Научная статья
УДК 69.003
DOI: 10.14529/ctcr230108

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ В СТРОИТЕЛЬНОЙ СФЕРЕ В УСЛОВИЯХ ИХ ДЕФИЦИТА

С.А. Баркалов, *barkalov@vgasu.vrn.ru*
С.И. Моисеев, *mail@moiseevs.ru, https://orcid.org/0000-0002-6136-9763*
Е.А. Серебрякова, *sea-parish@mail.ru*
Воронежский государственный технический университет, Воронеж, Россия

Аннотация. Материально-техническое обеспечение в сфере строительства является одной из важнейших ее составляющих, непосредственным образом влияющих на успешность реализации строительных проектов. Проблема оптимального распределения имеющихся ограниченных ресурсов является важной и актуальной задачей при планировании и организации строительных работ, особенно в условиях дефицита ресурсов. Решение этой задачи непосредственным образом влияет на качество и результат выполнения строительных проектов, продолжительность и ритмичность строительства, затраты и производительность труда. **Цель исследования** заключается в разработке математической модели, основанной на методах векторной оптимизации, позволяющей оптимально распределять ограниченные по запасам ресурсы разного вида между строительными мероприятиями, работами или объектами с целью повышения эффективности выполнения строительных проектов. **Материалы и методы.** В основе описанной в работе модели распределения ресурсов лежит теория векторной линейной оптимизации, позволяющей распределять ограниченные ресурсы разного вида между работами, мероприятиями либо объектами строительства. Модель учитывает минимальные и оптимальные требования по обеспечению строительных объектов или работ ресурсами, их запас, а также приоритетность к снабжению объектов. Приведена методика организации вычислительных процедур по модели численными методами. Методами имитационного моделирования на основе вычислительных экспериментов обоснована адекватность предлагаемой модели и свойства результатов, полученных по ней. Также проведена оценка эффективности внедрения модели распределения ресурсов в систему планирования и управления строительными проектами. **Результаты.** Разработана и обоснована математическая модель распределения ограниченных ресурсов между строительными объектами, работами или мероприятиями. Доказана адекватность полученных по модели результатов. Описана методика проведения вычислительных процедур для реализации модели в численном виде в среде MS Excel. На основе вычислительных экспериментов была оценена эффективность применения модели распределения ресурсов при управлении строительными проектами, которая в среднем составила более 34 %. **Заключение.** Показана актуальность разработки модели распределения ресурсов разного вида в сфере строительства, доказана адекватность результатов, описана методика получения оценок по модели численными методами, оценен экономический эффект от применения модели на практике. Предложенная модель распределения ресурсов приводит к значительному увеличению эффективности организации и управления строительными проектами и увеличивает вероятность своевременного их завершения с минимальными затратами.

Ключевые слова: строительство, ресурсы, управление проектами, планирование, оптимальное распределение, линейное программирование, векторная оптимизация

Для цитирования: Баркалов С.А., Моисеев С.И., Серебрякова Е.А. Математическая модель оптимального распределения ресурсов в строительной сфере в условиях их дефицита // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». 2023. Т. 23, № 1. С. 89–99. DOI: 10.14529/ctcr230108

Original article
DOI: 10.14529/ctcr230108

MATHEMATICAL MODEL OF THE OPTIMAL RESOURCES DISTRIBUTION IN THE CONSTRUCTION SPHERE UNDER CONDITIONS OF THEIR DEFICIENCY

S.A. Barkalov, *barkalov@vgasu.vrn.ru*
S.I. Moiseev, *mail@moiseevs.ru, https://orcid.org/0000-0002-6136-9763*
E.A. Serebryakova, *sea-parish@mail.ru*
Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia

