Научная статья
УДК 519.86
DOI: 10.14529/ctcr230103

ПОСТРОЕНИЕ РЕЙТИНГОВОЙ ОЦЕНКИ НА ОСНОВЕ ПОТОКОВОЙ МОДЕЛИ

С.А. Баркалов, *sbarkalov@nm.ru*
П.Н. Курочка, *kpn55@rambler.ru*
Е.А. Серебрякова, *sea-parish@mail.ru*
Воронежский государственный технический университет, Воронеж, Россия

Аннотация. **Цель исследования.** Рассматривается задача определения рейтинговой оценки эксперта. При этом рейтинг будет определяться по результатам прошедшего обсуждения, то есть оценка i-го эксперта будет зависеть от той оценки, которую он получил по результатам данного обсуждения. Взаимоотношения в таком сообществе предлагается описывать с помощью графа взаимодействия. Показывается, что этот граф взаимодействия будет описываться матрицей Кирхгофа, имеющей определитель, равный нулю, и ранг на единицу меньше, чем размерность матрицы Кирхгофа. **Материалы и методы.** Таким образом, для решения поставленной задачи требуется найти решение однородной системы уравнений, матрица которой является матрицей Кирхгофа. Предлагается использовать алгоритм, который можно применить без многочисленных промежуточных преобразований, но при этом требуется провести операцию обращения исходной матрицы достаточно большой размерности. Это представляется достаточно трудоемкой операцией. Именно поэтому предлагается воспользоваться методом регуляризации Тихонова, позволяющим заменить решение исходной задачи на задачу минимизации функционала Тихонова. Такая замена приводит к задаче, трудоемкость решения которой также является значительной. Поэтому, учитывая свойство решаемой задачи, когда необходимо получить не абсолютное значение рейтинга, а систему рейтингов, отражающих относительную важность каждого эксперта по отношению к друг другу, предлагается приближенный алгоритм решения задачи, когда значение регуляризирующего параметра подбирается в ходе итераций. **Результаты.** Рассмотрен пример для случая пяти экспертов, матрица взаимодействия участников этого экспертного сообщества задана в форме таблицы. Приведенный алгоритм позволяет оценить компетентность экспертов достаточно точно, причем именно для конкретной ситуации с учетом мнения всего экспертного сообщества. Далее рассмотрен случай, когда имеются сведения о начальном рейтинге каждого из экспертов. Ориентируясь на тот факт, что для решения задачи необходимо найти не абсолютное значение рейтинга каждого эксперта, а только соотношение между рейтингами, приходим к алгоритму, позволяющему перейти от однородной системы уравнений к неоднородной, минуя тем самым необходимость обращения матрицы большой размерности. **Заключение.** Рассмотрен алгоритм решения задачи построения рейтинговой оценки для двух случаев: начальные оценки компетенции специалистов отсутствуют и случай, когда имеются сведения о начальном рейтинге каждого из экспертов.

Ключевые слова: граф взаимодействия, матрица Кирхгофа, потенциал вершины, потоковая модель, уравнение баланса потока, метод регуляризации Тихонова, параметр регуляризации

Для цитирования: Баркалов С.А., Курочка П.Н., Серебрякова Е.А. Построение рейтинговой оценки на основе потоковой модели // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». 2023. Т. 23, № 1. С. 31–41. DOI: 10.14529/ctcr230103

Original article
DOI: 10.14529/ctcr230103

DETERMINING A RATING SCORE BASED ON A STREAMING MODEL

***S.A. Barkalov**, sbarkalov@nm.ru*
***P.N. Kurochka**, kpn55@rambler.ru*
***E.A. Serebryakova**, sea-parish@mail.ru*
Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia

Abstract. **Purpose of the study.** The problem of determining the rating of an expert is considered. In this case, the rating will be determined by the results of the last discussion, that is, the assessment of the *i*-th expert will depend on the assessment that he received as a result of this discussion. Relationships in such a community are proposed to be described using an interaction graph. It is shown that this interaction graph will be described by the Kirchhoff matrix, which has a determinant equal to zero and a rank one less than the dimension of the Kirchhoff matrix. **Materials and methods.** Thus, to solve the problem posed, it is required to find a solution to a homogeneous system of equations whose matrix is the Kirchhoff matrix. It is proposed to use an algorithm that can be applied without numerous intermediate transformations, but it is required to carry out the operation of inverting the original matrix of a sufficiently large dimension. This appears to be a rather labor intensive operation. That is why it is proposed to use the Tikhonov regularization method, which allows replacing the solution of the original problem with the problem of minimizing the Tikhonov functional. Such a replacement leads to the problem of the complexity of the solution of which is also significant. Therefore, taking into account the property of the problem being solved, when it is necessary to obtain not the absolute value of the rating, but a system of ratings that reflect the relative importance of each expert in relation to each other, an approximate algorithm for solving the problem is proposed when the value of the regularizing parameter is selected during iterations. **Results.** An example is considered for the case of five experts, the matrix of interaction between the participants of this expert community is given in the form of a table. The above algorithm makes it possible to assess the competence of experts quite accurately and precisely for a specific situation, taking into account the opinion of the entire expert community. Next, we consider the case when there is information about the initial rating of each of the experts. Focusing on the fact that in order to solve the problem it is necessary to find not the absolute value of the rating of each expert, but only the ratio between the ratings, we arrive at an algorithm that allows us to move from a homogeneous system of equations to a heterogeneous one, thereby bypassing the need to invert a large-dimensional matrix. **Conclusion.** An algorithm for solving the problem of constructing a rating estimate for two cases is considered: there are no initial estimates of the competence of specialists and the case when there is information about the initial rating of each of the experts.

