функциями. Результаты эксперимента свидетельствуют о возможности использования регуляризирующего алгоритма для задач динамических измерений, обеспечивающего достаточный уровень точности восстановления входного сигнала относительно различных уровней шума исходных данных.

### Список литературы

1. Шестаков А.Л. Методы теории автоматического управления в динамических измерениях. Челябинск: Издат. центр ЮУрГУ, 2013. 257 с.
2. Шестаков А.Л., Волосников А.С. Нейросетевая динамическая модель измерительной системы с фильтрацией восстанавливаемого сигнала // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». 2006. Вып. 4, № 14 (69). С. 16–20.
3. Шестаков А.Л., Свиридюк Г.А. Новый подход к измерению динамически искаженных сигналов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математическое моделирование и программирование». 2010, Вып. 5, № 16. С. 116–120.
4. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. М.: Наука, 1975. 768 с.

5. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Методы решения интегральных уравнений с программами для ЭВМ. Киев: Наукова думка, 1978. 291 с.
6. Грановский В.А., Этингер Ю.С. Методика определения динамических свойств средств измерений // Метрология. 1974. № 10. С. 9–12.
7. Грановский В.А. Динамические измерения. Л.: Энергоатомиздат, 1984. 224 с.
8. Солопченко Г.Н. Определение параметров дробно-рациональной передаточной функции средств измерений по экспериментальным данным // Метрология. 1978. № 5. С. 20–24.
9. Солопченко Г.Н., Челпанов И.Б. Компенсация динамических погрешностей при неполных сведениях о свойствах приборов и измеряемых сигналов // Метрология. 1979. № 6. С. 3–13.
10. Солопченко Г.Н. Обратные задачи в измерительных процедурах // Измерения, контроль, автоматизация. 1983. № 2. С. 32–46.
11. Engelberg S. Tutorial 15: control theory, part I // IEEE Instrumentation & Measurement Magazine. June 2008. Vol. 11, no. 3. P. 34–40. DOI: 10.1109/MIM.2008.4534376
12. Ruhm K. Measurement plus observation – A new structure in metrology // Measurement. 2017. Vol. 126. P. 421–432. DOI: 10.1016/j.measurement.2017.03.040
13. Ruhm K. Dynamics and stability – A proposal for related terms in Metrology from a mathematical point of view // Measurement. 2016. Vol. 79. P. 276–284. DOI: 10.1016/j.measurement.2015.07.026
14. Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П. Некорректные задачи математической физики и анализа. М.: Наука, 1980. 285 с.
15. Япарова Н.М. Численное моделирование решений обратной граничной задачи теплопроводности // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математическое моделирование и программирование». 2013. Т. 6, № 3. С. 112–124.
16. А. с. 1571514 СССР, МПК G01P15/08. Измерительный преобразователь динамических параметров / А.Л. Шестаков; заявитель Челяб. политехн. ин-т им. Ленин. комсомола. № 4386153/24-10; заявл. 01.03.1988; опублик. 15.06.90. Бюл. № 22. 3 с.

### References

1. Shestakov A.L. *Metody teorii avtomaticheskogo upravleniya v dinamicheskikh izmereniyakh* [Methods of the theory of automatic control in dynamic measurements]. Chelyabinsk: South Ural St. Univ. Publ.; 2013. 257 p. (In Russ.)
2. Shestakov A.L., Volosnikov A.S. [Neural network dynamic model of a measuring system with filtering of the recovered signal]. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*. 2006; 4(14):16–20. (In Russ.)
3. Shestakov A.L., Sviridyuk G.A. A new approach to measurement of dynamically perturbed signals. *Bulletin of the South Ural state university. Ser. Mathematical modelling, programming & computer software*. 2010;5(16):116–120. (In Russ.)
4. Besekerskiy V.A., Popov E.P. *Teoriya sistem avtomaticheskogo upravleniya* [Theory of automatic control systems]. Moscow: Nauka; 1975. 768 p. (In Russ.)
5. Verlan' A.F., Sizikov B.C. *Metody resheniya integral'nykh uravneniy s program-mami dlya EVM* [Methods for solving integral equations with computer programs]. Kyiv: Naukova dumka; 1978. 291 p. (In Russ.)
6. Granovskiy V.A., Etinger Yu.S. [Method for determining the dynamic properties of measuring instruments]. *Metrology*. 1974;(10):9–12. (In Russ.)
7. Granovskiy V.A. *Dinamicheskkiye izmereniya* [Dynamic Measurements]. Leningrad: Energoatomizdat; 1984. 224 p. (In Russ.)
8. Solopchenko G.N. [Determination of the parameters of the fractional-rational transfer function of measuring instruments according to experimental data]. *Metrology*. 1978;(5):20–24. (In Russ.)
9. Solopchenko G.N., Chelpanov I.B. [Compensation of dynamic errors with incomplete information about the properties of devices and measured signals]. *Metrology*. 1979;(6):3–13. (In Russ.)
10. Solopchenko G.N. [Inverse problems in measuring procedures]. *Measurements, control, automation*. 1983;(2):32–46. (In Russ.)
11. Engelberg S. Tutorial 15: control theory, part I. *IEEE Instrumentation & Measurement Magazine*. June 2008;11(3):34–40. DOI: 10.1109/MIM.2008.4534376

12. Ruhm K. Measurement plus observation – A new structure in metrology. *Measurement*. 2017;126:421–432. DOI: 10.1016/j.measurement.2017.03.040
13. Ruhm K. Dynamics and stability – A proposal for related terms in Metrology from a mathematical point of view. *Measurement*. 2016;79:276–284. DOI: 10.1016/j.measurement.2015.07.026
14. Lavrent'yev M.M., Romanov V.G., Shishatskiy S.P. *Nekorrektnyye zadachi matematicheskoy fiziki i analiza* [Ill-posed problems of mathematical physics and analysis]. Moscow: Nauka; 1980. 285 p. (In Russ.)
15. Yaparova N.M. Numerical simulation for solving an inverse boundary heat conduction problem. *Bulletin of the South Ural state university. Ser. Mathematical modelling, programming & computer software*. 2013;6(3):112–124. (In Russ.)
16. Shestakov A.L. *Izmeritel'nyy preobrazovatel' dinamicheskikh parametrov* [Measuring transducer of dynamic parameters]. Patent USSR, no. 1571514, 1990. (In Russ.)

#### ***Информация об авторах***

**Япаров Дмитрий Данилович**, аспирант кафедры математического обеспечения информационных технологий, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; iaparovdd@susu.ru.

**Шестаков Александр Леонидович**, д-р техн. наук, профессор, президент, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; a.l.shestakov@susu.ru.

#### ***Information about the authors***

**Dmitriy D. Yaparov**, Postgraduate Student of the Department of Mathematical Foundation of Information Technologies, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; iaparovdd@susu.ru.

**Alexander L. Shestakov**, Dr. Sciences, Professor, President, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; a.l.shestakov@susu.ru.

***Статья поступила в редакцию 15.07.2022***  
***The article was submitted 15.07.2022***