Abstract. Logistics in the field of construction is one of its most important components, directly affecting the success of the implementation of construction projects. The problem of the optimal distribution of available limited resources is an important and urgent task in planning and organizing construction work, especially in conditions of scarcity of resources. The solution of this problem directly affects the quality and result of construction projects, the duration and rhythm of construction, costs and labor productivity. **Aim.** The purpose of the study is to develop a mathematical model based on vector optimization methods that allows optimal distribution of various types of limited resources between construction activities, works or objects in order to increase the efficiency of construction projects. **Materials and methods.** The model of resource distribution described in the paper is based on the theory of vector linear optimization, which makes it possible to distribute limited resources of various types between works, activities, or construction objects. The model takes into account the minimum and optimal requirements for providing construction objects or works with resources, their supply, as well as the priority for supplying objects. A technique for organizing computational procedures according to the model by numerical methods is given. Simulation methods based on computational experiments substantiate the adequacy of the proposed model and the properties of the results obtained from it. Also, the effectiveness of the implementation of the resource allocation model in the system of planning and management of construction projects was assessed. **Results.** A mathematical model for the distribution of limited resources between construction objects, works or events has been developed and justified. The adequacy of the results obtained by the model is proved. A technique for carrying out computational procedures for the numerical implementation of the model in the MS Excel environment is described. On the basis of computational experiments, the efficiency of applying the resource allocation model in the management of construction projects was evaluated, which averaged more than 34%. **Conclusion.** The relevance of developing a model for the distribution of resources of various types in the field of construction is shown, the adequacy of the results is proved, the method for obtaining estimates from the model by numerical methods is described, and the economic effect of applying the model in practice is estimated. The proposed resource allocation model leads to a significant increase in the efficiency of organization and management of construction projects and increases the likelihood of their timely completion at minimal cost.

Keywords: construction, resources, project management, planning, optimal distribution, linear programming, vector optimization

For citation: Barkalov S.A., Moiseev S.I., Serebryakova E.A. Mathematical model of the optimal resources distribution in the construction sphere under conditions of their deficiency. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*. 2023;23(1):89–99. (In Russ.) DOI: 10.14529/ctcr230108

Введение

Материально-техническое обеспечение в сфере строительства является одной из важнейших ее составляющих, непосредственным образом влияющих на успешность реализации строительных проектов. Несвоевременная поставка необходимых для строительства ресурсов приводит к незапланированному увеличению сроков выполнения строительных проектов, увеличению сметных стоимостей как отдельных работ, так и всего проекта, неравномерной загруженности необходимого оборудования, техники, транспортных средств и иным существенным последствиям [1, 2].

Таким образом, проблема оптимального распределения имеющихся ограниченных ресурсов является важной и актуальной задачей при планировании и организации строительных работ, особенно в условиях дефицита ресурсов. Решение этой задачи непосредственным образом влияет на качество и результат выполнения строительных проектов, продолжительность и ритмичность строительства, затраты и производительность труда [3, 4].

Под ресурсами в строительстве будем в дальнейшем понимать любые виды ресурсов, поставляемые на строительный объект и необходимые для выполнения строительного проекта: строительные материалы, конструкции и детали, человеческие ресурсы, запасные части, комплектующие, энергоресурсы, оборудование и прочие ресурсы [5].

Цели и задачи

Целью данной научной работы является разработка математической модели, основанной на методах векторной оптимизации, позволяющей оптимально распределять ограниченные по запасам ресурсы разного вида между строительными мероприятиями, работами или объектами с целью повышения эффективности выполнения строительных проектов.

Для решения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

– сформулировать и обосновать математическую модель распределения ограниченных ресурсов между строительными объектами, работами или мероприятиями;

– описать методику проведения вычислительных процедур для реализации модели в численном виде;

– на основе вычислительных экспериментов оценить эффективность применения модели распределения ресурсов при управлении строительными проектами.

Математическая модель оптимального распределения ресурсов

В данном разделе приведем математическую модель оптимального распределения ресурсов между строительными объектами и мероприятиями, которая отличается научной новизной. Она основана на теории оптимального управления на основе решения оптимизационных задач [6–9]. Данную модель можно одинаково эффективно использовать как для распределения ресурсов для выполнения строительных работ на нескольких строительных объектах, так и для распределения ресурсом между различными работами или мероприятиями по проведению строительства на одном строительном объекте.

Проблема заключается в том, что обычно ресурсы ограничены и, как правило, их количества не хватает для полноценного обеспечения всех строительных объектов. Но в условиях дефицита ресурса мероприятия по организации строительных работ на объектах строительства все равно осуществимы, так как необходимые ресурсы на такие мероприятия обычно планируются с некоторым запасом, который обеспечит идеальное его исполнение. В условиях дефицита ресурсов возможно выполнение мероприятий и с меньшим количеством ресурса, но эффективность мероприятия при этом может упасть на величину, не превышающую 20–30 %. Назовем минимальное количество ресурса, приводящего к выполнению мероприятий при проведении строительных работ, в рамках разумного падения его эффективности, достаточным количеством ресурса, отводимого на организацию строительных работ.