Keywords: interaction graph, Kirchhoff matrix, vertex potential, flow model, flow balance equation, Tikhonov regularization method, regularization parameter

For citation: Barkalov S.A., Kurochka P.N., Serebryakova E.A. Determining a rating score based on a streaming model. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*. 2023;23(1): 31–41. (In Russ.) DOI: 10.14529/ctcr230103

В ходе моделирования социально-экономических явлений достаточно часто встает необходимость использования трудноформализируемых задач, происхождение которых объясняется наличием в структуре задач информации качественного характера. Самым простым способом формализации таких задач является оцифровка качественной информации, то есть привязка к цифровой шкале. Для этой цели используется, как правило, метод экспертного опроса, который имеет высокую степень субъективности.

Повышение объективности экспертных методов может быть осуществлено при помощи формирования рейтинга привлекаемых экспертов. Но данный подход наталкивается на серьезную трудность, заключающуюся в оценке компетентности каждого эксперта. Вполне понятно, что привлекаемые специалисты должны иметь достаточно высокую компетентность, но возникает естественный вопрос об оценке этой компетентности. Как правило, в этом случае учитывают качество экспертиз, проведенных каждым конкретным экспертом. Но это означает, что должна вестись соответствующая база данных о проведенных экспертизах, в которой учитываются экспертизы и в которых участвовал конкретный эксперт. Вот на основе этих результатов и можно формировать рейтинг каждого эксперта. Это достаточно трудоемкое и затратное мероприятие. Причем в этом случае очень тяжело обеспечить сопоставимость экспертиз, в которых участвовали эксперты. Действительно, есть экспертизы достаточно простые, а есть очень сложные. При этом возникает уже проблема оценки такой сложности и формирования базы данных, которая содержала бы сопоставимые данные. Ко всему этому добавляется еще и то обстоятельство, что на сегодняшний день отсутствуют приемлемые алгоритмы, позволяющие построить адекватную оценку эксперта при таком подходе, хотя и имеются случаи удачно реализованных баз данных. В качестве примера можно привести рейтинг спортсменов-теннисистов и шахматистов. В то же время данный пример дает представление о сложности такой задачи и ее затратности.

Более приемлемым, на наш взгляд, является применение методов, основанных на мнении всего экспертного сообщества, привлекаемого для решения поставленной задачи, то есть необходимо учесть мнение каждого члена экспертного сообщества о других участниках. В основу таких методов должен быть положен простейший принцип: оценка, даваемая более авторитетным экспертом, должна быть более значима при всех прочих равных условиях. Теперь возникает вопрос о том, как определить авторитетность каждого участника экспертного опроса.

Здесь возникает две возможности. Первая – экспертное сообщество имеет устойчивый состав в течение достаточно длительного времени и репутация каждого из его членов складывается на основе всей предыстории взаимодействия всех экспертов. Примером может являться научно-технический или диссертационный совет. И второе – экспертное сообщество непостоянно и каждое совещание может иметь совершенно иной состав. Репутация экспертов формируется только в ходе этого собрания и на все остальные не распространяется, хотя возможны варианты и накопления сведений по каждому из участников таких временных сообществ. Примером могут служить различного рода сетевые сообщества [1–3].

В данном случае будем рассматривать устойчивое сообщество, то есть экспертное сообщество будет иметь устойчивый состав и рейтинг каждого участника будет изменяться от собрания к собранию. Ярким примером такого сообщества может выступать научно-технический совет предприятия. В ходе функционирования такого образования у его участников формируется мнение о каждом из членов. Это мнение, выраженное в цифровой форме, и может быть принято за уровень компетентности каждого из участников данного совета.

Это дает возможность представить схему взаимодействия членов экспертной группы в виде связного графа, в котором любая произвольная вершина графа связана с любой другой вершиной этого же графа хотя бы одним путем [4–6]. Дальнейшее функционирование всей системы может быть представлено как функционирование электрической цепи. В этом случае оценки, которыми будут обмениваться члены экспертного сообщества, можно представить, как силу тока по соответствующей дуге, а каждая вершина графа будет иметь определенный потенциал. Именно величину этого потенциала и можно принять за значимость эксперта, соответствующего этой вершине графа. Если перейти от электрической аналогии к более привычным терминам теории графов, то получаем потоковую модель. В этом случае каждый эксперт представляет собой вершину графа, а дуги показывают связь между экспертами. Так, дуга (i, j) показывает, что i-й эксперт поставил оценку j-му, а вес дуги a_{ij} – величину этой оценки. Причем величина этой оценки будет зависеть от рейтинга эксперта, ее поставившего с учетом текущего опроса.

Таким образом, система взаимодействия участников экспертного сообщества моделируется матрицей смежности графа [5, 7, 8]. По логике построения исходный граф не будет иметь петель: действительно, ведь не может же эксперт оценивать сам себя, выставляя себе оценки. Хотя, строго говоря, вариант учета самооценки эксперта также может рассматриваться, но это уже выходит за рамки рассматриваемой задачи. В отсутствие самооценки экспертов матрица смежности будет содержать на главной диагонали только нули, то есть $a_{ii} = 0$.

Для решения поставленной задачи необходимо определить потенциалы каждой вершины графа взаимодействия членов экспертной группы. Для дальнейшего решения введем следующие обозначения: q_i – потенциал i-й вершины графа; φ_{ij} – поток по дуге (i, j). Тогда уравнение сохранения потока в графе будет иметь следующий вид:

$$\sum\varphi_{ij} - \sum\varphi_{ji} = \Delta\varphi_i, \tag{1}$$

где $\Delta\varphi_i$ – величина начального потока в вершине i.

Как и в электрических цепях, величина потока по дуге будет зависеть от величины потенциала узлов, соединенных дугой (i, j), значения которых пока остаются неизвестными.

Для того чтобы ввести в уравнение баланса потока в качестве неизвестных потенциалы вершин, необходимо использовать дополнительное соотношение между рассматриваемыми величинами, то есть величиной потока φ_{ij}, потенциалом вершины q_i и пропускной способностью дуги c_{ij}. Принимая во внимание закон Ома для электрических цепей, для этой цели вводят соотношение вида

$$\varphi_{ij} = c_{ij} \cdot q_j. \tag{2}$$

В этом случае соотношение (1) будет представлено в виде

$$\sum_{j=1}^{n} c_{ij} q_j - \sum_{j=1}^{n} c_{ji} q_i = \Delta\varphi_i, \quad i = 1, \ldots, n. \tag{3}$$

В качестве величин $\Delta\varphi_i$ скорее всего в данной задаче будет вполне логичным принимать начальный рейтинг участников сообщества, если, конечно же, он имеется. В том случае, когда сообщество только организуется и никаких сведений о рейтинге участников не имеется, полагают, что $\Delta\varphi_i = 0$, то есть имеет место следующая однородная система уравнений:

$$\sum_{j=1}^{n} c_{ij} q_j - \sum_{j=1}^{n} c_{ji} q_i = 0, \quad i = 1, \ldots, n. \tag{4}$$

Если расписать систему уравнений (4) в развернутом виде, то становится ясным, что матрица этой системы состоит из матрицы смежности исходного графа взаимодействия участников сообщества, все компоненты которой взяты с обратным знаком, на главной диагонали которой будут стоять степени вершин. Отсюда будет справедливым следующее утверждение [9–11]:

Утверждение 1. Матрица балансового уравнения потока при описании взаимодействия участников экспертной системы является лапласианом, а следовательно, имеет определитель, равный нулю. Ранг r такой матрицы будет равен $r = n - 1$.

Доказательство этого утверждения следует из построения самой матрицы: первое слагаемое в выражении (4) дает степень произвольной вершины i, а второе определяет, с какими вершинами связана вершина i, то есть представляет компоненты матрицы смежности.

Утверждение 2. Задача, в которой отсутствуют сведения о начальном рейтинге участников экспертной системы, сводится к решению однородной алгебраической системы линейных уравнений.

Доказательство этого утверждения следует из следующих соображений. Действительно, возможный вектор правых частей $\Delta\varphi_i = 0$, и мы приходим к выражению (4), матрица левых частей которого согласно утверждению 1 будет иметь определитель, равный нулю. Таким образом, в этом случае выражение (4), позволяющее определить потенциалы каждой вершины графа взаимодействия членов экспертной группы, будет иметь решение.

При этом будет справедливо следующее следствие.

Следствие. Так как матрица, описывающая взаимодействие участников экспертного сообщества, представляет собой лапласиан с рангом, равным $r = n - 1$, то решение соответствующей однородной системы уравнений (4) будет определяться с точностью до одной постоянной.

Данное следствие полностью согласуется с теорией электростатического поля, когда потенциалы зарядов определяются с точностью до постоянной, за которую обычно принимается потенциал бесконечно удаленной точки. Совершенно аналогично потенциалы вершин графа, описывающего взаимодействие между участниками экспертного сообщества, будут выражаться через потенциал одной из вершин, величина которого принимается равной произвольному числу, например, единице. Выбор такой вершины и величины ее потенциала осуществляется произвольно. Это означает, что решение задачи заключается в нахождении не абсолютных значений искомого параметра, а только соотношений между этими величинами.