Приведем математическую постановку задачи оптимального распределения ресурсов между строительными объектами [8].

Пусть имеется n видов или типов некоторого ресурса, который обозначим как $R_1, R_2, \ldots, R_n$, его необходимо перераспределить на m строительных объектов с максимальным эффектом. Мероприятия или строительные объекты обозначим через $M_1, M_2, \ldots, M_m$.

Введем следующие матрицы:

a_{ij}, $i = 1, 2, \ldots, n$; $j = 1, 2, \ldots, m$ – необходимое количество ресурсов i-го типа, который должно получить j-й строительный объект (мероприятие) для проведении строительных работ при их идеальной реализации;

b_{ij}, $i = 1, 2, \ldots, n$; $j = 1, 2, \ldots, m$ – достаточное количество ресурсов i-го типа, который должно получить j-й строительный объект или мероприятие для реализации строительных работ с минимально возможной эффективностью.

Также необходимо для построения адекватной модели распределения ресурсов учитывать важность строительных объектов или мероприятий [10]. Обозначим через W_j, $j = 1, 2, \ldots, m$ – вес или важность j-го объекта или мероприятия по проведению строительных работ с точки зрения его вклада в решение комплексной задачи выполнения строительного проекта.

Кроме этого, для учета ограниченности ресурсов обозначим через Z_i общий запас ресурсов i-го типа.

Необходимо определить x_{ij} – количество ресурсов i-го типа, которое должно получить j-е мероприятие или объект так, чтобы эффективность выполнения строительных проектов была максимальна.

Для решения этой задачи введем некоторый критерий эффективности [7] δ_{ij}, который показывает, на какую долю уменьшится эффективность j-го мероприятия по проведению строительных работ, если ресурс i-го типа, распределяемый на него, в рамках допустимого значения уменьшить на единицу. Предполагая, что эффективность мероприятий по проведению строительных работ равномерно зависит от наличия ресурсов, из чего следует то, что падение эффективности мероприятия, связанное с нехваткой единицы ресурса, обратно пропорционально разности между достаточным и необходимым количеством ресурса [9]. Исходя из этого, критерий эффективности можно записать в виде

$$\delta_{ij} = \frac{1}{a_{ij} - b_{ij}}, \; i = 1, 2, \ldots, n, \; j = 1, 2, \ldots, m. \tag{1}$$

Критерием оптимизации F_i для нахождения оптимального распределения ресурса i-го типа будет служить целевая функция, которая имеет смысл обобщенной величины падения эффективности проведения строительных работ из-за недостатка необходимых ресурсов. Согласно [9] она должна быть мультипликативной от веса мероприятия W_j, критерия эффективности δ_{ij}, а также от количества ресурса, которого недостаточно на данное мероприятие: $a_{ij} - x_{ij}$. Согласно приведенным требованиям, целевая функция будет равна

$$F_k(x_{ij}) = \sum_{j=1}^{m} \delta_{ij} \left(a_{ij} - x_{ij} \right) W_j \to \min, \; k = 1, 2, \ldots, n. \tag{2}$$

Преобразовав алгебраически условие оптимизации (2) и изменив его направление, можно записать выражение, тождественное (2) с точки зрения оптимизационных задач:

$$F_k(x_{ij}) = \sum_{j=1}^{m} \delta_{ij} W_j x_{ij} \to \max, \; k = 1, 2, \ldots, n,$$

а учитывая соотношение (1), можно записать

$$F_k(x_{ij}) = \sum_{j=1}^{m} \frac{W_j x_{ij}}{a_{ij} - b_{ij}} \to \max, \; k = 1, 2, \ldots, n. \tag{3}$$

Перейдем к ограничениям оптимизационной задачи. Как было сказано ранее, выделяемые на мероприятие по проведению строительных работ ресурсы не могут быть меньшими по величине, чем достаточные, но и не должны превышать необходимые. Если окажутся избыточные ресурсы, они будут направлены в общий резерв. Математически данные условия можно записать в виде

$$x_{ij} \le a_{ij}, \; x_{ij} \ge b_{ij}, \; i = 1, 2, \ldots, n, \; j = 1, 2, \ldots, m.$$

Кроме этого, отведенные на мероприятия ресурсы могут быть целыми, если они представляют неделимые объекты (это необязательное условие), и не могут превышать его запаса:

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} \le Z_i, \; i = 1, 2, \ldots, n. \tag{4}$$