И здесь возникает проблема решения однородной системы уравнений большой размерности. К сожалению, имеющиеся алгоритмы предполагают большой объем аналитических преобразований, которые вполне являются терпимыми при решении систем небольшой размерности. Но вот решение систем размерностью в несколько десятков уравнений вызывает некоторые затруднения вычислительного характера.

Для решения поставленной задачи в [5, 12–14] был предложен следующий алгоритм.

Предварительный шаг. В матрице (4), описывающей взаимодействие участников экспертного сообщества, заменяем первую строку строкой вида: (1, 0, …, 0). Эту операцию можно провести не обязательно с первой строкой, а с любой другой, например, с k-й. В этом случае в k-й строке будут везде стоять нули и только в k-м столбце будет стоять произвольное число, которое может равняться и единице.

Шаг 1. Для сформированной матрицы находим обратную.

Шаг 2. Вычисляем определитель полученной обратной матрицы C^{-1} для матрицы Кирхгофа. В данном случае для проверки можно использовать свойство определителей прямой и обратной матриц.

Шаг 3. Необходимо разделить значения обратной матрицы, находящиеся в первой колонке на определитель обратной матрицы. Компоненты полученного вектора и будут составлять потенциалы вершин графа. То есть

$$q_i = \frac{c_{i1}}{\det\left(C^{-1}\right)},$$

где c_{i1} – значения первого столбца обратной матрицы.

Окончательный итог может быть записан в следующем виде: потенциал каждой из вершин будет определяться значениями, представленными во второй колонке.

Рассмотрим пример для случая пяти экспертов, матрица взаимодействия участников экспертного сообщества задана в табл. 1. Сведения о начальном рейтинге экспертов отсутствуют. Необходимо определить рейтинг каждого эксперта, используя сведения об оценке экспертов друг другом.

Таблица 1

Матрица взаимодействия экспертов

Table 1

Expert Interaction Matrix

	I	II	III	IV	V
I	0	2	1	4	2
II	1	0	2	4	3
III	2	1	0	1	2
IV	4	2	3	0	1
V	3	1	4	3	0

Из матрицы взаимодействия достаточно просто получить матрицу Кирхгофа: для этого необходимо построить матрицу степеней вершин и воспользоваться соотношением

$$K = D - C. \tag{5}$$

где K – матрица Кирхгофа; D – матрица степеней вершин; C – матрица смежности.

Получаем в окончательном виде табл. 2.

Таблица 2

Матрица Кирхгофа

Table 2

Kirchhoff Matrix

	I	II	III	IV	V
I	10	–2	–1	–4	–2
II	–1	6	–2	–4	–3
III	–2	–1	10	–1	–2
IV	–4	–2	–3	12	–1
V	–3	–1	–4	–3	8

Расчет показывает, что матрица Кирхгофа будет приблизительно равна нулю: $\det(K) = 7 \cdot 10^{-12}$.

Преобразуем матрицу Кирхгофа согласно приведенному алгоритму, заменив первую строку (строка может быть в принципе любой, просто замена первой строки удобнее) на строку $\{1; 0; 0; 0; 0\}$. Определитель преобразованной матрицы Киргофа K^* будет равен $\det(K^*) = 2958$.

Нахождение обратной матрицы от K^* приводит к следующей матрице (табл. 3).

Таблица 3

Обратная матрица

Table 3

Inverse matrix

	I	II	III	IV	V
I	1	–3,469E–18	–3,1225E–17	–6,938E–18	–2,7756E–17
II	1,620351589	0,266396214	0,158553076	0,141311697	0,157200811
III	0,70250169	0,049357674	0,14739689	0,043948614	0,060851927
IV	0,884043272	0,063556457	0,073360379	0,125084517	0,057809331
V	1,260311021	0,081812035	0,121027721	0,086544963	0,196754564

Определитель обратной матрицы будет равен $\det(K^{*-1}) = 0{,}000338$.

Разделив первый столбец обратной матрицы на величину определителя, получим следующие значения рейтинга экспертов:

I эксперт – 2958; II эксперт – 4793; III эксперт – 2078; IV эксперт – 2615; V эксперт – 3728.

Но учитывая, что полученные значения потенциалов достаточно значительные, то можно упростить данные выражения, приведя их к одному основанию. В качестве такого основания выбирается самый маленький потенциал, и все остальные значения делятся на эту величину. При этом получим

I эксперт – 1,423; II эксперт – 2,307; III эксперт – 1; IV эксперт – 1,258; V эксперт – 1,794.

Такая операция вполне правомерна, так как нам не надо знать точное абсолютное значение оценки, полученной экспертом. Важно, чтобы при преобразованиях сохранилась пропорция между оценками экспертов, то есть чтобы мнение второго эксперта было в 2,307 раза значимее третьего и т. д.

Таким образом, по значению потенциала, который в данном случае будет характеризовать значимость каждого эксперта, можно сказать, что в порядке убывания авторитетности экспертов можно расположить следующим образом:

$$\mathrm{II}\left(4793/2{,}307\right) \to \mathrm{V}\left(3728/1{,}794\right) \to \mathrm{I}\left(2958/1{,}423\right) \to \mathrm{IV}\left(2615/1{,}258\right) \to \mathrm{III}\left(2078/1\right).$$

Таким образом, компетентность экспертов можно оценить достаточно точно, причем именно для конкретной ситуации с учетом мнения всего экспертного сообщества.

Теперь рассмотрим случай, когда имеются сведения о начальном рейтинге каждого из экспертов. Первым побуждением будет являться переход от однородной системы уравнений (4) к неоднородной системе уравнений вида (3), где в качестве правых частей уравнения берется первоначальная рейтинговая оценка экспертов. Казалось бы, это позволяет перейти к неоднородной системе уравнений с вырожденной матрицей. Но если вспомнить основные свойства линейной системы уравнений, то можно сформулировать следующее утверждение.

Утверждение 3. Использование неоднородной системы уравнений вида (3), где в качестве правых частей уравнения принимается первоначальный рейтинг каждого эксперта, не изменяет пропорций между рейтинговыми оценками экспертов.

Справедливость утверждения следует из свойств линейных систем уравнений, согласно которым изменение вектора правых частей системы осуществляет только параллельный перенос в заданной системе координат. Это означает, что соотношения между оценками экспертов не изменяется, а варьироваться будут только их абсолютные значения.

Это утверждение свидетельствует о том, что наличие правых частей в уравнении, описывающем взаимодействие экспертов, не будет влиять на место эксперта в списке компетентности экспертов, то есть если мнение i-го эксперта было важнее j-го в три раза, то и при любых значениях правых частей это соотношение сохранится.

Это позволяет нам сформулировать следующее утверждение.

Утверждение 4. При решении задачи определения рейтинговой оценки экспертов можно использовать неоднородную систему уравнений, приняв в качестве правых частей системы уравнений произвольные значения.

Справедливость данного утверждения вытекает из того факта, что для решения задачи необходимо найти не абсолютное значение рейтинга каждого эксперта, а только соотношение между рейтингами.

Возникает закономерный вопрос о том, что, собственно говоря, нам это дает? А дает это возможность перехода от однородной системы уравнений к неоднородной. Как видно из сказанного выше, для решения однородной задачи необходимо осуществлять весьма трудоемкую задачу обращения матрицы большой размерности. Этого можно избежать, используя утверждение 4.

В этом случае получаем вырожденную неоднородную систему алгебраических уравнений, так как определитель матрицы будет равен нулю. Для решения таких систем уравнений предлагается использовать метод регуляризации Тихонова [8, 15]. Согласно этому методу осуществляем замену исходной вырожденной неоднородной системы уравнений на регуляризированную систему уравнений. Представим систему (3) в матричном виде

$$KQ = \Phi, \tag{6}$$

где Q – вектор, характеризующий компетентность экспертов; Φ – вектор правых частей системы уравнений (3), задается произвольно.

Данная система уравнений является вырожденной, так как имеет определитель, равный нулю. Для решения такой задачи используется метод регуляризации Тихонова, согласно которому исходная задача заменяется на выражение, в которое входит неизвестный пока параметр регуляризации. В этом случае система уравнений преобразуется к виду

$$(K + \lambda I)Q = \Phi, \tag{7}$$

где I – единичная матрица; λ – параметр регуляризации.

Для использования этого подхода необходимо только определиться со способами построения матрицы Кирхгофа K, вектора правых частей Φ и выборе параметра регуляризации λ.

Построение матрицы Кирхгофа для случая, когда начальные значения рейтингов экспертов отсутствуют, осуществляется на основе формулы (5). А в том случае, когда известны начальные рейтинги экспертов, построение осуществляется путем учета начального рейтинга при составлении матрицы смежности, то есть к текущей матрице смежности, сложившейся в данной задаче, прибавляются значения, характеризующие первоначальный рейтинг экспертов, полученный ранее, на предыдущих этапах решения. Таким образом, формирование матрицы Кирхгофа будет осуществляться по следующей формуле:

$$K = D - (C + Q^*), \tag{8}$$

где Q^* – вектор значений начального рейтинга экспертов.

Как уже выше упоминалось, значения свободных членов можно принимать произвольными, так как при решении важно сохранить не абсолютные значения рейтингов, а только соотношения между ними. А это будет обеспечено при любых значениях правых частей системы уравнений.

Согласно теореме Тихонова [15, 16], решение системы (7) эквивалентно минимизации функционала Тихонова, который можно записать в следующем виде:

$$F(Q, C, \Phi) = \| CQ - \Phi \|^2 + \lambda \| Q \|^2 \to \min. \tag{9}$$

Классический метод решения данной задачи сводится к задаче безусловной оптимизации относительно неизвестных $Q^T = \{q_1, q_2, \ldots, q_k, \ldots q_n\}$ и λ. Как мы видим, минимизация функционала (9) дает возможность определить и минимально возможное значение возмущающего параметра λ. Но данный способ достаточно трудоемкий, так как связан с необходимостью нахождения первых производных и решением системы алгебраических уравнений большой размерности. Поэтому предлагается алгоритм решения исходной задачи, основанный на идее последовательных приближений.