В результате, учитывая целевую функцию (3) и ограничения, получаем многокритериальную (векторную) задачу целочисленного линейного программирования [8] следующего вида:

$$F_k(x_{ij}) = \sum_{j=1}^{m} \frac{W_j x_{ij}}{a_{ij} - b_{ij}} \to \max, \; k = 1, 2, \ldots, n;$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{m} x_{ij} \le Z_i, \; i = 1, 2, \ldots, n; \\ x_{ij} \le a_{ij}, \\ x_{ij} \ge b_{ij}, \\ x_{ij} - \text{целое}, \quad i = 1, 2, \ldots, n, \; j = 1, 2, \ldots, m. \end{cases} \tag{5}$$

Следует отметить, что оптимизационная задача (5) является векторной [7], то есть она требует оптимизации распределения ресурсов по каждому из объектов или строительных мероприятий. С точки зрения организации вычислительных процедур по модели (5), векторная оптимизация достаточно трудоемкая, так как требует проведения вычислений по каждому ресурсу отдельно. Для решения этой проблемы имеется возможность перейти к однокритериальной задаче оптимизации, учитывая то, что задача по каждому ресурсу линейная.

При построении однокритериальной задачи линейного программирования лучше всего использовать метод обобщенной целевой функции [11, 12], когда критерии оптимизации (3) суммируются, формируя общую целевую функцию. Математическая модель задачи целочисленного линейного программирования, которая будет использовать обобщенную целевую функцию, оптимизирующую все ресурсы по единому критерию, будет иметь вид:

$$F(x_{ij}) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \frac{W_j x_{ij}}{a_{ij} - b_{ij}} \to \max;$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{m} x_{ij} \le Z_i, \; i = 1, 2, \ldots, n; \\ x_{ij} \le a_{ij}, \\ x_{ij} \ge b_{ij}, \\ x_{ij} - \text{целое}, \quad i = 1, 2, \ldots, n, \; j = 1, 2, \ldots, m. \end{cases} \tag{6}$$

Если запас ресурса превышает необходимое количество, то остаток ресурса переводится в резерв. Количество резерва r_i можно определить по формуле

$$r_i = \sum_{j=1}^{m} x_{ij} - Z_i, \; i = 1, 2, \ldots, m.$$

Решать оптимизационную задачу (6) можно аналитически при небольшом количестве ресурсов и мероприятий (объектов), однако намного эффективней при этом использовать вычислительную технику [13, 14]. Для численного решения задачи был разработан вычислительный лист на базе MS Excel, который позволял автоматизировать вычисления по оптимальному распределению ресурсов на строительные мероприятия.

Методика организации вычислительных процедур

Приведем методику проведения вычислительных процедур в среде MS Excel на следующем примере. Данная методика может быть использована для автоматизации расчетов для любого количества мероприятий или объектов и произвольного числа ресурсов.

Имеем 8 маскировочных мероприятий по проведению строительных работ, в ходе которых требуется распределение 7 видов ресурсов. Данные по мероприятиям и ресурсам приведены в табл. 1.

Таблица 1

Исходные данные для примера апробации модели

Table 1

Input data for the model validation example

Мероприятие	**M_1**	**M_2**	**M_3**	**M_4**	**M_5**	**M_6**	**M_7**	**M_8**	**Запас ресурса**
Вес W_i	5	9	6	7	4	2	8	3	
Необходимые ресурсы									
R_1	24	17	13	25	12	23	18	19	154
R_2	19	22	23	17	22	18	22	15	138
R_3	20	10	13	15	16	21	12	20	107
R_4	20	18	8	12	22	24	8	20	112
R_5	21	22	15	23	8	23	23	14	150
R_6	11	12	8	17	15	18	13	12	86
R_7	24	17	14	17	11	18	9	13	103
Достаточные ресурсы									
R_1	20	14	7	22	7	16	15	14	
R_2	15	17	22	10	21	13	20	13	
R_3	18	7	10	13	11	16	6	18	
R_4	16	14	4	11	17	17	2	19	
R_5	16	21	10	18	2	19	19	11	
R_6	4	8	6	16	14	16	10	5	
R_7	21	13	7	15	5	17	7	6	

Вводим исходные данные в расчетный лист MS Excel, как показано на рис. 1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Мероприятие	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8		Целевая функция
2	Его вес	5	9	6	7	4	2	8	3		1892,3
3		**Матрица необходимых ресурсов**									
4	Ресурс\Мероприят.	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8		Запас ресурса
5	R1	24	17	13	25	12	23	18	19		131
6	R2	19	22	23	17	22	18	22	15		138
7	R3	20	10	13	15	16	21	12	20		107
8	R4	20	18	8	12	22	24	8	20		112
9	R5	21	22	15	23	8	23	23	14		129
10	R6	11	12	8	17	15	18	13	12		86
11	R7	24	17	14	17	11	18	9	13		103
12		**Матрица достаточных ресурсов**									
13	Ресурс\Мероприят.	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8		
14	R1	20	14	7	22	7	16	15	14		
15	R2	15	17	22	10	21	13	20	13		
16	R3	18	7	10	13	11	16	6	18		
17	R4	16	14	4	11	17	17	2	19		
18	R5	16	21	10	18	2	19	19	11		
19	R6	4	8	6	16	14	16	10	5		
20	R7	21	13	7	15	5	17	7	6		

Рис. 1. Исходные данные для автоматизированного распределения ресурсов
Fig. 1. Initial data for automated resource allocation

Для решения задачи линейного программирования (6) выделяем под переменные диапазон ячеек B23-I29 и вводим в них произвольные числа, можно их оставить пустыми. Остальные ячейки оформляем в соответствии с рис. 2, расчетные функции в MS Excel приводим в соответствии с табл. 2. Там же приведены параметры надстройки «Поиск решений» (Solver), которая непосредственно выполняет решение оптимизационной задачи.

Таблица 2

Расчетные формулы для решения задачи (6) в MS Excel

Table 2

Calculation formulas for solving problem (6) in MS Excel

Лист MS Excel		
Ячейка	Формула	Диапазон автозаполнения
K2	=СУММ(B32:I38)	–
K23	=СУММ(B23:I23)	K23-K29
B32	=B$2*B23/(B5-B14)	B32-I38
K32	=K5-K23	K32-K38
Параметры надстройки «Поиск решений»		
Поле	Значение	
Ячейка целевой функции	$K$2	
Направление оптимизации	Максимум	
Изменяемые переменные	$B$23:$I$29	
Ограничения	$B$23:$I$29 <= $B$5:$I$11	
Ограничения	$B$23:$1$29 >= $B$14:$1$20	
Ограничения	$K$23:$K$29 <= $K$5:$K$11	
Ограничения	$B$23:$I$29 = целое	

В результате исполнения надстройки «Поиск решений» получены результаты, которые приведены на рис. 2.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
21		**Матрица распределения ресурсов**									
22	Ресурс\Мероприят.	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	Потрачено ресурса	
23	R1	24	17	10	25	7	16	18	14		131
24	R2	15	20	23	10	22	13	22	13		138
25	R3	20	10	11	15	11	16	6	18		107
26	R4	16	18	8	12	17	17	4	20		112
27	R5	16	22	13	23	2	19	23	11		129
28	R6	4	8	8	17	15	16	13	5		86
29	R7	24	17	7	17	5	18	9	6		103
30		**Расчет целевой функции**									
31	Ресурс\Мероприят.	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8		Резерв
32	R1	30	51	10	58,3	5,6	4,57	48	8,4		0
33	R2	18,8	36	138	10	88	5,2	88	19,5		0
34	R3	50	30	22	52,5	8,8	6,4	8	27		0
35	R4	20	40,5	12	84	13,6	4,86	5,33	60		0
36	R5	16	198	15,6	32,2	1,33	9,5	46	11		0
37	R6	2,86	18	24	119	60	16	34,7	2,14		0
38	R7	40	38,3	6	59,5	3,33	36	36	2,57		0

Рис. 2. Результаты распределения ресурсов между мероприятиями
Fig. 2. Results of the distribution of resources between activities

Результаты оптимального распределения ресурсов по строительным мероприятиям или объектам приведены на рис. 2 в ячейках B23-I29. Приведенное решение оптимально.

Для проверки адекватности модели распределения ресурсов были проведены вычислительные эксперименты, которые заключались в генерации различных условий для распределения ресурсов на строительные мероприятия или объекты, а затем решалась задача (6) с использованием вычислительной техники. Эксперименты показали высокую устойчивость решения к внешним условиям, отсутствие ограничений на исходные данные и однозначность получаемого результата. Это может служить основанием того, что разработанная модель пригодна для практического использования в планировании и управлении строительными проектами.