Предварительный шаг. Задаем значение регуляризирующего параметра λ и вектор правых частей $\Phi^T = \{\lambda, 0, \ldots, 0\}$. Для удобства эти значения могут совпадать, но это не обязательно. Осуществляем численное решение задачи (7) при выбранных значениях регуляризирующего параметра λ и находим соотношение между рейтингами экспертов. Для этого достаточно все рейтинги разделить или на минимальное значение рейтинга, или на максимальное.

Шаг 1. Изменяем значение регуляризирующего параметра λ и повторяем решение задачи (7). Находим соотношение между рейтингами экспертов.

Шаг 2. Осуществляем сравнение полученного решения с решением, полученным на предыдущем шаге. Но сравниваем не абсолютные значения рейтингов, а их соотношение друг с другом, то есть сравниваем, изменились ли пропорции между отдельными решениями. Если имеет место изменение, которое не может быть принято по условиям задачи, то возвращаются к шагу 1. Если же изменение будет являться приемлемым или же отсутствовать вообще, то алгоритм завершается.

Рассмотрим пример применения данного алгоритма. Необходимо определить рейтинговую оценку пяти экспертов, для которых с учетом их прошлых рейтингов матрица Кирхгофа, построенная по формуле (8), будет иметь следующий вид (табл. 4).

Таблица 4

Матрица Кирхгофа с учетом первоначального рейтинга экспертов

Table 4

Kirchhoff matrix with initial expert ratings

	I	II	III	IV	V
I	13	–5	–7	–2	–3
II	–6	14	–1	–8	–4
III	–2	–3	12	–5	–2
IV	–1	–4	–3	20	–2
V	–4	–2	–1	–5	11

Зададимся значением регуляризирующего параметра λ = 10 и выполним решение исходной задачи. При этом матрица регуляризированной задачи будет отличаться от исходной только диагональными элементами, которые будут принимать значение $c_{ii}^{p} = c_{ii} + \lambda$, где $i = 1, 2, \ldots, n$. Решения, полученные на каждом из шагов, будем заносить в табл. 5.

Анализируя табл. 5, можно прийти к заключению, что в данной задаче параметр регуляризации λ = 0,01 обеспечивает вполне приемлемую точность и максимальная ошибка в определении параметров составляет 2,13 %, что является вполне приемлемой точностью.

Таблица 5

Решения исходной задачи при различных значениях параметра регуляризации λ

Table 5

Solutions of the original problem for different values of the regularization parameter λ

Эксперты	**Параметр λ**									
	λ = 10		λ = 1		λ = 0,1		λ = 0,01		λ = 0,001	
	рейтинг	ошибка	рейтинг	ошибка	рейтинг	ошибка	рейтинг	ошибка	рейтинг	ошибка
I эксперт	8,74	–	2,91	200,34 %	2,4	21,25 %	2,35	2,13 %	2,34	1,00 %
II эксперт	2,96	–	2,32	27,59 %	2,24	3,57 %	2,23	0,45 %	2,23	0,00 %
III эксперт	1,63	–	1,66	1,81 %	1,67	0,60 %	1,67	0,00 %	1,67	0,00 %
IV эксперт	1	–	1	0,00 %	1	0,00 %	1	0,00 %	1	0,00 %
V эксперт	2,26	–	1,91	18,32 %	1,87	2,14 %	1,87	0,00 %	1,86	1,00 %

Надо сказать, что в задаче данного типа требования к точности решения достаточно щадящие. Объясняется это тем, что очень сложно сказать, чем же будет отличаться специалист, имеющий рейтинг 2,35 от специалиста, чья компетентность оценивается рейтингом 2,23. Скорее всего, это почти идентичные с точки зрения компетентности специалисты.

Таким образом, рассмотрена задача построения оценки компетенции специалистов на основе взаимного обсуждения некоторой актуальной проблемы. Оценка строится на основе результатов текущего обсуждения: чем выше оценка эксперта, полученная в ходе этого обсуждения, тем более значимы его оценки, выставляемые им в ходе этой дискуссии.

Рассмотрен алгоритм решения данной задачи для двух случаев: начальные оценки компетенции специалистов отсутствуют и случай, когда имеются сведения о начальном рейтинге каждого из экспертов. Предлагается правило построения исходной матрицы взаимодействия для второго случая. Предложены два алгоритма для решения этих задач, один из которых основан на методе регуляризации Тихонова. Но вместо того, чтобы определять значение параметра регуляризации по результатам решения задачи безусловной оптимизации большой размерности, предлагается осуществить подбор такого значения, основанный на свойствах искомого решения. Это свойство заключается в том, что в результате решения важно получить не абсолютное значение рейтинга каждого специалиста, а систему оценок, в которой сохраняются пропорции между найденными оценками.