Оценка эффективности модели

Предложенная модель распределения ресурсов позволяет определить эффективность применения модели распределения ресурсов на строительные мероприятия или объекты. В качестве критерия эффективности рационально взять целевую функцию вида (2), которая и служит основой оптимизации (6). Тогда показателем эффективности *KE* как функции от распределения ресурса x_{ij} будет выступать следующий критерий [15]:

$$KE(x_{ij}) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\frac{W_j(a_{ij} - x_{ij})}{a_{ij} - b_{ij}}. \qquad (7)$$

Обозначим через $x^c{}_{ij}$, $i = 1, 2, \ldots, n$; $j = 1, 2, \ldots, m$ – обыкновенное распределения ресурса без решения оптимизационной задачи (6), а $x^*{}_{ij}$, $i = 1, 2, \ldots, n$; $j = 1, 2, \ldots, m$ – оптимальное распределение ресурсов, полученное из решения (6).

Поясним смысл распределения $x^c{}_{ij}$. Это распределение ресурса между мероприятиями предполагается получить лицом, принимающим решение по планированию и управлению строительными проектами, на основании интуиции и опыта. Обычно это распределение находится между необходимым и достаточным ресурсом и подбирается так, чтобы выполнялись требования ограниченности ресурса (4). Считая, что это распределение равномерное, для моделирования распределения $x^c{}_{ij}$ можно использовать формулу

$$x^c{}_{ij} = a_{ij} + \gamma(b_{ij} - a_{ij}),\ i = 1, 2, \ldots, n,\ j = 1, 2, \ldots, m, \qquad (8)$$

где γ – некоторый параметр, который подбирается максимально большим с условием выполнения ограничения (4).

На основании этого с учетом (7) эффективность *E* применения модели распределения ресурсов при проведении маскировочных мероприятий будет равна

$$E = \frac{KE(x^c{}_{ij}) - KE(x^*{}_{ij})}{KE(x^c{}_{ij})}\cdot 100\,\% = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\frac{W_j(a_{ij} - x^c{}_{ij})}{a_{ij} - b_{ij}} - \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\frac{W_j(a_{ij} - x^*{}_{ij})}{a_{ij} - b_{ij}}}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\frac{W_j(a_{ij} - x^c{}_{ij})}{a_{ij} - b_{ij}}}\cdot 100\,\%. \qquad (9)$$

Для обоснования эффективности были проведены вычислительные эксперименты, суть которых заключалась в следующем.

Случайно генерировались необходимые и достаточные ресурсы для каждого мероприятия или объекта, а также запасы ресурсов. При этом количество видов ресурса и число мероприятий также было различным.

Затем для каждого эксперимента по формуле (8) генерировалось обыкновенное распределение ресурсов $x^c{}_{ij}$ и на основании решения оптимизационной задачи (6) вычислялось оптимальное распределение $x^*{}_{ij}$. Далее вычислялась эффективность для каждого эксперимента по формуле (9). Вычисления были реализованы в среде MS Excel с использованием надстройки «Поиск решений».

Например, для данных, изображенных на рис. 2, обыкновенное распределение ресурсов $x^c{}_{ij}$ приведено в табл. 3.

Таблица 3

Обыкновенное распределение ресурсов для данных из рис. 2

Table 3

Ordinary resource allocation for the data from Fig. 2

Ресурсы	Мероприятия							
	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	M_8
R_1	24	17	13	25	12	23	18	19
R_2	16	19	22	12	21	15	20	13
R_3	18	7	12	13	13	18	6	20
R_4	18	16	6	11	19	19	4	19
R_5	21	22	15	23	8	23	23	14
R_6	5	8	6	18	16	18	10	5
R_7	23	15	9	16	5	17	9	9

Были проведены более 50 вычислительных экспериментов, которые показали, что средняя эффективность оптимального распределения ресурсов по сравнению с обыкновенной составляет 34,513 % (для примера данных из рис. 2 эффективность составила 36,25 %).

Заключение

В данной работе описана разработанная и основанная на методах векторной оптимизации математическая модель, которая позволит оптимально распределять ограниченные по запасам ресурсы разного вида между строительными объектами или строительными мероприятиями или работами с целью повышения эффективности выполнения строительных проектов.

При этом получены следующие основные результаты:

– на математическом языке поставлена, разработана и обоснована математическая модель распределения ограниченных ресурсов между строительными объектами, работами или мероприятиями;

– описана методика проведения вычислительных процедур для реализации модели в численном виде в среде MS Excel;

– на основе вычислительных экспериментов была оценена эффективность применения модели распределения ресурсов при управлении строительными проектами, которая в среднем составила более 34 %.

Таким образом, предложенная модель распределения ресурсов приводит к значительному увеличению эффективности организации и управления строительными проектами [16] и увеличивает вероятность своевременного их завершения с минимальными затратами.

Список литературы

1. Гладкова Ю.В., Гладков В.П. Этапы принятия управленческих решений // Вестник Пермского государственного технического университета. Электротехника, информационные технологии, системы управления. 2010. № 4. С. 39–44.

2. Баркалов С.А., Курочка П.Н. Формирование управленческого решения на основе построения комплексных оценок // ФЭС: Финансы. Экономика. Стратегия. 2017. № 6. С. 30–36.

3. Баркалов С.А., Глушков А.Ю., Моисеев С.И. Динамическая модель разработки и реализации проекта под влиянием внешних факторов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». 2020. Т. 20, № 3. С. 76–84. DOI: 10.14529/ctcr200308

4. Маликов Д.З. Этапы разработки управленческих решений // Вестник науки. 2020. Т. 4, № 5 (26). С. 116–120.

5. Колпачев В.Н., Семенов П.И., Михин П.В. Оптимизация календарного плана при ограниченных ресурсах // Известия ТулГУ. Серия «Строительство и архитектура». 2004. Вып. 7. С. 154–164.

6. Юдин Д.Б., Гольштейн Е.Г. Задачи и методы линейного программирования. Математические основы и практические задачи. М.: Либроком, 2016. 322 с.

7. Карзаева Н.Н. Математическое программирование в экономике: учеб. пособие. М.: Финансы и статистика, 2010. 240 с.

8. Карманов В.Г. Математическое программирование. М.: Физматлит, 2008. 264 с.

9. Кремер Н.Ш. Исследование операций в экономике: учеб. для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Юрайт, 2013. 438 с.

10. Barkalov S.A., Kurochka P.N. Model for Determining the Term of Execution of Sub-conflicting Works // Proceedings of Tenth International Conference “Management of Large-scale System Development” (MLSD). 2017. P. 8109598.

11. Соколов А.В., Токарев В.В. Методы оптимальных решений. В 2 т. Т. 1: Общие положения. Математическое программирование. М.: Физматлит, 2012. 564 с.

12. Моисеев С.И., Обуховский А.В. Математические методы и модели в экономике: учеб. пособие. Изд. 2-е, испр. Воронеж: АОНО ВПО «Ин-т менеджмента, маркетинга и финансов». 2009. 160 с.

13. Баркалов С.А., Моисеев С.И., Порядина В.Л. Математические методы и модели в управлении и их реализация в MS Excel. Воронеж: Воронежский ГАСУ; 2015. 265 с.

14. Баркалов С.А., Моисеев С.И., Порядина В.Л. Модели и методы в управлении и экономике с применением информационных технологий [Электронный ресурс]: учеб. пособие. СПб.: Интермедия, 2017. 264 с.

15. Гармаш А.Н., Орлова И.В. Математические методы в управлении: учеб. пособие. М.: Вузовский учебник, 2018. 240 с.

16. Орлова И.В. Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование: учеб. пособие. М.: Вузовский учебник; НИЦ Инфра-М; 2013. 389 с.

References

1. Gladkova Yu.V., Gladkov V.P. [Stages of managerial decision-making]. *Bulletin of the Perm State Technical University. Electrical engineering, information technologies, control systems*. 2010;4:39–44. (In Russ.)

2. Barkalov S.A., Kurochka P.N. [Formation of a management decision based on the construction of complex assessments]. *FES: Finance. Economy. Strategy*. 2017;6:30–36. (In Russ.)

3. Barkalov S.A., Glushkov A.Yu., Moiseev S.I. Dynamic Model of Development and Implementation of the Project under the Influence of External Factors. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*. 2020;20(3):76–84. (In Russ.) DOI: 10.14529/ctcr200208

4. Malikov D.Z. [Stages of development of managerial decisions]. *Vestnik nauki*. 2020;4(5(26)):116–120. (In Russ.)

5. Kolpachev V.N., Semenov P.I., Mikhin P.V. [Schedule optimization with limited resources]. *Proceedings of TSU. Series “Construction and architecture”*. 2004;7:154–164. (In Russ.)