Аналогичная задача возникает и при изучении поведения человека в социальных сетях, когда интернет-сообщество формирует коллективное мнение участников некого форума. В данном случае имеются алгоритмы, предложенные в [1, 4, 13, 17–21], но в этих алгоритмах, как правило, степень влияния каждого участника принимается достаточно произвольно, считается заданной.

Список литературы

1. Бреер В.В., Новиков Д.А., Рогаткин А.Д. Управление толпой: математические модели порогового коллективного поведения. М.: Ленанд, 2016. 168 с.

2. Бреер В.В. Теоретико-игровая модель неанонимного порогового конформного поведения // Управление большими системами. 2010. № 31. С. 162–176.

3. Курочка П.Н., Тельных В.Г. Оценка надежности организационных структур произвольного вида, задающихся планарным графом // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура. 2011. № 3 (23). С. 134–141.

4. Губанов Д.А., Новиков Д.А. Чхартишвили А.Г. Социальные сети: Модели информационного влияния, управления и противоборства. М.: Физматлит, 2010. 228 с.

5. Ловас Л., Пламмер М. Прикладные задачи теории графов. Теория паросочетаний в математике, физике, химии: пер. с англ. М.: Мир, 1998. 653 с.

6. Barkalov S.A., Kurochka P.N., Kalinina N.Yu., Polovinkina A.I. A model for forming the degree of influence of the counterparty when making managerial decisions in mechanical engineering // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. Krasnoyarsk Science and Technology City Hall of the Russian Union of Scientific and Engineering Associations. 2020. P. 42045.

7. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М.: Физматлит, 2004. 280 с.

8. Форд Л.Р., Фалкерсон Д.Р. Потоки в сетях: пер. с англ. М.: Мир, 1966. 276 с.

9. Баркалов С.А., Курочка П.Н. Построение интегральной оценки организационно-технологических решений на основе сингулярных разложений // Системы управления и информационные технологии. 2016. № 2 (64). С. 39–46.

10. Баркалов С.А., Курочка П.Н., Золотарев Д.Н. Формирование производственной программы строительного предприятия // Экономика и менеджмент систем управления. 2016. № 1.1 (19). С. 110–119.

11. Баркалов С.А., Курочка П.Н. Формирование управленческого решения на основе построения комплексных оценок // ФЭС: Финансы. Экономика. Стратегия. 2017. № 9. С. 67–76.

12. Вержбицкий В.М. Вычислительная линейная алгебра. М.: Высшая школа, 2009. 351 с.

13. Жилякова Л.Ю., Кузнецов О.П. Теория ресурсных сетей. М.: РИОР: ИНФРА-М, 2017. 283 с.

14. Model for designing ranked incentive systems in the implementation of projects in mechanical engineering / T.A. Averina, S.A. Barkalov, P.N. Kurochka et al. // Aip Conference Proceedings. Vol. 2402. Krasnoyarsk Scientific Centre of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences. Melville, New York, United States of America: AIP Publishing, 2021. P. 40016.

15. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1974. 283 с.

16. Ху Т. Целочисленное программирование и потоки в сетях: пер. с англ. М.: Мир, 1974. 520 с.

17. Герасименко Е.М. Метод потенциалов для определения заданного потока минимальной стоимости в нечетком динамическом графе // Известия ЮФУ. Технические науки. 2014. № 4 (153). С. 83–89.

18. Механизмы управления / под ред. Д.А. Новикова. М.: URSS, 2010. 192 с. (Умное управление).

19. Новиков Д.А. Методология управления. М.: URSS, 2011. 128 с. (Умное управление).

20. Новиков Д.А. Теория управления организационными системами. М.: МПСИ, 2005. 584 с.

21. Карпенко А.П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. 446 с.

References

1. Breer V.V., Novikov D.A., Rogatkin A.D. *Upravleniye tolpoy: matematicheskiye modeli porogovogo kollektivnogo povedeniya* [Crowd control: mathematical models of threshold collective behavior]. Moscow: Lenand; 2016. 168 p. (In Russ.)

2. Breer V.V. Game-theoretical model of non-anonymous threshold conformity behavior. *Management of large systems*. 2010;31:162–176. (In Russ.)

3. Kurochka P.N., Telnykh V.G. Evaluation of reliability of the organizational structures defined by planar graph. *Nauchnyj vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo arxitekturno-stroitel'nogo universiteta. Stroitel'stvo i arxitektura*. 2011;3(23):134–141. (In Russ.)

4. Gubanov D.A., Novikov D.A. Chkhartishvili A.G. *Sotsial'nyye seti: Modeli informatsionnogo vliyaniya, upravleniya i protivoborstva* [Social net-works: Models of information influence, management and confrontation]. Moscow: Fizmatlit; 2010. 228 p. (In Russ.)

5. Lovas L., Plummer M. *Prikladnyye zadachi teorii grafov. Teoriya parosochetaniy v matematike, fizike, khimii* [Applied problems of graph theory. Theory of matchings in mathematics, physics, chemistry]. Transl. from Engl. Moscow: Mir; 1998. 653 p. (In Russ.)

6. Barkalov S.A., Kurochka P.N., Kalinina N.Yu., Polovinkina A.I. A model for forming the degree of influence of the counterparty when making managerial decisions in mechanical engineering. In: *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. Krasnoyarsk Science and Technology City Hall of the Russian Union of Scientific and Engineering Associations*; 2020. P. 42045.

7. Il'in V.A., Poznyak E.G. *Lineynaya algebra* [Linear Algebra]. Moscow: Fizmatlit; 2004. 280 p. (In Russ.)

8. Ford L.R., Fulkerson D.R. *Potoki v setyakh* [Streams in networks]. Transl. from Engl. Moscow: Mir; 1966. 276 p. (In Russ.)

9. Barkalov S.A., Kurochka P.N. Building integrated assessment organizational and technological solutions on the basis singular value decomposition. *Sistemy upravleniya i informatsionnyye tekhnologii*. 2016;2(64):39–46. (In Russ.)

10. Barkalov S.A., Kurochka P.N., Zolotorev D.N. Formation of the production program of construction enterprise. *Ekonomika i menedzhment sistem upravleniya*. 2016;1.1(19):110–119. (In Russ.)

11. Barkalov S.A., Kurochka P.N. [Formation of a management decision based on the construction of complex assessments]. *FES: Finance. Economy. Strategy*. 2017;9:67–76. (In Russ.)

12. Verzhbitskiy V.M. *Vychislitel'naya lineynaya algebra* [Computational linear algebra]. Moscow: Vysshaya shkola; 2009. 351 p. (In Russ.)

13. Zhilyakova L.Yu., Kuznetsov O.P. *Teoriya resursnykh setey* [Theory of resource net-works]. Moscow: RIOR: INFRA-M; 2017. 283 p. (In Russ.)

14. Averina T.A., Barkalov S.A., Kurochka P.N., Kalinina N.Yu., Gorlitsyna O.A. Model for designing ranked incentive systems in the implementation of projects in mechanical engineering. In: *AIP Conference Proceedings. Vol. 2402. Krasnoyarsk Scientific Centre of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences*. Melville, New York, United States of America: AIP Publishing; 2021. P. 40016.

15. Tikhonov A.H., Arsenin V.Ya. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach* [Methods for solving ill-posed problems]. Moscow: Nauka; 1974. 283 p. (In Russ.)

16. Hu T. *Tselochislennoye programmirovaniye i potoki v setyakh* [Integer programming and flows in networks]. Moscow: Mir; 1974. 520 p. (In Russ.)

17. Gerasimenko E.M. Potentials method for minimum cost flow defining in fuzzy dynamic graph. *Izvestiya SFedU. Engineering sciences*. 2014;4(153):83–89. (In Russ.)

18. Novikov D.A. (Ed.). *Mekhanizmy upravleniya* [Control Mechanisms]. Moscow: URSS; 2010. 192. (Ser. “Smart Control”). (In Russ.)

19. Novikov D.A. *Metodologiya upravleniya* [Management methodology]. Moscow: URSS; 2011. 128 p. (Ser. “Smart Control”). (In Russ.)

20. Novikov D.A. *Teoriya upravleniya organizatsionnymi sistemami* [Theory of management of organizational systems]. Moscow: MPSI; 2005. 584 p. (In Russ.)

21. Karpenko A.P. *Sovremennyye algoritmy poiskovoy optimizatsii. Algoritmy, vdokhnovlennyye prirodoy* [Modern search engine optimization algorithms. Algorithms inspired by nature]. Moscow: Bauman Moscow State Technical University Publ.; 2017. 446 p. (In Russ.)

Информация об авторах

Баркалов Сергей Алексеевич, д-р техн. наук, проф., заведующий кафедрой управления, декан факультета экономики, менеджмента и информационных технологий, Воронежский государственный технический университет, Воронеж, Россия; sbarkalov@nm.ru.

Курочка Павел Николаевич, д-р техн. наук, проф., проф. кафедры управления, Воронежский государственный технический университет, Воронеж, Россия; kpn55@rambler.ru.

Серебрякова Елена Анатольевна, канд. экон. наук, доц., доц. кафедры цифровой и отраслевой экономики, Воронежский государственный технический университет, Воронеж, Россия; sea-parish@mail.ru.

Information about the authors

Sergey A. Barkalov, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Head of the Department of Management, Dean of the Faculty of Economics, Management and Information Technologies, Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia; sbarkalov@nm.ru.

Pavel N. Kurochka, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Prof. of the Department of Management, Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia; kpn55@rambler.ru.

Elena A. Serebryakova, Cand. Sci. (Econ.), Ass. Prof., Ass. Prof. of the Department of Digital and Industrial Economics, Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia; sea-parish@mail.ru.

Статья поступила в редакцию 10.12.2022
The article was submitted 10.12.2022