6. Yudin D.B., Holstein E.G. *Zadachi i metody lineynogo programmirovaniya. Matematicheskiye osnovy i prakticheskiye zadachi* [Problems and Methods of Linear Programming. Mathematical Foundations and Practical Problems]. Moscow: Librokom Publ.; 2016. 322 p. (In Russ.)

7. Karsaev N.N. *Matematicheskoye programmirovaniye v ekonomike: uchebnoye posobiye* [Mathematical Programming in the Economy: Textbook]. Moscow: Finansy i statistika Publ.; 2010. 240 p. (In Russ.)

8. Karmanov V.G. *Matematicheskoye programmirovaniye* [Mathematical Programming]. Moscow: Fizmatlit Publ.; 2008. 264 p. (In Russ.)

9. Kremer N.Sh. *Issledovaniye operatsiy v ekonomike: uchebnik dlya vuzov* [Operations Research in Economics: A Textbook for High Schools]. 3rd ed., revised and add. Moscow: Yurayt Publ.; 2013. 438 p. (In Russ.)

10. Barkalov S.A., Kurochka P.N. Model for Determining the Term of Execution of Sub-conflicting Works. In: *Proceedings of Tenth International Conference “Management of Large-scale System Development” (MLSD)*; 2017. P. 8109598.

11. Sokolov A.V., Tokarev V.V. *Metody optimal'nykh resheniy. V 2 t. T. 1: Obshchiye polozheniya. Matematicheskoye programmirovaniye* [Methods of Optimal Solutions. In 2 Vols. Vol. 1:Generalities. Mathematical Programming]. Moscow: Fizmatlit Publ.; 2012. 564 p. (In Russ.)

12. Moiseev S.I., Obukhovsky A.V. *Matematicheskiye metody i modeli v ekonomike: uchebnoye posobiye* [Mathematical Methods and Models in Economics: Textbook]. Voronezh: Institute of Management, Marketing and Finance Publ.; 2009. 160 p. (In Russ.)

13. Barkalov S.A., Moiseev S.I., Poryadina V.L. *Matematicheskiye metody i modeli v upravlenii i ikh realizatsiya v MS Excel* [Mathematical Methods and Models in Management and Their Implementation in MS Excel]. Voronezh: SUACE Publ.; 2015. 265 p. (In Russ.)

14. Barkalov S.A., Moiseev S.I., Poryadina V.L. *Modeli i metody v upravlenii i ekonomike s primeneniyem informatsionnykh tekhnologiy: uchebnoye posobiye* [Models and methods in management and economics with the use of information technology: textbook]. St. Petersburg: Intermedia; 2017. 264 p. (In Russ.)

15. Garmash A.N., Orlova I.V. *Matematicheskiye metody v upravlenii: uchebnoye posobiye* [Mathematical Methods in Management: Textbook]. Moscow: Vuzovskiy uchebnik; 2018. 240 p. (In Russ.)

16. Orlova I.V. *Ekonomiko-matematicheskiye metody i modeli: komp'yuternoye modelirovaniye: uchebnoye posobiye* [Economic-Mathematical Methods and Models: Computer Modeling: Textbook]. Moscow: Vuzovskiy uchebnik, Infra-M; 2013. 389 p. (In Russ.)

Информация об авторах

Баркалов Сергей Алексеевич, д-р техн. наук, проф., заведующий кафедрой управления, Воронежский государственный технический университет, Воронеж, Россия; barkalov@vgasu.vrn.ru.

Моисеев Сергей Игоревич, канд. физ.-мат. наук, доц., доц. кафедры управления, Воронежский государственный технический университет, Воронеж, Россия; mail@moiseevs.ru.

Серебрякова Елена Анатольевна, канд. экон. наук, доц., доц. кафедры цифровой и отраслевой экономики, Воронежский государственный технический университет, Воронеж, Россия; sea-parish@mail.ru.

Information about the authors

Sergey A. Barkalov, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Head of the Department of Management, Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia; barkalov@vgasu.vrn.ru.

Sergey I. Moiseev, Cand. Sci. (Phys. and Math.), Ass. Prof., Ass. Prof. of the Department of Management, Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia; mail@moiseevs.ru.

Elena A. Serebryakova, Cand. Sci. (Econ.), Ass. Prof., Ass. Prof. of the Department of Digital and Industrial Economics, Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia; sea-parish@mail.ru.

Статья поступила в редакцию 15.12.2022
The article was submitted 15.12.2022